

USTHB

Faculté d'Informatique

Département Intelligence Artificielle et Sciences des Données

Master 1 Systèmes Informatiques Intelligents

Module Représentation et raisonnement 1

Année Universitaire : 2024-2025

<b>TD N° 2   TPN° 3</b> <b>Logique Modale</b>
--

**Exercice 1:**

- 1- Exprimer l'antisymétrie de la relation d'ultériorité temporelle par la théorie des modèles et par l'axiomatique.
- 2- Exprimez le fait que le temps a une origine par la théorie des modèles et par l'axiomatique.
- 3- Exprimez en utilisant l'axiomatisation de la logique modale le fait que :
  - a- Il y a un ordre total des dates futures,
  - b- Il y a un ordre total des dates passées,
  - c- Il n'existe pas d'instant maximal,
  - d- Il n'existe pas d'instant minimal.

**Exercice 2:**

Soit  $M$  le modèle modal défini par  $\langle W, R, V \rangle$  avec

$W = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6\}$

$R$  est telle que  $w_1 R w_2, w_1 R w_3, w_3 R w_3, w_3 R w_4, w_3 R w_5, w_3 R w_6, w_4 R w_4, w_4 R w_5, w_6 R w_5$

$V$  est telle que  $V(a) = \{w_1, w_3, w_6\}, V(b) = \{w_2, w_4, w_6\}, V(c) = \{w_1, w_5\}, V(d) = \{w_4, w_6\}$ .

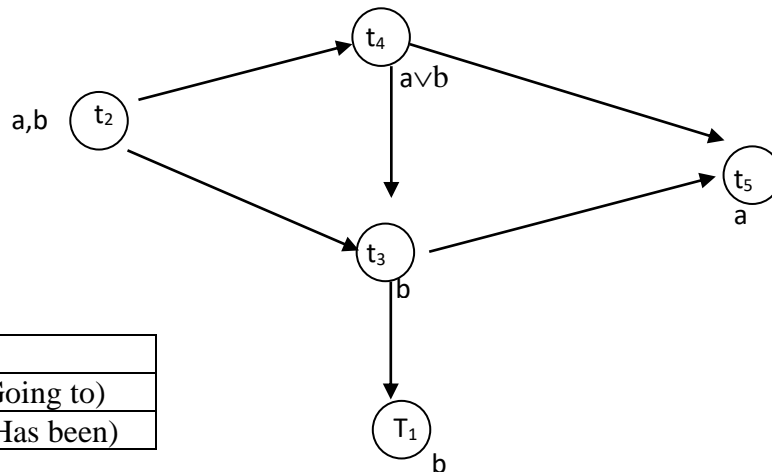
- 1- Représentez ce modèle modal.
- 2- Spécifiez, en justifiant, les assertions vraies dans ce modèle modal avec la spécificité que  $M, x \models \neg B$  ssi non  $(M, x \models B)$ .
  - a-  $M, w_1 \models \Box(\Diamond a \vee \neg b)$
  - b-  $M, w_2 \models \neg(\Diamond((c \supset \neg b) \vee \Diamond a))$
  - c-  $M, w_3 \models \Diamond \Diamond (a \supset \neg c)$
  - d-  $M, w_4 \models \Box(c \vee d)$
  - e-  $M, w_5 \models \Diamond \Box (a \supset c \wedge d)$
  - f-  $M, w_6 \models \neg(\Box \Box (\neg c \vee \neg b))$
- 3- Existe-il une formule valide dans le modèle  $M$ . Justifiez.
- 4- Comment interpréter la formule **(d)** dans le contexte des connaissances épistémiques?
- 5- Est-ce que ce modèle modal peut être interprété comme un modèle modal temporel ? Justifiez.

**Exercice 3 :** Exprimez en logique modale les énoncés suivants :

- a- Le coronavirus est un fléau mondial
- b- Les Italiens ne croient pas que les chinois maîtrisent le coronavirus
- c- Les Français savent que le coronavirus est un fléau mondial
- d- Les chinois veulent que le coronavirus ne soit pas un fléau mondial

**Exercice 4 :**

1- Spécifier les assertions vraies dans le modèle modal temporel suivant dans lequel un monde représente un instant dans le temps, avec la spécificité que  $M, x \models \neg B$  ssi non  $(M, x \models B)$ .



	$\Diamond$	$\Box$
<b>Futur</b>	F(Futur)	G(Going to)
<b>Passé</b>	P (Past)	H (Has been)

- a-  $M, t_1 \models G(\neg a \vee \neg b)$
- b-  $M, t_3 \models HF\neg b$
- c-  $M, t_2 \models \neg F(a \supset b)$
- d-  $M, t_5 \models G\neg Fb$

**Exercice 5 :**

Montrer que :

- $(a \supset \Diamond \Box a)$  est une tautologie si et seulement si R est symétrique.
- $(\Box a \vee b) \supset (\Box a \vee \Box b)$  est une tautologie si et seulement si R relie chaque monde à au plus un monde.
- $(\Diamond \Box a \supset \Box \Diamond a)$  est une tautologie si et seulement si R est 'confluente' (c'est-à-dire que chaque fois que R relie un monde w à deux mondes w1 et w2, il existe un monde w3 accessible à la fois depuis w1 et w2).

**Exercice 6 :**

La logique de S5 est axiomatisée de la façon suivante :

(A6) :  $(\Box(a \supset b) \supset (\Box a \supset \Box b))$

(A7) :  $(\Box a \supset a)$

(A9) :  $(\Diamond a \supset \Box \Diamond a)$

(R6)[nécessitation]: si x est une formule,  $R6(x)$  est l'ensemble contenant l'unique élément  $\Box x$

Montrer que :

- si  $a \supset b$  est un théorème,  $\Box a \supset \Box b$  l'est aussi.
- si  $a \supset b$  est un théorème,  $\Diamond a \supset \Diamond b$  l'est aussi

<b>TP N°3</b> <b>Logique modale</b>
--

Il s'agit d'exploiter la librairie Tweety pour la modélisation des connaissances en logique modale.

La librairie Java Twteety est dédiée aux modes logiques dans le domaine de la représentation des connaissances (Logique Propositionnelle, Logique des prédicats, Logique modale, Logique des défauts et Logique de description)  
<https://tweetyproject.org/>.