

Riešenie zadania č.1

ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

Zadanie:

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku nižšie.

1. Zo známej štruktúry obvodu:

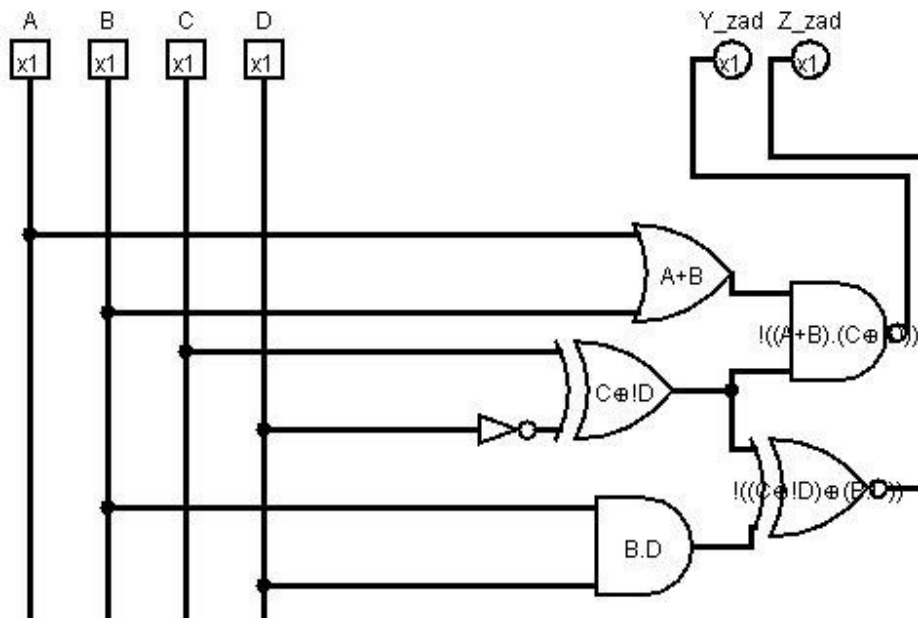
- Odvodte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

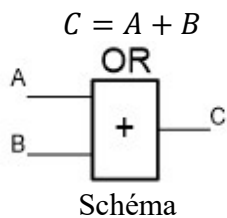
Zadanie 1: OR – XOR – AND – NAND – XNOR

1. Schéma zadaného obvodu



Typy použitých logických členov: OR– XOR – AND – NAND – XNOR

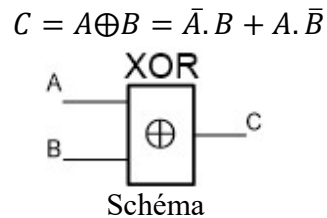
OR Funkcia



A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

XOR Funkcia

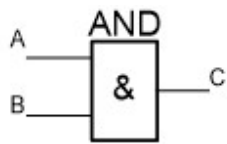


A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

AND Funkcia

$$C = A \cdot B$$



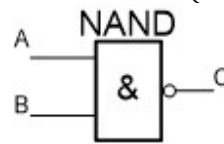
Schéma

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

NAND Funkcia

$$C = A \uparrow B = \overline{(A \cdot B)}$$



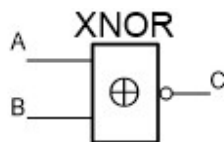
Schéma

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

XNOR Funkcia

$$C = \overline{(A \oplus B)} = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$



Schéma

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

Odvodenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vyjdeme zo štruktúry obvodu a zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = \overline{((A + B).(\bar{C}. \bar{D} + C. \bar{\bar{D}}))}$$

$$Z = \overline{(((\bar{C}. \bar{D}) + (C. \bar{\bar{D}})).(\bar{B}. D))} + (((\bar{C}. \bar{D}) + (C. \bar{\bar{D}})).(B. D))$$

Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

- | | |
|--|---|
| 1. $A+B = B+A$
$A.B = B.A$ | <i>Komutatívnosť</i> |
| 2. $A+(B+C) = (A+B)+C$
$A.(B.C) = A.(B.C)$ | <i>Asociatívnosť</i> |
| 3. $A+B.C = (A+B).(A+C)$
$A.(B+C) = A.B+A.C$ | <i>Distributívnosť</i> |
| 4. $A+A+...+A = A$
$A.A.....A = A$ | |
| 5. $\bar{A} + \bar{B} = \bar{A}. \bar{B}$
$\overline{\bar{A}. \bar{B}} = \bar{A} + \bar{B}$ | <i>de Morganové pravidlá</i> |
| 6. $\bar{\bar{A}} = A$
$\bar{\bar{\bar{A}}} = \bar{A}$ | <i>Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii</i> |
| 7. $A + \bar{A} = 1$
$A. \bar{A} = 0$ | <i>Pravidlá o komplemente</i> |
| 8. $A+1 = 1$
$A.0 = 0$ | <i>Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1</i> |
| 9. $A+0 = A$
$A.1 = A$ | <i>Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1</i> |
| 10. $(A + B).(\bar{A} + B) = B$
$A. B + \bar{A}. B = B$ | <i>Pravidlá spojovania</i> |
| 11. $A+A.B = A$
$A.(A+B) = A$ | <i>Pravidlá absorpcie</i> |
| 12. $A + \bar{A}. B = A + B$
$A. (\bar{A} + B) = A. B$ | |
| 13. $A. B + \bar{A}. C + B. C = A. B + \bar{A}. C$
$(\bar{A} + \bar{B}). (\bar{B} + \bar{C}). (A + \bar{C}) = (\bar{A} + \bar{B}). (A + \bar{C})$ | <i>Konsenzus teorem</i> |

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:

Funkcia Y:

$$Y = \overline{1.2}$$

$$1 = A + B$$

$$2 = \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D} \\ = \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii

$$Y = \overline{1.2}$$

Dosadenie za 1 a 2

$$= \overline{((A + B) \cdot (\bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D))}$$

De Morganovo pravidlo

$$= (\bar{A} + \bar{B}) + (\bar{\bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D})$$

De Morganovo pravidlo a pravidlo o dvojnásobnej negácii

$$= (\bar{A} \cdot \bar{B}) + ((C + D) \cdot (\bar{C} + \bar{D}))$$

Pravidlo 3b

$$= (\bar{A} \cdot \bar{B}) + (C \cdot \bar{C}) + (C \cdot \bar{D}) + (D \cdot \bar{C}) + (D \cdot \bar{D})$$

Pravidlo 7b, 9a

$$= \bar{A} \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + D \cdot \bar{C}$$

Počet použitých logických členov: 8 (4xNOT, 3xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 13 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 3 do OR)

Funkcia Z:

$$Z = \bar{2} \cdot \bar{3} + 2 \cdot 3$$

$$2 = \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D} \\ = \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot D$$

Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii

$$3 = B \cdot D$$

$$Z = \bar{2} \cdot \bar{3} + 2 \cdot 3$$

Dosadenie za 2 a 3

$$= \overline{((\bar{C} \cdot \bar{D}) + (C \cdot \bar{D})) \cdot (B \cdot D)} + ((\bar{C} \cdot \bar{D}) + (C \cdot \bar{D})) \cdot (B \cdot D)$$

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

$$= \overline{((\bar{C} \cdot \bar{D}) + (C \cdot \bar{D})) \cdot (B \cdot D)} + ((\bar{C} \cdot \bar{D}) + (C \cdot \bar{D})) \cdot (B \cdot D)$$

De Morganovo pravidlo a 3b

$$= ((\bar{C} \cdot \bar{D}) \cdot \overline{(C \cdot \bar{D})}) \cdot \overline{(B \cdot D)}) + (B \cdot D \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + B \cdot D \cdot C \cdot D)$$

De Morganovo pravidlo

$$= ((C + D) \cdot (\bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{D})) + (B \cdot D \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + B \cdot D \cdot C \cdot D)$$

Pravidlo 3b, 4b, 7b, 8b, 9a

$$= ((C \cdot \bar{C}) + (C \cdot \bar{D}) + (D \cdot \bar{C}) + (D \cdot \bar{D})) \cdot (\bar{B} + \bar{D}) + (B \cdot C \cdot D)$$

Pravidlo 7b, 9a

$$= ((C \cdot \bar{D}) + (D \cdot \bar{C})) \cdot (\bar{B} + \bar{D}) + (B \cdot C \cdot D)$$

Pravidlo 3b

$$= (\bar{B} \cdot C \cdot \bar{D}) + (\bar{B} \cdot D \cdot \bar{C}) + (\bar{D} \cdot C \cdot \bar{D}) + (\bar{D} \cdot D \cdot \bar{C}) + (B \cdot C \cdot D)$$

Pravidlo 4b, 7b, 8b, 9a

$$= \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot D \cdot \bar{C} + \bar{D} \cdot C + B \cdot C \cdot D$$

Pravidlo 1ab

$$= C \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D} \cdot \bar{B} + B \cdot C \cdot D + D \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Pravidlo absorpcie (11a), 1b

$$= C \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot B + D \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Pravidlo 3b

$$= (C \cdot (\bar{D} + D \cdot B)) + D \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Pravidlo 12a

$$= (C \cdot (\bar{D} + B)) + D \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Pravidlo 3b

$$= C \cdot \bar{D} + C \cdot B + D \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Pravidlo 1ab

$$= B \cdot C + C \cdot \bar{D} + D \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Počet použitých logických členov: 7 (3xNOT, 3xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 13 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 3 do AND, 3 do OR)

Sumár obvodu:

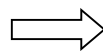
Počet použitých logických členov: 11 (4xNOT, 5xAND, 2xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 21 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 3 do AND, 3 do OR, 3 do OR)

3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u> C </u>	
		<u> D </u>	
A	B	1	1
		1	1
	0	1	0
	1	0	1
		Y	

		<u> C </u>	
		<u> D </u>	
A	B	0	1
		0	0
	0	0	1
	1	0	1
		Z	



		<u> C </u>	
		<u> D </u>	
B		0	1
	0	0	1
		Z	

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

$ \begin{aligned} Y &= \overline{A} \cdot \overline{B} + C \cdot \overline{D} + D \cdot \overline{C} \\ &= \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} + C \cdot \overline{D} + D \cdot \overline{C}} \\ &= \overline{(\overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot (C \cdot \overline{D}) \cdot (D \cdot \overline{C})} \\ &= \overline{(A + B) \cdot (\overline{C} + D) \cdot (\overline{D} + C)} \\ &= \overline{(A + B) \cdot (\overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot C + D \cdot \overline{D} + D \cdot C)} \\ &= \overline{(A + B) \cdot (\overline{C} \cdot \overline{D} + C \cdot D)} \\ &= \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot C \cdot D + B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + B \cdot C \cdot D)} \\ &= \overline{(A \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}) \cdot (A \cdot C \cdot D) \cdot (B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}) \cdot (B \cdot C \cdot D)} \\ &= \overline{(A + C + D) \cdot (\overline{A} + \overline{C} + D) \cdot (\overline{B} + C + D) \cdot (\overline{B} + \overline{C} + \overline{D})} \end{aligned} $	Pravidlo o dvojnásobnej negácii De Morganovo pravidlo De Morganovo pravidlo Pravidlo 3b Pravidlo 7b, 9a, 1b Pravidlo 3b De Morganovo pravidlo De Morganovo pravidlo
--	--

Počet použitých logických členov: 9 (4xNOT, 1xAND, 4xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 20 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 4 do AND)

$ \begin{aligned} Z &= B \cdot C + C \cdot \overline{D} + D \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \\ &= \overline{\overline{B \cdot C + C \cdot \overline{D} + D \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}}} \\ &= \overline{((\overline{B \cdot C}) \cdot (\overline{C \cdot \overline{D}}) \cdot (\overline{D \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}}))} \\ &= \overline{((\overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{C} + D) \cdot (\overline{D} + B + C))} \\ &= \overline{((\overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot B + \overline{C} \cdot C + D \cdot \overline{D} + D \cdot B + D \cdot C))} \\ &= \overline{((\overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot B + D \cdot B + D \cdot C))} \\ &= \overline{(\overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot B + \overline{B} \cdot D \cdot B + \overline{B} \cdot D \cdot C + \overline{C} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot \overline{C} \cdot B + \overline{C} \cdot D \cdot B + \overline{C} \cdot D \cdot C)} \\ &= \overline{(\overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{B} \cdot D \cdot C + \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot B + \overline{C} \cdot D \cdot B)} \\ &= \overline{(\overline{B} \cdot D \cdot C + \overline{C} \cdot B + \overline{C} \cdot B \cdot D + \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot D \cdot \overline{B})} \\ &= \overline{(\overline{B} \cdot D \cdot C + \overline{C} \cdot B + \overline{C} \cdot \overline{D})} \\ &= \overline{(\overline{B} \cdot D \cdot C) \cdot (\overline{C} \cdot B) \cdot (\overline{C} \cdot \overline{D})} \\ &= \overline{(B + \overline{D} + \overline{C}) \cdot (C + \overline{B}) \cdot (C + D)} \end{aligned} $	Pravidlo o dvojnásobnej negácii De Morganovo pravidlo De Morganovo pravidlo Pravidlo 3b Pravidlo 7b, 9a Pravidlo 3b Pravidlo 4b, 7b, 8b, 9a Pravidlo 1ab Pravidlo absorpcie (11a) De Morganovo pravidlo De Morganovo pravidlo
---	---

Počet použitých logických členov: 7 (3xNOT, 1xAND, 3xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 13 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 2 do OR, 2 do OR, 3 do OR, 3 do AND)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 13 (4xNOT, 2xAND, 7xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 30 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 4 do AND, 3 do AND)

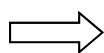
5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u>D</u> <u>C</u>			
A	B	1	1	1	1
	0	0	1	0	1
	0	0	1	0	1
	0	0	1	0	1

Y

		<u>D</u> <u>C</u>			
A	B	0	1	0	1
	0	0	0	1	1
	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	1

Z



		<u>D</u> <u>C</u>			
B		0	1	0	1
	0	0	0	1	1

Z

Zhodnotenie:

Toto zadanie slúžilo na naučenie sa, ako zanalyzovať logické obvody. Odvodili sme boolovské funkcie pre výstupy Y a Z. Pomocou získaných znalostí v oblasti boolovskej algebry sme upravili funkcie na tvary minimálnej DNF a minimálnej KNF, ktoré sme neskôr zapísali do Karnaughových máp. Pri úpravách sme najviac využili De Morganove pravidlá a pravidlo o komutatívnosti a pravidlá o adresívnosti a neutrálnosti. Ďalej sme využili aj pravidlá absorpcie a dvojitej negácie a aj rôzne iné. V ďalšej časti sme pomocou programu LOGISIM simulovali naše zapojenie a vyskúšali sme si ako sa obvod správa. Zo simulácie sme si mohli prezrieť pravdivostné tabuľky pre jednotlivé funkcie ako aj overiť správnosť našich máp. Vytvorili sme jednu schému pre každý rozdielny zápis funkcií, takže sme mali dohromady 3 rôzne schémy zapojenia. Z našich výpočtov a simulácie sme zistili, že najvýhodnejšou voľbou pre realizáciu našich funkcií by bolo zapojenie vo forme minimálnej DNF keďže tam máme relatívne málo logických členov, ktoré nie sú zložené narozdiel od pôvodnej funkcie. V porovnaní so zapojením minimálnej KNF sa nám minimálna DNF oplatí z dôvodu menšieho počtu logických členov.

