



## TD 1

### Polynômes à une indéterminée

#### Exercice 1:

#### Exercice 2:

Déterminer le pgcd( $P, Q$ ) des polynômes suivants :

P	Q
$X^5 + 3X^4 + X^3 + X^2 + 3X + 1$	$X^4 + 2X^3 + X + 2$
$X^4 + X^3 - 3X^2 - 4X - 1$	$X^3 + X^2 - X - 1$
$X^3 - X^2 - X - 2$	$X^5 - 2X^4 + X^2 - X - 2$
$X^4 + X^3 - 2X + 1$	$X^3 + X + 1$
$X^5 + 5X^4 + 9X^3 + 7X^2 + 5X + 3$	$X^4 + 2X^3 + 2X^2 + X + 1$

#### Exercice 3:

Calculer le pgcd  $D$  des polynômes  $A$  et  $B$  définis ci-dessous. Trouver des polynômes  $U$  et  $V$  tels que  $D = AU + BV$ .

- $A = X^5 + 3X^4 + 2X^3 - X^2 - 3X - 2$  et  $B = X^4 + 2X^3 + 2X^2 + 7X + 6$ .
- $A = X^6 - 2X^5 + 2X^4 - 3X^3 + 3X^2 - 2X$  et  $B = X^4 - 2X^3 + X^2 - X + 1$ .

#### Exercice 4:

Décomposer dans  $\mathbb{R}[X]$ , sans déterminer ses racines, le polynôme  $P = X^4 + 1$ , en produit de facteurs irréductibles.

#### Exercice 5:

Pour quelle valeur de  $n \in \mathbb{N}^*$ , quel est l'ordre de multiplicité de 2 comme racine du polynôme

$$nX^{n+2} - (4n+1)X^{n+1} + 4(n+1)X^n - 4X^{n-1}$$

#### Exercice 6:

Pour quelles valeurs de  $a$  le polynôme  $(X+1)^7 - X^7 - a$  admet-il une racine multiple réelle ?

#### Exercice 7:

Dans  $\mathbb{R}[X]$  et dans  $\mathbb{C}[X]$ , décomposer les polynômes suivants en facteurs irréductibles.

- $X^3 - 3$ .
- $X^{12} - 1$ .