دودرجی مساواتیں
(Quadratic Equations)

مشق 5.1

I- بذریعہ تجزی حل کریں۔

1. $x^2 - 4x - 12 = 0$

حل:

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^2 - 6x + 2x - 12 = 0$

$x(x - 6) + 2(x - 6) = 0$

$(x - 6)(x + 2) = 0$

$x - 6 = 0$ اور $x + 2 = 0$

$x = 6$ اور $x = -2$

پس حل سیٹ $= \{-2, 6\}$

2. $x^2 - 6x + 5 = 0$

حل:

$x^2 - 5x - x + 5 = 0$

$x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$

$(x - 5)(x - 1) = 0$

$x - 5 = 0$ اور $x - 1 = 0$

$x = 5$ اور $x = 1$

پس حل سیٹ $= \{1, 5\}$

3. $x^2 = 8 - 7x$

حل:

مساوات کو معیاری شکل میں لکھنے سے

$x^2 = 8 - 7x$

$x^2 + 7x - 8 = 0$

$x^2 + 8x - x - 8 = 0$

$x(x + 8) - 1(x + 8) = 0$

$(x + 8)(x - 1) = 0$

$x + 8 = 0$ اور $x - 1 = 0$

$x = -8$ اور $x = 1$

پس حل سیٹ $= \{-8, 1\}$

4. $\mathbf{5x = x^2 + 6}$

حل:

$5x = x^2 + 6$

مساوات کو معیاری شکل میں لکھنے سے

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

$x(x-3) - 2(x-3) = 0$

$(x-3)(x-2) = 0$

$x - 3 = 0$ اور $x - 2 = 0$

$x = 3$ اور $x = 2$

پس حل سیٹ $= \{2, 3\}$

5. $\mathbf{3x^2 - 10x + 8 = 0}$

حل:

$3x^2 - 10x + 8 = 0$

$3x^2 - 6x - 4x + 8 = 0$

$3x(x-2) - 4(x-2) = 0$

$(x-2)(3x-4) = 0$

$x - 2 = 0$ اور $3x - 4 = 0$

$x = 2$ اور $3x = 4$

$x = 2$ اور $x = \frac{4}{3}$ یا

پس حل سیٹ $= \{2, \frac{4}{3}\}$

6. $\mathbf{2x^2 + 15x - 8 = 0}$

حل:

$2x^2 + 16x - x - 8 = 0$

$2x(x+8) - 1(x+8) = 0$

$(x+8)(2x-1) = 0$

$x + 8 = 0$ اور $2x - 1 = 0$

$x = -8$ اور $x = \frac{1}{2}$

پس حل سیٹ $= \{-8, \frac{1}{2}\}$

7. $\mathbf{\frac{x}{4}(x+1) = 3}$

حل:

$\frac{x}{4}(x+1) = 3$

$x(x+1) = 3 \times 4$

$x^2 + x = 12$

$x^2 + x - 12 = 0$

$x^2 + 4x - 3x - 12 = 0$

$x(x + 4) - 3(x + 4) = 0$

$(x + 4)(x - 3) = 0$

$x + 4 = 0$ اور $x - 3 = 0$

$x = -4$ اور $x = 3$

پس حل سیٹ $= \{-4, 3\}$

8. $\mathbf{3x^2 - 8x - 3 = 0}$

حل:

$3x^2 - 8x - 3 = 0$

$3x^2 - 9x + x - 3 = 0$

$3x(x - 3) + 1(x - 3) = 0$

$(x - 3)(3x + 1) = 0$

$x - 3 = 0$ اور $3x + 1 = 0$

$x = 3$ اور $x = -\frac{1}{3}$

پس حل سیٹ $= \{-\frac{1}{3}, 3\}$

9. $\mathbf{2x = \frac{2}{x} + 3}$

حل:

$2x = \frac{2}{x} + 3$

$2x \times x = \frac{2}{x} \times x + 3 \times x$ طرفین کو x سے ضرب دینے سے

$2x^2 = 2 + 3x$

$2x^2 - 3x - 2 = 0$ معیاری شکل میں لکھنے سے

$2x^2 - 4x + x - 2 = 0$

$2x(x - 2) + 1(x - 2) = 0$

$(x - 2)(2x + 1) = 0$

$x - 2 = 0$ اور $2x + 1 = 0$

$x = 2$ اور $x = -\frac{1}{2}$

پس حل سیٹ $= \left\{-\frac{1}{2}, 2\right\}$

10. $\mathbf{5x^2 - 6x - 8 = 0}$

حل:

$5x^2 - 6x - 8 = 0$

$5x^2 - 10x + 4x - 8 = 0$

$5x(x - 2) + 4(x - 2) = 0$

$(x-2)(5x+4)=0$

$x-2=0$ اور $5x+4=0$

$x=2$ اور $x=-\frac{4}{5}$

پس حل سیٹ $=\left\{-\frac{4}{5},2\right\}$

11. **$(2x+3)(x-2)=0$**

حل:

$(2x+3)(x-2)=0$

$2x+3=0$ اور $x-2=0$

$x=\frac{-3}{2}$ اور $x=2$

پس حل سیٹ $=\left\{2,\frac{-3}{2}\right\}$

12. **$(2x+1)(5x-4)=0$**

حل:

$(2x+1)(5x-4)=0$

$2x+1=0$ اور $5x-4=0$

$2x=-1$ اور $5x=4$

$x=-\frac{1}{2}$ اور $x=\frac{4}{5}$

پس حل سیٹ $=\left\{-\frac{1}{2},\frac{4}{5}\right\}$

13. **$4x(3x-1)-2=(2x-1)(5x+1)$**

حل:

$4x(3x-1)-2=(2x-1)(5x+1)$

$12x^2-4x-2=10x^2+2x-5x-1$

$12x^2-4x-2=10x^2-3x-1$

$12x^2-10x^2-4x+3x-2+1=0$

$2x^2-x-1=0$

$2x^2-2x+x-1=0$ تجزی کرنے سے

$2x(x-1)+1(x-1)=0$

$(x-1)(2x+1)=0$

$x-1=0$ اور $2x+1=0$

$x=1$ اور $x=-\frac{1}{2}$

پس حل سیٹ $=\left\{1,-\frac{1}{2}\right\}$

II۔ تکمیل مربع کے طریقہ سے حل کریں۔

14. $x^2 - 10x - 3 = 0$

حل:

$x^2 - 10x - 3 = 0$

ساکن مقدار کو مساوات کی دوسری طرف لے جائیں

$x^2 - 10x = 3$

x کے عددی سر کے نصف کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$x^2 - 10x + (-5)^2 = 3 + (-5)^2$

$(x - 5)^2 = 3 + 25$

$(x - 5)^2 = 28$

طرفین کا جذر لینے سے

$x - 5 = \pm \sqrt{28}$

$= \pm 2\sqrt{7}$

$x = 5 \pm 2\sqrt{7}$ پس

15. $x^2 - 6x - 3 = 0$

حل:

$x^2 - 6x - 3 = 0$

$x^2 - 6x = 3$

x کے عددی سر (-6) کے نصف (-3) کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$x^2 - 6x + (-3)^2 = 3 + (-3)^2$

$(x - 3)^2 = 3 + 9$

$(x - 3)^2 = 12$

طرفین کا جذر لینے سے

$x - 3 = \pm \sqrt{12}$

$= \pm 2\sqrt{3}$

$x = 3 \pm 2\sqrt{3}$ پس

16. $x^2 + x - 1 = 0$

حل:

$x^2 + x - 1 = 0$

$x^2 + x = 1$

x کے عددی سر (1) کے نصف $\frac{1}{2}$ کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2 + x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4}$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4+1}{4}$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$ پس

17. $x^2+6x-3=0$

حل:

$x^2+6x-3=0$

$x^2+6x=3$

x کے عددی سر (6) کے نصف (3) کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$x^2+6x+(3)^2=3+(3)^2$

$(x+3)^2=3+9$

$(x+3)^2=12$

طرفین کا جذر لینے سے

$x+3=\pm\sqrt{12}$

$x+3=\pm 2\sqrt{3}$

$x=-3\pm 2\sqrt{3}$ پس

18. $2x^2-4x+1=0$

$2x^2-4x+1=0$

x^2 کے عددی سر 2 سے مساوات کو تقسیم کریں تا کہ x^2 کا عددی سر 1 بن جائے۔

$$x^2-2x+\frac{1}{2}=0$$

اب ساکن مقدار کو مساوات کی دوسری طرف لے جائیں

$$x^2-2x=-\frac{1}{2}$$

x کے عددی سر (-2) کے نصف (-1) کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2-2x+(-1)^2=-\frac{1}{2}+(-1)^2$$

$$(x-1)^2=-\frac{1}{2}+1$$

$$(x-1)^2=-\frac{1}{2}+1$$

$$(x-1)^2=\frac{-1+2}{2}$$

$$(x-1)^2 = \frac{1}{2}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$x - 1 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \Rightarrow x = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \qquad \text{پس}$$

19. $\mathbf{2x^2 - 6x + 3 = 0}$

حل:

$2x^2 - 6x + 3 = 0$

x^2 کے عددی سر 2 پر تقسیم کرنے سے

$$x^2 - 3x + \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 - 3x = -\frac{3}{2}$$

x کے عددی سر (-3) کے نصف $(-\frac{3}{2})$ کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2 - 3x + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{-3}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{-6+9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$x - \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

20. $3x^2 + 5x - 4 = 0$

حل:

$3x^2 + 5x - 4 = 0$

x^2 کے عددی سر 3 پر تقسیم کرنے سے

$$x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{4}{3} = 0$$

$$x^2 + \frac{5}{3}x = \frac{4}{3}$$

x کے عددی سر $\frac{5}{3}$ کے نصف $\frac{5}{6}$ کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2 + \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{4}{3} + \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{4}{3} + \frac{25}{36}$$

$$= \frac{48 + 25}{36}$$

$$= \frac{73}{36}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$x + \frac{5}{6} = \pm\frac{\sqrt{73}}{6}$$

$$x = \frac{-5}{6} \pm \frac{\sqrt{73}}{6}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{6}$$ پس

21. $x^2 + mx + n = 0$

حل:

$x^2 + mx + n = 0$

$x^2 + mx = -n$

x کے عددی سر m کے نصف $\left(\frac{m}{2}\right)$ مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2 + mx + \left(\frac{m}{2}\right)^2 = -n + \left(\frac{m}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{m}{2}\right)^2 = -n + \frac{m^2}{4}$$

$$= \frac{-4n + m^2}{4}$$

$$= \frac{m^2 - 4n}{4}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\left(x + \frac{m}{2}\right) = \pm\frac{\sqrt{m^2 - 4n}}{2}$$

$$= -\frac{m}{2} \pm \frac{\sqrt{m^2 - 4n}}{2}$$

$$x = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4n}}{2}$$ پس

22. $\mathbf{11x^2 = 6x + 21}$

حل:

$11x^2 = 6x + 21$

$11x^2 - 6x = 21$ یا

x^2 کے عددی سر 11 پر تقسیم کرنے سے

$$x^2 - \frac{6}{11}x = \frac{21}{11}$$

x کے عددی سر $\frac{-6}{11}$ کے نصف $\left(\frac{-3}{11}\right)$ کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2 - \frac{6}{11}x + \left(\frac{-3}{11}\right)^2 = \frac{21}{11} + \left(\frac{-3}{11}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{3}{11}\right)^2 = \frac{21}{11} + \frac{9}{121}$$

$$= \frac{231 + 9}{121}$$

$$= \frac{240}{121}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$\left(x - \frac{3}{11}\right)^2 = \pm\frac{\sqrt{240}}{11}$$

$$= \pm\frac{4\sqrt{15}}{11}$$

$$x = \frac{3}{11} \pm \frac{4\sqrt{15}}{11}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm 4\sqrt{15}}{11}$$ پس

23. $2x^2 + 8x - 26 = 0$

حل:

$2x^2 + 8x - 26 = 0$

x^2 کے عددی سر 2 پر تقسیم کرنے سے

$x^2 + 4x - 13 = 0$

$x^2 + 4x = 13$

x^2 کے عددی سر 4 کے نصف (2) کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$x^2 + 4x + (2)^2 = 13 + 2^2$

$(x + 2)^2 = 13 + 4$

$= 17$

طرفین کا جذر لینے سے

$x + 2 = \pm\sqrt{17}$

$x = -2 \pm\sqrt{17}$ پس

24. $5x^2 - 20x - 28 = 0$

حل:

$5x^2 - 20x - 28 = 0$

x^2 کے عددی سر 5 پر تقسیم کرنے سے

$$x^2 - 4x - \frac{28}{5} = 0$$

$$x^2 - 4x = \frac{28}{5}$$

x کے عددی سر $(4-)$ کے نصف (-2) کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2 - 4x + (-2)^2 = \frac{28}{5} + (-2)^2$$

$$(x - 2)^2 = \frac{28}{5} + 4$$

$$(x - 2)^2 = \frac{28 + 20}{5}$$

$$(x - 2)^2 = \frac{48}{5}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$x - 2 = \pm\sqrt{\frac{48}{5}}$$

$$= \pm\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \pm\frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$$

$$x = 2 \pm \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$$ پس

$$x = \frac{10 \pm 4\sqrt{15}}{5}$$

25. $\mathbf{x^2 - 11x - 26 = 0}$

حل:

$x^2 - 11x - 26 = 0$

$x^2 - 11x = 26$

x کے عددی سر (-11) کے نصف $\left(\frac{-11}{2}\right)$ کا مربع طرفین میں جمع کرنے سے

$$x^2 - 11x + \left(\frac{-11}{2}\right)^2 = 26 + \left(\frac{-11}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 = 26 + \frac{121}{4}$$

$$= \frac{104 + 121}{4}$$

$$= \frac{225}{4}$$

طرفین کا جذر لینے سے

$$x - \frac{11}{2} = \pm \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{11}{2} \pm \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{11+15}{2}, \frac{11-15}{2}$$

$$= \frac{26}{2}, \frac{-4}{2}$$

$$x = 13, -2$$

پس حل سیٹ $= \{13, -2\}$