Université du littoral

Franck Dufrenois

EILCO-ING2

Image

Examen: 2h (sans document+calculatrice)

Exercice 1

Soit la fonction f(x) définie sur R et s'exprimant par :

$$f(x) = \exp\left(-\pi x^2\right)$$

a) De quelle famille appartient cette fonction ? Représentez la

b) Vérifier que f(x) est solution de l'équation différentielle suivante :

$$f'(x) + 2\pi x\, f(x) \quad = \quad 0.$$

c) Si f(x) a pour transformée de Fourier F(v), donnez la transformée de Fourier de f'(x), sa dérivée première.

d) Par analogie, donnez l'expression de la TF inverse de F'(v) (la dérivée de la TF de f(x))

e) En déduire la TF du produit xf(x).

f) Que devient l'équation différentielle précédente lorsque l'on lui applique la TF ?

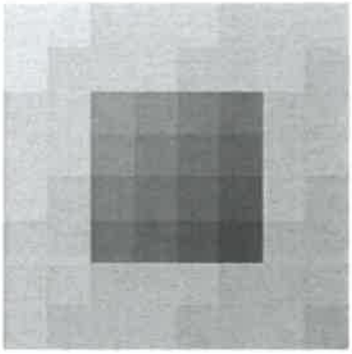
g) En déduire F(v) à une constante multiplicative près ?

i) A quelle valeur de v (F(v= ?)) correspond l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\pi x^2)\, dx$$

Exercice 2

Soit l'image définie ci-dessous



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	13	13	12	12	12	11	11	11
1	13	12	12	12	11	11	11	10
2	12	12	8	7	6	5	10	10
3	12	12	7	6	5	4	10	10
4	12	11	6	5	4	3	10	9
5	11	11	5	4	3	2	9	9
6	11	11	10	10	10	9	9	9
7	11	10	10	10	9	9	9	8

a) Sur combien de bits est codée cette image ? Quelle est sa dynamique maximale

b) Représentez sous forme d'un tableau l'histogramme normalisé et l'histogramme cumulé normalisé

c) Quelle est la probabilité qu'un pixel est sa valeur égale à 10 ?

d) Quelle est la probabilité qu'un pixel est une valeur > 10 ?

e) Réaliser une recadrage dynamique en utilisant toute la dynamique possible de cette image

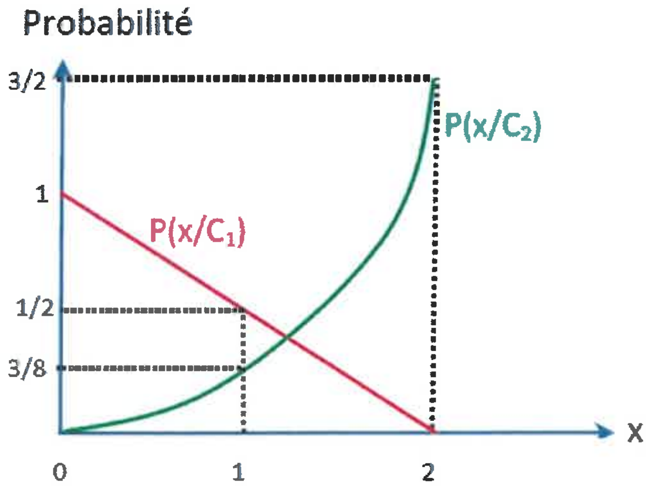
f) Du bruit est inséré dans l'image à différents emplacements et tels que: I(6,1)=0 et I(4,4)=15.

- Quelle est la nature du bruit ?
- Quelle(s) solution(s) proposez-vous pour le réduire ou l'éliminer?
- Quelles sont les nouvelles valeurs obtenues en I(6,1) et I(4,4) avec votre méthode? Détaillez votre calcul.

Exercice 3

Considérons que le domaine des niveaux de gris d'une image soit compris dans l'intervalle (0,…,2) (la valeur 0 représentant le noir, 2 le blanc et le reste tous les niveaux de gris) et qu'il soit partitionné en deux classes C1 et C2.

Soient P(x/C1) et P(x/C2) les probabilités conditionnelles que x appartiennent à C1 ou à C2, respectivement, et représentées dans le graphique ci-dessous:



De plus, on supposera que les probabilités à priori des classes sont égales à P(C1)=2/3 et P(C2)=1/3.

1) A partir du graphique, déterminer les expressions des probabilités P(x/C1) et P(x/C2). *Remarque: P(x/C2) est une forme quadratique* ax^2+bx+c.

2) Donnez l'expression de la distribution de probabilité de x, c'est-à-dire p(x).

3) En déduire les probabilités à postériori.

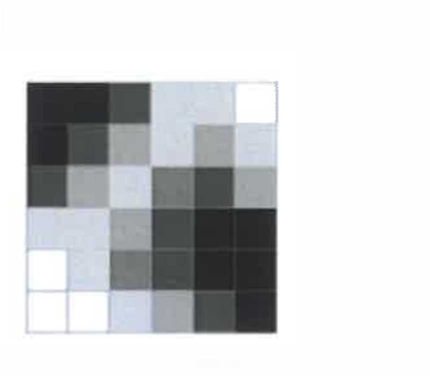
4) Quel serait la règle de décision pour un pixel donné x?

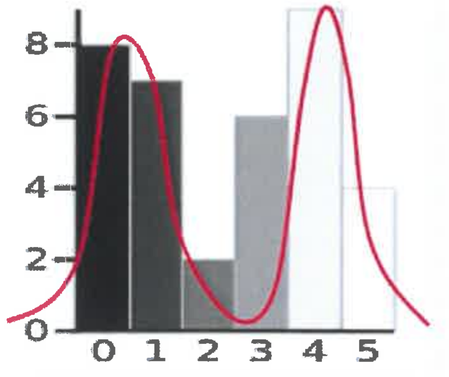
5) Donnez la valeur du seuil ou il y a indécision?

6) Quelle est la classe de l'échantillon x=1.5?

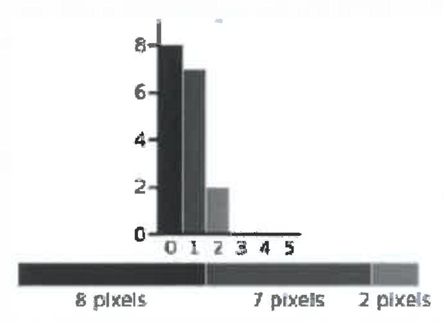
Exercice 4

Considérons une image et son histogramme

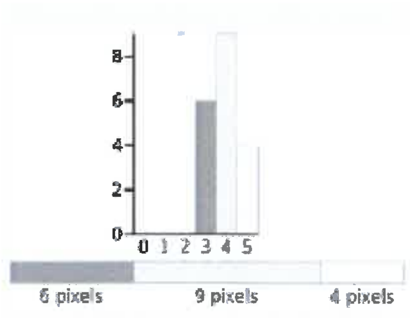




L'image est composée de deux classes : le fond (C1) et l'objet (C2). Le fond et l'objet sont représentés par les histogrammes suivants



« **Le fond** »



« **l'objet** »

1) Sur combien de bits est codée l'image?
2) Donnez le nombre de pixels N_1 composant la classe C1 et N_2 pour la classe C2
3) Soient les mesures suivantes:

- Le poids de la classe Ck: $w_k = \frac{1}{N_k}\sum_{i \in Ck} h_i$
- La moyenne de la classe Ck: $\mu_k = \frac{1}{N_k}\sum_{i \in Ck} h_i\, i$
- La variance de la classe Ck: $v_k = \frac{1}{N_k}\sum_{i \in Ck} h_i(i - \mu_k)^2$

Ou hi représente le nombre de pixels de niveau de gris i.

- Quelle est la valeur du seuil séparant correctement les deux classes?
- Calculer w1 et w2.
- Calculer les moyennes et les variances des 2 classes C1 et C2.

4) Déterminer la variance intra-classe définit par:

$$S_w = w_1 v_1 + w_2 v_2$$