

### مشق 1.3

1- غرض سے جذری علامت دور کیجیے۔

(i)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(ii)  $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7}{\sqrt{3}}$

(iii)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

(i)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

حل: کسر کو  $\sqrt{5}$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

(ii)  $\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7}{\sqrt{3}}$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{14}{\sqrt{6}}$$

حل:

$\sqrt{6}$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned} &= \frac{14}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{14\sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{7\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \quad (\text{iii})$$

حل:  $\sqrt{7}$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{42}}{7} \end{aligned}$$

2- درج ذیل جملوں کو مختصر کریں۔

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} \quad (\text{i})$$

حل:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} + \sqrt{8} &= \sqrt{2} + \sqrt{2 \times 4} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$4\sqrt{50} + \sqrt{200} + \sqrt{50} \quad (\text{ii})$$

حل:

$$\begin{aligned} 4\sqrt{50} + \sqrt{200} + \sqrt{50} &= 4\sqrt{50} + \sqrt{50 \times 4} + \sqrt{50} \\ &= 4\sqrt{50} + 2\sqrt{50} + \sqrt{50} = \sqrt{50}(4 + 2 + 1) \\ &= 7\sqrt{50} \\ &= 7 \times 5\sqrt{2} \\ &= 35\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$(\sqrt{12} - \sqrt{2})(\sqrt{20} - 3\sqrt{2}) \quad (\text{iii})$$

حل:

$$\begin{aligned} (\sqrt{12} - \sqrt{2})(\sqrt{20} - 3\sqrt{2}) &= (\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{2})(\sqrt{4 \times 5} - 3\sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) \\ &= 2\sqrt{3}(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) - \sqrt{2}(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{15} - 6\sqrt{6} - 2\sqrt{10} + 6 \end{aligned}$$

$$(6 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{5}) \quad (\text{iv})$$

حل:

$$\begin{aligned} (6 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{5}) &= 6(5 - \sqrt{5}) + \sqrt{2}(5 - \sqrt{5}) \\ &= 30 - 6\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$(\sqrt{3} - 2)(5 - \sqrt{5}) \quad (\text{v})$$

حل:

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} - 2)(5 - \sqrt{5}) &= \sqrt{3}(5 - \sqrt{5}) - 2(5 - \sqrt{5}) \\ &= 5\sqrt{3} - \sqrt{15} - 10 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$(7 + \sqrt{3})(5 + \sqrt{2}) \quad (\text{vi})$$

$$(7 + \sqrt{3})(5 + \sqrt{2}) = 7(5 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}(5 + \sqrt{2})$$

حل:

$$\therefore = 35 + 7\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + \sqrt{6}$$

پس

3- درج ذیل کے خارج کوناطق بنائیے۔

$$\frac{1}{\sqrt{3} + 2} \quad (\text{i})$$

حل:

$$\frac{1}{\sqrt{3} + 2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3} + 2} \times \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} - 2} = \frac{\sqrt{3} - 2}{(\sqrt{3})^2 - (2)^2}$$

$\sqrt{3} - 2$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$= \frac{\sqrt{3} - 2}{3 - 4} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{4 - \sqrt{5}} \quad (\text{ii})$$

حل:  $(4 + \sqrt{5})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\frac{1}{4 - \sqrt{5}}$$

$$= \frac{1}{4 - \sqrt{5}} \times \frac{4 + \sqrt{5}}{4 + \sqrt{5}} = \frac{4 + \sqrt{5}}{(4)^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{4 + \sqrt{5}}{16 - 5}$$

$$= \frac{4 + \sqrt{5}}{11}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \quad (\text{iii})$$

حل:  $(\sqrt{7} - \sqrt{5})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{7 - 5} = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{2}$$

$$= 2\sqrt{3}(\sqrt{7} - \sqrt{5})$$

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \quad (\text{iv})$$

حل:  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \\ &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y}}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy}}{x - y} \end{aligned}$$

$$\frac{5\sqrt{7}}{2 + 3\sqrt{7}} \quad (\text{v})$$

حل:  $(2 - 3\sqrt{7})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned} & \frac{5\sqrt{7}}{2 + 3\sqrt{7}} \\ &= \frac{5\sqrt{7}}{2 + 3\sqrt{7}} \times \frac{2 - 3\sqrt{7}}{2 - 3\sqrt{7}} \\ &= \frac{5\sqrt{7}(2 - 3\sqrt{7})}{2^2 - 9 \times 7} \\ &= \frac{5\sqrt{7}(2 - 3\sqrt{7})}{4 - 63} \\ &= \frac{10\sqrt{7} - 15 \times 7}{-59} \\ &= \frac{10\sqrt{7} - 105}{-59} = \frac{105 - 10\sqrt{7}}{59} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad (\text{vi})$$

حل:  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2} \\
&= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{3 + 2} \\
&= 3 + 2 + 2\sqrt{6} \\
&= 5 + 2\sqrt{6}
\end{aligned}$$

$$\frac{29}{11 + 3\sqrt{5}} \quad (\text{vii})$$

حل:  $(11 - 3\sqrt{5})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned}
&\frac{29}{11 + 3\sqrt{5}} \\
&= \frac{29}{11 + 3\sqrt{5}} \times \frac{11 - 3\sqrt{5}}{11 - 3\sqrt{5}} = \frac{29(11 - 3\sqrt{5})}{(11)^2 - (3\sqrt{5})^2} \\
&= \frac{29(11 - 3\sqrt{5})}{121 - 45} \\
&= \frac{29(11 - 3\sqrt{5})}{76}
\end{aligned}$$

$$\frac{17}{3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}} \quad (\text{viii})$$

حل:  $(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned}
&\frac{17}{3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}} \\
&= \frac{17}{3\sqrt{7} + 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{7} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{7} - 2\sqrt{3}} = \frac{17(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})}{(3\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{3})^2} \\
&= \frac{17(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})}{63 - 12} \\
&= \frac{17(3\sqrt{7} - 2\sqrt{3})}{51} \\
&= \frac{3\sqrt{7} - 2\sqrt{3}}{3}
\end{aligned}$$

4۔ اگر  $x = \sqrt{5} + 2$  ہو تو (i)  $x + \frac{1}{x}$  اور (ii)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کی قیمت معلوم کیجیے۔

$$x + \frac{1}{x} \quad (\text{i})$$

حل:

$$x = 2 + \sqrt{5} \quad \dots\dots (i)$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{5}}$$

ضربا معکوس لینے سے

$$\frac{1}{x} = \frac{2 - \sqrt{5}}{(2)^2 - (\sqrt{5})^2}$$

(2 - \sqrt{5}) سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$= \frac{2 - \sqrt{5}}{4 - 5}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{5}}{-1}$$

$$\frac{1}{x} = \sqrt{5} - 2$$

..... (ii)

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2$$

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (ii)$$

چونکہ

$$x = 2 + \sqrt{5}$$

$$x^2 = (2 + \sqrt{5})^2$$

$$= 4 + 5 + 4\sqrt{5}$$

$$x^2 = 9 + 4\sqrt{5}$$

..... (i)

(i) کا ضربی معکوس لینے سے

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{9 + 4\sqrt{5}}$$

(9 - 4\sqrt{5}) سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{9 + 4\sqrt{5}} \times \frac{9 - 4\sqrt{5}}{9 - 4\sqrt{5}}$$

$$= \frac{9 - 4\sqrt{5}}{81 - 80}$$

$$\frac{1}{x^2} = 9 - 4\sqrt{5}$$

..... (ii)

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 + 4\sqrt{5} + 9 - 4\sqrt{5}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$$

5۔ اگر  $x = 2 + \sqrt{3}$  ہو (i)  $x - \frac{1}{x}$  اور (ii)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کی قیمت معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: (i) } x - \frac{1}{x}$$

چونکہ

$$x = 2 + \sqrt{3} \quad (i)$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

ضرب معکوس لینے سے

$(2 - \sqrt{3})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &= \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3} \quad \dots (ii)$$

مساوات (ii) کو (i) میں سے تفریق کرنے سے

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{x} &= 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) \\ &= 2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (ii)$$

چونکہ

$$x = 2 + \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= (2 + \sqrt{3})^2 \\ &= 4 + 3 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$x^2 = 7 + 4\sqrt{3} \quad \dots (i)$$

ضرب معکوس لینے سے

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{7 + 4\sqrt{3}}$$

$(7 - 4\sqrt{3})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{7 + 4\sqrt{3}} \times \frac{7 - 4\sqrt{3}}{7 - 4\sqrt{3}} = \frac{7 - 4\sqrt{3}}{(7)^2 - (4\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{7-4\sqrt{3}}{49-48}$$

$$\frac{1}{x^2} = 7-4\sqrt{3} \quad \dots (ii)$$

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7+4\sqrt{3} + 7-4\sqrt{3}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

6۔ اگر  $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  ہو (i)  $x - \frac{1}{x}$  اور (ii)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل: (i)  $x - \frac{1}{x}$  چونکہ

$$x = \sqrt{3} - \sqrt{2} \quad \dots (i)$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

ضرب معکوس لینے سے

$(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3-2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \quad \dots (ii)$$

مساوات (ii) کو (i) میں سے تفریق کرنے سے

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2} - (\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$x - \frac{1}{x} = -2\sqrt{2}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (ii)$$

چونکہ

$$x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$x^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$$



$$= 3 + 2 - 2\sqrt{6}$$

$$x^2 = 5 - 2\sqrt{6} \quad \dots (i)$$

ضرب معکوس لینے سے

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}}$$

(5 + 2√6) سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} \times \frac{5 + 2\sqrt{6}}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{(5)^2 - (2\sqrt{6})^2}$$

$$= \frac{5 + 2\sqrt{6}}{25 - 24}$$

$$\frac{1}{x^2} = 5 + 2\sqrt{6} \quad \dots (ii)$$

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 5 - 2\sqrt{6} + 5 + 2\sqrt{6}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$$

7۔ اگر  $\frac{1}{x} = 3 - \sqrt{2}$  ہو (i) اور  $x + \frac{1}{x}$  (ii) اور  $x - \frac{1}{x}$  کی قیمت معلوم کیجیے۔  
حل: چونکہ

$$\frac{1}{x} = 3 - \sqrt{2} \quad \dots (i)$$

ضرب معکوس لینے سے

$$x = \frac{1}{3 - \sqrt{2}}$$

(3 + √2) کو ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$= \frac{3 + \sqrt{2}}{(3)^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{2}}{9 - 2}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{2}}{7} \quad \dots (ii)$$

$$x + \frac{1}{x} \quad (i)$$

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} &= \frac{3+\sqrt{2}}{7} + 3 - \sqrt{2} \\&= \frac{3+\sqrt{2} + 7(3-\sqrt{2})}{7} \\&= \frac{3+\sqrt{2} + 21 - 7\sqrt{2}}{7} \\&= \frac{24 - 6\sqrt{2}}{7}\end{aligned}$$

$$x - \frac{1}{x} \quad (ii)$$

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے سے

$$\begin{aligned}x - \frac{1}{x} &= \frac{3+\sqrt{2}}{7} - (3 - \sqrt{2}) \\&= \frac{3+\sqrt{2} - 7(3-\sqrt{2})}{7} \\&= \frac{3+\sqrt{2} - 21 + 7\sqrt{2}}{7} \\&= \frac{-18 + 8\sqrt{2}}{7}\end{aligned}$$

$$8 \quad \text{اگر } \frac{1}{p} = \sqrt{10} + 3 \text{ ہو تو } (i) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \text{ اور } (ii) \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 \text{ کی قیمت معلوم کیجیے۔}$$

حل: چونکہ

$$\frac{1}{p} = \sqrt{10} + 3 \quad \dots (i)$$

ضرب الی معکوس لینے سے

$$p = \frac{1}{\sqrt{10} + 3} = \frac{1}{3 + \sqrt{10}}$$

$(3 - \sqrt{10})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned}p &= \frac{1}{3 + \sqrt{10}} \times \frac{3 - \sqrt{10}}{3 - \sqrt{10}} = \frac{3 - \sqrt{10}}{(3)^2 - (\sqrt{10})^2} \\&= \frac{3 - \sqrt{10}}{9 - 10}\end{aligned}$$

$$p = \frac{3 - \sqrt{10}}{-1} = \sqrt{10} - 3 \quad \dots (ii)$$

$$\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \quad (i)$$

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$p + \frac{1}{p} = \sqrt{10} - 3 + \sqrt{10} + 3$$

$$p + \frac{1}{p} = 2\sqrt{10}$$

$$\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = (2\sqrt{10})^2$$

دونوں طرف کا مربع لینے سے

$$\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = 4 \times 10$$

$$\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = 40$$

$$\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 \quad (ii)$$

مساوات (i) کو (ii) میں سے تفریق کرنے سے

$$p - \frac{1}{p} = \sqrt{10} - 3 - \sqrt{10} - 3$$

$$p - \frac{1}{p} = -6$$

دونوں اطراف کا مربع لینے سے

$$\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = (-6)^2$$

$$\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = 36$$

پس

$$\frac{\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3} + \sqrt{a-3}} \quad (ii)$$

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - a^2}}{b - \sqrt{b^2 - a^2}} \quad (i) \quad \text{مخرج کو نامقل بنا لے۔}$$

حل: (i)

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - a^2}}{b - \sqrt{b^2 - a^2}}$$

$(b + \sqrt{b^2 - a^2})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned}
 &= \frac{b + \sqrt{b^2 - a^2}}{b - \sqrt{b^2 - a^2}} \times \frac{b + \sqrt{b^2 - a^2}}{b + \sqrt{b^2 - a^2}} = \frac{(b + \sqrt{b^2 - a^2})^2}{(b)^2 - (\sqrt{b^2 - a^2})^2} \\
 &= \frac{(b + \sqrt{b^2 - a^2})^2}{b^2 - (b^2 - a^2)} \\
 &= \frac{b^2 + b^2 - a^2 + 2b\sqrt{b^2 - a^2}}{b^2 - b^2 + a^2} \\
 &= \frac{2b^2 - a^2 + 2b\sqrt{b^2 - a^2}}{a^2}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3} + \sqrt{a-3}} \quad (ii)$$

$(\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3})$  سے ضرب اور تقسیم کرنے سے

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3} + \sqrt{a-3}} \times \frac{\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3}} \\
 &= \frac{(\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3})^2}{(\sqrt{a+3})^2 - (\sqrt{a-3})^2} \quad \therefore (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \\
 &= \frac{(\sqrt{a+3})^2 + (\sqrt{a-3})^2 - 2\sqrt{a+3}\sqrt{a-3}}{(a+3) - (a-3)} \\
 &= \frac{a+3 + a-3 - 2\sqrt{a^2 - 9}}{a+3 - a+3} \\
 &= \frac{2a - 2\sqrt{a^2 - 9}}{6} \\
 &= \frac{a - \sqrt{a^2 - 9}}{3}
 \end{aligned}$$