

Examen de Filtrage Statique

07/04/2023 - M1 TSI

①

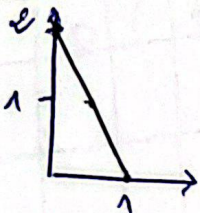
I - Histogramme

$$\begin{cases} h_T(l) = -2l + 2 & \text{si } 0 \leq l \leq 1 \\ h_T(l) = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

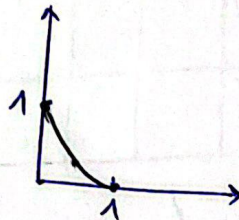
$$g(l) = (1-l)^2$$

① Représenter h_T, g

l	0	1	l_0
$h(l)$	2	0	1



l	0	1	l_0
$g(l)$	1	0	$1/4$



②

$$h_g(m) = \frac{h(\lambda)}{|g'(\lambda)|} \quad \text{avec } \lambda = g^{-1}(m)$$

$$= \frac{-2\lambda + 2}{-2(1-\lambda)} = -1$$

$$\begin{aligned} h(\lambda) &= -2\lambda + 2 \\ g(\lambda) &= (1-\lambda)^2 \end{aligned}$$

Méthode Prof:

$$\begin{aligned} g(\lambda) &= m \\ (1-\lambda)^2 &= m \end{aligned}$$

$$|1-\lambda| = \sqrt{m} \quad \begin{matrix} 0, \lambda \leq 1 \\ -1, 1-\lambda \leq 0 \end{matrix}$$

$$1-\lambda = \sqrt{m} \Leftrightarrow 0 \leq 1-\lambda \leq 1$$

$$\lambda = 1 - \sqrt{m}$$

$$h(\lambda) = -2(1-\sqrt{m}) + 2 = -2 + 2\sqrt{m} + 2 = 2\sqrt{m}$$

$$g'(\lambda) = -2(1-(1-\sqrt{m})) = -2 + 2(1-\sqrt{m}) = -2 + 2 - 2\sqrt{m} = -2\sqrt{m}$$

$$h_g(m) = \frac{2\sqrt{m}}{-2\sqrt{m}} = \boxed{-1}$$

2a/ Formule d'Étirage

$$l' = \frac{l - l_1}{l_2 - l_1} \times (l'^m - 1)$$

$$l' = \frac{l - l_1}{l_2 - l_1} (l_{\max} - l_{\min}) + l_{\min}$$

Filtrage (6pts)

a/ Les 3 principaux types de filtres: spatial - fréquentiel - non linéaire

- Lisseur • Derivateur • Séparable
- Passe Haut: { Accentue les détails et les contours d'une image }
- Passe bas: Lissage + réduction de bruit
- Passe-bande:

b/ Expression de la convolution 2D

$$(I * h)(x,y) = \sum_{i=-\frac{d-1}{2}}^{\frac{d-1}{2}} \sum_{j=-\frac{d-1}{2}}^{\frac{d-1}{2}} h(x-i, y-j) \cdot I(x,y)$$

c/ Fct gaussienne 2D centrée en (0,0) et d'écart type σ .

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Exercice (4 points)

a/ Filtre Sobel \Rightarrow Détection des contours

b/

$$G_x = \begin{bmatrix} -2 & -0.5 & 0.5 & 2 \\ -1/2 & -3/2 & 3/2 & 1/2 \\ 1/2 & -3/2 & 3/2 & 1/2 \\ -2 & -0.5 & 0.5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$G_y = \begin{bmatrix} -2 & -1/2 & 1/2 & 2 \\ -0.5 & -3/2 & 3/2 & 0.5 \\ 0.5 & 3/2 & 3/2 & 0.5 \\ 2 & 1/2 & 1/2 & 2 \end{bmatrix}$$

c/ Module de gradient de l'image

$$G(x,y) = \sqrt{G_x(x,y)^2 + G_y(x,y)^2}$$

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

d/ Seuil

$$\begin{matrix} 0 & \text{si} & I(i,j) \leq 0.5 \\ 1 & \text{si} & I(i,j) > 0.5 \end{matrix}$$

inverse \Rightarrow permute Oct4

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Problème {6pts}

(3)

① Quelle est la taille de l'image

$$11 \times 10 = 110$$

$$[rows, cols] = size()$$

②

$$pixel_{max} = 12$$

$$m, \text{ lay}(12) = 3, \dots \approx 4$$

$$m = 4$$

③

$$\text{Contraste} = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max} + V_{min}} = \frac{12 - 2}{12 + 2} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

④

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R																
H _c																

⑤

$$\text{seuil} = 3$$

$$\text{valeur} \{3 \Rightarrow 0 \text{ noir}$$

$$\text{valeur} \{3 \Rightarrow 1 \text{ blanc}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

⑥ a- Bruit impulsif {sel et poivre}
car les valeurs des pixels sont très fort/faible

b-

Moyennage:

$$I(2,2) \begin{pmatrix} 12 & 12 & 12 \\ 12 & 0 & 9 \\ 12 & 9 & 2 \end{pmatrix} / 9 \approx 8,88 \approx 9$$

$$I(10,10) \begin{pmatrix} 9 & 12 & 9 \\ 9 & 15 & 0 \\ 12 & 12 & 0 \end{pmatrix} / 9 = 7,66 \approx 8$$

$$I(8,4) \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 7 & 0 & 2 \\ 2 & 7 & 7 \end{pmatrix} / 9 = 4,22 \approx 4$$

$$I(6,9) \begin{pmatrix} 7 & 2 & 12 \\ 7 & 15 & 12 \\ 7 & 2 & 12 \end{pmatrix} / 9 = 8,44 \approx 8$$

$$EQM = \frac{1}{4} \left((8,88-9)^2 + (7,66-12)^2 + (4,22-4)^2 + (8,44-9)^2 \right) = 15,05$$

Mediane

$$0 \ 2 \ 9 \ 9 \ 12 \ 12 \dots$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 9 \ 9 \dots$$

$$0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 7 \dots$$

$$2 \ 2 \ 7 \ 7 \ 7 \dots$$

$$EQM = \frac{1}{4} \left((12-9)^2 + (9-12)^2 + (4-4)^2 + (7-9)^2 \right) = 10,75$$

EQM_{Mediane} < EQM_{Moyenne}

(4)

⇒ Filtre Mediane est plus adapté au bruit impulsif, car il remplace les pixels par une valeur proche des pixels non bruités.

Problème (4pts)

① Valeur de L pour que l'image définisse plus haut,

Cas d'image en gris $0 \rightarrow 255 \Rightarrow L=256$

notre cas valeur max c'est 14 $\Rightarrow 0-14 \Rightarrow L=15$

②

Histogramme Normalisé : $p(k) = \frac{m_k}{N}$

Sommes cumulatives : $P_1(k) = \sum_{i=0}^k p(i)$

Moyenne " : $M_c(k) = \frac{\sum_{i=0}^k i p(i)}{P_1(k)}$

Moyenne globale : $m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p(i)$