

07/04/2023

Examen de filtrage statistique : 2h

Histogramme (4 points)

1) Une image I à un histogramme h_I décrit par :

$$\begin{cases} h_I(l) = -2l + 2 & \text{si } 0 \leq l \leq 1 \\ h_I(l) = 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

On la transforme par la loi $g(l) = (1-l)^2$.

- a) Représenter h_I et g . **(0.5 points)**
- b) Donner l'expression de l'histogramme de sortie h_J et représenter le. **(2 points)**

2) Considérons une image I dont la dynamique est limitée entre les valeurs l_1 et l_2 . Je souhaite améliorer le contraste de l'image en réalisant un **étirement**.

- a) Proposer une formule permettant de réaliser cette opération. **(1 points)**
- b) Proposer une fonction matlab avec ses paramètres d'entrée et sortie de cette opération. **(0.25 points)**
- c) A.N. : $l_1=75$ et $l_2=98$. Quelles sont leurs valeurs après transformation. **(0.25 points)**

Filtrage (6 points)

Cours (2 points)

- a) Quels sont les 3 principaux types de filtres? **(0.25 points)**
- b) Donnez l'expression de la convolution 2D numérique de l'image I par un filtre h sur un voisinage carré de taille M (M impaire)? **(0.25 points)**
- c) Rappeler la formule de la fonction gaussienne 2D centrée en $(0,0)$ et d'écart type σ . **(0.25 points)**

- d) Rappeler le théorème de Plancherel ? **(0.25 points)**

Exercice (4 points)

On se donne l'image suivante :

$$g_{mn} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Et considérons les filtres suivants :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

- a) Quel est le nom de ces filtres et quel est leur rôle. **(0.5 points)**
- b) Calculer les images obtenues en appliquant ces filtres sur l'image g_{mn} . **(2 points)**
- c) Calculer l'image correspondant au module du gradient de l'image g_{mn} (vous rappellerez sa définition) **(1 points)**
- d) déterminer le seuil pour faire apparaître les contours du rectangle de l'image g_{mn} . **(0.5 points)**

Problème (6 points)

Soit l'image suivante :

12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
12	9	9	2	2	2	2	9	9	12
12	9	2	7	7	7	7	2	9	12
12	2	7	4	4	4	4	7	2	12
12	2	7	2	4	4	2	7	2	12
12	2	7	4	4	4	4	7	2	12
12	2	7	2	4	4	2	7	2	12
12	2	7	4	2	2	4	7	2	12
12	9	2	7	7	7	7	2	9	12
12	9	9	2	2	2	2	9	9	12
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

- 1) Quelle est la taille de cette image ? Quelle est la fonction matlab permettant de l'obtenir. **(0.5 points)**
- 2) Sur combien de bits est t'elle codée ? **(0.5 points)**
- 3) Donnez la valeur du contraste C de cette image. Rappel : le contraste est une valeur positive définie comme la **différence** entre le niveau de gris maximal et le niveau gris minimal divisé par la **somme** de ces deux valeurs. Dans quel intervalle est défini C ? **(0.5 points)**
- 4) Sous forme d'un tableau, donner les valeurs de l'histogramme et de l'histogramme cumulé ? **(1 points)**
- 5) Binariser l'image I de façon à séparer l'emoji (visage souriant) du fond ? donner la valeur de seuil S et représenter l'image binaire Ib ? **(1 points)**
- 6) Un bruit est ajouté à l'image I tel que: $I(2,2)=0$, $I(10,10)=15$, $I(8,4)=0$, $I(6,9)=15$
- Quel est le type de ce bruit? **(0.5 points)**
 - Appliquer un filtre moyenneur et un filtre médian de taille 3×3 sur les pixels $I(2,2), I(10,10), I(8,4)$ et $I(6,9)=15$. Donnez les nouvelles valeurs. **(0.5 points)**
 - Quel filtre est le plus adapté ? Justifier? **(2 points)**

Problème (4 points)

Soit l'image suivante :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6
2	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
3	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
4	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
5	2	1	14	12	8	8	12	14	1	2
6	2	1	14	12	8	8	12	14	1	2
7	3	2	1	14	12	12	14	1	2	3
8	4	3	2	1	14	14	1	2	3	4
9	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5
10	6	5	4	3	2	2	3	4	5	6

Donner les expressions mathématiques des éléments suivants :

- l'histogramme normalisé de l'image $\mathbf{p}(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} = \mathbf{0}, \dots, \mathbf{L} - \mathbf{1}$.
- les sommes cumulatives $\mathbf{P}_1(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} = \mathbf{0}, \dots, \mathbf{L} - \mathbf{1}$.
- les moyennes cumulatives $\mathbf{M}_c(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} = \mathbf{0}, \dots, \mathbf{L} - \mathbf{1}$.
- la moyenne globale \mathbf{m}_G .

ou la variable k permet de couvrir l'ensemble des valeurs de niveaux de gris de l'image traitée

Selon Otsu, le critère optimal pour binariser l'image en niveau de gris consiste à déterminer la valeur de k maximisant l'expression suivante :

$$\text{Eq (1)} \quad \mathbf{k}^* = \operatorname{argmax}_{\mathbf{k}} (\sigma_B^2(\mathbf{k})), \mathbf{k} = \mathbf{0}, \dots, \mathbf{L} - \mathbf{1}$$

avec

$$\sigma_B^2(\mathbf{k}) = \frac{(\mathbf{m}_G \times \mathbf{P}_1(\mathbf{k}) - \mathbf{M}_c(\mathbf{k}))^2}{\mathbf{P}_1(\mathbf{k}) \times (1 - \mathbf{P}_1(\mathbf{k}))}$$

définissant la variance inter-classe.

- 1) Quelle est la valeur de L pour l'image définie plus haut ?
- 2) A partir des niveaux de gris de l'image, dressez un tableau fournissant pour chaque valeur de k , les valeurs de $\mathbf{p}(\mathbf{k})$, $\mathbf{P}_1(\mathbf{k})$, $\mathbf{M}_c(\mathbf{k})$, \mathbf{m}_G et $\sigma_B^2(\mathbf{k})$.
- 3) Quel est la valeur de k vérifiant l'équation 1) ?