حل مشق 8.2

1. اگر $A = \{3,5,6\}$, $B = \{1,3\}$ ہوتو $A \times B$ اور $B \times A$ معلوم کیجیے۔
اور خود سے دو دو ثنائی روابط لکھ کر ان کی ڈومین اور رینج معلوم کیجیے۔

حل:

$$A = \{3,5,6\}, B = \{1,3\}$$

$$A \times B = \{3,5,6\} \times \{1,3\}$$

$$= \{(3,1),(3,3),(5,1),(5,3),(6,1),(6,3)\}$$

ڈومین $= \{3,5,6\}$

رینج $= \{1,3\}$

$$B \times A = \{1,3\} \times \{3,5,6\}$$
$$= \{(1,3),(1,5),(1,6),(3,3),(3,5),(3,6)\}$$
ڈومین $= \{1,3\}$

رینج $= \{3,5,6\}$

.2 اگر $A = \{-2,1,4\}$ تو A میں دو ثنائی روابط لکھ کر اُن کی ڈومین اور رینج لکھیے۔

حل:
$$A = \{-2,1,4\}$$
$$A \times A = \{-2,1,4\} \times \{-2,1,4\}$$
$$= \{(-2,-2),(-2,1),(-2,4),(1,-2),(1,1),(1,4),(4,-2),(4,1),(4,4)\}$$
$$R_1 = \{(-2,-2),(-2,1)\}$$
ڈومین $R_1 = \{-2\}$

رینج $R_1 = \{-2,1\}$
$$R_2 = \{(-2,-2),(-2,1),(-2,4),(1,-2)\}$$
ڈومین $R_2 = \{-2,1\}$

رینج $R_2 = \{-2,1,4\}$

.3 مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے ممکن ثنائی روابط کی تعداد لکھیے۔

(i) C×C میں جبکہ C کے ارکان کی تعداد 3 ہے۔

(ii) A×B میں جبکہ A میں 3 ارکان اور B میں 4 ارکان ہوں۔

حل:

$C = 3$ کے ارکان کی تعداد

$C \times C = 3 \times 3 = 9$ کے ارکان کی تعداد

$C \times C = 2^9$ کے ثنائی ربط

$A = 3$ کے ارکان کی تعداد

$B = 3$ کے ارکان کی تعداد

$A \times B = 3 \times 4 = 12$ کے ارکان کی تعداد

$A \times B = 2^{12}$ کے ثنائی ربط

.4 اگر $L = \{1,2,3\}$ اور $M = \{2,3,4\}$ ہو تو 'R' ثنائی ربط ایسا لکھیے کہ:
$R = \{(x,y) \setminus x \in L, y \in M \wedge y \le x\}$ اور R کی ڈومین اور رینج بھی لکھیے۔
$$L = \{1,2,3\}, M = \{2,3,4\}$$
$$L \times M = \{1,2,3\} \times \{2,3,4\}$$
$$= \{(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),(3,4)\}$$
$$R = \{(x,y) \mid x \in L, y \in M \wedge y \le x\}$$
$$= \{(2,2),(3,2),(3,3)\}$$

ڈومین $R = \{2,3\}$
رینج $R = \{2,3\}$

.5 اگر $X = \{0,3,5\}$ اور $Y = \{2,4,8\}$ ہوتو $X \times Y$ میں چار ثنائی روابط لکھیے۔

حل:
$$X = \{0,3,5\}, Y\{2,4,8\}$$
$$X \times Y = \{0,3,5\} \times \{2,4,8\}$$
$$= \{(0,2),(0,4),(0,8),(3,2),(3,4),(3,8),(5,2),(5,4),(5,8)\}$$
$$R_1 = \{(0,2),(0,4)\}$$
$$R_2 = \{(0,4),(0,8),(3,2)\}$$
$$R_3 = \{(3,2),(3,4),(3,8),(5,2)\}$$
$$R_4 = \{(0,2),(3,2),(5,2),(5,4),(5,8)\}$$

.6 اگر $A = \{a,b,c\}$ اور $B = \{2,4,6\}$ اور $f = \{(a,4),(b,4),(c,4)\}$
ایک $A \times B$ سے ثنائی رابطہ ہوتو ثابت کیجیے کہ 'f' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

حل:
$$A = \{a,b,c\}, B = \{2,4,6\}$$
$$f = \{(a,4),(b,4),(c,4)\}$$
$$A \times B = \{(a,2),(a,4),(a,6),(b,2),(b,4),(b,6),(c,2),(c,4),(c,6)\}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ:

(i) $f \subset A \times B$

(ii) $f = \{a,b,c\} = A$

(iii) f کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

(iv) رینج $f = \{4\} \subset B$ لیکن رینج $f \neq B$

لہٰذا 'f' ''A ان ٹو B'' فنکشن ہے۔

.7 اگر $A = \{\ell,m,n\}$ اور $B = \{1,2,3\}$ اور $g = \{(\ell,3)(m,l)(n,1)\}$
ایک $A \times B$ سے ثنائی ربط ہوتو ثابت کیجیے کہ 'g' A ان ٹو B فنکشن ہے۔

حل:
$$A = \{\ell,m,n\}, B = \{1,2,3\}$$
$$g = \{(\ell,3),(m,1),(n,1)\}$$
$$\times B = \{(\ell,1),(\ell,2),(\ell,3),(m,1),(m,2),(n,1),(n,2),(n,3)\}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ

(i) $g \subset A \times B$

(ii) ڈومین $g = [\ell,m,n] = A$

(iii) g کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صـ :

مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

(iv) $g \neq B$ رینج لیکن $g = \{1,3\}$ رینج

لہٰذا 'g' ''A ان ٹو B'' فنکشن ہے۔

.8 **اگر $A = \{1,3,5\}$ اور $B = \{x, y, z\}$ اور $g = \{(1,x),(3,y),(5,z)\}$**

ایک A×B سے ثنائی ربط ہو تو ثابت کیجیے A,g آن ٹو B فنکشن ہے۔

حل:

$$A = \{1,3,5\}, B = \{x, y, z\}$$

$$y = \{(1,x),(3,y),(5,z)\}$$

$$A \times B = \{(1,x),(1,y),(1,z),(3,x),(3,y),(3,z),(5,x),(5,y),(5,z)\}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ

(i) $g \subset A \times B$

(ii) $g = \{1,3,5\} = A$ ڈومین

(iii) g کے مترتب جوڑوں کے پہلے مقام کے اراکین میں تکرار نہیں پائی جاتی۔ یا یوں کہ سیٹ A کا ہر ایک رکن ایک اور صرف ایک مرتبہ سیٹ B کے ایک رکن سے جوڑا گیا ہے۔

(vi) $g = B$ رینج لیکن $g = \{x, y, z\}$ رینج

لہٰذا 'g' ''A آن ٹو B'' فنکشن ہے۔