1. ضربی وسط معلوم کیجیے۔ (i) 9اور5میں (ii) 4اور9 (iii) 2− اور4− میں

(i) 9اور5میں

حل: چونکہ a = 5 اور b = 9

$$G = \pm\sqrt{ab} = \text{ضربی وسط}$$
$$= \pm\sqrt{5 \times 9}$$
$$= \pm\sqrt{5 \times 3 \times 3}$$
$$= \pm 3\sqrt{5}$$

ص: چونکہ 9 = b اور 4 = a

$$G = \pm\sqrt{ab} = \text{ضربی وسط}$$
$$= \pm\sqrt{4 \times 9}$$
$$= \pm\sqrt{36}$$
$$= \pm\sqrt{6 \times 6}$$
$$= \pm 6$$

(iii)   2– اور 8– میں

ص: a = –2   اور   b = –8

$$G = \pm\sqrt{ab} = \text{ضربی معکوس}$$
$$= \pm\sqrt{(-2) \times (-8)}$$
$$= \pm\sqrt{16}$$
$$= \pm\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2}$$
$$= \pm 4$$

ٹ: دو ضربی وسط لکھیے۔   (i) 1 اور 8 کے درمیان   (ii) 3 اور 81 کے درمیان

(i)   1 اور 8 کے درمیان

ص: فرض کیا 1 اور 8 کے درمیان G_1, G_2 دو مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔
اس طرح $8 , G_1, G_2 , 1$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں

$$a = 1, n = 4, a_4 = 8$$

اس لیے

$$a_n = ar^{n-1}$$
$$a_4 = ar^3$$
$$8 = (1)r^3$$
$$r^3 = 8$$
$$r^3 = 2^3$$
$$\Rightarrow r = 2$$

پس، $G_1 = ar = (1)(2) = 2$

$$G_2 = ar^2 = (1)(2)^2 = (1)(4) = 4$$

(ii)   3 اور 81 کے درمیان

ص: فرض کیا 3 اور 81 کے درمیان G_1, G_2 دو مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔
اس طرح $81 , G_1, G_2 , 3$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

$$a_1 = 3, n = 4, a_4 = 81$$ يہاں

اس لیے $$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_4 = ar^3$$

$$81 = (3)(r)^3$$

$$81 = 3r^3$$

$$r^3 = \frac{81}{3}$$

$$r^3 = 27$$

$$r^3 = 3^3$$

$$\Rightarrow r = 3$$

پس، $$G_1 = ar = (3)(3) = 9$$

$$G_2 = ar^2 = (3)(3)^2 = (3)(9) = 27$$

3. تین ضربی وسط لکھیے ۔ (i) 1اور 16 کے درمیان   (ii) 2اور 32 کے درمیان

(i) 1اور 16 کے درمیان

حل: فرض کیا 1اور 16 کے درمیان G_1, G_2, G_3 تین مطلوبہ ضربی وسط ہیں ۔

اس طرح $1, G_1, G_2, G_3, 16$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $$a = 1, n = 5, a_5 = 16$$

اس لیے $$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_5 = ar^4$$

$$16 = (1)r^4$$

$$r^4 = 16$$

$$r^4 = 2^4$$

$$\Rightarrow r = 2$$

پس، $$G_1 = ar = (1)(2) = 2$$

$$G_2 = ar^2 = (1)(2)^2 = (1)(4) = 4$$

$$G_3 = ar^3 = (1)(2)^3 = (1)(8) = 8$$

(ii) 2اور 32 کے درمیان

حل: فرض کیا 2اور 32 کے درمیان G_1, G_2, G_3 تین مطلوبہ ضربی وسط ہیں ۔

اس طرح $2, G_1, G_2, G_3, 32$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

$$a = 2, n = 5, a_5 = 32 \qquad \text{یہاں}$$

$$a_n = ar^{n-1} \qquad \text{اس لیے}$$

$$a_5 = ar^4$$

$$32 = (2)r^4$$

$$r^4 = \frac{32}{2}$$

$$r^4 = 16$$

$$r^4 = 2^4$$

$$\Rightarrow r = 2$$

$$G_1 = ar = 2(2) = 4$$

$$G_2 = ar^2 = (2)(2)^2 = (2)(4) = 8 \qquad \text{پس،}$$

$$G_3 = ar^3 = (2)(2)^3 = (2)(8) = 16$$

۔۶ 3 اور 96 کے درمیان چار حقیقی ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا 3 اور 96 کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4 چار مطلوبہ حقیقی ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $3, G_1, G_2, G_3, G_4, 96$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

$$\text{یہاں} \quad a = 3, n = 6, a_6 = 96$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a^6 = ar^5$$

$$96 = (3)r^5$$

$$r^5 = \frac{96}{3}$$

$$r^5 = 32$$

$$r^5 = 2^5$$

$$\Rightarrow r = 2$$

$$G_1 = ar = (3)(2) = 6 \qquad \text{پس،}$$

$$G_2 = ar^2 = (3)(2)^2 = (3)(4) = 12$$

$$G_3 = ar^3 = (3)(2)^3 = (3)(8) = 24$$

$$G_4 = ar^4 = (3)(2)^4 = (3)(16) = 48$$

۔۷ دو اعداد کا جمعی وسط 5 ہے جبکہ ان کا مثبت ضربی وسط 4 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا دو اعداد a, b ہیں۔

$$\text{جمعی وسط} = \frac{a+b}{2} \qquad \text{اور} \qquad \text{ضربی وسط} = \sqrt{ab}$$

$$4 = \sqrt{ab} \qquad\qquad 5 = \frac{a+b}{2}$$

$$16 = ab \qquad\qquad a+b = 10 \qquad \_\_\_\_ (1)$$

ab = 16 سے کرنے درج میں(1)مساوات قیمت کی 'a'

$$a = \frac{16}{b} \quad\_\_\_\_ (2) \qquad \frac{16}{b} + b = 10$$

$$\frac{16+b^2}{b} = 10$$

$$16 + b^2 = 10b$$

$$b^2 - 10b + 16 = 0$$

$$b(b-8) - 2(b-8) = 0$$

$$(b-8)(b-2) = 0$$

$$(b-8)(b-2) = 0$$

$$b - 8 = 0 \qquad \text{اور} \qquad b - 2 = 0$$

$$b = 8 \qquad\qquad b = 2$$

b = 2 مساوات(2)میں درج کرنے سے

$$a = \frac{16}{2} = 8$$

$$a = 8, \ b = 2 \qquad\qquad \text{پس،}$$

b = 8 مساوات(2)میں درج کرنے سے

$$a = \frac{16}{8} = 2$$

$$a = 2, \ b = 8 \qquad\qquad \text{پس،}$$

6. دواعداد کا مثبت ضربی وسط 6 ہے اوران کا جمعی وسط 10 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا دواعداد b,a ہیں:

ضربی وسط $= \sqrt{ab}$ اور جمعی وسط $= \frac{a+b}{2}$

$$6 = \sqrt{ab} \qquad\qquad 10 = \frac{a+b}{2}$$

$$36 = ab \qquad\qquad a+b = 20 \quad\_\_\_ (1)$$

'a' کی قیمت مساوات(1)میں درج کرنے سے

$$a = \frac{36}{b} \quad\_\_\_\_ (2) \qquad \frac{36}{b} + b = 20$$

$$\frac{36+b^2}{b}=20$$

$$36+b^2=20b$$

$$b^2-20b+36=0$$

$$b(b-18)-2(b-18)=0$$

$$(b-2)(b-18)=0$$

$$b-2=0 \qquad \text{اور} \qquad b-18=0$$

$$b=2 \qquad\qquad b=18$$

<div dir="rtl">

$b=2$ مساوات(2) میں درج کرنے سے

</div>

$$a=\frac{36}{2}=18$$

$$a=18, b=2 \qquad\qquad \text{پس،}$$

<div dir="rtl">

$b=18$ مساوات(2) میں درج کرنے سے

</div>

$$a=\frac{36}{18}=2$$

$$a=2, b=18 \qquad\qquad \text{پس،}$$

<div dir="rtl">

7. ثابت کیجیے کہ دو اعداد 4 اور 8 کا جمعی وسط ان کے ضربی وسط سے بڑا ہے۔

حل: فرض کیا $a=4, b=8$

</div>

<div dir="rtl">

جمعی وسط $= \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{4+8}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$

ضربی وسط $= \sqrt{ab} = \sqrt{4\times 8} = \sqrt{32}$

</div>

$$= \sqrt{2\times 2\times 2\times 2\times 2} = 4\sqrt{2}$$

<div dir="rtl">

پس، ضربی وسط > جمعی وسط

8. 160 اور 5 کے درمیان چار ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا 5 اور 160 کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4 چار مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس لیے $5, G_1, G_2, G_3, G_4, 160$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a=5, n=6, a_6=160$

</div>

$$a_n=ar^{n-1}$$

$$a_6=ar^5$$

$$160=(5)r^5$$

$$r^5 = \frac{160}{5}$$

$$r^5 = 32$$

$$r^5 = 2^5$$

$$\Rightarrow r = 2$$

پس، $\qquad G_1 = ar = (5)(2) = 10$

$$G_2 = ar^2 = (5)(2)^2 = (5)(4) = 20$$

$$G_3 = ar^3 = (5)(2)^3 = (5)(8) = 40$$

$$G_4 = ar^4 = (5)(2)^4 = (5)(16) = 80$$

.9 486 اور 6 کے درمیان تین ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا 6 اور 486 کے درمیان G_1, G_2, G_3 تین مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $6, G_1, G_2, G_3, 486$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $\qquad a = 6, n = 5, a_5 = 486$

اس لیے $\qquad a_n = ar^{n-1}$

$$a_5 = ar^4$$

$$486 = (6)(r)^4$$

$$r^4 = \frac{486}{6}$$

$$r^4 = 81$$

$$r^4 = 3^4$$

$$\Rightarrow r = 3$$

پس، $\qquad G_1 = ar = (6)(3) = 18$

$$G_2 = ar^2 = (6)(3)^2 = (6)(9) = 54$$

$$G_3 = ar^3 = (6)(3)^3 = (6)(27) = 162$$

.10 $\frac{1}{8}$ اور 128 کے درمیان چار ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا $\frac{1}{8}$ اور 128 کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4 چار مطلوبہ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $\frac{1}{8}, G_1, G_2, G_3, G_4, 128$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $\qquad a = \frac{1}{8}, n = 6, a_6 = 128$

$$\text{اس ليے} \qquad a_n = ar^{n-1}$$

$$a_6 = ar^5$$

$$128 = \left(\frac{1}{8}\right)r^5$$

$$r^5 = 1024$$

$$r^5 = 4^5$$

$$\Rightarrow r = 4$$

$$\text{پس،} \qquad G_1 = ar = \left(\frac{1}{8}\right)(4) = \frac{1}{2}$$

$$G_2 = ar^2 = \left(\frac{1}{8}\right)(4)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)(16) = 2$$

$$G_3 = ar^3 = \left(\frac{1}{8}\right)(4)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)(64) = 8$$

$$G_4 = ar^4 = \left(\frac{1}{8}\right)(4)^4 = \left(\frac{1}{8}\right)(256) = 32$$

11. 56 اور $-\dfrac{7}{16}$ کے درميان چھ ضربی وسط لکھيے ۔

حل: فرض کيا $-\dfrac{7}{16}$ اور 56 کے درميان $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6$ چھ ضربی وسطی ہيں۔

اس طرح $\qquad -\dfrac{7}{16}, G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, 56$

$$\text{يہاں} \qquad a = -\frac{7}{16}, n = 8, a_8 = 56$$

$$\text{اس ليے} \qquad a_n = ar^{n-1}$$

$$a_8 = ar^7$$

$$56 = \left(-\frac{7}{16}\right)r^7$$

$$r^7 = -\frac{16}{7} \times 56$$

$$r^7 = -128 \Rightarrow r^7 = -2^7 \Rightarrow r = -2$$

$$\text{پس،} \qquad G_1 = ar = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2) = \frac{7}{8}$$

$$G_2 = ar^2 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^2 = \left(-\frac{7}{16}\right)(4) = -\frac{7}{4}$$

$$G_3 = ar^3 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^3 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-8) = \frac{7}{2}$$

$$G_4 = ar^4 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^4 = \left(-\frac{7}{16}\right)(16) = -7$$

$$G_5 = ar^5 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^5 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-32) = 14$$

$$G_6 = ar^6 = \left(-\frac{7}{16}\right)(-2)^6 = \left(-\frac{7}{16}\right)(64) = -28$$

12. $\frac{32}{81}$ اور $\frac{9}{2}$ کے درمیان پانچ ضربی وسط لکھیے۔

حل: فرض کیا $\frac{32}{81}$ اور $\frac{9}{2}$ کے درمیان G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 پانچ ضربی وسط ہیں۔

اس طرح $\frac{32}{81}, G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, \frac{9}{2}$ ایک ضربی سلسلہ ہے۔

یہاں $a = \frac{32}{81}, n = 7, a_7 = \frac{9}{2}$

اس لیے

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_7 = ar^6$$

$$\frac{9}{2} = \left(\frac{32}{81}\right)r^6$$

$$r^6 = \frac{9}{2} \times \frac{81}{32}$$

$$r^6 = \frac{729}{64}$$

$$r^6 = \frac{3^6}{2^6}$$

$$r^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$\Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

پس،

$$G_1 = ar = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{16}{27}$$

$$G_2 = ar^2 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$G_3 = ar^3 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}$$

$$G_4 = ar^4 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^4 = 2$$

$$G_5 = ar^5 = \left(\frac{32}{81}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^5 = 3$$