

رقبہ اور حجم

(Areas and Volumes)

مشق 9.1

1- قائمہ الزاویہ مثلث کا تیسرا ضلع معلوم کریں جبکہ a, b اس کے دو اضلاع اور c وتر ہو۔

(i) $a = 3, b = 4, c = ?$

(ii) $a = 5, c = 13, b = ?$

(iii) $b = 5, c = 61, a = ?$

(i) $a = 3, b = 4, c = ?$

حل: ایک قائمہ الزاویہ مثلث میں

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (3)^2 + (4)^2$$

$$= 9 + 16$$

$$c^2 = 25$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$

جذر لینے سے
پس،

(ii) $a = 5, c = 13, b = ?$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\Rightarrow b^2 = (13)^2 - (5)^2$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$= 169 - 25$$

$$b^2 = 144$$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{144}$$

جذر لینے سے

$$\therefore b = 12$$

پس،

(iii) $b = 5, c = 61, a = ?$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\Rightarrow a^2 = c^2 - b^2$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$a^2 = (61)^2 - (5)^2$$

$$= 3721 - 25$$

$$a^2 = 3696$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{3696}$$

جذر لینے سے

$$a = 4\sqrt{231}$$

پس،

2- اگر قائمہ الزاویہ مثلث کے دو اضلاع $2ab$ اور $a^2 - b^2$ ہوں تو ثابت کیجیے کہ وتر کی لمبائی $a^2 + b^2$ ہے۔
 حل: چونکہ قائمہ الزاویہ مثلث میں مسئلہ فیثاغورث کی رو سے قیمتیں درج کرنے سے

$$\begin{aligned} (\text{وتر})^2 &= (a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 \\ &= a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + 4a^2b^2 \\ &= a^4 - 2a^2b^2 + 4a^2b^2 + b^4 \\ &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \\ (\text{وتر})^2 &= (a^2 + b^2)^2 \end{aligned}$$

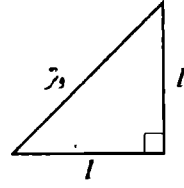
دونوں اطراف کا جذر لینے سے

$$\text{وتر} = a^2 + b^2$$

3- اس متساوی الساقین قائمہ الزاویہ مثلث کا وتر معلوم کریں جس کے ہر ضلع کی لمبائی 'l' ہو۔
 حل: مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\begin{aligned} (\text{وتر})^2 &= (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2 \\ (\text{وتر})^2 &= (\ell)^2 + (\ell)^2 \\ &= \ell^2 + \ell^2 \\ (\text{وتر})^2 &= 2\ell^2 \end{aligned}$$

جذر لینے سے
پس

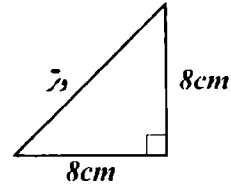


$$\text{وتر} = \sqrt{2} \ell$$

4- اس متساوی الساقین قائمہ الزاویہ کے وتر کی لمبائی معلوم کریں جس کے ہر ضلع کی لمبائی 8 سینٹی میٹر ہو۔
 حل: مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\begin{aligned} (\text{وتر})^2 &= (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2 \\ (\text{وتر})^2 &= (8)^2 + (8)^2 \\ &= 64 + 64 \\ (\text{وتر})^2 &= 128 \end{aligned}$$

جذر لینے سے
پس



$$\text{وتر} = 8\sqrt{2}$$

5- اگر درج ذیل دیے گئے نمبر مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں ہوں تو ان میں سے کون سی قائمہ الزاویہ مثلث ہے؟
 (i) 3,4,5 (ii) 9,17,25 (iii) 11,61,60

حل:

(i) 3,4,5

$$\begin{aligned} (5)^2 &= (3)^2 + (4)^2 \\ 25 &= 9 + 16 \\ 25 &= 25 \end{aligned}$$

چونکہ

پس 3,4,5 قائمہ الزاویہ مثلث کے اضلاع ہیں۔

(ii) 9,17,25

اس مثلث میں کسی بھی دو اضلاع کے مربعوں کا مجموعہ تیسرے ضلع کے مربع کے برابر نہیں ہے۔ لہذا 9,17,25 قائمہ الزاویہ مثلث کی لمبائیاں نہیں ہیں۔

(iii) 11,61,60

اس مثلث میں کسی بھی دو اضلاع کے مربعوں کا مجموعہ تیسرے ضلع کے مربع کے برابر نہیں ہے۔ لہذا دی گئیں لمبائیاں قائمہ الزاویہ مثلث کی نہیں ہیں۔

6- مثلث ABC میں C قائمہ زاویہ ہے۔ اگر سینٹی میٹر $m\overline{AC} = 9$ اور سینٹی میٹر $m\overline{BC} = 12$ ہو تو AB کی مقدار معلوم کریں، مسئلہ فیثاغورث استعمال کرتے ہوئے۔

حل: قائمہ الزاویہ مثلث ABC میں (مسئلہ فیثاغورث کی رو سے)

$$m\overline{AB}^2 = m\overline{BC}^2 + m\overline{AC}^2$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$m\overline{AB}^2 = (12)^2 + (9)^2$$

$$= 144 + 81$$

$$m\overline{AB}^2 = 225$$

$$m\overline{AB} = 15 \text{ سینٹی میٹر}$$

7- قائمہ الزاویہ مثلث کا وتر 25 سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کے ایک ضلع کی لمبائی 24 سینٹی میٹر ہو تو دوسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

حل: چونکہ قائمہ الزاویہ مثلث میں

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے قیمتیں درج کرنے سے

$$(وتر)^2 = (ایک ضلع)^2 + (دوسرا ضلع)^2$$

$$(وتر)^2 = (دوسرا ضلع)^2 + (24)^2$$

$$\Rightarrow (دوسرا ضلع)^2 = (25)^2 - (24)^2$$

$$= 625 - 576$$

$$= 49$$

$$دوسرا ضلع = 7$$

جذر لینے سے

پس دوسرے ضلع کی لمبائی 7 سینٹی میٹر ہے۔ قیمتیں درج کرنے سے

$$(وتر)^2 = (دوسرا ضلع)^2 + (24)^2$$

$$\Rightarrow (دوسرا ضلع)^2 = (25)^2 - (24)^2$$

$$= 625 - 576$$

$$= 49$$

$$دوسرا ضلع = 7$$

جذر لینے سے

پس دوسرے ضلع کی لمبائی 7 سینٹی میٹر ہے۔

8- 17 میٹر سڑھی کو مکان کی دیوار سے لگایا جائے تو یہ دیوار پر موجود 15 میٹر اونچائی پر کھڑکی تک پہنچتی ہے۔ اس کا پایہ دیوار سے کتنا دور ہے؟

حل:

$$کھڑکی کی بلندی = \overline{AC}$$

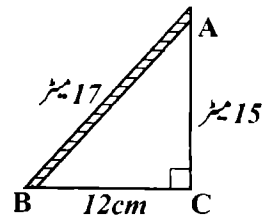
$$سڑھی کی لمبائی = \overline{AB}$$

$$سڑھی کی دیوار کی دوری = \overline{BC}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 \quad \text{مسئلہ فیثاغورث کی رو سے}$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$$

\Rightarrow



$$= (17)^2 - (15)^2$$

$$= 289 - 225$$

$$\overline{BC}^2 = 64$$

جذر لینے سے

$$\overline{BC} = 8 \text{ میٹر}$$

9- پس سیزھی دیوار سے 8 میٹر کی دوری پر ہے۔
ایک قائمہ الزاویہ مثلث کے دو اضلاع برابر ہیں۔ اگر اس کے وتر کے مربع کی مقدار 50 ہو تو ہر ایک ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
حل: دی گئی مثلث میں $\overline{BC} = \overline{AC}$

$$(\overline{AB})^2 = 50$$

اور

چونکہ (مسئلہ فیثاغورث کی رو سے)

$$(\overline{AB})^2 = (\overline{BC})^2 + (\overline{AC})^2$$

$$(\overline{AB})^2 = (\overline{BC})^2 + (\overline{BC})^2$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$(\overline{AB})^2 = 2(\overline{BC})^2$$

قیمتیں درج کرنے سے

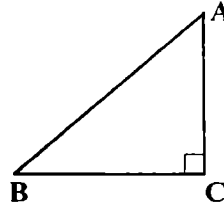
$$50 = 2(\overline{BC})^2$$

$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = \frac{50}{2}$$

$$\overline{BC}^2 = 25$$

$$\overline{BC} = 5$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{AC} = 5$$



جذر لینے سے

پس قائمہ الزاویہ مثلث کے دو اضلاع کی لمبائیاں 5,5 ہیں۔

10- ایک مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں 36 سینٹی میٹر، 15 سینٹی میٹر اور 39 سینٹی میٹر ہیں۔ ثابت کیجیے کہ یہ ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔
حل: مثلث کے تینوں اضلاع کی لمبائیاں 36 سینٹی میٹر، 15 سینٹی میٹر اور 39 سینٹی میٹر دی گئی ہیں۔ مثلث ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہوگی اگر یہ مسئلہ فیثاغورث کی شرط پر پوری اترے۔

$$(39)^2 = (36)^2 + (15)^2$$

$$1521 = 1296 + 225$$

$$1521 = 1521$$

پس

چونکہ اس مثلث کے دو اضلاع 15 سینٹی میٹر اور 36 سینٹی میٹر کے مربعوں کا مجموعہ تیسرے ضلع 39 سینٹی میٹر کے مربع کے برابر ہے۔

لہذا یہ قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔