

Exercice 1

Une image a un histogramme pour lequel on a trouvé l'expression analytique suivante :

$$h(r; \alpha, \beta) = \alpha r - \beta r^2$$

Pour $r = [0,1]$ et (α, β) sont des **entiers non nuls** ($\in \mathbb{N}^*$)

On suppose que les niveaux de gris varient entre le noir $r=0$ et le blanc $r=1$.

- Déterminer les plus petites valeurs de α et β de telle sorte que $h(r)$ soit un histogramme normalisé
- Tracer alors l'histogramme correspondant aux valeurs de α et β obtenues en 1)
- Déterminer par calcul la valeur r^* correspondant au min ou au max de $h(r)$.
- Calculer la moyenne
- Déterminer la transformation $s=g(r)$ qui permettrait d'égaliser h

Exercice 2

Considérons un signal unidimensionnel $f(x)$ et un filtre réalisant l'opération suivante

$$f(x) - k \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}. \quad (1)$$

- Soit $\delta(x)$ la fonction de dirac, que vaut $f(x) * \delta(x)$?
- Donnez l'expression aux différences finies de $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$ et le masque de convolution de taille 3 associé
- Sachant que la fonction de dirac peut être définie par le masque de convolution suivant

$$\delta(x) \sim \frac{1}{3} [0|3|0]$$

Quel est le masque de convolution associé au filtre (1) ?
Rq : vous prendrez $k=1$.

- d) A partir de la définition de la transformée de Fourier discrète de dimension 1, donner la TFD du filtre de taille 3 déterminé à la question c).
- e) Donnez l'expression de la fonction de transfert (filtre dans le domaine de Fourier) associée à l'équation (1) et son spectre d'amplitude. Représenter le spectre d'amplitude pour $k=1$.
- f) En faisant tendre $f \rightarrow 0$, montrer l'équivalence entre la TFD du filtre de la question d) et la TF du filtre obtenue à la question e).
- g) Considérons maintenant un filtre réalisant l'opération suivante

$$f(x) + k \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \quad (2)$$

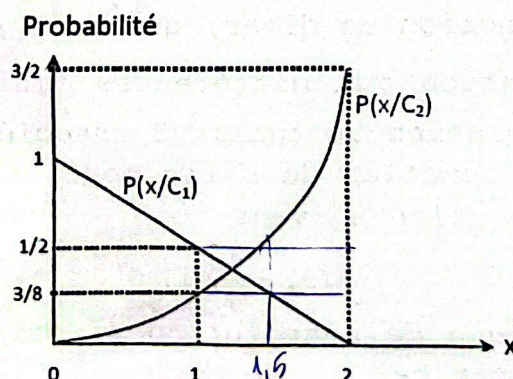
Déterminer l'expression du masque de convolution de ce filtre en fonction de k

- f) Pour quelle plage de valeurs de k , a-t-on un filtre moyenneur ?
- g) Pour quelle valeur de k obtient-t-on un masque de Prewitt ?

Exercice 3

Considérons que le domaine des niveaux de gris d'une image soit compris dans l'intervalle $(0, \dots, 2)$ (la valeur 0 représentant le noir, 2 le blanc et le reste tous les niveaux de gris) et qu'il soit partitionné en deux classes C_1 et C_2 .

Soient $P(x/C_1)$ et $P(x/C_2)$ les probabilités conditionnelles que x appartiennent à C_1 ou à C_2 , respectivement, et représentées dans le graphique ci-dessous:



De plus, on supposera que les probabilités à priori des classes sont égales à $P(C1)=2/3$ et $P(C2)=1/3$.

- 1) A partir du graphique, déterminer les expressions des probabilités $P(x/C1)$ et $P(x/C2)$. Remarque: $P(x/C2)$ est une forme quadratique ax^2+bx+c .
- 2) Donnez l'expression de la distribution de probabilité de x , c'est-à-dire $p(x)$.
- 3) En déduire les probabilités à postériori.
- 4) Quel serait la règle de décision pour un pixel donné x ?
- 5) Donnez la valeur du seuil ou il y a indécision?
- 6) Quelle est la classe de l'échantillon $x=1.5$?

Exercice 4

L'image de la Figure 1 est une image à niveaux de gris de taille 10×10 pixels. Cette image représente un cercle sur un fond sombre. La figure 2 représente les valeurs des pixels

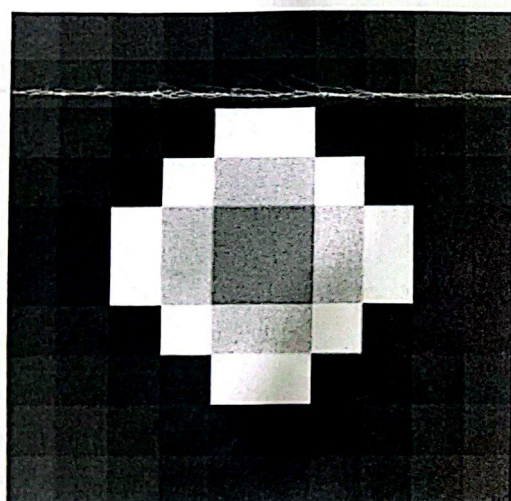


Figure 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6
1	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
2	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
3	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
4	2	1	14	12	8	8	12	14	1	2
5	2	14	14	12	8	8	12	14	1	2
6	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
7	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
8	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
9	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6

Figure 2

- a) Sur combien de bits est codée cette image
- b) Sous forme d'un tableau, donner les valeurs de l'histogramme et de l'histogramme cumulé sur la dynamique définie par votre codage

Un bruit de type impulsif est ajouté à cette image telle que :

$$I(1,1)=I(3,6)=I(4,4)=I(4,8)=0 \quad \text{et} \\ I(5,1)=I(5,5)=I(6,3)=I(8,8)=15.$$

La figure 3 illustre ce bruitage

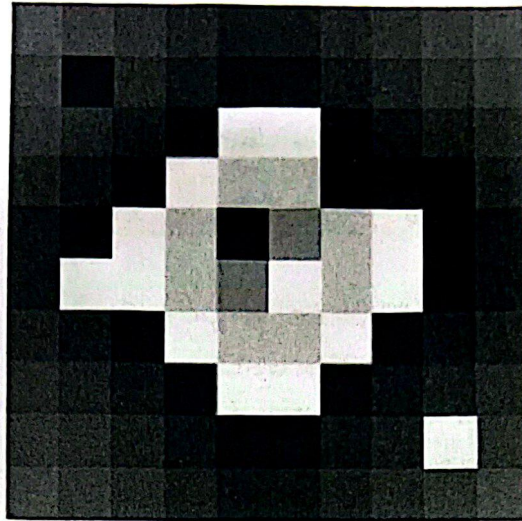


Figure 3

- c) Appliquer un filtre moyenneur de taille 3×3 sur les pixels de la figure 3 de coordonnées $(1,1)$, $(3,6)$, $(4,4)$, $(4,8)$, $(5,1)$, $(5,5)$, $(6,3)$, $(8,8)$, $(1,4)$, $(1,8)$, $(8,2)$, $(8,5)$.
- d) Quelle est l'erreur quadratique moyenne sur ces pixels ?
- e) Même question avec un filtre médian ?