

① Examen de filtre statique

07/04/2023 - H1 TSI

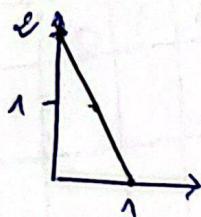
I - Histogramme

$$\begin{cases} f_I(l) = -2l + 2 & \text{si } 0 \leq l \leq 1 \\ f_I(l) = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

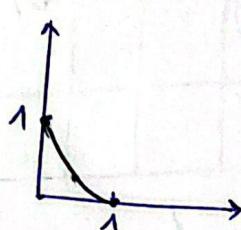
$$g(l) = (1-l)^2$$

① Représenter f_I, g

$$\begin{array}{c|ccc} l & 0 & 1 & 1/2 \\ \hline f_I(l) & 2 & 0 & 1 \end{array}$$



$$\begin{array}{c|ccc} l & 0 & 1 & 1/2 \\ \hline g(l) & 1 & 0 & 1/4 \end{array}$$



②

$$f_g(m) = \frac{f_I(n)}{|g'(n)|} \quad \text{avec } n = g^{-1}(m)$$

$$= \frac{-2n+2}{-2(1-n)} = -1 \quad \begin{aligned} f_I(n) &= -2n+2 \\ g(n) &= (1-n)^2 \end{aligned}$$

Méthode Prof:

$$g(n) = m$$

$$(1-n)^2 = m$$

$$|1-n| = \sqrt{m}$$

$$1-n = \sqrt{m} \Leftrightarrow$$

$$n = 1 - \sqrt{m}$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

$$f_I(n) = -2(1-\sqrt{m}) + 2 = -2 + 2\sqrt{m} + 2 = 2\sqrt{m}$$

$$g'(n) = -2(1 - (1-\sqrt{m})) = -2 + 2(1-\sqrt{m}) = -2 + 2 - 2\sqrt{m} = -2\sqrt{m}$$

$$f_g(m) = \frac{2\sqrt{m}}{-2\sqrt{m}} = -1$$

2a/ Formule d'Etirement

$$l' = \frac{l - l_{\min}}{l_{\max} - l_{\min}} \times f_g(m) - 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} l' = \frac{l - l_{\min}}{l_{\max} - l_{\min}} (f_{\max} - f_{\min}) + f_{\min} \end{array} \right.$$

Filtrage (6pts)

a/ Les 3 principaux types de filtres: / spatial - fréquentiel - non linéaire

• Lisseur • Dérivateur • Séparable

• Passe-Haut: Accentue les détails et les contours d'une image

• Passe-bas: Lissage + réduction de bruit

• Passe-bande:

b/ Expression de la convolution 2D

$$(I * f)(x, y) = \sum_{i=-\frac{d-1}{2}}^{\frac{d-1}{2}} \sum_{j=-\frac{d-1}{2}}^{\frac{d-1}{2}} f(x-i, y-j) \cdot I(i, j)$$

c/ Filtre gaussien 2D centré en $(0,0)$ et d'écart type σ .

$$G(x, y) = \frac{1}{\pi \sigma^2} \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right)$$

Exercice (4 points)

a/ Filtre Sobel \rightarrow Détection des contours

$$G_x = \begin{matrix} -1 & -0,5 & 0,5 & 1 \\ -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 1 & 0,5 & -0,5 & -1 \end{matrix} \quad G_y = \begin{matrix} -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ -0,5 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0,5 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{matrix}$$

c/ Module de gradient de l'image

$$G(x, y) = \sqrt{G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2}$$

$$\begin{pmatrix} & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \end{pmatrix}$$

d/ seuil

$$\begin{cases} 0 & \text{si } I(i, j) \leq 0,5 \\ 1 & \text{si } I(i, j) > 0,5 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

inverser \Rightarrow

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

permettre
Octet

Problème (6pts)

① Quelle est la taille de l'image

$$11 \times 10 = 110$$

[rows, cols] = size(I)

② pixel max = 12

$$\text{m}, \log(12) = 3, \dots \approx 4$$

$$m=4$$

③

$$\text{contraste} = \frac{V_{\text{max}} - V_{\text{min}}}{V_{\text{max}} + V_{\text{min}}} = \frac{12 - 0}{12 + 0} = \frac{12}{12} = \frac{6}{7}$$

④

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R																
H _c																

⑤ seuil = 3

valeur < 3 \Rightarrow 0 noir

valeur > 3 \Rightarrow 1 blanc

$$\begin{array}{r} 100101 \\ 100111 \\ 000000 \\ \hline \end{array}$$

⑥ a- Bruit impulsional (sel et poivres)
car les valeurs des pixels sont très fort/faible

b-

Moyenneur:

$$I(2,2) \quad \left(\begin{array}{ccc} 12 & 12 & 12 \\ 12 & 0 & 9 \\ 12 & 9 & 2 \end{array} \right) / 9 = 8,88 \approx 9$$

$$\text{Moyenneur} \\ 0 \ 2 \ 9 \ 9 \ \boxed{12} \ -$$

$$I(10,10) \quad \left(\begin{array}{cccc} 9 & 12 & 9 \\ 9 & 15 & 9 \\ 12 & 12 & 12 \end{array} \right) / 9 = 11,66 \approx 12$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 9 \ \boxed{12} \ -$$

$$I(8,4) \quad \left(\begin{array}{cccc} 7 & 8 & 4 \\ 7 & 5 & 8 \\ 2 & 7 & 7 \end{array} \right) / 8 = 4,22 \approx 4$$

$$0 \ 2 \ 2 \ 2 \ \boxed{4} \ -$$

$$I(6,9) \quad \left(\begin{array}{ccc} 7 & 2 & 12 \\ 7 & 13 & 12 \\ 7 & 2 & 12 \end{array} \right) / 9 = 8,44 \approx 8$$

$$2 \ 2 \ 7 \ 7 \ \boxed{8} \ -$$

$$EQM = \frac{1}{4} \left((8,88-9)^2 + (11,66-12)^2 + (4,22-4)^2 + (8,44-8)^2 \right) \\ = 15,05$$

$$EQM = \frac{1}{4} \left((12-9)^2 + (9-12)^2 + (4-4)^2 + (8-8)^2 \right) \\ = 10,75$$

EQM
Mediane { EQM
Moyenne

④

⇒ F: ltre Mediane est plus adaptée au bruit impulsif, car il remplace les pixels par une valeur proche des pixels non bruts.

Problème (4 pts)

① Valeur de L pour que l'image définie plus haut,

cas d'image en gris $0 \rightarrow 255 \Rightarrow L=256$

note cas valeur max c'est 14 $\Rightarrow 0-14 \Rightarrow L=15$

②

Histogramme Normalisé: $p(k) = \frac{m_k}{N}$

Sommes cumulatives: $P_1(k) = \sum_{i=0}^k p(i)$

Moyenne " : $M_C(k) = \sum_{i=0}^k \frac{i p(i)}{P_1(k)}$

Moyenne global: $m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p(i)$