Université M'hamed Bougara de Boumerdès
Faculté des Sciences, Département d'Informatique

Module : Analyse Numérique	**Ingénieur Informatique 3ieme année: S6 2024-2025**	**Préparation: A.R. Maouche M. Rezki**
Série : Résolution de système d'équations linéaires par les méthodes directes.		

Objectif :

- Comprendre le principe des méthodes directes : GAUSS, GAUSS-JORDAN, LU et Cholesky, pour la résolution d'un système d'équations linéaires et les implémenter.

- Comprendre le principe des méthodes approchées itératives : JACOBI et GAUSS-SEIDEL pour la résolution d'un système d'équations linéaires et les implémenter.

1. Résoudre, à l'aide de l'algorithme de la méthode de GAUSS, les systèmes d'équations linéaires suivants :

$$(1)\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \quad (2)\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 8 \end{cases} \quad (3)\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 31 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 27 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

2. Résoudre, à l'aide de l'algorithme de la méthode de GAUSS-JORDAN, les systèmes d'équations linéaires suivants :

$$(1)\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \quad (2)\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 8 \end{cases} \quad (3)\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 31 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 27 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

3. Vérifier vos résultats avec les fonctions Matlab: x= **inv(a)** x b ou bien x=**a\b**.
4. Travail a domicile : Implémenter chaque algorithme avec Matlab/Python

5. Résoudre, à l'aide de la méthode LU, le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2\,x_3 + 6x_4 = 10 \\ -4x_1 - 2x_2 + 3\,x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4\,x_3 + x_4 = 1 \\ -6x_1 + 2x_3 + 2x_4 = -2 \end{cases}$$

6. Vérifier que A est symétrique définie positive puis résoudre le système AX=b suivant en utilisant la méthode de Cholesky :

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -3 \\ -3x_1 - 4x_2 + 14x_3 = 1 \end{cases}$$

7. Vérifier que A est à diagonale dominante puis résoudre le système AX=b suivant en utilisant la méthode de JACOBI :

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

   Partant d'une solution initiale X=$[0\ 0\ 0]^T$ donner la solution approchée après 4 itérations.

8. Vérifier que A est à diagonale dominante puis résoudre le système AX=b suivant en utilisant la méthode de GAUSS-SEIDEL :

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

   a) Partant d'une solution initiale X=$[0\ 0\ 0]^T$ donner la solution approchée après 4 itérations.
   b) Quelle méthode converge le plus vite : JACOBI (voir ex 7) ou GAUSS-SEIDEL.

9. Implémenter la méthode de JACOBI et la méthode de GAUSS-SEIDEL avec Matlab/Python.
   - Vérifier au préalable que A est à diagonale dominante.
   - Quelle méthode est plus facile à implémenter ?
   - Proposer un critère d'arrêt autre que le nombre d'itérations.