Université du littoral

Franck Dufrenois

EILCO-ING2

Image

Examen: 2h (sans document, sans calculatrice)

Exercice 1

Une image a un histogramme pour lequel on a trouvé l'expression analytique suivante :

$$h(r;\alpha,\beta) = \alpha r - \beta r^2$$

Pour $r = [0,1]$ et (α,β) sont des **entiers non nuls** ($\in \mathbb{N}^*$)

On suppose que les niveaux de gris varient entre le noir r=0 et le blanc r=1.

a) Déterminer les plus petites valeurs de α et β de telle sorte que h(r) soit un histogramme normalisé

b) Tracer alors l'histogramme correspondant aux valeurs de α et β obtenues en 1)

c) Déterminer par calcul la valeur r^* correspondant au min ou au max de h(r).

d) Calculer la moyenne

e) Déterminer la transformation s=g(r) qui permettrait d'égaliser h

Exercice 2

Considérons un signal unidimensionnel f(x) et un filtre réalisant l'opération suivante

$$f(x) - k\,\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}. \quad (1)$$

a) Soit $\delta(x)$ la fonction de dirac, que vaut $f(x) * \delta(x)$?

b) Donnez l'expression aux différences finies de $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$ et le masque de convolution de taille 3 associé

c) Sachant que la fonction de dirac peut être définie par le masque de convolution suivant

$$\delta(x) \sim \frac{1}{3}[0|3|\,0]$$

Quel est le masque de convolution associé au filtre (1) ?
Rq : vous prendrez k=1.

d) A partir de la définition de la transformée de Fourier discrète de dimension 1, donner la TFD du filtre de taille 3 déterminé à la question c).

e) Donnez l'expression de la fonction de transfert (filtre dans le domaine de Fourier) associée à l'équation (1) et son spectre d'amplitude. Représenter le spectre d'amplitude pour k=1.

f) En faisant tendre f→0, montrer l'équivalence entre la TFD du filtre de la question d) et la TF du filtre obtenue à la question e).

g) Considérons maintenant un filtre réalisant l'opération suivante

$$f(x) + k\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \quad (2)$$

Déterminer l'expression du masque de convolution de ce filtre en fonction de k

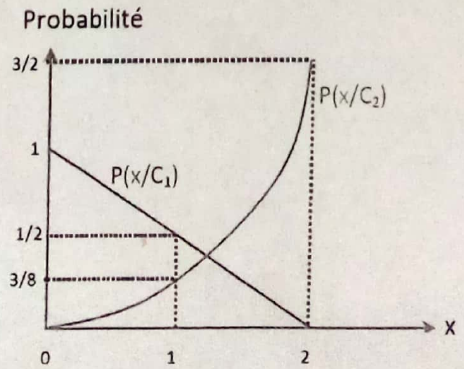
f) Pour quelle plage de valeurs de k, a-t-on un filtre moyenneur ?

g) Pour quelle valeur de k obtient t'on un masque de Prewitt ?

Exercice 3

Considérons que le domaine des niveaux de gris d'une image soit compris dans l'intervalle (0,…,2) (la valeur 0 représentant le noir, 2 le blanc et le reste tous les niveaux de gris) et qu'il soit partitionné en deux classes C1 et C2.

Soient P(x/C1) et P(x/C2) les probabilités conditionnelles que x appartiennent à C1 ou à C2, respectivement, et représentées dans le graphique ci-dessous:



De plus, on supposera que les probabilités à priori des classes sont égales à P(C1)=2/3 et P(C2)=1/3.

1) A partir du graphique, déterminer les expressions des probabilités P(x/C1) et P(x/C2). *Remarque: P(x/C2) est une forme quadratique ax^2+bx+c.*

2) Donnez l'expression de la distribution de probabilité de x, c'est-à-dire p(x).

3) En déduire les probabilités à postériori.

4) Quel serait la règle de décision pour un pixel donné x?

5) Donnez la valeur du seuil ou il y a indécision?

6) Quelle est la classe de l'échantillon x=1.5?

Image

Exercice 4

L'image de la Figure1 est une image à niveaux de gris de taille 10×10 pixels. Cette image représente un cercle sur un fond sombre. La figure 2 représente les valeurs des pixels

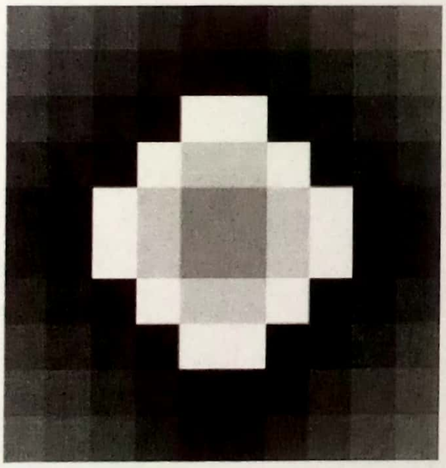


Figure 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6
1	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
2	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
3	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
4	2	1	14	12	8	8	12	14	1	2
5	2	1	14	12	8	8	12	14	1	2
6	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
7	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
8	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
9	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6

Figure 2

a) Sur combien de bits est codée cette image

b) Sous forme d'un tableau, donner les valeurs de l'histogramme et de l'histogramme cumulé sur la dynamique définie par votre codage

Un bruit de type impulsionnel est ajouté à cette image telle que :
$I(1,1)=I(3,6)=I(4,4)=I(4,8)=0$ et
$I(5,1)=I(5,5)=I(6,3)=I(8,8)=15$.

La figure 3 illustre ce bruitage

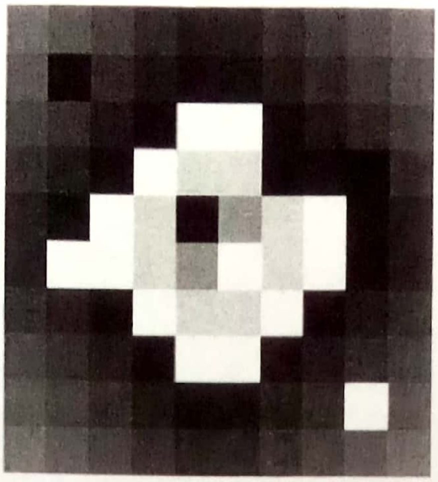


Figure 3

c) Appliquer un filtre moyenneur de taille 3×3 sur les pixels de *la figure 3* de coordonnées (1,1), (3,6),(4,4), (4,8), (5,1), (5,5), (6,3), (8,8), (1,4), (1,8), (8,2), (8,5).

d) Quelle est l'erreur quadratique moyenne sur ces pixels ?

e) Même question avec un filtre médian ?