مشق 3.4

درج ذیل کا عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

-1 $x^3 + x^2 + x + 1,\ x^3 - x^2 + x - 1$

حل: فرض کیا

$A = x^3 + x^2 + x + 1$

$B = x^3 - x^2 + x - 1$

A اور B کا عادِ اعظم معلوم کرنے کے لیے تجزی کریں۔

$$\begin{aligned} A &= x^3 + x^2 + x + 1 \\ &= x^2(x+1) + 1(x+1) \\ &= (x+1)(x^2+1) \\ B &= x^3 - x^2 + x - 1 \\ &= x^2(x-1) + 1(x-1) \\ &= (x-1)(x^2+1) \end{aligned}$$

مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب $= (x^2 + 1)$

پس، $HCF =$ عادِ اعظم $= x^2 + 1$

ذو اضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے ہم درج ذیل فارمولا استعمال کرتے ہیں۔

$$LCM = \frac{A \times B}{HCF}$$

$$LCM = \frac{(x^3 + x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + x - 1)}{(x^2+1)}$$

یا

$$= \frac{(x+1)(x^2+1)(x-1)(x^2+1)}{(x^2+1)}$$

$$= (x+1)(x^2+1)(x-1)$$

پس

$$LCM = (x^2 - 1)(x^2 + 1) \qquad = x^4 - 1$$

-2 $x^3 - 3x^2 - 4x + 12,\ x^3 - x^2 - 4x + 4$

حل: فرض کیا

$A = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

$B = x^3 - x^2 - 4x + 4$

تجزی کرنے سے

$$\begin{aligned} A &= x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \\ &= x^2(x-3) - 4(x-3) \\ &= (x-3)(x^2-4) \\ A &= (x-3)(x-2)(x+2) \\ B &= x^3 - x^2 - 4x + 4 \\ &= x^2(x-1) - 4(x-1) \end{aligned}$$

$= (x-1)(x^2-4)$
$= (x-1)(x-2)(x+2)$

مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب $= (x-2)(x+2)$

پس، HCF = عاد اعظم $= x^2-4$

LCM معلوم کرنے کے لیے فارمولا استعمال کرنے سے

$$\text{LCM} = \frac{A \times B}{\text{HCF}}$$

$$= \frac{(x^3-3x^2-4x+12)(x^3-x^2-4x+4)}{x^2-4}$$

$$= \frac{(x-3)(x-2)(x+2)\times(x-1)(x-2)(x+2)}{x^2-4}$$

$$= \frac{(x-3)(x^2-4)(x-1)(x^2-4)}{x^2-4}$$

$\text{LCM} = (x-1)(x-3)(x^2-4)$
$\text{LCM} = (x-3)(x^3-x^2-4x+4)$

3۔ $2x^3+2x^2+x+1,\ 2x^3-2x^2+x-1$

حل: فرض کیا

$A = 2x^3+2x^2+x+1$
$B = 2x^3-2x^2+x-1$

تجزی کرنے سے

$A = 2x^2(x+1)+1(x+1)$
$= (x+1)(2x^2+1)$
$B = 2x^2(x-1)+1(x-1)$
$= (x-1)(2x^2+1)$

مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب $= 2x^2+1$

HCF = عاد اعظم $= (2x^2+1)$

چونکہ

$$\text{LCM} = \frac{A \times B}{\text{HCF}}$$

$$= \frac{(x+1)(2x^2+1)\times(x-1)(2x^2+1)}{(2x^2+1)}$$

$= (x+1)(x-1)(2x^2+1)$

$\text{LCM} = (x^2-1)(2x^2+1)$

یا $= 2x^4-x^2-1$

4۔ $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2,\ 8x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 9x - 2$

حل: فرض کیا

$$A = 6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$$
$$B = 8x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 9x - 2$$

A اور B کا عادِ اعظم تقسیم کے ذریعے معلوم کرنے سے

$$\begin{array}{r|l}
 & 4x - 5 \\
6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 & 8x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 9x - 2 \\
 & \times 3 \\ \hline
 & 24x^4 + 18x^3 - 45x^2 + 27x - 6 \\
 & \underset{-}{\pm} 24x^4 \underset{-}{+} 28x^3 \underset{+}{-} 36x^2 + 8x \\ \hline
 & -10x^3 - 9x^2 + 19x - 6 \\
 & \times 3 \\ \hline
 & -30x^3 - 27x^2 + 57x - 18 \\
 & \underset{+}{-} 30x^3 \underset{+}{-} 35x^2 \underset{-}{+} 45x \underset{+}{-} 10 \\ \hline
 & 8x^2 + 12x - 8 = 4(2x^2 + 3x - 2)
\end{array}$$

4 پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوا $2x^2 + 3x - 2$

اب

$$\begin{array}{r|l}
 & 3x - 1 \\
2x^2 + 3x - 2 & 6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 \\
 & \underset{-}{} 6x^3 \underset{-}{+} 9x^2 \underset{+}{-} 6x \\ \hline
 & -2x^2 - 3x + 2 \\
 & \underset{+}{-} 2x^2 \underset{+}{-} 3x \pm 2 \\ \hline
 & 0
\end{array}$$

پس، عادِ اعظم $= HCF = 2x^2 + 3x - 2$

چونکہ

$$LCM = \frac{A \times B}{HCF}$$
$$= \frac{(6x^3 + 7x^2 - 9x + 2)(8x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 9x - 2)}{(2x^2 + 3x - 2)}$$
$$= (6x^3 + 7x^2 - 9x + 2) \times \frac{8x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 9x - 2}{2x^2 + 3x - 2}$$
$$= (6x^3 + 7x^2 - 9x + 2)(4x^2 - 3x + 1)$$

5- $3x^4 + 17x^3 + 27x^2 + 7x - 6,\ 6x^4 + 7x^3 - 27x^2 + 17x - 3$

حل: فرض کیا

$$A = 3x^4 + 17x^3 + 27x^2 + 7x - 6$$
$$B = 6x^4 + 7x^3 - 27x^2 + 17x - 3$$

عاد اعظم معلوم کرنے کے لیے B کو A پر تقسیم کرنے سے

$$3x^4+17x^3+27x^2+7x-6 \;\overline{\big)\, 6x^4 + 7x^3 - 27x^2 + 17x - 3}\quad 2$$
$$\underline{-6x^4 \pm 34x^3 \pm 54x^2 \pm 14x \mp 12}$$
$$-27x^3 - 81x^2 + 3x + 9$$
$$-3(9x^3 + 27x^2 - x - 3)$$

(-3) پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوا $\quad 9x^3 + 27x^2 - x - 3$

اب

$$9x^3 + 27x^2 - x - 3 \;\overline{\big)\, 3x^4 + 17x^3 + 27x^2 + 7x - 6}\quad x$$
$$\times 3$$
$$9x^4 + 51x^3 + 81x^2 + 21x - 18$$
$$\underline{-9x^4 \pm 27x^3 \mp x^2 \mp 3x}$$
$$24x^3 + 82x^2 + 24x - 18$$
$$= 2(12x^3 + 41x^2 + 12x - 9)$$

2 پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوا $\quad 12x^3 + 41x^2 + 12x - 9$

اب

$$9x^3 + 27x^2 - x - 3 \;\overline{\big)\, 12x^3 + 41x^2 + 12x - 9}\quad 4$$
$$\times 3$$
$$36x^3 + 123x^2 + 36x - 27$$
$$\underline{-36x^3 \pm 108x^2 \mp 4x \mp 12}$$
$$15x^2 + 40x - 15 = 5(3x^2 + 8x - 3)$$

اب

$$3x^2 + 8x - 3 \;\overline{\big)\, 9x^3 + 27x^2 - x - 3}\quad 3x + 1$$
$$\underline{\pm 9x^3 \pm 24x^2 \mp 9x}$$
$$3x^2 + 8x - 3$$
$$\underline{-3x^2 \pm 8x \mp 3}$$
$$0$$

پس عاد اعظم $= (3x^2 + 8x - 3)$

اور

$$\text{LCM} = \frac{A \times B}{\text{HCF}}$$

$$= \frac{(3x^4+17x^3+27x^2+7x-6)(6x^4+7x^3-27x^2+17x-3)}{(3x^2+8x-3)}$$

$$= (3x^4+17x^3+27x^2+7x-6) \times \frac{6x^4+7x^3-27x^2+17x-3}{3x^2+8x-3}$$

تقسیم کرنے سے

$$\begin{array}{r|l} & 2x^2 - 3x + 1 \\ \hline 3x^2+8x-3 & 6x^4 + 7x^3 - 27x^2 + 17x - 3 \\ & \underline{\underset{-}{}6x^4 \underset{-}{+} 16x^3 \underset{+}{-} 6x^2} \\ & \quad -9x^3 - 21x^2 + 17x - 3 \\ & \quad \underline{\underset{+}{-} 9x^3 \underset{+}{-} 24x^2 \underset{-}{+} 9x} \\ & \qquad 3x^2 + 8x - 3 \\ & \qquad \underline{\underset{-}{}3x^2 \underset{-}{+} 8x \underset{+}{-} 3} \\ & \qquad 0 \end{array}$$

$$\text{LCM} = (3x^4+17x^3+27x^2+7x-6)\,(2x^2-3x+1)$$

$2x^4+3x^3-13x^2-7x+15,\ 2x^4+x^3-20x^2-7x+24$ **6۔**

حل: فرض کیا

$$A = 2x^4+3x^3-13x^2-7x+15$$
$$B = 2x^4+x^3-20x^2-7x+24$$

عاداعظم نکالنے کے لیے A کو B پر تقسیم کریں۔

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline 2x^4+x^3-20x^2-7x+24 & 2x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 7x + 15 \\ & \underline{\underset{-}{}2x^4 \underset{-}{+} x^3 \underset{+}{-} 20x^2 \underset{+}{-} 7x \underset{-}{+} 24} \\ & \qquad 2x^3 + 7x^2 - 9 \end{array}$$

اب

$$\begin{array}{r|l} & x - 3 \\ \hline 2x^3+7x^2-9 & 2x^4 + x^3 - 20x^2 - 7x + 24 \\ & \underline{\underset{-}{}2x^4 \underset{-}{+} 7x^3 \qquad \underset{+}{-} 9x} \\ & \quad -6x^3 - 20x^2 + 2x + 24 \\ & \quad \underline{\underset{+}{-} 6x^3 \underset{+}{-} 21x^2 \qquad \underset{-}{+} 27} \\ & \qquad x^2 + 2x - 3 \end{array}$$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x + 3 \\
\hline
x^2 + 2x - 3 & 2x^3 + 7x^2 - 9 \\
 & \underset{-}{}2x^3 \underset{-}{+} 4x^2 \quad \underset{+}{-} 6x \\
\cline{2-2}
 & \qquad 3x^2 + 6x - 9 \\
 & \quad \underset{-}{}3x^2 \underset{-}{+} 6x \underset{+}{-} 9 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

پس، عادِ اعظم $= (x^2 + 2x - 3)$

اور

$$
\begin{aligned}
LCM &= \frac{A \times B}{HCF} \\
&= \frac{(2x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 7x + 15)(2x^4 + x^3 - 20x^2 - 7x + 24)}{x^2 + 2x - 3} \\
&= (2x^4 + x^3 - 20x^2 - 7x + 24) \times \frac{(2x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 7x + 15)}{x^2 + 2x - 3}
\end{aligned}
$$

تقسیم کرنے سے

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2 - x - 5 \\
\hline
x^2 + 2x - 3 & 2x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 7x + 15 \\
 & \underset{-}{}2x^4 \underset{-}{+} 4x^3 \underset{+}{-} 6x^2 \\
\cline{2-2}
 & \quad - x^3 - 7x^2 - 7x + 15 \\
 & \quad \underset{+}{-} x^3 \underset{+}{-} 2x^2 \underset{-}{+} 3x \\
\cline{2-2}
 & \quad - 5x^2 - 10x + 15 \\
 & \quad \underset{+}{-} 5x^2 \underset{+}{-} 10x \underset{-}{+} 15 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$LCM = (2x^2 - x - 5)(2x^4 + x^3 - 20x^2 - 7x + 24)$

7۔ $\mathbf{x^4 - x^3 - x + 1, \; x^4 + x^3 - x - 1}$

حل: فرض کیا

$$
\begin{aligned}
A &= x^4 - x^3 - x + 1 \\
B &= x^4 + x^3 - x - 1
\end{aligned}
$$

تجزی کرنے سے

$$
\begin{aligned}
A &= x^4 - x^3 - x + 1 \\
&= x^3(x - 1) - 1(x - 1) \\
&= (x - 1)(x^3 - 1)
\end{aligned}
$$

$= (x-1)(x-1)(x^2+x+1)$

اور

$B = x^4 + x^3 - x - 1$

$= x^3(x+1) - 1(x+1)$

$= (x+1)(x^3-1)$

$= (x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب = $(x-1)(x^2+x+1)$

پس،

عاد اعظم = $HCF = (x-1)(x^2+x+1)$

یا = (x^3-1)

چونکہ

$$LCM = \frac{A \times B}{HCF}$$

$$= \frac{(x-1)(x-1)(x^2+x+1) \times (x+1)(x-1)(x^2+x+1)}{(x^3-1)}$$

$$= \frac{(x-1)\cancel{(x^3-1)} \times (x+1)(x-1)(x^2+x+1)}{\cancel{(x^3-1)}}$$

$= (x-1)(x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

$= (x-1)(x^2-1)(x^2+x+1)$

$= (x-1)(x^4+x^3+x^2-x^2-x-1)$

$LCM = (x-1)(x^4+x^3-x-1)$

8- $\mathbf{x^4 + x^3 + x + 1,\ x^4 + x^3 - x - 1}$

حل: فرض کیا

$A = x^4 + x^3 + x + 1$

$B = x^4 + x^3 - x - 1$

تجزی کرنے سے

$A = x^3(x+1) + 1(x+1)$

$= (x+1)(x^3+1)$

$= (x+1)(x+1)(x^2-x+1)$

اور

$B = x^3 + x^3 - x - 1$

$= x^3(x+1) - 1(x+1)$

$= (x+1)(x^3-1)$

$= (x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

سب سے بڑا مشترک جزو ضربی = $x+1$

پس، عاد اعظم = $x+1$

چونکہ

$$LCM = \frac{A \times B}{HCF}$$

$$= \frac{\cancel{(x+1)}(x+1)(x^2-x+1) \times (x+1)(x-1)(x^2+x+1)}{\cancel{(x+1)}}$$

$$= (x+1)(x^2-x+1) \times (x+1)(x-1)(x^2+x+1)$$

$$= (x^3+1)(x^2-1)(x^2+x+1)$$

$$= (x^3+1)(x^4+x^3+x^2-x^2-x-1)$$

$$= (x^3+1)(x^4+x^3-x-1)$$

مطلوبہ کثیر رقمی معلوم کیجیے۔

9۔ $A = x^2-5x-14,\ H = x-7,\ L = x^3-10x^2+11x+70,\ B = ?$

حل: چونکہ

$$A \times B = H \times L$$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{H \times L}{A}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$B = \frac{(x-7)(x^3-10x^2+11x+70)}{(x^2-5x-14)}$$

مخرج کی تجزی کرنے سے

$$B = \frac{(x-7)(x^3-10x^2+11x+70)}{x^2-7x+2x-14}$$

$$= \frac{(x-7)(x^3-10x^2+11x+70)}{x(x-7)+2(x-7)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-7)}(x^3-10x^2+11x+70)}{\cancel{(x-7)}(x+2)}$$

$$= \frac{x^3-10x^2+11x+70}{x+2}$$

تقسیم کرنے سے

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - 12x + 35 \\ \hline x+2 & x^3 - 10x^2 + 11x + 70 \\ & \underset{-}{x^3} \underset{-}{+} 2x^2 \\ \hline & -12x^2 + 11x + 70 \\ & \underset{+}{-}12x^2 \underset{+}{-} 24x \\ \hline & 35x + 70 \\ & \underset{-}{35x} \underset{-}{+} 70 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس مطلوبہ کثیر رقمی $B = x^2 - 12x + 35$

10۔ $B = 3x^2 + 14x + 8, H = 3x + 2, L = 6x^3 + 25x^2 + 2x - 8$, $A = ?$

حل: چونکہ

$$A \times B = H \times L$$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{H \times L}{B}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$A = \frac{(3x+2)(6x^3+25x^2+2x-8)}{3x^2+14x+8}$$

مخرج کی تجزی کرنے سے

$$A = \frac{(3x+2)(6x^3+25x^2+2x-8)}{3x^2+12x+2x+8}$$

$$A = \frac{(3x+2)(6x^3+25x^2+2x-8)}{3x(x+4)+2(x+4)}$$

$$= \frac{\cancel{(3x+2)}(6x^3+25x^2+2x-8)}{(x+4)\cancel{(3x+2)}}$$

$$= \frac{6x^3+25x^2+2x-8}{x+4}$$

تقسیم کرنے سے

$$\begin{array}{r|l} & 6x^2 + x - 2 \\ \hline x+4 & 6x^3 + 25x^2 + 2x - 8 \\ & \underset{-}{}6x^3 \underset{-}{+} 24x^2 \\ \hline & \qquad x^2 + 2x - 8 \\ & \qquad \underset{-}{}x^2 \underset{-}{+} 4x \\ \hline & \qquad\quad -2x - 8 \\ & \qquad\quad \underset{+}{-}2x \underset{+}{-} 8 \\ \hline & \qquad\qquad 0 \end{array}$$

پس $A = 6x^2 + x - 2$

11۔ دو کثیر رقمیوں کا حاصل ضرب $x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 56x - 48$ ہے اور ان کا عاداعظم $x^3 + 2x^2 - 11x - 12$ ہے۔ ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ

$$A \times B = H \times L$$

اس لیے

$$\Rightarrow \quad L = \frac{A \times B}{H}$$

$$L = \frac{x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 56x - 48}{x^3 + 2x^2 - 11x - 12}$$

تقسیم کرنے سے

$$\begin{array}{r|l} & x + 4 \\ \hline x^3 + 2x^2 - 11x - 12 & x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 56x - 48 \\ & \underset{-}{}x^4 \underset{-}{+} 2x^3 \underset{+}{-} 11x^2 \underset{+}{-} 12x \\ \hline & \quad 4x^3 + 8x^2 - 44x - 48 \\ & \quad \underset{-}{}4x^3 \underset{-}{+} 8x^2 \underset{+}{-} 44x \underset{+}{-} 48 \\ \hline & \qquad 0 \end{array}$$

پس، $L = (x + 4)$

12۔ دو کثیر رقمیوں کے حاصل ضرب اور L.C.M بالترتیب $x^4 + 5x^3 - x^2 - 17x + 12$ اور $x^3 + 6x^2 + 5x - 12$ ہیں۔ان کا H.C.F معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ

$$A \times B = H \times L$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{A \times B}{L}$$

$$H = \frac{x^4 + 5x^3 - x^2 - 17x + 12}{x^3 + 6x^2 + 5x - 12}$$

تقسیم کرنے سے

$$\begin{array}{r|l} & x - 1 \\ \hline x^3 + 6x^2 + 5x - 12 & x^4 + 5x^3 - x^2 - 17x + 12 \\ & \underset{-}{}x^4 \underset{-}{+} 6x^3 \underset{-}{+} 5x^2 \underset{+}{-} 12x \\ \hline & \quad - x^3 - 6x^2 - 5x + 12 \\ & \quad \underset{+}{-} x^3 \underset{+}{-} 6x^2 \underset{+}{-} 5x \underset{-}{+} 12 \\ \hline & \qquad 0 \end{array}$$

پس، $H = (x - 1)$

13۔ دو کثیر رقمیوں کے حاصل ضرب اور ذو اضعاف اقل بالترتیب $x^4 - 12x^3 + 53x^2 - 102x + 72$ اور $x - 3$ ہیں۔ان کا عاد اعظم معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ

$$A \times B = H \times L$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{A \times B}{L}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$H = \frac{x^4 - 12x^3 + 53x^2 - 102x + 72}{x-3}$$

تقسیم کرنے سے

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^3 - 9x^2 + 26x - 24 \\
\hline
x-3 & x^4 - 12x^3 + 53x^2 - 102x + 72 \\
 & \underset{-}{x^4} \underset{+}{\mp} 3x^3 \\
\cline{2-2}
 & \quad -9x^3 + 53x^2 - 102x + 72 \\
 & \quad \underset{+}{\mp} 9x^3 \pm 27x^2 \\
\cline{2-2}
 & \qquad 26x^2 - 102x + 72 \\
 & \qquad \underset{+}{}26x^2 \underset{+}{-} 78x \\
\cline{2-2}
 & \qquad\quad -24x + 72 \\
 & \qquad\quad \underset{+}{\mp} 24x \pm 72 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

پس،

$$H = x^3 - 9x^2 + 26x - 24$$

14۔ دو کثیر رقمیوں کے حاصل ضرب اور عاداعظم بالترتیب $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 20x - 24$ اور $x + 2$ ہیں۔ ان کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ

$$A \times B = H \times L$$

اس لیے

$$\Rightarrow \quad L = \frac{A \times B}{H}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$L = \frac{x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 20x - 24}{x+2}$$

تقسیم کرنے سے

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^3 - 7x^2 + 16x - 12 \\
\hline
x+2 & x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 20x - 24 \\
 & \underset{-}{x^4} \underset{+}{-} 2x^3 \\
\cline{2-2}
 & \quad -7x^3 + 2x^2 + 20x - 24 \\
 & \quad \underset{+}{-} 7x^3 \underset{+}{-} 14x^2 \\
\cline{2-2}
 & \qquad 16x^2 + 20x - 24 \\
 & \qquad \underset{-}{}16x^2 \pm 32x \\
\cline{2-2}
 & \qquad\quad -12x - 24 \\
 & \qquad\quad \underset{+}{-} 12x \underset{+}{-} 24 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

پس ذواضعاف اقل $= L = x^3 - 7x^2 + 16x - 12$

15۔ ایک جملہ $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ ہے۔ جبکہ دوسرا جملہ $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$ ہے۔ ان کا عاد اعظم x^2-4 ہے۔ ان کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا

$$A = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$
$$B = x^3 + 5x^2 - 4x - 20$$
$$H = x^2 - 4$$

اب چونکہ

$$H \times L = A \times B$$

اس لیے

$$\Rightarrow \quad L = \frac{A \times B}{H}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$L = \frac{(x^3 + 3x^2 - 4x - 12)(x^3 + 5x^2 - 4x - 20)}{(x^2 - 4)}$$

تجزی کرنے سے

$$= \frac{\left[x^2(x+3) - 4(x+3)\right]\left[x^3 + 5x^2 - 4x - 20\right]}{(x^2 - 4)}$$

$$= \frac{(x+3)\cancel{(x^2-4)}(x^3 + 5x^2 - 4x - 20)}{\cancel{(x^2-4)}}$$

$$= (x + 3)(x^3 + 5x^2 - 4x - 20)$$
$$= x^4 + 3x^3 + 5x^3 + 15x^2 - 4x^2 - 12x - 20x - 60$$

یا

$$L = x^4 + 8x^3 + 11x^2 - 32x - 60$$

16۔ ایک الجبری جملہ $x^3 - x^2 + 2x - 2$ اور دوسرا جملہ $x^3 - x^2 - 2x + 2$ ہے۔ ان کا عاد اعظم $x - 1$ ہے۔ ان کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل: فرض کیا

$$A = x^3 - x^2 + 2x - 2$$
$$B = x^3 - x^2 - 2x + 2$$
$$H = x - 1$$

اور چونکہ

$$A \times B = H \times L$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{A \times B}{H}$$

قیمتیں درج کرنے سے

$$= \frac{(x^3 - x^2 + 2x - 2)(x^3 - x^2 - 2x + 2)}{(x - 1)}$$

$$= \frac{\left[x^2(x-1) + 2(x-2)\right](x^3 - x^2 - 2x + 2)}{(x - 1)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-1)}(x^2 + 2)(x^3 - x^2 - 2x + 2)}{\cancel{(x-1)}}$$

$= (x^2 + 2)(x^3 - x^2 - 2x + 2)$

$= x^5 + 2x^3 - x^4 - 2x^2 - 2x^3 - 4x + 2x^2 + 4$

یا $L = x^5 - x^4 - 4x + 4$

17۔ ثابت کیجیے کہ $H^3 + L^3 = A^3 + B^3$ جبکہ $H + L = A + B$، H اور L بالترتیب عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل کو ظاہر کرتے ہیں۔ اور A اور B بالترتیب کثیر رقمیاں ہیں۔

حل: دی گئی شرط کے مطابق

$H + L = A + B$

دونوں طرف کا مکعب لینے سے

$(H + L)^3 = (A + B)^3 \quad \therefore (a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

$H^3 + L^3 + 3HL(H + L) = A^3 + B^3 + 3AB(A + B)$

چونکہ

$HL = AB$

اور $(H + L) = (A + B)$

بائیں طرف قیمتیں درج کرنے سے

$H^3 + L^3 + 3AB(A + B) = A^3 + B^3 + 3AB(A + B)$

$H^3 + L^3 + 3AB(A + B) - 3AB(A + B) = A^3 + B^3$

$H^3 + L^3 = A^3 + B^3$