

حل مشق 7.4

1. ضربی سلسلہ, 2, 8, 32 میں 7 ویں رقم لکھیے۔
حل:

2, 8, 32,

$$a = 2, r = \frac{8}{2} = 4, a_7 = ?$$

$$a_7 = ar^6$$

$$= (2)(4)^6 = (2)(4096) = 8192$$

2. ضربی سلسلہ, 2, 6, 18, کی 11 ویں رقم معلوم کیجیے۔
حل:

2, 6, 18,

$$a = 2, r = \frac{6}{2} = 3, a_{11} = ?$$

$$a_{11} = ar^{10}$$

$$= (2)(3)^{10} = (2)(59049) = 118098$$

3. ضربی سلسلہ, -6, 3, $-\frac{3}{2}$ کی 6 ویں رقم معلوم کیجیے۔

$-\frac{3}{2}, 3, -6, \dots$

$$a = -\frac{3}{2}, r = \frac{3}{-3/2} = 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -2, a_6 = ?$$

$$a_6 = ar^5$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)(-2)^5 = \left(-\frac{3}{2}\right)(-32) = 48$$

ضربى سلسلہ، 4، -12، 36، ...، کی 5 ویں رقم معلوم کیجیے۔

$$4, -12, 36, \dots$$

$$a = 4, r = \frac{-12}{4} = -3, a_5 = ?$$

$$a_5 = ar^4$$

$$= (4)(-3)^4 = (4)(81) = 324$$

دیئے گئے ضربى سلسلہ کی a, a_n, r اور n میں سے نا معلوم کی قیمت معلوم کیجیے۔

$$(i) \quad r = 10, a_n = 100, a = 1$$

$$r = 10, a_n = 100, a = 1, n = ? \quad \text{حل:}$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$100 = (1)(10)^{n-1}$$

$$10^2 = 10^{n-1}$$

$$\Rightarrow 2 = n - 1$$

$$\text{یا} \quad n - 1 = 2$$

$$n = 2 + 1$$

$$n = 3$$

$$(ii) \quad a_n = 400, r = 2, a = 25$$

$$a_n = 400, r = 2, a = 25, n = ? \quad \text{حل:}$$

$$400 = (25)(2)^{n-1}$$

$$\frac{400}{25} = 2^{n-1}$$

$$16 = 2^{n-1}$$

$$2^4 = 2^{n-1}$$

$$\Rightarrow 4 = n - 1$$

$$\text{یا} \quad n - 1 = 4$$

$$n = 4 + 1 = 5$$

$$(iii) \quad a = 128, r = \frac{1}{2}, a_n = \frac{1}{4}$$

$$a = 128, r = \frac{1}{2}, a_n = \frac{1}{4}, n = ? \quad \text{حل:}$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} = (128)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4 \times 128} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{512} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^9 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow 9 = n - 1$$

$$n - 1 = 9$$

$$n = 9 + 1 = 10$$

6. ایسے ضربی سلسلہ کی 11 ویں رقم معلوم کیجیے جس کی 5 ویں رقم کی قیمت 9 اور مشترک نسبت 2 ہے۔

$$a_5 = 9, r = 2, a_{11} = ?$$

حل:

$$ar^4 = 9$$

$$a(2)^4 = 9$$

$$a(16) = 9$$

$$a = \frac{9}{16}$$

$$a_{11} = ar^{10}$$

$$= \left(\frac{9}{16}\right)(2)^{10} = \left(\frac{9}{16}\right)(1024) = 576$$

7. ایسے ضربی سلسلہ کی 13 ویں رقم کیا ہوگی جس میں 7 ویں رقم 25 اور مشترک نسبت 3 ہے۔

$$a_7 = 25, r = 3, a_{13} = ?$$

حل:

$$ar^6 = 25$$

$$a(3)^6 = 25$$

$$a(729) = 25$$

$$a = \frac{25}{729}$$

$$a_{13} = ar^{12}$$

$$= \left(\frac{25}{729}\right)(3)^{12} = \left(\frac{25}{729}\right)(531441) = 18225$$

8. اگر a, b, c, d ایک ضربی سلسلہ میں ہوں تو ثابت کیجیے کہ $a-b, b-c, c-d$ بھی ضربی سلسلہ میں ہیں۔

حل: چونکہ a, b, c, d ضربی سلسلہ میں ہیں۔

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = k$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = k, \frac{c}{b} = k, \frac{d}{c} = k$$

$$b = ak, c = bk, d = ck$$

$$c = (ak)k, d = (ak^2)k$$

$$c = ak^2, d = ak^3$$

چونکہ $a - b, b - c, c - d$ ضربی سلسلہ میں ہیں۔

$$\frac{b - c}{a - b} = \frac{c - d}{b - c}$$

اس لیے

$$\frac{ak - ak^2}{a - ak} = \frac{ak^2 - ak^3}{ak - ak^2}$$

$$\frac{k(a - ak)}{(a - ak)} = \frac{k(ak - ak^2)}{(ak - ak^2)}$$

$$k = k$$

پس ثابت ہوا کہ $a - b, b - c, c - d$ بھی ضربی سلسلہ میں ہیں۔

اگر $\frac{a_5}{a_3} = \frac{4}{9}$ اور $a_2 = \frac{4}{9}$ ہو تو ضربی سلسلہ کی n ویں رقم کیا ہوگی؟

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{4}{9}$$

اور

$$a_2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{ar^4}{ar^2} = \frac{4}{9}$$

$$ar = \frac{4}{9}$$

$$r^2 = \frac{4}{9}$$

$$a \left(\pm \frac{2}{3} \right) = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow r = \pm \frac{2}{3}$$

$$a = \pm \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \pm \frac{2}{3}$$

اگر $r = \frac{2}{3}, a = \frac{2}{3}$ ہو تو

$$a_n = ar^{n-1} = \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} = \left(\frac{2}{3} \right)^{1+n-1} = \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

اگر $r = -\frac{2}{3}, a = -\frac{2}{3}$ ہو تو

$$a_n = ar^{n-1} = \left(-\frac{2}{3} \right) \left(-\frac{2}{3} \right)^{n-1} = \left(-\frac{2}{3} \right)^{1+n-1} = \left(-\frac{2}{3} \right)^n$$

$$a_n = (-1)^n \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

1. ضربی سلسلہ میں تین یکے بعد دیگرے اعداد معلوم کیجیے جن کا مجموعہ 26 اور حاصل ضرب 216 ہو۔

ظ: فرض کیا تین یکے بعد دیگرے اعداد $\frac{a}{r}, a, ar$

پہلی شرط کے مطابق

$$\frac{a}{r} + a + ar = 26$$

$$a \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 26$$

$$\frac{a}{r} (1 + r + r^2) = 26$$

$$a(1 + r + r^2) = 26r$$

.....(1)

دوسری شرط کے مطابق

$$\left(\frac{a}{r} \right) (a) (ar) = 216$$

$$a^3 = 216$$

$$a^3 = 6^3$$

$$\Rightarrow a = 6$$

'a' کی قیمت مساوات (1) میں درج کرنے سے

$$6(r^2 + r + 1) = 26r$$

$$3(r^2 + r + 1) = 13r$$

$$3r^2 + 3r + 3 = 13r$$

$$3r^2 - 10r + 3 = 0$$

$$3r^2 - 10r + 3 = 0$$

$$3r^2 - 9r - r + 3 = 0$$

$$3r(r - 3) - 1(r - 3) = 0$$

$$(r - 3)(3r - 1) = 0$$

$$r - 3 = 0 \quad \text{یا} \quad 3r - 1 = 0$$

$$r = 3 \quad 3r = 1$$

$$r = \frac{1}{3}$$

اگر $r = 3$ اور $a = 6$ ہو تو

$$\frac{a}{r} = \frac{6}{3} = 2$$

$$a = 6$$

$$ar = (6)(3) = 18$$

پس، تین یکے بعد دیگرے اعداد

اگر $a = 6$ اور $r = \frac{1}{3}$ ہو تو

$$\frac{a}{r} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 6 \times \frac{3}{1} = 18$$

$$a = 6$$

$$ar = (6) \left(\frac{1}{3} \right) = 2$$

پس، یکے بعد دیگرے اعداد

$$18, 6, 2$$

11. $x, 1, \frac{1}{x}, \dots$ ضربی سلسلہ کی 30 ویں رقم معلوم کیجیے۔

$$x, 1, \frac{1}{x}, \dots$$

حل:

$$a = x, r = \frac{1}{x}, a_{30} = ?$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_{30} = ar^{29} = (x) \left(\frac{1}{x} \right)^{29} = (x)(x)^{-29} = x^{1-29}$$

$$= x^{-28} = \frac{1}{x^{28}}$$

12. x, x^3, x^5, \dots ضربی سلسلہ کی P ویں رقم معلوم کیجیے۔

حل:

$$x, x^3, x^5, \dots$$

$$a = x, r = \frac{x^3}{x} = x^2, a_p = ?$$

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$a_p = (x) (x^2)^{p-1} = (x)(x)^{2p-2} = (x)^{1+2p-2}$$

$$= x^{2p-1}$$