# Tugas Besar 2 IF 2123 Aljabar Linear Dan Geometri

# Aplikasi Nilai Eigen dan EigenFace pada Pengenalan Wajah (Face Recognition)

Semester I Tahun 2022/2023



# **Kelompok Keos Recognition:**

Rachel Gabriela Chen 13521044

Muhammad Fadhil Amri 13521066

Akbar Maulana Ridho 13521093

# PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

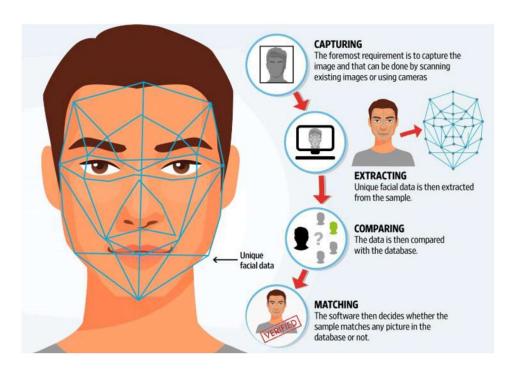
2022

# **DAFTAR ISI**

DAFTAR ISI	2
BAB I : DESKRIPSI MASALAH	3
BAB II: Teori Singkat	4
A. Perkalian Matriks	4
B. Nilai Eigen dan Vektor Eigen	5
BAB III : Impelementasi Pustaka	9
A. Lib	9
B. Main	12
BAB IV : Eksperimen	13
A. Eigenvalue dan Eigenvector	13
B. Data Test	13
BAB V : Kesimpulan, Saran dan Refleksi	24

#### **BABI: DESKRIPSI MASALAH**

Pengenalan wajah (Face Recognition) adalah teknologi biometrik yang bisa dipakai untuk mengidentifikasi wajah seseorang untuk berbagai kepentingan khususnya keamanan. Program pengenalan wajah melibatkan kumpulan citra wajah yang sudah disimpan pada database lalu berdasarkan kumpulan citra wajah tersebut, program dapat mempelajari bentuk wajah lalu mencocokkan antara kumpulan citra wajah yang sudah dipelajari dengan citra yang akan diidentifikasi. Alur proses sebuah sistem pengenalan wajah diperlihatkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Mekanisme Face Recognition

Terdapat berbagai teknik untuk memeriksa citra wajah dari kumpulan citra yang sudah diketahui seperti jarak Euclidean dan cosine similarity, principal component analysis (PCA), serta Eigenface. Pada Tugas ini, akan dibuat sebuah program pengenalan wajah menggunakan Eigenface.

#### **BAB II: Teori Singkat**

#### A. Perkalian Matriks

Perkalian matriks adalah operasi pada dua buah matriks A dan B dimana jumlah kolom A harus sama dengan jumlah baris B. Jika A adalah matriks berukuran m x n dan B adalah matriks berukuran n x p, dengan elemen-elemen sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = egin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \ dots & dots & \ddots & dots \ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = egin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \ dots & dots & \ddots & dots \ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{pmatrix}$$

Gambar 2. Matriks A Ukuran m x n dan Matriks B ukuran n x p

Hasil perkalian kedua matriks tersebut dituliskan sebagai C = AB dimana C adalah sebuah matriks berukuran m x p. Maka, matriks C:

$$\mathbf{C} = egin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1p} \ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2p} \ dots & dots & \ddots & dots \ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mp} \end{pmatrix}$$

Gambar 3. Matriks C Hasil Perkalian Matriks A x Matriks B

, dimana setiap entri pada matriks C didefinisikan sebagai:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + \dots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj},$$

Gambar 4. Entri Matriks C

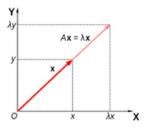
#### B. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Jika A adalah matriks  $n \times n$ , maka vektor tidak-nol  $\mathbf{x}$  di  $R^n$  disebut vektor eigen dari A jika  $A\mathbf{x}$  sama dengan perkalian suatu skalar  $\lambda$  dengan  $\mathbf{x}$ , yaitu

$$A\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$$

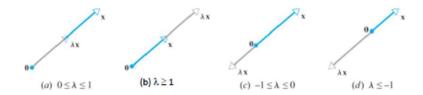
Skalar  $\lambda$  disebut nilai eigen dari A, dan  $\mathbf{x}$  dinamakan vektor eigen yang berkoresponden dengan  $\lambda$ . Nilai eigen menyatakan nilai karakteristik dari sebuah matriks yang berukuran  $n \times n$ .

Vektor eigen x menyatakan matriks kolom yang apabila dikalikan dengan sebuah *matriks n* x n menghasilkan vektor lain yang merupakan kelipatan vektor itu sendiri.



Gambar 5. Vektor Eigen

Dengan kata lain, operasi  $A\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$  menyebabkan vektor  $\mathbf{x}$  menyusut atau meanjang dengan faktor  $\lambda$  dengan arah yang sama jik  $\lambda$  positif dan arah berkebalikan jika  $\lambda$  negatif.



Gambar 6. Arah Vektor Eigen berdasarkan Nilai Eigen

Vektor eigen dan nilai eigen dari sebuah matriks A berukuran n x n dihitung dengan cara sebagai berikut:

$$A\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}$$

$$IA\mathbf{x} = \lambda I\mathbf{x}$$

$$A\mathbf{x} = \lambda I\mathbf{x}$$

$$(\lambda I - A)\mathbf{x} = 0$$

 $\mathbf{x}=0$  adalah solusi trivial dari  $(\lambda I-A)\mathbf{x}=0$ . Agar persamaan tersebut memiliki solusi tidak-nol, maka  $\det(\lambda I-A)\mathbf{x}=0$ . Persamaan  $\det(\lambda I-A)\mathbf{x}=0$  disebut persamaan karakteristik dari matriks A dan akar-akar persamaan tersebut, yaitu  $\lambda$ , dinamakan akar-akar karakteristik atau nilai-nilai eigen. Setelah nilai-nilai eigen didapatkan, nilai-nilai tersebut disubstitusikan kembali ke persamaan  $(\lambda I-A)\mathbf{x}=0$ , sehingga didapatkan vektor-vektor eigen. Berikut adalah contoh pencarian nilai eigen dan vektor eigen:

Diberikan matriks 
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda I - \mathsf{A} = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ -8 & \lambda + 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ -8 & \lambda + 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (\lambda - 3)(\lambda + 1) = 0 \rightarrow \text{persamaan karakteristik}$$

$$\Rightarrow \lambda = 3 \text{ dan } \lambda = -1$$

Jadi, nilai-nilai eigen dari matriks A adalah  $\lambda = 3$  dan  $\lambda = -1$ .

Gambar 7. Contoh Perhitungan Nilai Eigen

Untuk 
$$\lambda = 3 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow -8x_1 + 4x_2 = 0 \rightarrow 8x_1 = 4x_2 \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}x_2$$

$$\rightarrow \text{Solusi: } x_1 = \frac{1}{2}t, x_2 = t, \ t \in \mathbf{R}$$

$$\text{Vektor eigen: } \mathbf{x} \ = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}t \\ t \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{membentuk ruang eigen } (eigenspace)$$

Jadi, 
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$
 adalah basis untuk ruang eigen dengan  $\lambda = 3$ 

Ruang eigen ditulis sebagai E(3) = { 
$$\mathbf{x} = t \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}, t \in \mathbf{R}$$
 }

Gambar 8. Contoh Perhitungan Vektor Eigen

Selain itu, terdapat beberapa algoritma pencarian nilai dan vektor eigen, yaitu:

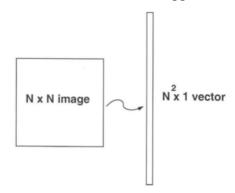
- 1. Lanczos algorithm
- 2. Power iteration
- 3. Inverse iteration
- 4. Rayleigh quotient iteration
- 5. Laguerre iteration
- 6. QR algorithm
- 7. Jacobi eigenvalue algorithm
- 8. Folded spectrum method

Dalam tugas besar ini, penulis menggunakan QR algorithm untuk perhitungan nilai eigen dan vektor eigen.

#### C. Eigenface

Eigenface adalah sebutan untuk metode pengenalan wajah yang berdasarkan pada Principle Component Analysis (PCA). Eigenface dihasilkan dari sekumpulan citra digital dari wajah manusia yang kemudian dinormalisasikan. Adapun, langkah-langkah dalam algoritma Eigenfacce, yaitu:

1. Terdapat sejumlah m foto wajah manusia dengan dimensi N x N. Foto ini dikonversi menjadi vektor  $\Gamma_i$  berukuran N x N sedemikian sehingga:



Gambar 9. Pemrosesan Foto Menjadi Vektor

$$S = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_m\}$$

2. Hitung rata-rata vektor wajah ( $\psi$ )

$$\psi = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} x_i$$

3. Normalisasi vektor wajah menjadi Φ

$$\Phi_i = \Gamma_i - \psi$$

4. Gabungan setiap vektor wajah yang telah dinormalisasi sehingga didapatkan matriks A berukuran  $N^2 \times M$ 

$$A = \{\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_m\}$$

5. Cari matriks kovarian sehingga didapatkan sebuah matriks C berukuran M x M

$$C = AA^T$$

6. Hitung nilai eigen dan vektor eigen dari matriks kovarian tersebut dan gabungkan sebagai matriks C'

$$u_i = Av_i$$

7. Pilih K vektor eigen terbaik

#### **BAB III: Impelementasi Pustaka**

Program dibuat dengan bahasa pemrograman *python*, dan memanfaatkan tkinter untuk GUI, library numpy untuk operasi matriks, dan library OpenCV untuk pemrosesan gambar. Secara garis besar, program terbagi menjadi: lib (memuat fungsi dan prosedur untuk pemrosesan), dan main.py (GUI program utama).

#### A. Lib

Lib memuat modul-modul yang digunakan untuk pemrosesan gambar. Modul-modul tersebut antara lain:

#### 1. processing.py

Fungsi/Prosedur	Keterangan	Penjelasan Algoritma
mean_image	Mendapatkan mean face $\psi$	Menggunakan library numpy
	dari vektor wajah	
normalize_image	Menormalisasi semua vektor	$\Phi_i = \Gamma_i - \psi$
	wajah	
calculate_covariance	Menghitung matriks kovarian.	$C = AA^T$
	Matriks kovarian memiliki	
	ukuran MxM dengan M	
	adalah banyaknya data.	
sort_image_by_eigen	Mengurutkan eigenvalue dari	
value	yang terbesar. Hasil	
	pengurutan juga dilakukan	
	pada eigenvector,	
	normalized_image, dan path.	
get_k_value	Menentukan nilai k, yakni	Eigenvalue terurut akan dijumlahkan
	banyaknya eigenface yang	(eigenvalue negatif tidak
	akan dipakai	dimutlakkan dan ikut dijumlahkan).
		Lalu, akan dicari nilai k, yang

		memenuhi cumulative sum k
		eigenvalue pertama yang bernilai
		95% dari total eigenvalue.
build_eigenfaces	Membuat eigenfaces dari	Membuat k eigenface dengan cara
	eigenvector dan	mengalikan eigenvector dan
	normalized_images	normalized image yang berkaitan.
calculate_weight	Menghitung weight setiap	Weight adalah hasil dari dot product
	normalized image	antara eigenface dan normalized
		image. Setiap gambarnya, akan ada k
		weight karena sebelumnya kita
		memilih untuk menggunakan k buah
		eigenface.

# 2. Matrix.py

Fungsi/Prosedur	Keterangan	Penjelasan Algoritma
Frobenious_form	Menghitung normal	Akar dari jumlah kuadrat matriks
	matriks	
Qr_factorization_hou	Algoritma dekomposisi	
seholder	QR eksplisit	
	menggunakan metode	
	householder	
Householder_vectori	Menghitung vector	
zed	householder	
Hessenberg_reductio	Mereduksi matriks	
n	kovarian menjadi matriks	
	Hessenberg dengan	
	metode householder	

Qr_algorithm	Melakukan algoritma	Matriks input dikonversi terlebih dahulu
	QR, untuk menghitung	menjadi matriks hessenberg. Setiap loop,
	eigenvalue dan	matriks tersebut dikalikan dengan
	eigenvector	dekomposisi Q transpose dari kiri dan Q
		dari kanan. Setelah puluhan loop,
		diagonal matriks akan konvergen menuju
		nilai eigenvalue.

# 3. Utils

Fungsi/Prosedur	Keterangan	Penjelasan Algoritma
Load_image	Memuat gambar dari path	Gambar dibaca dalam mode grayscale, lalu
	menjadi numpy array	ukurannya diubah menjadi 256x256.
		Setelah itu, gambar diflatten sehingga
		menghasilkan array berukuran 1x256^2.
Get_files	Membuat daftar gambar	
	dengan ekstensi jpg atau	
	png yang berada di dalam	
	suatu folder	
Batch_load	Memuat semua gambar	
	yang berada di dalam	
	folder. Menghasilkan	
	array of flatten image	

# 4. matching.py

Fungsi/Prosedur Keterangan	Penjelasan Algoritma
----------------------------	----------------------

match	Mencari closest image	Menggunakan library numpy. Melakukan	
	dari test image pada	load test image menjadi matriks lalu	
	dataset lalu	menormalisasinya. Setelah itu menentukan	
	mengembalikan path serta	eigenface dari test image. Terakhir,	
	kecocokan gambar	dilakukan pembandingan Euclidean	
	tersebut	distance dari test image dengan dataset	
		serta menentukan kecocokan terbesar.	

#### 5. camera.py

Fungsi/Prosedur	Keterangan	Penjelasan Algoritma
capture_image_from	Menangkap gambar	Menggunakan library numpy dan cv2.
_camera	melalui kamera.	Gambar diambil memanfaatkan fungsi
		video capture lalu melakukan
		preprocessing gambar yang ditangkap
		(crop gambar dan membuat gambar di
		tengah)
Process_captured_im	Memproses gambar yang	Gambar yang telah ditangkap diubah
age	telah ditangkap	menjadi grayscale dan di-resize menjadi
		berukuran 256x256

#### B. Main

File main berisi inisiasi dan implementasi GUI menggunakan TKinter. Selain itu, file ini juga mengimplementasikan modul lib dengan GUI sehingga program bisa terintegrasi dengan baik.

#### **BAB IV**: Eksperimen

#### A. Eigenvalue dan Eigenvector

Proses menghitung eigenvalue dan eigenvector matriks berukuran 2x2 atau 3x3 menggunakan tangan dengan menghitung eigenvalue dan eigenvector matriks berukuran 100x100 lebih secara komputasional memiliki kompleksitas yang jauh berbeda. Sudah banyak orang yang meneliti bagaimana algoritma terbaik untuk menyelesaikan masalah ini, sehingga opsi yang tersedia cukup banyak. Kami memilih Algoritma QR eksplisit dengan dekomposisi QR menggunakan metode Householder untuk menghitung eigenvalue dan eigenvector. Sebenarnya masih ada algoritma lain yang lebih efisien, seperti Algoritma QR implisit dan Algoritma Divide and Conquer, tetapi setelah belasan jam mencoba mencari referensi dan mencoba memahami algoritma tersebut, kami harus puas dengan performa implementasi saat ini.

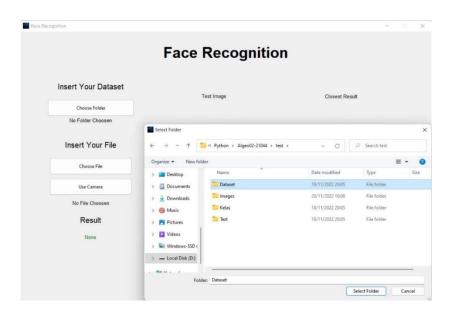
Berikut adalah performa implementasi algoritma QR dalam menghadapi ukuran matriks yang berbeda-beda. Jumlah loop yang dipakai dalam algoritma QR adalah 50. Terdapat pula performa implementasi LAPACK (library yang dipakai numpy untuk menghitung eigen) sebagai perbandingan.

Ukuran matriks	Waktu eksekusi	Waktu Eksekusi
	(Implementasi kami)	(Numpy)
100x100	0,8 detik	0,1 detik
200x200	4,8 detik	0,1 detik
500x500	55,7 detik	0,2 detik
1000x1000	9 menit 48 detik	0,8 detik

Terlihat bahwa implementasi yang kami buat masih memiliki efisiensi yang sangat kurang bila dibandingkan dengan implementasi yang digunakan oleh LAPACK. Setidaknya, implementasi ini masih cukup untuk use case dengan dataset berukuran 200 hingga 300 gambar.

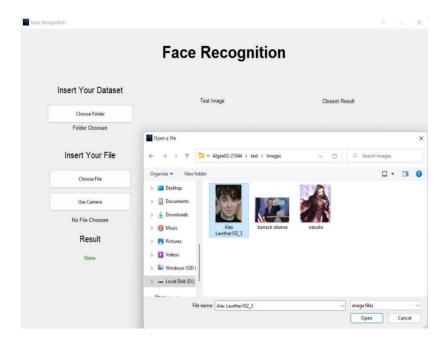
#### B. Data Test

#### 1. Memilih Folder Dataset



Gambar 10. Pemilihan Dataset

#### 2. Memilih test image dari file yang sudah ada

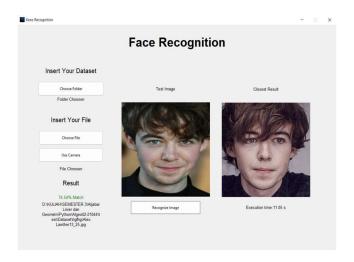


Gambar 11. Pemilihan Test Image dari File pada Local

3. Recognize image berhasil (terdapat image yang mirip pada dataset)
Untuk semua data test, digunakan sebuah dataset yang terdiri atas 117 foto wajah 1:1
dengan ukuran berbeda-beda.

Data Test 1 : Alex Lawther

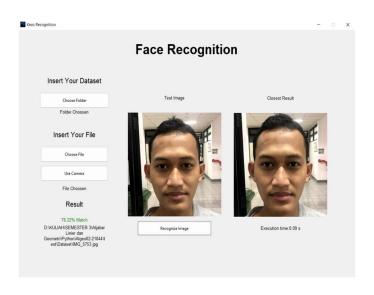
Hasil : Berhasil



Gambar 12. Hasil Face Recognition dengan Data Test Foto Alex Lawther

Data Test 2 : Mutuwally Nawwar

Hasil : Berhasil



Gambar 13. Hasil Test dengan Foto Mutuwally Nawwar

Data Test 3 : Fatih Nararya

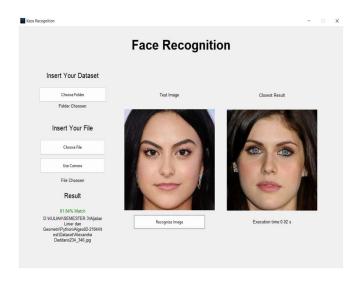
Hasil : Berhasil



Gambar 14. Hasil Test dengan Foto Fatih Nararya

Data Test 4 : Camilla Mendes

Hasil : Gagal (Wajah yang dikenali bukan wajah test image)



Gambar 15. Hasil Test dengan Foto Camilla Mendes (Gagal)

Data Test 5 : Sehun

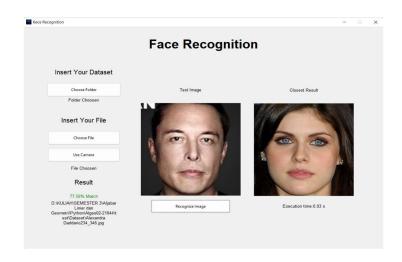
Hasil : Gagal (Wajah yang dikenali bukan wajah test image)



Gambar 16. Hasil Test dengan Foto Sehun (Gagal)

Data Test 6 : Elon Musk

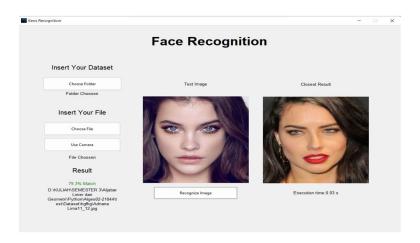
Hasil : Gagal (Wajah yang dikenali bukan wajah test image)



Gambar 17. Hasil Test dengan Foto Elon Musk (Gagal)

Data Test 7 : Barbara Palvin

Hasil : Gagal (Wajah yang dikenali bukan wajah test image)



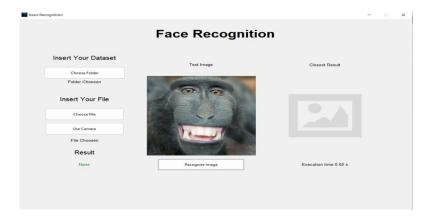
Gambar 18. Hasil Test dengan Foto Barbara Palvin (Gagal)

4. Recognize image gagal (tidak terdapat image yang mirip pada dataset)

Untuk semua data test, digunakan sebuah dataset yang terdiri atas 117 foto wajah 1:1 dengan ukuran berbeda-beda.

Data Test 8 : Monyet

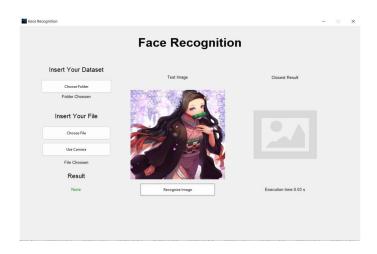
Hasil : Berhasil (Tidak dikenali karena tidak ada wajah pada data test yang mirip dengan test image)



Gambar 19. Hasil Test dengan Foto Monyet

Data Test 9 : Foto Waifu

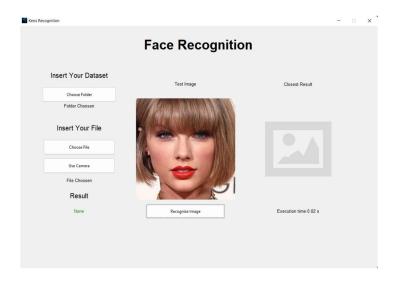
Hasil : Berhasil (Tidak dikenali karena tidak ada wajah pada data test yang mirip dengan test image)



Gambar 20. Hasil Test dengan Foto Tanpa Wajah

Data Test 10: Taylor Swidft

Hasil : Berhasil (Tidak dikenali karena tidak ada wajah pada data test yang mirip dengan test image)



Gambar 21. Hasil Test dengan Foto Taylor Swift

Data Test 11 : Barack Obama

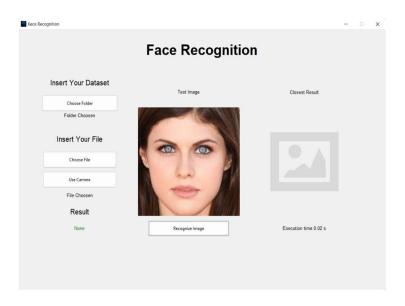
Hasil : Gagal (Test image ada pada dataset, tetapi tidak kenali)



Gambar 22. Hasil Test dengan Foto Barack Obama

Data Test 12 : Alexandra Daddario

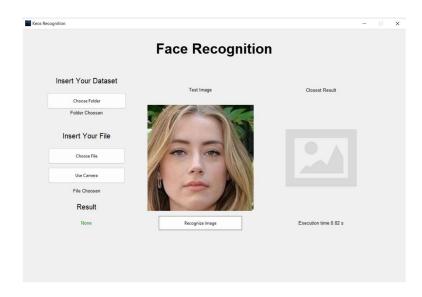
Hasil : Gagal (Test image ada pada dataset, tetapi tidak kenali)



Gambar 23. Hasil Test dengan Foto Alexandra Daddario

Data Test 13 : Amber Heard

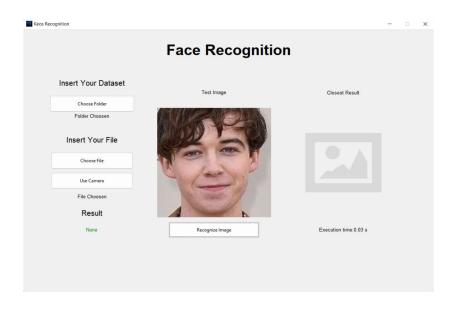
Hasil : Gagal (Test image ada pada dataset, tetapi tidak kenali)



Gambar 24. Hasil Test dengan Foto Amber Heard

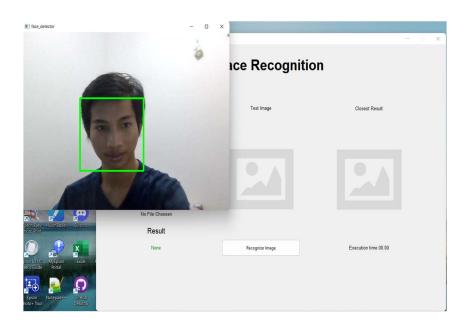
Data Test 14 : Alex Lawther

Hasil : Gagal (Test image ada pada dataset, tetapi tidak kenali)

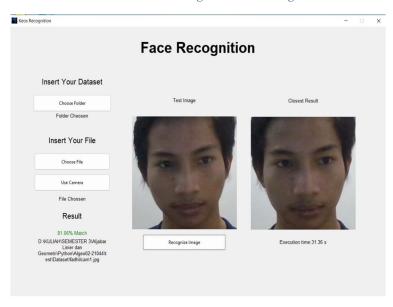


Gambar 25. Hasil Test dengan Foto Alex Lawther

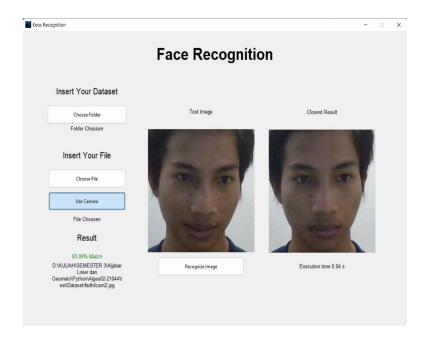
# 5. Test Image Menggunakan Kamera



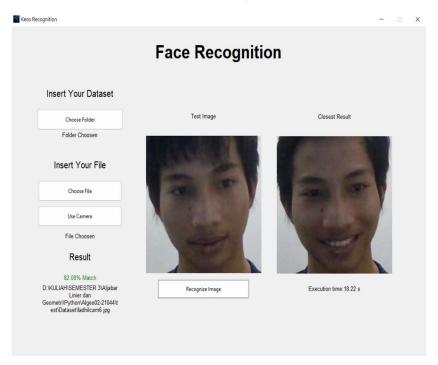
Gambar 16.Proses Pengambilan Foto dengan Kamera



Gambar 17. Hasil Test dengan Foto dari Kamera 1



Gambar 18. Hasil Test dengan Foto dari Kamera 2



Gambar 19. Hasil Test dengan Kamera 3

#### BAB V: Kesimpulan, Saran dan Refleksi

#### A. Kesimpulan

Selama proses implementasi perhitungan eigen value dan eigenvector secara komputasional, kami menyadari bahwa metode perhitungan kedua nilai tersebut sangat sulit, terlebih lagi bila ingin mengejar efisiensi algoritma agar perhitungan bisa berjalan dengan cepat. Selain itu, metode pengenalan wajah menggunakan eigenface ini memiliki banyak keterbatasan karena sangat bergantung pada kualitas dataset dan test image yang digunakan. Hasil eksperimen pada Bab 4 menunjukkan bahwa algoritma ini bekerja dengan baik pada test image yang diambil pada pose wajah, pencahayaan dan kualitas kamera yang sama dengan foto pada data test. Sedangkan, algoritma ini kerap gagal dengan pose wajah dan pencahayaan yang berbeda. Artinya, Keakuratan proses matching dipengaruhi oleh pencahayaan dan orientasi wajah pada test yang digunakan. Hemat kami, metode pengenalan wajah dengan eigenface memiliki akurasi dan *reliability* yang kurang sehingga tidak cocok digunakan sebagai standar industri untuk pengenalan wajah.

#### B. Saran

Sebagai manusia, kami menyadari bahwa hasil pengerjaan kami tidak sempurna, baik terkait optimasi performa program, estetika tampilan program, kerapihan laporan, atau pun hal lainnya. Oleh karena itu, kami sangat terbuka untuk menerima segala masukan, perbaikan, dan pengembangan lebih lanjut terhadap karya kami.

#### C. Refleksi

Kami bersyukur dapat menyelesaikan tugas besar ini dengan tepat waktu dan juga bisa mengerjakan bagian bonus. Selain itu, tugas besar ini telah menjadi sarana bagi kami untuk mengeksplorasi dunia pemrograman dan memperdalam konsep yang telah diajarkan. Terlebih lagi, proses implementasi perhitungan nilai eigen dan vektor eigen merupakan hal yang sangat menantang dan menguras pikiran.

Masih banyak hal yang ingin kami gali lebih lanjut terkait tugas besar ini, mulai dari optimasi performa algoritma untuk menghitung nilai dan vektor eigen, hingga bereksperimen mengenai sejauh mana metode pengenalan wajah menggunakan eigenface ini bisa diimplementasikan, serta apa saja batasan yang dimiliki metode ini. Kami berharap kami bisa menggali permasalahan ini lebih lanjut di masa yang akan datang.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

Anton, H., Rorres, C., & Kaul, A. 2010. Elementary Linear Algebra: Applications Version (11th ed.). Wiley.

Arbenz, Peter. "Numerical Methods for Solving Large Scale Eigenvalue Problems, chapter 4". Diakses 8 November 2022, https://people.inf.ethz.ch/arbenz/ewp/Lnotes/chapter4.pdf.

Denis, Ben. "Eigenvalues and Eigenvector". Diakses 8 November 2022, dari <a href="https://towardsdatascience.com/eigenvalues-and-eigenvectors-89483fb56d56">https://towardsdatascience.com/eigenvalues-and-eigenvectors-89483fb56d56</a>.

Flom, Peter. "Eucledian distance score and similarity". Diakses 16 November 2022, dari <a href="https://stats.stackexchange.com/questions/53068/euclidean-distance-score-and-similarity">https://stats.stackexchange.com/questions/53068/euclidean-distance-score-and-similarity</a>

Henrik. "B2AC – Ellipse fitting in Python and C". Diakses 8 November 2022, dari <a href="https://github.com/hbldh/b2ac/blob/master/b2ac/matrix/matrix\_algorithms.py">https://github.com/hbldh/b2ac/blob/master/b2ac/matrix/matrix\_algorithms.py</a>

Lambers, Jim. "Section 6.3: The QR Algorithm". Diakses 8 November 2022, dari <a href="https://www.math.usm.edu/lambers/mat610/class0329.pdf">https://www.math.usm.edu/lambers/mat610/class0329.pdf</a>

Munir, Rinaldi. 2022. "Sistem persamaan linear (Bagian 2: Metode Eliminasi Gauss Jordan)". Diakses 30 September 2022, dari

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2022-2023/algeo22-23.htm

Munir, Rinaldi. 2022. "Determinan (Bagian 1: menghitung determinan dengan reduksi baris)". Diakses 30 September 2022, dari

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2022-2023/algeo22-23.htm

Munir, Rinaldi. 2022. "Determinan (Bagian 2: menghitung determinan dengan ekspansi kofaktor)". Diakses 30 September 2022, dari

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2022-2023/algeo22-23.htm

Mikulski, Bartosz. "PCA – How to choose the number of components?". Diakses 11 November 2022, <a href="https://www.mikulskibartosz.name/pca-how-to-choose-the-number-of-components/">https://www.mikulskibartosz.name/pca-how-to-choose-the-number-of-components/</a>

Miguel, Juan. "Face Recognition Using Eigenfaces". Diakses 14 November 2022, http://laid.delanover.com/explanation-face-recognition-using-eigenfaces/.

Numpy Documentation, "numpy.linarg.norm". Diakses 8 November 2022, dari https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.linalg.norm.html

Tel on Stackoverflow. "How can you implement Householder based QR decomposition in Python?". Diakses 8 November 2022, dari <a href="https://stackoverflow.com/questions/53489237/how-can-you-implement-householder-based-qr-decomposition-in-python">https://stackoverflow.com/questions/53489237/how-can-you-implement-householder-based-qr-decomposition-in-python</a>

Weisstein, Eric W. "Gaussian Elimination." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. Diakses 30 September 2022, dari <a href="https://mathworld.wolfram.com/GaussianElimination.html">https://mathworld.wolfram.com/GaussianElimination.html</a>

Weisstein, Eric W. "Identity Matrix." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. Diakses 30 September 2022, dari <a href="https://mathworld.wolfram.com/IdentityMatrix.html">https://mathworld.wolfram.com/IdentityMatrix.html</a>

Python Tutorial. 2022. "Tkinter". Diakses 9 November 2022, dari <a href="https://www.pythontutorial.net/tkinter/">https://www.pythontutorial.net/tkinter/</a>

Real Python. 2022. "Python GUI Programming With Tkinter". Diakses 9 November 2022, dari <a href="https://realpython.com/python-gui-tkinter/">https://realpython.com/python-gui-tkinter/</a>

Geeks for Geeks. 2021. "Python Tkinter Tutorial". Diakses 9 November 2022, dari <a href="https://www.geeksforgeeks.org/python-tkinter-tutorial/">https://www.geeksforgeeks.org/python-tkinter-tutorial/</a>

#### REPOSITORY

Link repository dari Tugas Besar 2 IF 2123 Aljabar Linear Dan Geometri kelompok Keos Recognition adalah sebagai berikut.

https://github.com/Mehmed13/Algeo02-21044.git

VIDEO PRESENTASI

Pranala video presentasi Tugas Besar 2 IF-2123 Aljabar Linear dan Geometri kelompok kami adalah sebagai berikut.

https://youtu.be/yE6j27FbCWw