

Devoir surveillé <input checked="" type="checkbox"/>	Examen <input type="checkbox"/>	Session: principale <input checked="" type="checkbox"/> de contrôle <input type="checkbox"/>
Matière : Algorithmique Enseignant(s) : Riadh ROBBANA Filière(s) : MPI Barème : Ex 1 : 8 pts, Ex 2 : 8 pts et Ex 3 : 4 pts Nombre de pages : Une page		Semestre: Deuxième Date: avril 2016 Durée: 1h 30 mn Documents: autorisés <input type="checkbox"/> non autorisés <input checked="" type="checkbox"/>

Exercice 1 (8 points) : Le pgcd de deux entiers positifs est le plus grand entier positif qui divise les deux. L'algorithme d'Euclide pour le calcul du pgcd se base sur les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \text{pgcd}(x, y) &= \text{pgcd}(y, x \bmod y) \text{ si } x \geq y > 0 \\ \text{pgcd}(x, 0) &= x \end{aligned} \quad (1)$$

1. Proposer, en langage C, une fonction récursive pour le calcul du pgcd de deux entiers positifs.

Cet algorithme possède une version appelée algorithme d'Euclide étendu qui permet de calculer les coefficients a et b supplémentaires. En effet, il existe deux coefficients relatifs a et b tels que le pgcd s'écrit

$$\text{pgcd}(x, y) = ax + by \quad (2)$$

A noter que a et b peuvent être positifs, négatifs ou nuls.

En combinant les équations (1) et (2), on peut écrire

$$\text{pgcd}(x, y) = ax + by = \text{pgcd}(y, x \bmod y) = a'y + b'(x \bmod y)$$

2. Exprimer les coefficients a et b en fonction de a' et b' .
3. Proposer, en langage C, une fonction récursive qui exploite cette propriété et qui affiche sur une nouvelle ligne le pgcd, les coefficients a et b et le couple x, y à chaque récursion. Il est à noter qu'à chaque ligne l'équation $\text{pgcd}(x, y) = ax + by$ est vérifiée.

Exercice 2 (8 points) :

On considère deux ensembles d'entiers $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ et $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ tels que $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ et $b_1 < b_2 < \dots < b_m$, et chaque ensemble est stocké dans une liste chaînée. Il faut exploiter le fait que les listes sont triées pour réaliser les fonctions qui vous seront demandées de manière optimale.

On définit la différence symétrique de deux ensembles que l'on note par Δ comme suit :

$$\Delta(A, B) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

C'est donc $(A \cup B)$ privé de $(A \cap B)$ et le résultat doit être stocké dans une liste chaînée.

- a) Donner une fonction C qui calcul l'union de deux ensembles A et B représentés chacun par une liste chaînée.
- b) Donner une fonction C qui calcul l'intersection de deux ensembles A et B représentés chacun par une liste chaînée.
- c) Donner une fonction en C calculant la différence symétrique de deux ensembles représentés par deux listes chaînées.

Exercice 3 (4 points) :

- a) Montrer comment implémenter une file en utilisant deux piles ; écrire les opérations enfiler, défiler.
- b) Montrer comment implémenter une pile en utilisant deux files ; écrire les opérations empiler, dépiler.