Filtres lisseur (flou + bruit) réduction

filtre moyenneur — filtre gaussien — binomial

linéaire ← — non linéaire → médiane

Filtres séparables :

optimisation des calculs et complexité.

filtre dérivateur

* Roberts operator : pour la diagonal

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

* Sobel operator :

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

* Prewitt operator :

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

transitions dans l'image.

détection de contour. (ou l'image change rapidement)

~~filtre fréquentiel~~

gradient :

$$\vec{\nabla f} = \vec{G} = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \right)^T$$

Module du gradient :

$$G = \| \vec{\nabla f} \| = \sqrt{\frac{\partial f}{\partial x}^2 - \frac{\partial f}{\partial y}^2}$$

direction de gradient :

$$\vec{g} = \frac{\vec{\nabla f}}{\| \vec{\nabla f} \|}$$

Remarque : filtre de taille K

Padding de bord $= \frac{K-1}{2}$ et Convo $= (M-m+1) \times (N-m+1)$

Resultat filtre $= m \times m$ | $I = M \times N$

filtre dérivateur sensible au bruit :

On combine le dérivateur et lisseur pour apaiser le bruit (lisseur orthogonal au dérivateur) → qui dit dérivée dit variation

$h_x = f_y^{\perp} * d_x$

$h_y = f_x^{\perp} * d_y$

* réduire en premier les var brusques

histogramme image :

histogramme tassé à gauche (trop sombre) — tassé au centre (image grisâtre) — trop creusé au centre (saturé) blanc et noir piqués.

⚠ L'histogramme nous informe sur la distribution globale des niveaux de luminosité ou de couleur, mais il ne nous dit rien sur la structure spatiale ou la disposition des éléments dans l'image.

histogramme normalisé ⇔ probabilité.

Histogramme cumulé :

$$\boxed{H(k) = \sum_{i \leq k} h(i)}$$

* la $H(k)$ d'un pixel est la probabilité qu'un pixel x ait la même intensité de x. # discret

* $h_n(k)$ = densité de probabilité discrète

* $H_n(k)$ = fonction de répartition discrète

x est une variable aléatoire discrète.

$$\boxed{\sum_0^{255} h_n(k) = 1} \quad \boxed{m = \sum_0^{255} k\, h_n(k)} \quad \boxed{v = (k-m)^2 h_n(k)}$$

$r \in]0, 1]$. # continu

si $h(r)$ est une densité alors.

$$\boxed{\int_0^1 h(r)\,dr = 1}$$

$$\boxed{H(r) = \int_0^r h(u)\,du}$$

$$\boxed{m = \int_0^1 r\, h(r)\,dr}$$

$$\boxed{v = \int_0^1 (r-m)^2\, h(r)\,dr}$$

Calcul de l'aire d'une courbe :

rectangles : $(b-a) f_0 = f(a)$

point milieu : $(b-a) f_0 = f\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)$

trapèze : $(b-a) \frac{f_0 + f_1}{2}$

transformation g

$h_a(m_j) = \frac{h_d(k_i)}{|g'(k_i)|}$ avec $k_i = g^{-1}(m_j)$.

$h_i \searrow g' \searrow$

Egalisation

$$\boxed{g(k) = m_{max} \cdot H_n(k)}$$

Etirement :

$$g(k) = \frac{I_k - I_{min}}{I_{max} - I_{min}} \times (M_{ax} - M_{in}) + m_{min}.$$

intensité — 255 ⇒ 0 (2^8) ⇒ gris.

10 ≈ 30 (agent sécurité) est retien

Contraste : $C = val_{max} - val_{min}$.

Binarisation $k' = \begin{cases} k_1 & \text{si } \leq S \\ k_2 & \text{si } k > S \end{cases}$

Filtrage d'images

filtrage temporelle : (signal)

Convolution : Continue

$$h(t) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) f(t-\tau)\,d\tau$$

Convolution : discret

$$h(t) = f(t) * g(t) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} g(\tau) f(t-\tau)$$

Transformée de Fourier (domaine fréquentielle).

Convolution → multiplication.

$y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(p) = X(p) H(p)$

filtrage spatial (image).

Convolution avec noyau. d est impaire 3×3 / 5×5...

$$\boxed{f'(i,j) = (f * h)(i,j) = \sum_{-\frac{d-1}{2}}^{\frac{d-1}{2}} \sum_{-\frac{d-1}{2}}^{\frac{d-1}{2}} f(i-n, j-m)\, h(n,m)}$$

* RIF : $h(n,m)$ s'annule au fil de temps, stable, pas de rétroaction (sortie basée sur entrée n et n−1).

* RII : réponse impulsionnelle infinie dans le temps à cause de rétroaction (sortie basée sur x_n et x_{n-1} et y_{n-1}) instable.

Convolution ⇒ lissage, flou, détection de contour.

TFD d'une image discrète : 2D

$$\boxed{f(x,y) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\, e^{2\pi j \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}}$$

Inverse.

$$\boxed{F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\, e^{-2\pi j \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}}$$

Remarques :

* Le spectre d'amplitude est simplement la valeur absolue des I et R de TFD.

* Le " de magnitude est ~~tout~~ le spectre d'amplitude transformé à l'échelle log pour mieux visualiser les interprétation.

$$\boxed{|F(u,v)| = \sqrt{Re(F(u,v))^2 + Img(F(u,v))^2}}$$

$$\boxed{\text{spectre de magnitude} = \log(1 + |F(u,v)|)}$$

image → TFD ⊕ filtre fréquentiel → TFD⁻¹ → image filtré

une convolution spatial équivaut d'une multiplication dans l'espace Fourier.

→ Calculer $F(f(x,y))$ et H

→ effectuer $F \times H$

→ Calculer $TFD^{-1}(F \times H)$

plus rapide et simple.

TFD continue 2D.

$$F(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\, e^{-iux} e^{-ivy}\, dx\,dy$$

$$f(x,y) = \iint F(u,v)\, e^{-ixu} e^{-iyv}\, du\,dv$$