مشق 6.5

درج ذیل قالبوں کے مقطع معلوم کیجیے۔

(i) $\begin{bmatrix} u & v \\ x & y \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} -8 & -4 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

(i) $\begin{bmatrix} u & v \\ x & y \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$X = \begin{vmatrix} u & v \\ x & y \end{vmatrix}$$

$$|X| = \begin{vmatrix} u & v \\ x & y \end{vmatrix}$$

$$= uy - vx$$

(ii) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (-2)(4) - (5)(1)$$

$$= -8 - 5$$

$$= -13$$

(iii) $\begin{bmatrix} -8 & -4 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$B = \begin{bmatrix} -8 & -4 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} -8 & -4 \\ -4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (-8)(-2) - (-4)(-4)$$

$$= 16 - 16$$

$$= 0$$

(iv) $\begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$= (1)\left(\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{1}{8}\right)$$
$$= \frac{1}{4}-\frac{3}{64}$$
$$|C| = \frac{16-3}{64} = \frac{13}{64}$$

2۔ نادراورغیرنادر قالبوں کوالگ الگ کیجیے۔

(i) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ **(ii)** $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$ **(iii)** $\begin{bmatrix} -a & b \\ a & b \end{bmatrix}$

(i) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

حل: اگر دیئے گئے قالب کا مقطع صفر کے برابر ہوتو اسے نادر قالب اور صفر کے برابر نہ ہوتو غیر نادر قالب کہتے ہیں۔

پس فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$
$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$$
$$= (-1)(-3) - (3)(1)$$
$$= 3 - 3$$
$$= 0$$

پس $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ نادر قالب ہے۔

(ii) $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$$
$$|B| = \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 9 \end{vmatrix}$$
$$= 3 \times 9 - 8 \times 4$$
$$= 27 - 32$$
$$|B| = -5$$

پس $\begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$ ایک غیر نادر قالب ہے۔

(iii) $\begin{bmatrix} -a & b \\ a & b \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$C = \begin{bmatrix} -a & b \\ a & b \end{bmatrix}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} -a & b \\ a & b \end{vmatrix}$$

$$= -ab - ab$$

$$= -2ab$$

پس $\begin{bmatrix} -a & b \\ a & b \end{bmatrix}$ ایک غیر نادر قالب ہے

3۔ ہر ایک قالب A کا ضربی معکوس A^{-1} معلوم کیجیے اور ثابت کیجیے کہ $A^{-1}A = I$ اگر ضربی معکوس معلوم نہ کیا جاسکے تو وجہ بیان کریں۔

(i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

(v) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (vii) $\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{-4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$

(i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1(3) - 2(1)$$

$$= 3 - 2$$

$$= 1$$

چونکہ $|A| \neq 0$ ہے اس لیے A^{-1} ممکن ہے۔

ب

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

چونکہ $A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|}$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}{1}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$A^{-1}A = I$ ثابت کرنے کے لیے

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3(1)+(-2)(1) & 3(2)+(-2)(3) \\ (-1)(1)+(1)(1) & (-1)(2)+(1)(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-2 & 6-6 \\ -1+1 & -2+3 \end{bmatrix}$$

پس

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

(ii) $\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{5} & \mathbf{3} \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \times 3 - 1 \times 5$$
$$= 6 - 5$$
$$= 1$$

چونکہ $|A| \neq 0$ ہے اس لیے A^{-1} ممکن ہے۔

اب

$$Adj\ (A) = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

چونکہ

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|}$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}}{1}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$A^{-1}A = I$ ثابت کرنے کے لیے

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3(2)+(-1)(5) & 3(1)+(-1)(3) \\ (-5)(2)+(2)(5) & (-5)(1)+2(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6-5 & 3-3 \\ -10+10 & -5+6 \end{bmatrix}$$

پس

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

(iii) $\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{3} \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \times 3 - 0 \times (-1) = 6 - 0$$

$$|A| = 6$$

چونکہ $|A| \neq 0$ اس لیے A^{-1} ممکن ہے۔

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{(A)}$$

لہٰذا

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}}{6}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3}{6} & \frac{0}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{6} \end{bmatrix}$$

پس

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$A^{-1}A = I$ ثابت کرنے کے لیے

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\times(2)+0(-1) & \frac{1}{2}(0)+0(3) \\ \frac{1}{6}\times(2)+\frac{1}{3}(-1) & \frac{1}{6}(0)+\frac{1}{3}(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-0 & 0 \\ \frac{1}{3}-\frac{1}{3} & 0+1 \end{bmatrix}$$

پس

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

(iv) $\begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -6 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (-6)(-2) - (4)(3)$$

$$= 12 - 12$$

$$\therefore \quad |A| = 0$$

چونکہ $|A| = 0$ اس لیے A^{-1} ممکن نہیں۔

(v) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |A| = 1 \times 8 - 3 \times 2$$
$$= 8 - 6$$
$$= 2$$

چونکہ $|A| \neq 0$ اس لیے A^{-1} ممکن ہے۔

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

چونکہ

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{|A|}$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{8}{2} & \frac{-3}{2} \\ -\frac{2}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -\frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$A^{-1}A=I$ ثابت کرنے کے لیے

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 4 & -\frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4(1) + \left(-\frac{3}{2}\right)2 & 4(3) + \left(-\frac{3}{2}\right)8 \\ (-1)(1) + \frac{1}{2}(2) & -1(3) + \frac{1}{2}(8) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4-3 & 12-12 \\ -1+1 & -3+4 \end{bmatrix}$$

پس $$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

(vi) $$\begin{bmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} \end{bmatrix}$$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |A| = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)(-1) - 0$$

$$|A| = 1$$

چونکہ $|A| \neq 0$ اس لیے A^{-1} ممکن ہے۔

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|}$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}{1}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$A^{-1}A = I$ ثابت کرنے کے لیے

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-1)(-1) + 0 & 0 + 0 \\ 0(-1) + (-1)(0) & 0 + (-1)(-1) \end{bmatrix}$$

پس $$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

(vii) $$\begin{bmatrix} \mathbf{\frac{3}{5}} & \mathbf{\frac{-4}{5}} \\ \mathbf{\frac{4}{5}} & \mathbf{\frac{3}{5}} \end{bmatrix}$$

حل: فرض کیا

$$A = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{-4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |A| = \begin{vmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{9}{25} + \frac{16}{25}$$

$$|A| = \frac{25}{25} = 1$$

چونکہ $|A| \neq 0$ اس لیے A^{-1} ممکن ہے۔

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{|A|}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{bmatrix}$$

$A^{-1}A = I$ ثابت کرنے کے لیے

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) & \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{-4}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) \\ \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) & \left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{-4}{5}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{9}{25} + \frac{16}{25} & \frac{-12}{25} + \frac{12}{25} \\ \frac{-12}{25} + \frac{12}{25} & \frac{16}{25} + \frac{9}{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{9+16}{25} & \frac{-12+12}{25} \\ \frac{-12+12}{25} & \frac{16+9}{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{25}{25} & 0 \\ 0 & \frac{25}{25} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

4۔ اگر $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ہو تو

(a) M^{-1} معلوم کیجیے۔

(b) ثابت کیجیے کہ $M^{-1}M = MM^{-1}$

حل: **(a)**

$$\because \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |M| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 4 - 6$$

$$|M| \quad = -2$$

پس M^{-1} ممکن ہے۔

$$\text{Adj}(M) = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{\text{Adj}(M)}{|M|}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}}{-2}$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{2} & \frac{-2}{-2} \\ \frac{-3}{-2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$$

(b) $M^{-1}M = MM^{-1}$

$$\text{L.H.S} = M^{-1}M$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-2)(1)+(1)(3) & (-2)(2)+(1)(4) \\ \left(\frac{3}{2}\right)(1)+\left(\frac{-1}{2}\right)(3) & \left(\frac{3}{2}\right)(2)+\left(\frac{-1}{2}\right)(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+3 & -4+4 \\ \frac{3}{2}-\frac{3}{2} & 3-2 \end{bmatrix}$$

$$\text{L.H.S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \ldots\ldots \text{(i)}$$

اب R.H.S لینے سے

$$\text{R.H.S} = MM^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1)(-2)+(2)\frac{3}{2} & (1)(1)+(2)(\frac{-1}{2}) \\ (3)(-2)+(4)(\frac{3}{2}) & (3)(1)+(4)(\frac{-1}{2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+3 & 1-1 \\ -6+6 & 3-2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad \text{R.H.S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots \text{(ii)}$$

پس، مساوات (i) اور (ii) کی مدد سے ثابت ہوا کہ

$$M^{-1}M = MM^{-1}$$

-5 $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ **ہو تو ثابت کیجیے کہ** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

حل:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |A| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 5 - 4 = 1$$

پس A^{-1} ممکن ہے۔

$$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{|A|}$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}}{1}$$

$$\because \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

اور

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad |B| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -4 - 6$$

$$|B| = -10$$

پس B^{-1} ممکن ہے۔

$$B^{-1} = \frac{Adj(B)}{|B|}$$

$$B^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}}{-10} = \frac{-1}{10}\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{10} & \frac{-2}{5} \end{bmatrix}$$

اب ہم $B^{-1}A^{-1}$ معلوم کرتے ہیں۔

$$B^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{10} & \frac{-2}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (\frac{1}{10})(1) + (\frac{1}{5})(-2) & (\frac{1}{10})(-2) + (\frac{1}{5})(5) \\ (\frac{3}{10})(1) + (\frac{-2}{5})(-2) & (\frac{3}{10})(-2) + (\frac{-2}{5})(5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{10} - \frac{2}{5} & \frac{-1}{5} + 1 \\ \frac{3}{10} + \frac{4}{5} & \frac{-3}{5} - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-4}{10} & \frac{-1+5}{5} \\ \frac{3+8}{10} & \frac{-3-10}{5} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad B^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-3}{10} & \frac{4}{5} \\ \frac{11}{10} & \frac{-13}{5} \end{bmatrix} \qquad \text{(i)}$$

اسی طرح

$$AB = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (5)(4) + (2)(3) & 5(2) + (2)(-1) \\ (2)(4) + (1)(3) & (2)(2) + (1)(-1) \end{bmatrix}$$

$$(AB) = \begin{bmatrix} 20+6 & 10-2 \\ 8+3 & 4-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 & 8 \\ 11 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = \begin{vmatrix} 26 & 8 \\ 11 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (26)(3) - (8)(11)$$

$$\Rightarrow \quad |AB| = 78 - 88 = -10$$

$$\text{Adj}(AB) = \begin{bmatrix} 3 & -8 \\ -11 & 26 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 3 & -8 \\ -11 & 26 \end{bmatrix}}{-10}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-3}{10} & \frac{8}{10} \\ \frac{11}{10} & \frac{-26}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-3}{10} & \frac{4}{5} \\ \frac{11}{10} & \frac{-13}{5} \end{bmatrix} \qquad \text{(ii)}$$

پس، (i) اور (ii) سے ثابت ہوا کہ

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$