

تمرین ۲ - درس فرآیندهای تصادفی - تاریخ ارائه ۲۷ آبان ماه ۱۳۹۶ - تاریخ تحویل ۴ آذرماه ۱۳۹۶

(۱) فرض کنید که  $X$  و  $Y$  به ترتیب تعداد شیرهای به دست آمده در پرتاب‌های اول و دوم یک سکه باشد، تابع چگالی توام  $f(x, y)$  را به دست آورید.

(۲) اگر چگالی احتمال توام  $X$  و  $Y$  به صورت زیر باشد، احتمال اینکه مجموع مقادیر  $X$  و  $Y$  از  $\frac{1}{2}$  تجاوز نکند، چقدر است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{y} & 1 < x < y, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(۳) اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان یکنواخت روی فاصله  $(0, 1)$  باشند، مطلوب است محاسبه  $E(\min(X_1, X_2, \dots, X_n))$ .

(۴) تابع احتمال توام متغیرهای تصادفی گسسته  $X$  و  $Y$  به صورت زیر است،  $E(Y|X=2)$  را به دست آورید.

$$P(X = i, Y = j) = \frac{1}{e^2 j! (i - j)!} \quad \begin{matrix} i = 0, 1, 2, \dots \\ j = 0, 1, 2, \dots, i \end{matrix}$$

(۵) تعداد تصادفات در یک منطقه دارای توزیع پواسون با مقدار متوسط ۲ تصادف در هر روز است. احتمال اینکه در چهار روز یک هفته هیچ تصادفی رخ ندهد، چیست؟

(۶) قرار است یک ایستگاه آتش‌نشانی در محلی کنار جاده‌ای با طول نامحدود مستقر شود. اگر حریق از نقطه ۰ دارای توزیع نمایی با نرخ  $\lambda$  باشد، آن‌گاه ایستگاه آتش‌نشانی باید در چه محلی مستقر شود؟

(۷) تعداد اتوبوس‌هایی که وارد یک ترمینال می‌شوند، دارای توزیع پواسون با نرخ ۳۰ اتوبوس در هر روز است. تعداد افراد داخل هر اتوبوس دارای توزیع یکنواخت در مجموعه  $\{1, 2, \dots, 19\}$  است. میانگین تعداد مسافرانی که هر روز وارد ترمینال می‌شوند، چقدر است؟

۸) فرض کنید توزیع توام  $X$  و  $Y$  به صورت زیر است:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} e^{-y} & x > 0, y > x \\ 0 & \text{وگرنه} \end{cases}$$

الف) نشان دهید  $\iint f_{XY}(x, y) dx dy = 1$

ب) توابع حاشیه‌ای را به دست آورید؟

ج) آیا  $X$  و  $Y$  مستقل هستند؟ چرا؟

---

۹) تمرینات زیر از فصل ۴ کتاب

۶، ۲۶، ۳۶

---

۱۰) تمرینات زیر از فصل ۵ کتاب

۲۱، ۵۰، ۵۱، ۵۲

---

۱۱) تمرینات زیر از فصل ۶ کتاب

۵، ۱۶، ۲۵.