Année 2012-2013

Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie

Devoir Surveillé
Algorithmique et structures de données
MPI 1,2,3,4
Nombre de pages : 2

Exercice 1 (5 pts)

L'élément n de la suite de Conway est construite en lisant l'élément $n-1$. Généralement, on utilise 1 comme élément initial. On obtient par exemple (Table 1) :

TABLE 1 – Les premiers termes de la suite de Conway

Itération	Lecture	valeur
1	état initial	1
2	Un un	11
3	Deux un	21
4	Un deux, un un	1211
5	Un un, un deux, deux un	111221
6	Trois un, deux deux, un un	312211
...	...	...

En utilisant deux tableaux d'entiers, proposez un algorithme qui affiche les n premiers termes (n est demandé à l'utilisateur) de la suite de Conway. En partant de l'itération n contenue dans le tableau 1, vous construisez l'itération $n+1$ dans le tableau 2 et vous l'affichez. Ensuite, vous recopiez le tableau 2 dans le tableau 1 pour construire l'itération suivante.

Exercice 2 (5 pts)

1. Rappeler le principe du tri par insertion
2. Triez le tableau suivant en donnant toutes les étapes interméiaires à l'aide du tri par insertions.

3	5	2	0	1	4

3. Donnez l'algorithme (procedure) du Tri par insertion.
4. Donnez la complexité en temps de calcul (le nombre d'instructions élementaires) de cet algorithme.

Exercice 3 : Nombres de Fibonacci (5 pts)

La suite des nombres de Fibonacci est définie par :

$$\begin{cases} F_0 & = 0 \\ F_1 & = 1 \\ F_{n+2} & = F_{n+1} + F_n \quad \forall n \geq 0 \end{cases}$$

1. Réalisez une fonction récursive nommée $fibo$ paramétrée par un entier n qui calcule le nombre F_n.
2. Dessinez l'arbre des appels à la fonction fibo dans le calcul de $fibo(4)$.
3. Trouver une relation de récurrence pour le nombre d'appels récursifs R_n à la fonction $fibo$ pour calculer F_n.
4. Donner une version itérative permettant de calculer $fibo(n)$.
5. Comparer les deux versions.

Exercice 4 : Puissance (5 pts)

1. Ecrire une version récursive de la fonction puissance en utilisant une méthode dichotomique, c.a.d en utilisant les résultats suivants :

$$\begin{cases} a^{2k} & = (a^2)^k \\ a^{2k+1} & = (a^2)^k a \end{cases}$$

2. Reprendre la fonction puissance en utilisant les résultats suivants :

$$\begin{cases} a^{2k} & = (a^k)^2 \\ a^{2k+1} & = (a^k)^2 a \end{cases}$$

On supposera a et n entiers naturels.