

تمرین ۱ - درس فرآیندهای تصادفی - تاریخ ارائه ۱۳ آبان ماه ۱۳۹۶ - تاریخ تحویل ۲۰ آبان ماه ۱۳۹۶

(۱) زمانی که سکه a پرتاب می شود، احتمال شیر آمدن آن $1/4$ است. در مقابل زمانی که سکه b پرتاب می شود، احتمال شیر آمدن آن $3/4$ است. فرض کنید یکی از این سکه ها به صورت تصادفی انتخاب و دوبار پرتاب شده است. اگر در هر دو پرتاب شیر مشاهده شود، احتمال اینکه سکه b انتخاب شده باشد، چقدر است؟

(۲) یک دنباله نامحدود از آزمایش های مستقل انجام گرفته است. احتمال موفقیت هر کدام از این آزمایش ها P و احتمال شکست آن $1-p$ است.

الف- احتمال اینکه حداقل یک پیروزی در n آزمایش رخ دهد چقدر است؟

ب- احتمال اینکه دقیقاً K پیروزی در n آزمایش رخ دهد به طوری که $0 \leq K \leq n$ باشد.

(۳) با استفاده از اصول احتمالاتی، ویژگی های احتمالاتی زیر را اثبات کنید:

الف- اگر $A \subset B$ باشد، آن گاه خواهیم داشت: $P[A] = P[B] - P[A^c \cap B]$

ب- اگر $A \subset B$ باشد، آن گاه خواهیم داشت: $P[A] \leq P[B]$ (راهنمایی: از بخش الف استفاده کنید).

(۴) رو رخداد A و B را مستقل گوئیم اگر: $P[A, B] = P[A]P[B]$. ثابت کنید اگر A و B رخداد های مستقل باشند، آن گاه رخداد های A و B^c نیز مستقل هستند.

(۵) نشان دهید که توزیع های احتمالاتی زیر معتبر هستند.

الف - توزیع دوجمله ای

ب- توزیع پواسون

ج- توزیع نمایی

د- توزیع یکنواخت

ه- توزیع $P[\{n\}] = 2^{-n}$, $N = \{1, 2, \dots\}$