

DEVRELER ve SİSTEMLER

BIMU2058 – CSBM2092

Yrd. Doç. Dr. Fatih KELEŞ

İÇERİK

- ▶ Devre Çözüm Yöntemleri
- ▶ Düğüm Gerilimleri Yöntemi
 - Süper-Düğüm
- ▶ Çevre (Göz) Akımları Yöntemi
 - Süper-Çevre
- ▶ Hangi Yöntem?

2

Devre Çözüm Yöntemleri

Sık Kullanılan Yöntemler

- ▶ Düğüm gerilimleri yönt.
- ▶ Çevre akımları yönt.
- ▶ Süperpozisyon (doğrusallık, toplamsallık, kaynak dönüşümü)
- ▶ Thévenin ve Norton Teoremleri

3

Yöntemsel Devre Analizi

- ▶ Devreler daha karmaşık hâle geldiklerinde, KVL, KCL ve Ohm yasalarının uygulanmasında organize bir yöntem ihtiyacı duyulur (yöntemsel yaklaşım)
- ▶ Düğüm gerilimleri yönteminde, her düğüme bir gerilim atanır ve KCL uygulanır
- ▶ Çevre akımları yönteminde, her çevreye bir akım atanır ve KVL uygulanır

4

Düğüm Gerilimleri Yöntemi

- ▶ Genel ve etkili bir yöntemdir.
- ▶ n tane düğüm var ise; (n-1) tane bilinmeyen gerilim vardır, (n-1) tane denkleme ihtiyaç duyulur.

1. grup: dirençler, bağımsız akım kaynakları (bilinen)

2. grup: diğer devre elemanları

- KCL ile başlanır..
- 2. grup eleman gerilimleri düğüm gerilimleri cinsinden yazılır (ek-denklemler)

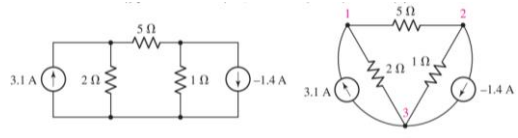
$$[G][v_d]=[i]$$

5

Düğüm Gerilimleri Yöntemi

Aşağıdaki devrede 3-tane düğüm var

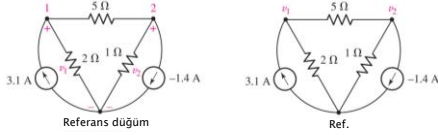
- ▶ Gerilim yönleri belirlenir
- ▶ Bir düğüm referans düğüm olarak seçilir
- ▶ Referansa göre düğüm gerilimleri atanır
- ▶ KCL uygulanır



6

Referans Düzümün Seçimi

- Devrenin alt tarafında olan düüm, veya
- En çok bağlantının olduğı düüm, veya
- Eğer varsa, toprağın bağılı olduğı düüm



- Referansa göre düüm gerilimlerinin atanması

7

Gerilimlerin bulunması için KCL uyg.

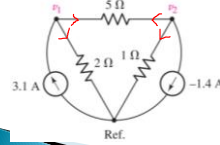
1. ve 2. düümlere KCL uyg. (Σ gir = Σ çık):

$$\frac{v_1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{5} = 3.1 \quad \frac{v_2}{1} + \frac{v_2 - v_1}{5} = -(-1.4)$$

düzenlenirse,

$$0.7v_1 - 0.2v_2 = 3.1$$

$$-0.2v_1 + 1.2v_2 = 1.4$$



İki bilinmeyen için iki denklem elde edildiğine göre v_1 ve v_2 gerilimleri bulunabilir:

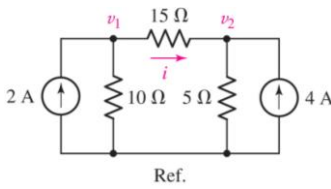
$$v_1 = 5 \text{ V ve } v_2 = 2 \text{ V}$$

Tüm elemanların akımları, gerilimleri ve güçleri bulunabilir.
 $v_{5\Omega} = v_1 - v_2 = 3 \text{ V}$

8

Örnek

i akımını bulunuz.



Cevap: $i = 0$ ($v_1 = v_2 = 20 \text{ V}$ iken)

$$2 = \frac{v_1}{10} + \frac{v_1 - v_2}{15}$$

$$4 = \frac{v_2}{5} + \frac{v_2 - v_1}{15}$$

$$5v_1 - 2v_2 = 60$$

$$-v_1 + 4v_2 = 60$$

$$v_1 = 20 \text{ V}$$

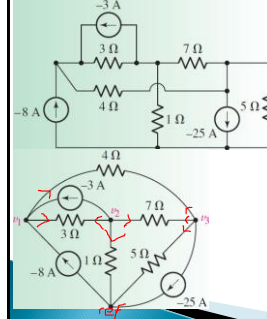
$$v_2 = 20 \text{ V}$$

$$v_1 - v_2 = 0$$

9

Düzüm Gerilimleri Analizi

Düzüm sayısını bir artırırsak; sırasıyla KCL uyg.:



$$-8 - 3 = \frac{v_1 - v_2}{3} + \frac{v_1 - v_3}{4}$$

$$0.5833v_1 - 0.3333v_2 - 0.25v_3 = -11$$

$$-(-3) = \frac{v_2 - v_1}{3} + \frac{v_2}{1} + \frac{v_2 - v_3}{7}$$

$$-0.3333v_1 + 1.4762v_2 - 0.1429v_3 = 3$$

$$-(-25) = \frac{v_3}{5} + \frac{v_3 - v_2}{7} + \frac{v_3 - v_1}{4}$$

$$-0.25v_1 - 0.1429v_2 + 0.5929v_3 = 25$$

10

Düzüm Gerilimleri Analizi

Denklemler eleme yöntemiyle çözülebileceği gibi Cramer kuralı kullanılarak da çözülebilir:

$$v_1 = \frac{\begin{vmatrix} -11 & -0.3333 & -0.2500 \\ 3 & 1.4762 & -0.1429 \\ 25 & -0.1429 & 0.5929 \end{vmatrix}}{0.3167} = \frac{1.714}{0.3167} = 5.412 \text{ V}$$

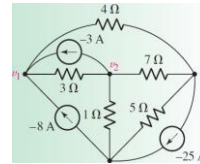
$$v_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0.5833 & -11 & -0.2500 \\ -0.3333 & 3 & -0.1429 \\ -0.2500 & 25 & 0.5929 \end{vmatrix}}{0.3167} = \frac{2.450}{0.3167} = 7.736 \text{ V}$$

$$v_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -11 \\ -0.3333 & 1.4762 & 3 \\ -0.2500 & -0.1429 & 25 \end{vmatrix}}{0.3167} = \frac{14.67}{0.3167} = 46.32 \text{ V}$$

11

Düzüm Gerilimleri Analizi

Devre sadece 1. grup elemanlardan oluşuyorsa, iletkenlik matrisi:



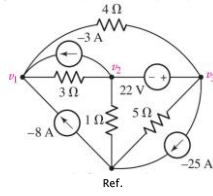
$$[G] = \begin{bmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -0.25 \\ -0.3333 & 1.4762 & -0.1429 \\ -0.25 & -0.1429 & 0.5929 \end{bmatrix}$$

$$[G][v_o] = [i]$$

$$\begin{bmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -0.25 \\ -0.3333 & 1.4762 & -0.1429 \\ -0.25 & -0.1429 & 0.5929 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

12

Düğüm Gerilimleri Analizi



1. düğüm için KCL:

$$-8 - 3 = \frac{v_1 - v_2}{3} + \frac{v_1 - v_3}{4}$$

2. düğüm için KCL:

???

3. düğüm için KCL:

???

13

Gerilim Kaynakları ve Süper-Düğüm

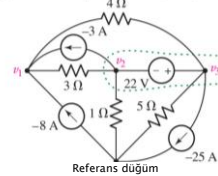
Düğümler arasında bağlanmış bir gerilim kaynağının üzerinden geçen akım nedir? Şu an için akımını bilmiyoruz!



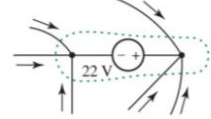
Süper-düğüm = düğüm-genişlemesi

(2 tane düğüm ve 1 tane gerilim kaynağı kombinasyonu)

$\sum i_{d2} = 0$, $\sum i_{d3} = 0$ ise $\sum i_{d2} + \sum i_{d3} = 0$ olur.

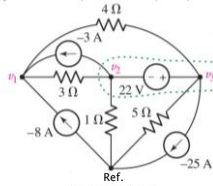


Süperdüğüme KCL uygulayarak akım değişkenini ortadan kaldırabiliriz.



14

Süperdüğüm



- 1. düğüme KCL uygulanır,
- Süperdüğüme KCL uygulanır,
- Süperdüğüm içindeki gerilim kaynağı için ek-denklemler yazılır.

$$\frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_1 - v_2}{3} = -3 - 8$$

$$\frac{v_2}{1} + \frac{v_2 - v_1}{3} + \frac{v_3}{5} + \frac{v_3 - v_1}{4} = -(-25) - (-3)$$

$$v_3 - v_2 = 22$$

$$v_1 = 1,071$$

•Bağımsız gerilim kay., KCL uygulanan düğüm sayısını 1 azalttı, fakat +1 tane ek-denklemler yazıyoruz.

•Eğer süperdüğüm ref. düğümünü içeriyorsa, hem süperdüğüme KCL uygulanmaz hem de ek-denklemler yazmaya gerek yoktur.

15

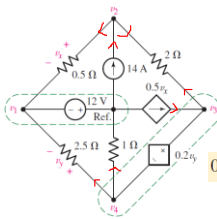
Düğüm Gerilimleri Analizinin Uygulanmasının Özeti

- ▶ Düğüm sayısı belirlenir (N), referans düğüm seçilir ve N-düğüm için N-1 tane düğüm gerilimi belirlenir, yazılır.
- ▶ Eğer devre sadece akım kaynakları ve dirençlerden oluşuyorsa ref. olmayan düğümlere KCL uygulanır.
- ▶ Eğer devre gerilim kaynakları da içeriyorsa, süperdüğüm belirlenir; her bir gerilim kaynağı için düğüm denklemleri sayısı 1 azalırken +1 ek-denklemler yazılır. Fakat ref. düğümünü içeriyorsa, hem süperdüğüme KCL uygulanmaz hem de ek-denklemler yazmaya gerek yoktur.

16

Düğüm Gerilimleri Analizi

Devre 4-farklı tipte kaynağı içeriyor ve 5 düğüme sahip



$$v_1 = -12 \text{ V}$$

$$\frac{v_2 - v_1}{0.5} + \frac{v_2 - v_3}{2} = 14$$

$$0.5v_x = \frac{v_3 - v_2}{2} + \frac{v_4}{1} + \frac{v_4 - v_1}{2.5}$$

$$v_3 - v_4 = 0.2v_y$$

$$0.2v_y = 0.2(v_4 - v_1) \quad 0.5v_x = 0.5(v_2 - v_1)$$

$$-2v_1 + 2.5v_2 - 0.5v_3 = 14$$

$$0.1v_1 - v_2 + 0.5v_3 + 1.4v_4 = 0$$

$$v_1 = -12$$

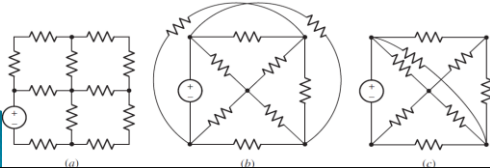
$$0.2v_1 + v_3 - 1.2v_4 = 0$$

$$v_1 = -12 \text{ V}, v_2 = -4 \text{ V}, v_3 = 0 \text{ V}, v_4 = -2 \text{ V}$$

17

Çevre (Göz) Akımları Yöntemi

- ▶ Topolojik elemanları birbirini kesmeyecek şekilde çizilen grafa düzlemsel graf denir.
- ▶ Bir devre elemanları birbirini düzlemde kesmeyecek şekilde çizilebiliyorsa, o devre düzlemseldir. (örneğin 3-boyutlu olmayacak)
- ▶ Çevre (Göz) akımları yöntemi düzlemsel devrelere uygulanabilir.



18

Çevre (Göz) Akımları Yöntemi

- Düzlemsel devrelere uygulanan bir yöntemdir.
- m tane çevre(göz) var ise; m tane bilinmeyen akım vardır, m tane denkleme ihtiyaç duyulur.

1. grup: dirençler, bağımsız gerilim kaynakları (bilinen)

2. grup: diğer devre elemanları

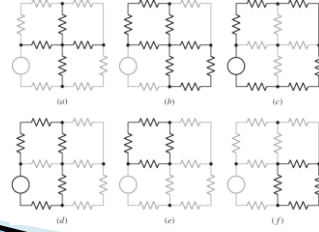
- KVL ile başlanır..
- 2. grup eleman akımları çevre akımları cinsinden yazılır (ek-denklemler)

$$[R][i_{\phi}] = [V]$$

19

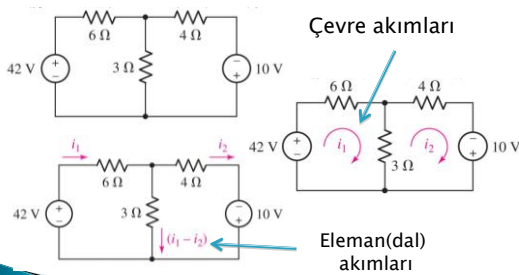
Çevre (Göz) Akımları Yöntemi

- Göz(mesh): İçinde herhangi bir çevre içermeyen çevredir. (Herhangi bir elemanla bölünmemiş çevre)



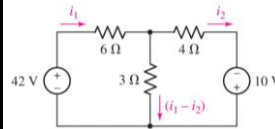
20

Çevre (Göz) Akımları Yöntemi



21

Çevre (Göz) Akımları Yöntemi



$$-42 + 6i_1 + 3(i_1 - i_2) = 0$$

$$9i_1 - 3i_2 = 42$$

$$-3(i_1 - i_2) + 4i_2 - 10 = 0$$

$$-3i_1 + 7i_2 = 10$$

$$i_1 = 6 \text{ A} \quad i_2 = 4 \text{ A}$$

$$(i_1 - i_2) = 2 \text{ A}$$

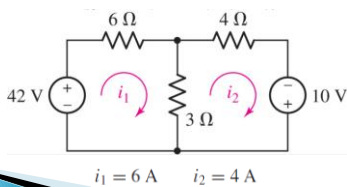
22

Çevre (Göz) Akımları Yöntemi Herbir çevreye (göze) KVL uyg.

1. çevreye KVL uygulanırsa ($\sum \text{gerilim düşümü} = 0$):

$$-42 + 6i_1 + 3(i_1 - i_2) = 0$$

$$3(i_2 - i_1) + 4i_2 - 10 = 0$$

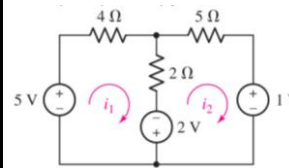


$$i_1 = 6 \text{ A} \quad i_2 = 4 \text{ A}$$

23

Örnek

2V'luk kaynak tarafından sağlanan gücü bulunuz.



KVL uygulanırsa:

$$-5 + 4i_1 + 2(i_1 - i_2) - 2 = 0$$

$$+2 + 2(i_2 - i_1) + 5i_2 + 1 = 0$$

$$i_1 = 1.132 \text{ A}, \quad i_2 = -0.1053 \text{ A}$$

Cevap: $2 \times (i_2 - i_1)$ ise 2.474 W güç sağlar.

24

Örnek: 3-çevre

$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 6 + 2(i_1 - i_3) = 0$$

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

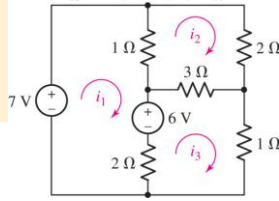
$$2(i_3 - i_1) - 6 + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0$$

$$3i_1 - i_2 - 2i_3 = 1$$

$$-i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0$$

$$-2i_1 - 3i_2 + 6i_3 = 6$$

$$i_1 = 3 \text{ A}, i_2 = 2 \text{ A} \text{ ve } i_3 = 3 \text{ A}.$$



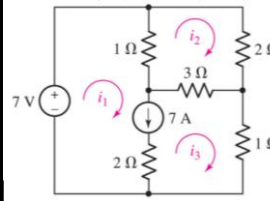
25

Akım Kaynakları ve Süper-çevre

İki çevre arasındaki bir akım kaynağının üzerinde düşen gerilim nedir?

Süper-çevre = çevre-genişlemesi

Süperçevreye KVL uygulayarak gerilim değişkenini ortadan kaldırabiliriz.



26

Süperçevre

2. çevreye KVL uyg.:

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

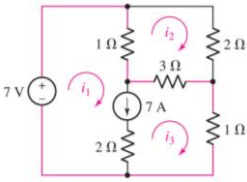
Süperçevreye KVL uyg.:

$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0$$

Akım kaynağı ile:

$$7 = i_1 - i_3$$

$$i_1 = 9 \text{ A}, i_2 = 2,5 \text{ A} \text{ ve } i_3 = 2 \text{ A}$$



27

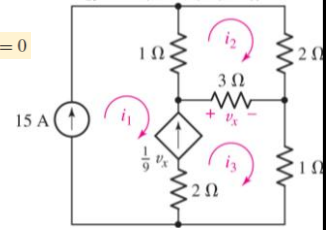
Bağımlı Kaynaklı Örnek

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

$$\frac{v_x}{9} = i_3 - i_1 = \frac{3(i_3 - i_2)}{9}$$

$$-i_1 + \frac{1}{3}i_2 + \frac{2}{3}i_3 = 0$$

$$i_1 = 15 \text{ A}, i_2 = 11 \text{ A}, \text{ ve } i_3 = 17 \text{ A}$$



28

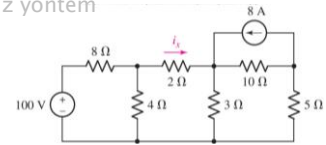
Çevre Akımları Analizinin Uygulanmasının Özeti

- Çevre sayısı belirlenir (M), M-çevre için M tane çevre akımı saat yönünde belirlenir, yazılır.
- Eğer devre sadece gerilim kaynakları ve dirençlerden oluşuyorsa çevrelere KVL uygulanır.
- Eğer devre akım kaynakları da içeriyorsa, süperçevre belirlenir; her bir akım kaynağı için çevre denklemleri sayısı 1 azalırken +1 ek-denklemler yazılır. Fakat akım kaynakları devrenin dış kısmında yer alıyorsa, yine denklemler sayısı 1 azalırken ek-denklemler yazmaya da gerek yoktur. Çünkü o çevrenin akımı kaynak akımına eşit olur.

29

Düğüm gerilimi – Çevre akımı Hangisi?

- Düğüm ve çevre sayısına bakılır
- Süperdüğüm ya da süperçevre sayıları
- Referans içerip içermemesi ve devrenin iç ya da dış kısmında olup olmaması
- En iyi bildiğiniz yöntem



30