# Intelligence Artificielle.



* Transformer les implication : ( Pour creer . .

$$P \Rightarrow m \equiv \neg P \vee m .$$

**exemple :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $F_1 : P \Rightarrow m$ <br> $F_2 : \neg m$ <br> $G : \neg P$ | $F_1' : \neg P \vee m$ <br> $F_2' : \neg m$ <br> $G : \neg P$ | $F_1' : \neg P \vee m$ <br> $F_2 : \neg m$ <br> $\neg G : P$ <br> je considère une négation de la Conculsion. | $F_1' : \neg P \vee m$ <br> $F_2' : \neg m$ <br> $\neg G : P$ <br> $R_1 : Res(F_1', F_2') : \neg P$ <br> $R_2 : Res(R_1, \neg G) : \emptyset$ |

* si on arrive à un espace vide donc ma proposition Initialle est vrai.

## Résolution Pour exo : Le monde du Wumpus :

$b_{ij}$ : " Il y'a une brise dans la case [i,j] "

$P_{ij}$ : " Il y'a un puit dans la case [i,j] "

$F_1 : \neg P_{11}$

$F_2 : \neg b_{11}$

$F_3 : b_{21}$

$F_4 : \neg b_{12}$

$F_5 : b_{11} \Leftrightarrow (P_{12} \vee P_{21})$

$F_6 : b_{12} \Leftrightarrow (P_{11} \vee P_{22} \vee P_{13})$

---

$G_1 : \neg P_{21}$

$G_2 : \neg P_{22}$

$G_3 : P_{13}$

# TD N°:1 IA



## EXO N°1 :

1) Montrez que $((P \lor q) \Rightarrow P) \Leftrightarrow (r \Rightarrow (q \land r))$ est satisfiable.

| P | q | r | $P \lor q$ | $(P \lor q) \Rightarrow P$ | $q \land r$ | $r \Rightarrow (q \land r)$ | Expression... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | F | F | F | V | F | V | V |
| F | F | V | F | V | F | F | F |
| F | V | F | V | F | F | V | F |
| F | V | V | V | F | V | V | F |
| V | F | F | V | V | F | V | V |
| V | F | V | V | V | F | F | F |
| V | V | F | V | V | F | V | V |
| V | V | V | V | V | V | V | V |

est satisfiable car elle est vraie lorsque P = Faux, q = Faux, r = F

2) Montrez que $((P \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (P \Rightarrow r)$ est valide.

| P | q | r | $P \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow r$ | $(P \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r)$ | $P \Rightarrow r$ | expression. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | F | F | V | V | V | V | V |
| F | F | V | V | V | V | V | V |
| F | V | F | V | F | F | V | V |
| F | V | V | V | V | V | V | V |
| V | F | F | F | V | F | F | V |
| V | F | V | F | V | F | V | V |
| V | V | F | V | F | F | F | V |
| V | V | V | V | V | V | V | V |

elle est Valide.

## EXO N°2 : Étapes :

1. identifier les Proposition, les Variable.
2. identifier la base de connaissance KB.
3. identifier la Conclusion à démontrer.

1)

P : " température Constant "

q : " pression constant "

r : " il pleut "

2) Base de Connaissance

F1 : $(p \wedge q) \Rightarrow \neg r$

F2 : $p$

3) Conclusion

G : $r \Rightarrow \neg q$

$\{F1, F2\} \models G$

Il suffit de montrer que $(F1 \wedge F2) \Rightarrow G$ est valide.

$(((p \wedge q) \Rightarrow \neg r) \wedge p) \Rightarrow (r \Rightarrow \neg q)$.

dresser la Table de veriter montrer qu'elle est vrai.

$\Rightarrow$ valide.

## EXO N°3 :

j : " le meurtre a eu lieu le jour "

a : " le meurtrier est l'amie de la Victime "

F1 : $j \Rightarrow a$

F2 : $\neg j$

Conclusion : G : $\neg a$.

Pour j = 'Faux' a = 'Vrai' la formule

$((j \Rightarrow a) \wedge \neg j) \Rightarrow \neg a$ est Fausse donc pas valide.

## EXO N°4 :

$\{\underbrace{p \Rightarrow q}_{F_1}, \underbrace{p \vee r}_{F_2}\} \models \underbrace{(q \vee r)}_{G}.$

### étape 1 :

Trouver la FNC forme normale conjuctive.

$F_1 : \neg q \vee q$

$F_2 : p \vee r$

$G : q \vee r$

### étape 2 :

former l'ensemble

$E : \{F_1, F_2, \ldots, \neg G\}$

appliquer la règle de la résolution sur les clauses jusqu'à ce qu'on trouve la clause vide $\emptyset$

Ensemble E :

$F_1 : \neg q \vee q$

$F_2 : p \vee r$

$G_1 : \neg q$

$G_2 : \neg r$

**N.B** ⚠

Le principe est celui-là : $\dfrac{\neg p \vee q}{p} \models q$

$R_1$ : Résolvant $(F_1, G_1)$

$\dfrac{F_1}{G_1} \vdash \neg p$

$R_2$ : Résolvant $(F_2, G_2)$

$\dfrac{F_2}{G_2} \vdash p$

$R_3$ : Résolvant $(R_1, R_2)$ :

$\dfrac{R_1}{R_2} \vdash \emptyset$

Forcement $F_1, F_2 \models G$

# EX N° 5 :

## KB (BC) :

$F_1 : \neg P_{11}$ , $F_2 : \neg P_{21}$ ; $F_3 : \neg P_{12}$ ; $F_4 : \neg b_{11}$ , $F_5 : \neg b_{21}$
$F_6 : b_{12}$

$F_7 : b_{11} \Leftrightarrow (P_{12} \vee P_{21})$
$F_8 : b_{12} \Leftrightarrow (P_{11} \vee P_{22} \vee P_{13})$
$F_9 : b_{21} \Leftrightarrow (P_{11} \vee P_{22} \vee P_{31})$

$G_1 : \neg P_{22}$

Etape 1 :

Transformation FNC

$b_{11} \Rightarrow (P_{12} \vee P_{21}) \equiv \boxed{\neg b_{11} \vee P_{12} \vee P_{21}}$
$(P_{12} \vee P_{21}) \Rightarrow b_{11} \equiv (\neg P_{12} \wedge \neg P_{21}) \vee b_{11} \equiv \begin{cases} \boxed{\neg P_{12} \vee b_{11}} \\ \boxed{\neg P_{21} \vee b_{11}} \end{cases}$

de la même pour les autre Formule : on trouve

| | |
|---|---|
| $\neg b_{12} \vee P_{11} \vee P_{22} \vee P_{13}$ | $\neg b_{21} \vee P_{11} \vee P_{12} \vee P_{31}$ |
| $\neg P_{11} \vee b_{12}$ | $\neg P_{11} \vee b_{21}$ |
| $\neg P_{22} \vee b_{12}$ | $\neg P_{22} \vee b_{21}$ |
| $\neg P_{13} \vee b_{11}$ | $\neg P_{31} \vee b_{21}$ |

Etape 2 :

appliquer la règle de résolution sur les clauses de l'ensemble $E$.

$\{\neg P_{11}, \neg P_{21}, \neg P_{12}, \neg b_{11}, \neg b_{21}, b_{12}, \neg b_{11} \vee P_{12} \vee P_{21}, \neg b_{12} \vee b_{11}, \neg P_{12} \vee b_{11}, \neg b_{12} \vee P_{11} \vee P_{22} \vee P_{13}, \neg P_{11} \vee b_{12}, \neg P_{22} \vee b_{12}, \neg P_{13} \vee b_{12}, \neg b_{21} \vee P_{11} \vee P_{22} \vee P_{31}, \neg P_{11} \vee b_{21}, \neg P_{22} \vee b_{21}, \neg P_{31} \vee b_{21}, P_{22}\}$

$$\frac{\neg b_{21}}{\neg P_{22} \vee b_{21}} \vdash \frac{\neg P_{22}}{P_{22}} \vdash \emptyset$$

Je rajoute $\neg P_{22}$ à la base de connaissance.

# TD2 : IA



## EXO N°1 :

F1 : $\forall x \; C(x) \Rightarrow H(x)$

F2 : $S(\text{Pierre})$

F3 : $C(\text{Pierre}) \Rightarrow S(\text{Pierre})$

F4 : $\forall x \; C(x) \Rightarrow S(x) \vee R(x)$

F5 : $\exists x \; C(x) \wedge S(x)$

F6 : $\exists x \; C(x) \wedge \overline{S(x)}$

F7 : $\forall x \; C(x) \Rightarrow \overline{S(x)}$

F8 : $\forall x \; H(x) \Rightarrow C(x)$

F9 : $\cancel{\forall x \; H(x) \Rightarrow \overline{C(x)}}$

$\exists x \; H(x) \wedge \neg C(x)$

## EXO N°2 :

Transformation CNF :

1) éliminer $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$

2) renommer les variables si besoin
mettre les quantificateurs au début (forme prénexe)

3) Supprimer $\exists$

4) Supprimer $\forall$

5) distribuer le $\vee$ sur $\wedge$

Formule 1 :

$\forall x \; (A(x) \Rightarrow \exists y A(y))$

* $\forall x \; (\neg A(x) \vee \exists y A(y))$

* $\forall x \exists y \; \neg A(x) \vee A(y)$

* $\forall x \; \neg A(x) \vee A(f(x))$

$\neg A(x) \vee A(f(x))$

Formule 2 :

$\forall x \exists y (P(x,y) \Rightarrow \exists y P(y,y))$

$\forall x \exists y \exists z \; \neg P(x,y) \vee P(z,z)$

$\forall x \; \neg P(x, g(x)) \vee P(f(x), f(x))$

$\neg P(x, g(x)) \vee P(f(x), f(x))$

## EXO N°3 :

Première Formule :

$\theta = \{x/a \;,\; y/h(a) \;,\; z/f(a, h(a))\}$

$G(a, f(a, h(a)))$.

deuxième Formule :

$\theta = \{x/a \;,\; y/a \;,\; y/h(b)$ ...

Impossible pas d'unification

Troisième Formule :

Impossible

Quatrième Formule :

$\theta = \{z/a \;,\; x/g(f(a,b)) \;,\; y/g(f(a,b))$

$u/f(g(f(a,b)), g(a))$

## EXN°4 :

F1 : Fausse ( b, a )

F2 : Vrai

F3 : Vrai

F4 : Vrai

Montrer que $\{F_1\} \models F_2$

$\Rightarrow \{F_1, \neg F_2\} \models \emptyset$

* Transformer $F_1$ en CNF :

$F_1 : \forall x ((\exists y \overline{R(x,y)}) \Rightarrow \exists y (R(x,y) \wedge R(y,x))$

$\forall x (\forall y R(x,y)) \vee \exists y (R(x,y) \wedge R(y,x))$

$\forall x (\forall y R(x,y) \vee \exists z (R(x,z) \wedge R(z,x))$

$\forall x \exists z \forall y R(x,y) \vee (R(x,z) \wedge R(z,x))$

$\forall x \forall y R(x,y) \vee (R(x,f(x)) \wedge R(f(x),x))$

$R(x,y) \vee R(x,f(x)) \wedge (R(x,y) \vee R(f(x),x))$

↳ $F_1' : R(x,y) \vee R(x,f(x))$

↳ $F_1'' : R(x,y) \vee R(f(x),x)$

Transformation de $F_2$ en CNF :

$F_2 : R(x,f(x)) \vee R(f(x),x)$

$\neg F_2' : \neg R(x,f(x))$

$\neg F_2'' : \neg R(f(x),x)$

$F_1' : R(x,y) \vee R(x,f(x))$

$F_1'' : R(x,y) \vee R(f(x),x)$

$\neg F_2' : \neg R(x,f(x))$

$\neg F_2'' : \neg R(f(x),x)$

Alogrithme de Résolution

$\theta = \{ y / f(x) \}$

$F_1'' = R(x,f(x)) \vee R(f(x),x)$

$\neg F_2' : \neg R(x,f(x))$

$R_1$ : Résolvante $(F_1'', \neg F_2')$ : $R(f(x),x)$

$R_2$ : Résolvante $(R_1, \neg F_2'')$ : $\emptyset$

## Logique des prédicats : (suite)

### 1/ Validité et Satisfiabilité d'une formule

F : $\forall x\, A(x) \vee \exists y\, A(y)$ (ou) $D=\{1,2\}$

Il existe 4 interprétation possible

| | |
|---|---|
| $I^1[A](1)=V$ | $I^1[A](2)=V$ |
| $I^2[A](1)=V$ | $I^2[A](2)=F$ |
| $I^3[A](1)=F$ | $I^3[A](2)=V$ |
| $I^4[A](1)=F$ | $I^4[A](2)=F$ |

la formule F est satisfiable car elle est vrai pour les interprétations $I^1, I^2, I^3$

la Formule F est non valide car elle est fausse pour l'interprêtation $I^4$.

⚠ une formule par rapport à une Interprêtation.

### 2) Substitution et unification :

$F_1 : A(x, a, y)$ variables : $x, y$

$F_2 : A(f(y), a, c)$ constantes : $a, c$

Substitution $\theta$ :

$\theta = \{x/f(y), y/c\}$

$\Downarrow$

$= \{x/f(c), y/c\}$

Appliquer la substitution $\theta$ sur $F_1$ et $F_2$

$F_1' : A(f(c), a, c)$

$F_2 : A(f(c), a, c)$

EXO :

$F_1 : A(x, g(b, x))$

$F_2 : A(a, g(y, b))$

$F_1$ et $F_2$ ne sont pas unifiables

### 3/ Algorithme de Résolution :

$F_1 : P(x) \vee G(f(x), x)$

$F_2 : \neg G(u, v) \vee \neg T(u, v)$

$\theta = \{u/f(v), x/v\}$

$F_1' : P(v) \vee G(f(v), v)$

$F_2' : \neg G(f(v), v) \vee \neg T(f(v), v)$

R : Résolutant $(F_1', F_2')$ :

$P(v) \vee \neg T(f(v), v)$

# Transformation CNF

1. éliminer $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$
2. Mettre les Quantificateur au début (forme préfix)
3. supprimer $\exists$
4. supprimer $\forall$
5. distribuer le V sur

Exo :

$$\forall x(\forall y\ A(y) \Rightarrow B(x,y)) \Rightarrow (\exists y\ B(y,x))$$

$$\forall x(\forall y\ \overline{A(y)} \vee B(x,y)) \Rightarrow \exists y\ B(y,x)$$

$$\forall x(\exists y\ A(y) \wedge \overline{B}(x,y)) \vee \exists y\ B(y,x)$$

Renommer les Variables :

$$\forall x(\exists z\ A(z) \wedge \overline{B(x,z)}) \vee \exists y B(y,x)$$

$$\forall x \exists z \exists y\ (A(z) \wedge \overline{B(x,z)}) \vee B(y,x)$$

après $\forall x$

$$\forall x(\ A(f(x)) \wedge \overline{B(x,f(x))}) \vee B(g(x),x)$$

$$F:\ A(f(x)) \wedge \overline{B(x,f(x))} \vee B(g(x),x)$$

$$F_1:\ A(f(x)) \vee B(g(x),x)$$

$$F_2:\ \overline{B(x,f(x))} \vee B(g(x),x)$$

formules en CNF

Exemple :

Prédicats :

$G(x)$ : "x a la grippe"

$T(x)$ : "x Tousse"

$F(x)$ : "x a la Fièvre"

$S(x)$ : "x a la température > 38"

$P(x,y)$ : "x doit prendre médic $y$"

Constantes

Pierre, Tamiflu.

— la syntaxe :

$F_1$: $\forall x\ G(x) \Rightarrow P(x, \text{Tamiflu})$

$F_2$: $\forall x\ F(x) \wedge T(x) \Rightarrow G(x)$

$F_3$ : $\forall x\ S(x) \Rightarrow F(x)$

$F_4$: $T(\text{Pierre}) \wedge S(\text{pierre})$

Conclusion

$G$: $P(\text{Pierre}, \text{Tamiflu})$.

Fait :

$F_1$ : $\neg G(x) \vee P(x, \text{Tamiflu})$

$F_2$ : $\neg F(x) \vee \neg T(x) \vee G(x)$

$F_3$ : $\neg S(x) \vee F(x)$

$F_4$ : $T(\text{Pierre})$

$F_5$ : $S(\text{Pierre})$

$\neg G$ : $\neg P(\text{Pierre}, \text{Tamiflu})$

Démontrer que :

$\{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5\} \models G$

$\{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, \neg G\} \models \emptyset$

$\Theta = \{x / \text{Pierre}\}$

$F_3'$ : $\neg S(\text{Pierre}) \vee F(\text{Pierre})$

$F_5$ : $S(\text{Pierre})$

$R_1$ : Resolvante $(F_3', F_5)$ : $F(\text{Pierre})$.

$\Theta = \{x / \text{Pierre}\}$

$F_2'$ : $\neg F(\text{Pierre}) \vee \neg T(\text{Pierre}) \vee G(\text{Pierre})$

$R_1$ : $F(\text{Pierre})$

$R_2$ : Resolvante $(F_2', R_1)$ : $\neg T(\text{Pierre}) \vee G(\text{Pierre})$

$R_3$ : Resolvante $(R_2, F_4)$ : $G(\text{Pierre})$

$\Theta = \{x / \text{Pierre}\}$

$F_1'$ : $\neg G(\text{Pierre}) \vee P(\text{Pierre}, \text{Tamiflu})$

$R_3$ : $G(\text{Pierre})$

$R_4$ : Résolvante $(F_1', R_3)$ : $P(\text{Pierre}, \text{Tamiflu})$

$R_5$ : Resolvante $(R_4, \neg G)$ : $\emptyset$.