

# معداتی ہندسہ (جیومیٹری) کا تعارف

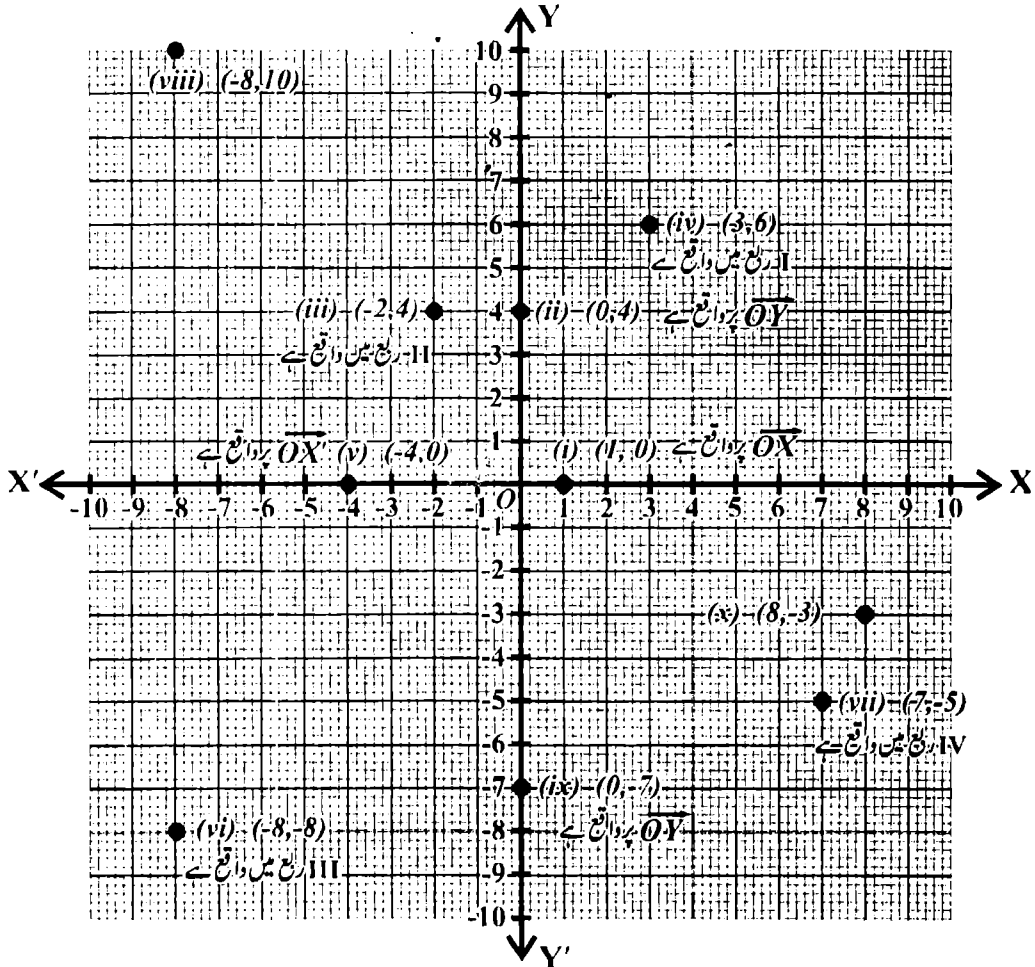
## (Introduction to Coordinate Geometry)

### مشق 10.1

1۔ معدی مستوی میں دہر ذیل نقاط کو ظاہر کیجیے۔

- |              |              |                 |             |            |
|--------------|--------------|-----------------|-------------|------------|
| (i) (1,0)    | (ii) (0,4)   | (iii) (-2,4)    | (iv) (3,6)  | (v) (-4,0) |
| (vi) (-8,-8) | (vii) (7,-5) | (viii) (-8, 10) | (ix) (0,-7) | (x) (8,-3) |

حل:



2۔ درج ذیل نقاط کے درمیان فاصلہ معلوم کیجیے۔

- (i) (2,1), (-4,3) (ii) (-1,3) (-2,-1)  
(iii) (7,-2), (-2,3) (iv) (a, -b) (b, -a)

حل:

(i) (2,1), (-4,3)

$$x_1 = 2, y_1 = 1, x_2 = -4, y_2 = 3$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(-4 - 2)^2 + (3 - 1)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{36 + 4} \end{aligned}$$

$$\therefore = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

(ii) (-1,3) (-2,-1)

$$x_1 = -1, y_1 = 3, x_2 = -2, y_2 = -1$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(-2 + 1)^2 + (-1 - 3)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{1 + 16} \\ d &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

(iii) (7,-2), (-2,3)

$$x_1 = 7, y_1 = -2, x_2 = -2, y_2 = 3$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(-2 - 7)^2 + (3 + 2)^2} \\ &= \sqrt{(-9)^2 + (5)^2} = \sqrt{81 + 25} \end{aligned}$$

$$\therefore d = \sqrt{106}$$

(iv) (a, -b) (b, -a)

$$x_1 = a, y_1 = -b, x_2 = b, y_2 = -a$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

چونکہ  
فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

قیمتیں درج کرنے سے

چونکہ  
فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

قیمتیں درج کرنے سے

چونکہ  
فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

قیمتیں درج کرنے سے

چونکہ  
فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

قیمتیں درج کرنے سے

$$d = \sqrt{(b-a)^2 + (-a+b)^2}$$

$$d = \sqrt{(b-a)^2 + (b-a)^2}$$

$$d = \sqrt{2(b-a)^2}$$

$$d = \sqrt{2(b-a)^2} \quad \text{یا}$$

$$\therefore d = (a-b)\sqrt{2} \quad \text{پس}$$

3- اگر نقطہ  $P(x, y)$  دو نقاط  $A(2, 4)$  اور  $B(6, 8)$  سے ہم فاصلہ ہو تو اس کو مساوات کی شکل میں لکھیے۔  
حل:

$$P(x, y), A(2, 4)$$

$$x_1 = x, y_1 = y, x_2 = 2, y_2 = 4$$

$$\Rightarrow |\overline{PA}| = \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} \quad \text{فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے}$$

$$P(x, y); B(6, 8)$$

$$|\overline{PB}| = \sqrt{(x-6)^2 + (y-8)^2}$$

$$A(2, 4) \text{-----} P(x, y) \text{-----} B(6, 8)$$

سوال کے مطابق

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (y-8)^2}$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = (x-6)^2 + (y-8)^2 \quad \text{مربع لینے سے}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 16y + 64$$

$$-4x + 12x - 8y + 16y + 4 + 16 - 36 - 64 = 0$$

$$8x + 8y - 80 = 0$$

$$8(x + y - 10) = 0$$

$$x + y - 10 = 0$$

4- ثابت کیجیے کہ نقاط  $A(5, 4)$ ،  $B(4, -3)$  اور  $C(-2, 5)$  نقطہ  $D(1, 1)$  سے ہم فاصلہ ہیں۔

حل:  $A(5, 4)$  اور  $D(1, 1)$  کا فاصلہ مانپنے سے

$$|\overline{AD}| = \sqrt{(1-5)^2 + (1-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{16+9}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

D(1,1) اور B(4,-3) کا فاصلہ ماپنے سے

$$\begin{aligned} |\overline{BD}| &= \sqrt{(1-4)^2 + (1+3)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} \\ &= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

D(1,1) اور C(-2,5) کا فاصلہ ماپنے سے

$$\begin{aligned} |\overline{CD}| &= \sqrt{(1+2)^2 + (1-5)^2} \\ &= \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{9+16} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$|\overline{AD}| = |\overline{BD}| = |\overline{CD}|$$

چونکہ پس نقطہ A، B اور C سے برابر فاصلے پر ہے۔

5- ایسا نقطہ معلوم کیجیے جو (2, 4) اور (6, 8) سے یکساں فاصلہ پر اور x محور پر واقع ہو۔

(اشارہ: نقطہ (x, 0) لیجیے اور x کی قیمت معلوم کیجیے۔)

حل: فرض کریں مطلوبہ نقطہ P(x, 0) ہے اور A(2, 4) اور B(6, 8)

$$|\overline{AP}| = |\overline{BP}|$$

$$|\overline{AP}|^2 = |\overline{BP}|^2$$

$$(x-2)^2 + (0-4)^2 = (x-6)^2 + (0-8)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + 16 = x^2 - 12x + 36 + 64$$

$$-4x + 20 = -12x + 100$$

$$12x - 4x = 100 - 20$$

$$8x = 80$$

$$x = 10$$

پس

پس P(10, 0) مطلوبہ نقطہ ہے۔

6- ثابت کیجیے کہ نقاط A(0, 2), B(3, -2) اور C(0, -2) ایک قائمہ الزاویہ مثلث کے راس ہیں۔

حل:

$$\begin{aligned} |\overline{AB}| &= \sqrt{(3-0)^2 + (-2+2)^2} \\ &= \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |\overline{AB}|^2 = 25$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(3-0)^2 + (-2+2)^2}$$

$$= \sqrt{9+0}$$

$$|\overline{BC}|^2 = 9$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{0+(2+2)^2}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{(4)^2}$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{16}$$

$$|\overline{AC}|^2 = 16$$

چونکہ

$$|\overline{AB}|^2 = |\overline{BC}|^2 + |\overline{AC}|^2$$

لہذا A، B اور C قائمہ الزاویہ مثلث بناتے ہیں۔

7۔ ثابت کیجیے کہ نقاط A(-1,1)، B(3,2) اور C(7,3) ہم خط نقاط ہیں۔  
حل:

$$A(-1,1), B(3,2), C(7,3)$$

$$\begin{aligned} |\overline{AB}| &= \sqrt{(3+1)^2 + (2-1)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16+1} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\overline{BC}| &= \sqrt{(7-3)^2 + (3-2)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16+1} \end{aligned}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{17}$$

$$\begin{aligned} |\overline{AC}| &= \sqrt{(7+1)^2 + (3-1)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{64+4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\overline{AC}| &= \sqrt{68} \\ &= \sqrt{4 \times 17} \end{aligned}$$

$$|\overline{AC}| = 2\sqrt{17}$$

چونکہ

$$|\overline{AC}| = |\overline{AB}| + |\overline{BC}|$$

پس A، B اور C ہم خط نقاط ہیں۔

8۔ ثابت کیجیے کہ نقاط A(6,1)، B(2,7) اور C(-6,-7) ایک قائمہ الزاویہ مثلث کے راس ہیں۔  
حل:

$$A(6,1), B(2,7), C(-6,-7)$$

$$\begin{aligned} |\overline{AB}| &= \sqrt{(2-6)^2 + (7-1)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + (6)^2} \\ &= \sqrt{16+36} \end{aligned}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{52}$$

$$\Rightarrow |\overline{AB}|^2 = 52$$

$$\begin{aligned} |\overline{BC}| &= \sqrt{(-6-2)^2 + (-7-7)^2} \\ &= \sqrt{(-8)^2 + (-14)^2} \\ &= \sqrt{64+196} = \sqrt{260} \end{aligned}$$

$$|\overline{BC}| = 260$$

$$\begin{aligned} |\overline{AC}| &= \sqrt{(-6-6)^2 + (-7-1)^2} \\ &= \sqrt{(-12)^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{144+64} \end{aligned}$$

$$|\overline{AC}|^2 = \sqrt{208}$$

$$|\overline{BC}|^2 = |\overline{AC}|^2 + |\overline{AB}|^2$$

چونکہ

پس A، B اور C قائمہ الزاویہ مثلث کے راس ہیں۔  
ثابت کیجیے کہ نقاط A(2,4)، B(6,2)، C(4,3) ہم خط نقاط ہیں۔

9- حل:

$$A(2,4), B(6,2), C(4,3)$$

$$\begin{aligned} |\overline{AB}| &= \sqrt{(6-2)^2 + (2-4)^2} \\ &= \sqrt{(4)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{16+4} \\ &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

$$|\overline{AB}| = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} |\overline{BC}| &= \sqrt{(4-6)^2 + (3-2)^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2 + (1)^2} \\ &= \sqrt{4+1} \end{aligned}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} |\overline{AC}| &= \sqrt{(4-2)^2 + (3-4)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+1} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

چونکہ

$$|\overline{AB}| = |\overline{AC}| + |\overline{BC}|$$

لہذا A، B اور C ایک ہی خط پر واقع ہیں۔

ثابت کیجیے کہ نقاط A(4,-2)، B(-2,4)، C(5,5) ایک متساوی الساقین مثلث کے راس ہیں۔

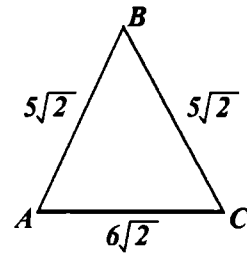
10-

حل:

$$A(4,-2), B(-2,4), C(5,5)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(-2-4)^2 + (4+2)^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{(-6)^2 + (6)^2} \\
&= \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72} \\
&= 6\sqrt{2} \\
|\overline{BC}| &= \sqrt{(5+2)^2 + (5-4)^2} \\
&= \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{49+1} \\
&= \sqrt{50} \\
|\overline{BC}| &= 5\sqrt{2} \\
|\overline{AC}| &= \sqrt{(5-4)^2 + (5+2)^2} \\
&= \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{1+49} \\
&= \sqrt{50} \\
|\overline{AC}| &= 5\sqrt{2}
\end{aligned}$$



پس چونکہ  $|\overline{AC}| = |\overline{BC}|$  لہذا دیئے گئے نقاط مساوی الساقین مثلث کے راس ہیں۔  
**11۔ ثابت کیجیے کہ نقاط  $A(-2, 11)$ ,  $B(-6, -3)$  اور  $C(4, -9)$  ایک غیر مساوی الاضلاع والی مثلث کے راس ہیں۔**  
**حل:**

$$\begin{aligned}
&A(-2, 11) \quad B(-6, -3), \quad C(4, -9) \\
|\overline{AB}| &= \sqrt{(-6+2)^2 + (-3-11)^2} \\
&= \sqrt{(-4)^2 + (-14)^2} = \sqrt{16+196} \\
&= \sqrt{212} \\
|\overline{BC}| &= \sqrt{(4+6)^2 + (-9+3)^2} \\
&= \sqrt{(10)^2 + (-6)^2} = \sqrt{100+36} \\
&= \sqrt{136} \\
|\overline{AC}| &= \sqrt{(4+2)^2 + (-9-11)^2} \\
&= \sqrt{6^2 + (-20)^2} = \sqrt{36+400} \\
&= \sqrt{436}
\end{aligned}$$

پس تینوں اضلاع کی لمبائیاں مختلف ہیں لہذا دیئے گئے نقاط ایک غیر مساوی الاضلاع مثلث بناتے ہیں۔  
**12۔ ثابت کیجیے کہ نقاط  $A(6, 1)$ ,  $B(2, 7)$  اور  $C(-6, 7)$  ایک غیر مساوی الاضلاع مثلث کے راس ہیں۔**  
**حل:**

$$\begin{aligned}
&A(6, 1), \quad B(2, 7), \quad C(-6, 7) \\
|\overline{AB}| &= \sqrt{(2-6)^2 + (7-1)^2} \\
&= \sqrt{(-4)^2 + (6)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{16+36} = \sqrt{52} \\
&= 2\sqrt{13} \\
|\overline{BC}| &= \sqrt{(-6-2)^2 + (7-7)^2} \\
&= \sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} \\
&= 8 \\
|\overline{AC}| &= \sqrt{(-6-6)^2 + (7-1)^2} \\
&= \sqrt{(-12)^2 + (6)^2} = \sqrt{144+36} \\
&= \sqrt{180} \\
&= 6\sqrt{5}
\end{aligned}$$

چونکہ تینوں اضلاع کی لمبائیاں مختلف ہیں لہذا دیئے گئے نقاط ایک غیر مساوی الاضلاع مثلث بناتے ہیں۔  
 ثابت کیجیے کہ نقاط  $A(2,-5)$ ,  $B(-4,-3)$  اور  $C(-1,5)$  ایک مساوی الاضلاع مثلث کے راس ہیں۔

-13  
 حل:

$$\begin{aligned}
&A(2,-5), B(-4,-3), C(-1,5) \\
|\overline{AB}| &= \sqrt{(-4-2)^2 + (-3+5)^2} \\
&= \sqrt{(-6)^2 + (2)^2} = \sqrt{36+4} \\
&= \sqrt{40} \\
|\overline{AB}| &= 2\sqrt{10} \\
|\overline{BC}| &= \sqrt{(-1+4)^2 + (5+3)^2} \\
&= \sqrt{(3)^2 + (8)^2} = \sqrt{9+64} \\
&= \sqrt{73} \\
|\overline{AC}| &= \sqrt{(-1-2)^2 + (5+5)^2} \\
&= \sqrt{(-3)^2 + (10)^2} = \sqrt{9+100} \\
&= \sqrt{109}
\end{aligned}$$

چونکہ تینوں اضلاع کی لمبائیاں مختلف ہیں لہذا دیئے گئے نقاط ایک غیر مساوی الاضلاع مثلث کے راس ہیں۔