المدرسة العليا للتكنولوجيا
Ecole Supérieure de Technologie
Sidi Bennour - سيدي بنور

Analyse I
Examen

Pr. Z. Ennaimani & H. Ramchoun

جامعة شعيب الدكالي
Université Chouaib Doukkali

Questions de cours

1. Énoncer le théorème de Rolle.
2. Définir les suites adjacentes et énoncer le théorème associé.
3. Corriger les assertions suivantes s'elles sont fausses
   (a) Une suite divergente s'elle admet une limite infinie.
   (b) f est dérivable en $x_0 \Leftrightarrow f$ est dérivable à gauche et à droite de x_0.
   (c) Une suite convergente Ssi elle est bornée.

Exercice 1: Soit (u_n) une suite numérique du terme général défini par :

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n}$$

1. Montrer que la suite (u_n) n'est pas de Cauchy et déduire sa nature.

Exercice 2: Soit f une fonction continue sur $[a, b]$, avec $f(a) = f(b) = 0$, telle que f soit dérivable sur $]a, b[$ et telle que sa dérivé soit strictement décroissante.

1. Montrer qu'il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$.
2. Montrer si $y \in]a, c[$ alors $f'(y) \succ 0$ et que si $y \in]c, b[$ alors $f'(y) \prec 0$.

Exercice 3: Soit u_n une suite définie par $u_1 = \frac{3}{2}$ et pour tout entier $n \succeq 1$,

$$u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{un + 1}$$

u_n

1. Démontrer que pour tout entier n, $u_n \succ 1$.
2. On définit la suite (v_n) pour $n \in \mathbb{N}$ par

$$v_n = \frac{u_n - 2}{u_n - 1}$$

   Montrer que (v_n) est géométrique et déterminer sa limite.
3. En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.