

DEVRELER ve SİSTEMLER

BIMU2058 – CSBM2092

Yrd. Doç. Dr. Fatih KELEŞ

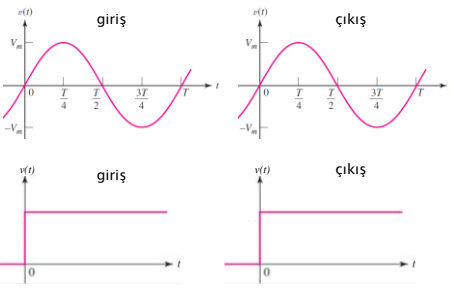
İÇERİK

RL ve RC Devreleri

- Dinamik Devrelerde Yanıt
 - Doğal Çözüm & Zorlanmış Çözüm
- Kaynaksız RL ve RC Devreleri (Doğal Çözüm)
 - Basit RL Devresi
 - Basit RC Devresi
 - Genel RL ve RC Devreleri

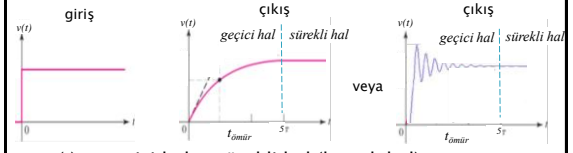
2

Direnç Devrelerinde Yanıt



3

Dinamik Devrelerde Yanıt



- $y(t)$ = geçici hal + sürekli hal (kararlı hal)
- $y(t)$ = transient + steady-state (continuous)
- $y(t)$ = homojenin çöz. + özel çözüm
- $y(t) = y_{öz} + y_z = y_{doğal} + y_{zorlanmış}$
- $y(t) = y_n + y_f = y_{natural} + y_{forced}$
- $y(t)$ = doğal çözüm + zorlanmış çözüm = tam çözüm
 $x(0^-) \neq 0, e(t) = 0 \quad x(0^-) = 0, e(t) \neq 0$
 * $x(0^-)$: ilk koşullar, $e(t)$: bağımsız kaynaklar

4

Kaynaksız RL Devresi

KVL uygulanırsa:

$$Ri + v_L = Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

Değişkenlere ayırma ve belirli integral kullanılırsa;

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt \quad \int_{I_0}^{i(t)} \frac{di'}{i'} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt'$$

$t=0$ 'da I_0 yani başlangıç koşulu $i(0)=I_0$ biliniyorsa **doğal çözüm** bulunabilir.

$$\ln i' \Big|_{I_0}^i = -\frac{R}{L} t' \Big|_0^t \quad \ln i - \ln I_0 = -\frac{R}{L}(t - 0)$$

$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

Genel durum: $i(t) = Ae^{-t/\tau}$

"İlk koşullu RL devresi"
"Doğal Çözüm"

5

Kaynaksız RL Devresi

KVL uygulanırsa:

$$Ri + v_L = Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

Değişkenlere ayırma ve belirsiz integral kullanılırsa;

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt \quad \int \frac{di}{i} = -\int \frac{R}{L} dt + K$$

$t=0$ 'da I_0 yani başlangıç koşulu $i(0)=I_0$ biliniyorsa **doğal çözüm** bulunabilir.

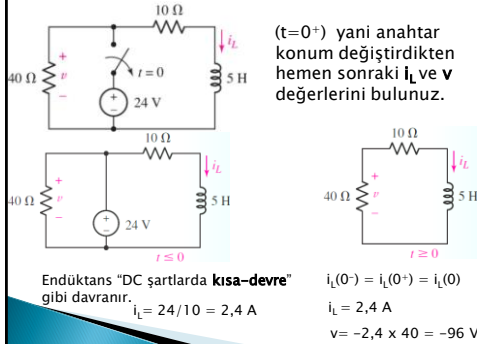
$$\ln i = -\frac{R}{L}t + K \quad \ln I_0 = K \quad \ln i = -\frac{R}{L}t + \ln I_0$$

$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

Genel durum: $i(t) = Ae^{-t/\tau}$

6

Kaynaksız RL Devresi: Örnek



Enerji Hesabı

$$p_R = i^2 R = I_0^2 R e^{-2Rt/L}$$

$$w_R = \int_0^\infty p_R dt = I_0^2 R \int_0^\infty e^{-2Rt/L} dt$$

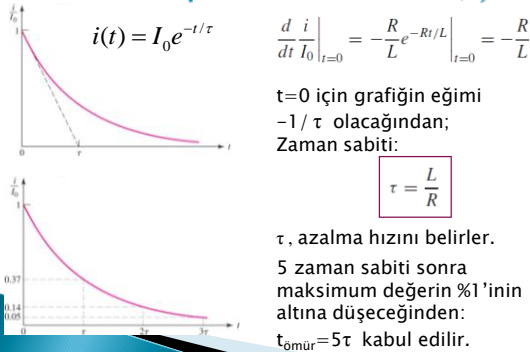
$$= I_0^2 R \left(\frac{-L}{2R} \right) e^{-2Rt/L} \Big|_0^\infty = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Endüktansta başlangıçta depolanan enerjinin tümü:

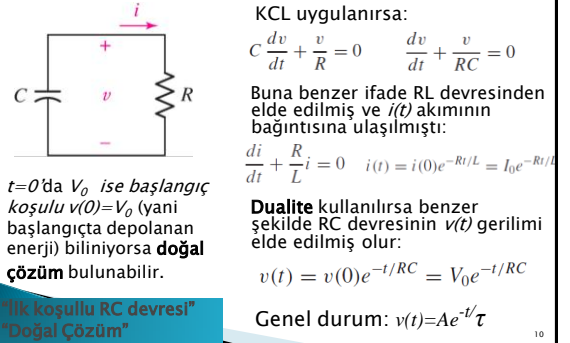
$$\frac{1}{2} L I_0^2$$

dirençte harcanmıştır.

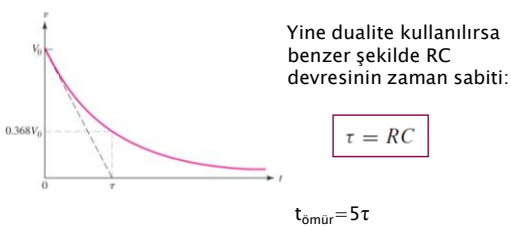
Üstel Cevap - Zaman Sabiti (τ)



Kaynaksız RC Devresi

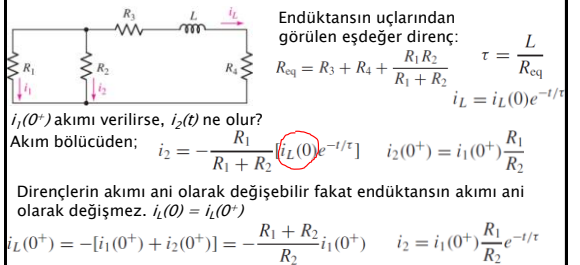


Üstel Cevap - Zaman Sabiti (τ)



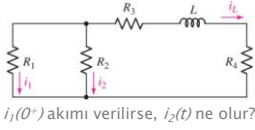
Genel RL Devreleri

Genel bakış: Enerji depolayan eleman tarafından görülen devrenin Thévenin eşdeğer direncini zaman sabitindeki R'nin yerine koyabiliriz. ($R \rightarrow R_{TH}$)



Genel RL Devreleri

Diğer bir yöntemle yani doğrudan son bağıntıyı elde etmeye çalışırsak: Bir devredeki her akım aynı zaman sabitine ve aynı fonksiyona sahiptir. $e^{-t/\tau}$



$i_1(0^+)$ akımı verilirse, $i_2(t)$ ne olur?

$$i_2 = i_2(0^+)e^{-t/\tau}$$

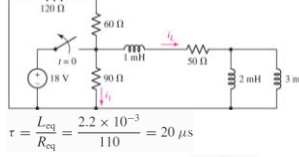
$$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$$

$$i_2(0^+) = i_1(0^+) \frac{R_1}{R_2}$$

$$i_2 = i_1(0^+) \frac{R_1}{R_2} e^{-t/\tau}$$

13

Genel RL Devreleri



$t > 0$ için i_1 ve i_L 'yi bulunuz.

Zaman sabiti $t > 0$ devresinden bulunur:

$$L_{eq} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} + 1 = 2.2 \text{ mH}$$

$$R_{eq} = \frac{90(60 + 120)}{90 + 180} + 50 = 110 \Omega$$

Doğal çözümün biçimi: $K e^{-50,000t}$

Başlangıç koşulları $t < 0$

devresinden bulunur:

$$t = 0^- \rightarrow i_L = 18/50 \text{ A}$$

$$i_L = 360 \text{ mA}$$

$$t = 0^+ \rightarrow i_L = 360 \text{ mA}$$

$$t = 0^- \rightarrow i_1 = 18/90 \text{ A} = 200 \text{ mA}$$

$$t = 0^+ \rightarrow i_1(0^+) = -i_L(0^+) \frac{120 + 60}{120 + 60 + 90} = -240 \text{ mA}$$

$$i_1 = \begin{cases} 200 \text{ mA} & t < 0 \\ -240 e^{-50,000t} \text{ mA} & t \geq 0 \end{cases}$$

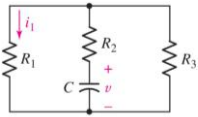
$$i_L = \begin{cases} 360 \text{ mA} & t < 0 \\ 360 e^{-50,000t} \text{ mA} & t \geq 0 \end{cases}$$

14

Genel RC Devreleri

$$\tau = R_{eq}C$$

$$\tau = R_{eq}C_{eq}$$



$$v = V_0 e^{-t/R_{eq}C}$$

$$v(0^+) = v(0^-) = V_0$$

$v(0^-) = V_0$ ise, $i_1(t)$ akımını bulunuz.

$$R_{eq} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

$$\tau = R_{eq}C$$

$$\tau = \left(R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \right) C$$

Devrenin rezistif kısmındaki her akım ve gerilim şu biçime sahiptir:

$$A e^{-t/R_{eq}C}, \quad i_1 = i_1(0^+) e^{-t/\tau}$$

Akım bölücü yardımıyla:

$$i_1(0^+) = \frac{V_0}{R_2 + R_1 R_3 / (R_1 + R_3)} \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

15

Kaynaksız RL ve RC Devreleri

- Kondansatörün gerilimi ya da endüktansın akımı, $t=0$ 'da konum değiştiren bir anahtarın, değişimden *önceki* ve *sonraki* durumlarında, değişmez aynı kalır.
- Direncin gerilimi ya da akımı, bir anahtarın konum değişikliğinden *önceki* ve *sonraki* durumlarında, farklı olabilir.
- RC veya RL devrelerindeki tüm gerilimler ve akımlar aynı *doğal cevap biçimine* sahiptir: $e^{-t/\tau}$

16