

## مشق 1.2

درج ذیل سوالات فارمولوں کی مدد سے حل کریں۔

1.  $(x+2y)^2 + (x-2y)^2$

حل: چونکہ  
لہذا

$$\begin{aligned}(a+b)^2 + (a-b)^2 &= 2(a^2 + b^2) \\ (x+2y)^2 + (x-2y)^2 &= 2(x^2 + (2y)^2) \\ &= 2(x^2 + 4y^2) \\ &= 2x^2 + 8y^2\end{aligned}$$

2.  $(5x+3y)^2 + (5x-3y)^2$

حل: چونکہ  
لہذا

$$\begin{aligned}(a+b)^2 + (a-b)^2 &= 2(a^2 + b^2) \\ (5x+3y)^2 + (5x-3y)^2 &= 2[(5x)^2 + (3y)^2] \\ &= 2(25x^2 + 9y^2) \\ &= 50x^2 + 18y^2\end{aligned}$$

3.  $(3l+2m)^2 - (3l-2m)^2$

حل: چونکہ  
لہذا

$$\begin{aligned}(a+b)^2 - (a-b)^2 &= 4ab \\ (3l+2m)^2 - (3l-2m)^2 &= 4(3l)(2m) \\ &= 24lm\end{aligned}$$

4.  $(l+m)(l-m)(l^2+m^2)(l^4+m^4)$

حل:

$$\begin{aligned}(l+m)(l-m)(l^2+m^2)(l^4+m^4) \\ &= [(l+m)(l-m)](l^2+m^2)(l^4+m^4) \\ &= (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ &= (l^2 - m^2)(l^2 + m^2)(l^4 + m^4) \\ &= [(l^2)^2 - (m^2)^2](l^4 + m^4)\end{aligned}$$

چونکہ  
لہذا

اسی طرح

$$\begin{aligned}
&= (l^4 - m^4) (l^4 + m^4) \\
&= (l^4)^2 - (m^4)^2 \\
&= l^8 - m^8
\end{aligned}$$

$$(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$y = \frac{1}{ab} \text{ اور } x = ab$$

$$\begin{aligned}
\left(ab - \frac{1}{ab}\right)^3 &= (ab)^3 - \left(\frac{1}{ab}\right)^3 - 3 \times ab \times \frac{1}{ab} \left(ab - \frac{1}{ab}\right) \\
&= a^3b^3 - \frac{1}{a^3b^3} - 3\left(ab - \frac{1}{ab}\right) \\
&= a^3b^3 - \frac{1}{a^3b^3} - 3ab + \frac{3}{ab}
\end{aligned}$$

$$(2x + 3y + 2)^2$$

$$= (2x + 2 + 3y)^2$$

$$= [2(x + 1) + 3y]^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$b = 3y \text{ اور } a = 2(x + 1)$$

$$[2(x + 1) + 3y]^2 = [2(x + 1)]^2 + 2 \times 2(x + 1) \times 3y + (3y)^2$$

$$= 4(x + 1)^2 + 12y(x + 1) + 9y^2$$

$$= 4(x^2 + 2x + 1) + 12xy + 12y + 9y^2$$

$$= 4x^2 + 8x + 4 + 12xy + 12y + 9y^2$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 4 + 12xy + 12y + 8x$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$b = q \text{ اور } a = 2p$$

$$(2p + q)^3 = (2p)^3 + q^3 + 3(2p)(q)(2p + q)$$

$$= 8p^3 + q^3 + 6pq(2p + q)$$

$$= 8p^3 + q^3 + 12p^2q + 6pq^2$$

$$= 8p^3 + 12p^2q + 6pq^2 + q^3$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$b = r \text{ اور } a = 3p + q$$

$$[(3p + q) + r]^2 = (3p + q)^2 + r^2 + 2r(3p + q)$$

$$= 9p^2 + q^2 + 6pq + r^2 + 6rp + 2qr$$

$$\left(ab - \frac{1}{ab}\right)^3 \quad -5$$

حل: چونکہ

فرض کیا

لہذا،

$$(2x + 3y + 2)^2 \quad -6$$

حل:

چونکہ  
فرض کیا

لہذا

$$(2p + q)^3 \quad -7$$

حل:

چونکہ

فرض کیا

لہذا

$$(3p + q + r)^2 \quad -8$$

حل:

چونکہ

فرض کیا

$$= 9p^2 + q^2 + r^2 + 6pq + 2qr + 6pr$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$b = 3y \text{ اور } a = 2x$$

$$\begin{aligned}(2x+3y)^3 &= (2x)^3 + (3y)^3 + 3(2x)(3y)(2x+3y) \\ &= 8x^3 + 27y^3 + 18xy(2x+3y) \\ &= 8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2\end{aligned}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$b = 1 \text{ اور } a = x + y$$

$$\begin{aligned}(x+y)^3 - 1^3 &= [(x+y) - 1][(x+y)^2 + (x+y)1 + (1)^2] \\ &= (x+y-1)(x^2 + y^2 + 2xy + x + y + 1)\end{aligned}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$b = 4 \text{ اور } a = x - y$$

$$\begin{aligned}(x-y)^3 + 4^3 &= [(x-y) + 4][(x-y)^2 - 4(x-y) + 4^2] \\ &= (x-y+4)(x^2 + y^2 - 2xy - 4x + 4y + 16)\end{aligned}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$b = 3y \text{ اور } a = 2x$$

$$\begin{aligned}8x^3 + 27y^3 &= (2x)^3 + (3y)^3 \\ &= (2x+3y)[(2x)^2 - (2x)(3y) + (3y)^2] \\ &= (2x+3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^6 - 729y^6 &= (x)^6 - (3y)^6 \\ &= [(x)^3]^2 - [(3y)^3]^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (x^3 - (3y)^3)(x^3 + (3y)^3)\end{aligned}$$

$$x^3 - (3y)^3 = (x-3y)(x^2 + 3xy + 9y^2) \therefore a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x^3 + (3y)^3 = (x+3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$$

$$\begin{aligned}x^6 - 729y^6 &= (x-3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)(x+3y)(x^2 - 3xy + 9y^2) \\ &= (x+3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)(x-3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)\end{aligned}$$

$$(2x+3y)^3 - 9$$

حل: چونکہ فرض کیا

$$(x+y)^3 - 1$$

حل: چونکہ فرض کیا

$$(x-y)^3 + 64$$

حل: چونکہ فرض کیا

$$8x^3 + 27y^3$$

حل: چونکہ فرض کیا

$$x^6 - 729y^6$$

حل: چونکہ

اس لیے

$$64a^6 - b^6 \quad -14$$

حل:

$$\begin{aligned} 64a^6 - b^6 &= (8a^3)^2 - (b^3)^2 \\ \therefore a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\ &= (8a^3 - b^3)(8a^3 + b^3) \\ &= [(2a)^3 - b^3][(2a)^3 + b^3] \quad \therefore a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) \\ &= (2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)(2a + b)(4a^2 - 2ab + b^2) \\ &= (2a - b)(2a + b)(4a^2 + 2ab + b^2)(4a^2 - 2ab + b^2) \end{aligned}$$

$$a^3 - b^3 \quad -15$$

حل: چونکہ  $a^3 - b^3$  کی قیمت معلوم کیجئے جبکہ  $a - b = 4$  اور  $ab = -5$

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + ab) \dots\dots\dots (i) \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (4)^2 + 2(-5) \\ a^2 + b^2 &= 16 - 10 \\ &= 6 \end{aligned}$$

اب مساوات میں  $a^2 + b^2 = 6$  اور  $ab = -5$ ،  $a - b = 4$  سے

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + b^2 + ab) \\ a^3 - b^3 &= (4)(6 + (-5)) \\ &= 4(6 - 5) \\ &= 4(1) \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\left(z + \frac{1}{z}\right)^2 - \left(z - \frac{1}{z}\right)^2 = 4 \quad -16$$

ثابت کیجئے۔

حل: L.H.S کو حل کرنے سے

$$\begin{aligned} \text{L.H.S} &= \left(z + \frac{1}{z}\right)^2 - \left(z - \frac{1}{z}\right)^2 \\ &= \left(z^2 + \frac{1}{z^2} + 2\right) - \left(z^2 + \frac{1}{z^2} - 2\right) \\ &= z^2 + \frac{1}{z^2} + 2 - z^2 - \frac{1}{z^2} + 2 \\ &= 4 = \text{R.H.S} \end{aligned}$$

$$\left(z + \frac{1}{z}\right)^2 - \left(z - \frac{1}{z}\right)^2 = 4$$

پس، ثابت ہوا کہ

17-  $a^2 + b^2$  اور  $ab$  کی قیمت معلوم کیجیے جبکہ  $a + b = 5$  اور  $a - b = 3$

حل: چونکہ  $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

لہذا قیمتیں درج کرنے سے

$$4ab = (5)^2 - (3)^2$$

$$= 25 - 9$$

$$4ab = 16$$

$$\boxed{ab = 4}$$

اور

$$2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$$

$$= (5)^2 + (3)^2$$

$$= 25 + 9$$

$$2(a^2 + b^2) = 34$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = 17}$$

18-  $a^2 + b^2 + c^2$  کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ  $a + b + c = 6$  اور  $ab + bc + ca = 11$

حل: چونکہ

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$(6)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 11$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$36 = a^2 + b^2 + c^2 + 22$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 36 - 22$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

19-  $x^3 + y^3$  کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ  $x + y = 7$  اور  $xy = 10$

$$x + y = 7$$

دونوں اطراف کا مکعب لینے سے

$$(x + y)^3 = (7)^3$$

$$x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 343$$

$(x + y)$  اور  $xy$  کی قیمتیں درج کرنے سے

$$x^3 + y^3 + 3 \times 10 \times (7) = 343$$

$$x^3 + y^3 + 210 = 343$$

$$x^3 + y^3 = 343 - 210$$

$$x^3 + y^3 = 133$$

20-  $(x - y)^2$  کی قیمت معلوم کیجیے۔ جبکہ  $xy = -16$  اور  $x^2 + y^2 = 86$

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$(x - y)^2 = 86 - 2(-16)$$

$$= 86 + 32$$

$$(x - y)^2 = 118$$

21-  $a^2 + b^2 + c^2 = 81$  اور  $a + b + c = 11$  جبکہ  $ab + bc + ca$  کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

قیثیں درج کرنے سے

$$(11)^2 = 81 + 2(ab + bc + ca)$$

$$121 = 81 + 2(ab + bc + ca)$$

$$2(ab + bc + ca) = 121 - 81$$

$$2(ab + bc + ca) = 40$$

$$ab + bc + ca = 20$$

22-  $a^2 + b^2 + c^2 = 32$  اور  $ab + bc + ca = 7$  جبکہ  $(a + b + c)^2$  کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

قیثیں درج کرنے سے

$$(a + b + c)^2 = 32 + 2 \times 7$$

$$= 32 + 14$$

$$(a + b + c)^2 = 46$$