



تکالیف درس روشهای چندمتغیری گسسته - دانشگاه اراک - نیمسال 001

تکلیف شماره 1

نام و نام خانوادگی

محراب عتیقی

شماره دانشجویی

39712131125

1. صورت سوال 1

برای یک جدول رده‌بندی شده‌ی $I \times 2$ ، مدل لجیت زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{logit}[P_r(Y = 1|X = i)] = \alpha + \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, I$$

الف) اگر $\beta_I = 0$ باشد، β_I را چگونه برای $i = 1, 2, \dots, I - 1$ ، برآورد می‌کنید. برآورد خود را تفسیر کنید.

ب) تابع درست‌نمایی را در صورت استقلال Y و X بدست آورید و α را برآورد کنید.

پاسخ تشریحی سوال 1

اگر قرار دهیم:

P_i : احتمال اینکه، $y=1$ بشود، به شرط $X=i$

$$Y_i \sim \text{Ber}(p_i)$$

$$\text{logit}(P_i) = \alpha + \beta_i$$

می‌دانیم که:

$$\text{logit}(p) = \log\left(\frac{p}{1-p}\right), \quad \text{expit}(y) = \frac{e^y}{1+e^y}$$

در نتیجه داریم:

اگر فرض بکنید که $\beta_I = 0$ باشد.

$$\text{logit}(P_i) = \begin{cases} \log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \alpha + \beta_1 & x = 1 \\ \log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \alpha + \beta_2 & x = 2 \\ \vdots \\ \log\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \alpha + \beta_I & x = I \end{cases}$$

$$= \begin{cases} p_i = \frac{e^{\alpha+\beta_1}}{1+e^{\alpha+\beta_1}} & x = 1 \\ p_i = \frac{e^{\alpha+\beta_2}}{1+e^{\alpha+\beta_2}} & x = 2 \\ \vdots \\ p_i = \frac{e^{\alpha+\beta_I}}{1+e^{\alpha+\beta_I}} & x = I \end{cases}$$

طبق رابطه‌ی ستاره و اینکه می‌دانیم که $\text{logit}(p_i) = \alpha + \beta_i$ داریم:

$$P(y = 1|x = i) = \begin{cases} p_i = \frac{e^{\alpha+\beta_1}}{1 + e^{\alpha+\beta_1}} & x = 1 \\ p_i = \frac{e^{\alpha+\beta_2}}{1 + e^{\alpha+\beta_2}} & x = 2 \\ \vdots & \\ p_i = \frac{e^{\alpha+\beta_I}}{1 + e^{\alpha+\beta_I}} & x = I \end{cases} = \begin{cases} p_1 = \text{expit}(\alpha + \beta_1) \\ p_2 = \text{expit}(\alpha + \beta_2) \\ \vdots \\ p_I = \text{expit}(\alpha) \end{cases}$$

و برای زمانی که $y=0$ باشد داریم:

$$\begin{aligned} P(y = 0|x = i) &= \begin{cases} 1 - p_i = \frac{1}{1 + e^{\alpha+\beta_1}} & x = 1 \\ 1 - p_i = \frac{1}{1 + e^{\alpha+\beta_2}} & x = 2 \\ \vdots & \\ 1 - p_i = \frac{1}{1 + e^{\alpha+\beta_I}} & x = I \end{cases} \\ &= \begin{cases} 1 - p_1 = 1 - \text{expit}(\alpha + \beta_1) \\ 1 - p_2 = 1 - \text{expit}(\alpha + \beta_2) \\ \vdots \\ 1 - p_I = 1 - \text{expit}(\alpha) \end{cases} \end{aligned}$$

حال برای بدست آوردن برآورد α, β باید اول تابع درستنمایی را نوشته و سپس برای راحتی کار از آن لگاریتم در مبنای عدد طبیعی گرفته و سپس از آن مشتق بگیریم. ابتدا باید فرض کنیم که هریک از خانه های جدول ما N_{10}, \dots, N_{I1} مرتبه تکرار داشته اند. یعنی بصورت

زیر:

$X \backslash Y$	$Y=0$	$Y=1$
$X=1$	N_{10}	N_{11}
$X=2$	N_{20}	N_{21}
\vdots	\vdots	\vdots
$X=I$	N_{I0}	N_{I1}

$$L(\alpha, \beta) = \left(\frac{1}{1 + e^{\alpha + \beta_1}} \right)^{N_{10}} + \left(\frac{e^{\alpha + \beta_1}}{1 + e^{\alpha + \beta_1}} \right)^{N_{11}} + \left(\frac{1}{1 + e^{\alpha + \beta_2}} \right)^{N_{20}} + \left(\frac{e^{\alpha + \beta_2}}{1 + e^{\alpha + \beta_2}} \right)^{N_{21}} + \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{1 + e^{\alpha}} \right)^{N_{I0}} + \left(\frac{e^{\alpha}}{1 + e^{\alpha}} \right)^{N_{I1}}$$

حال با \ln گیری از تابع درستنمایی داریم:

$$l(\alpha, \beta) = N_{10} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{\alpha + \beta_1}} \right) + N_{11} \ln \left(\frac{e^{\alpha + \beta_1}}{1 + e^{\alpha + \beta_1}} \right) + N_{20} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{\alpha + \beta_2}} \right)$$

$$+ N_{21} \ln \left(\frac{e^{\alpha + \beta_2}}{1 + e^{\alpha + \beta_2}} \right) + \dots + N_{I0} \ln \left(\frac{1}{1 + e^{\alpha}} \right) + N_{I1} \ln \left(\frac{e^{\alpha}}{1 + e^{\alpha}} \right)$$

از اینجا به بعد باید از تابع مشتق گرفته نسبت به پارامترهایی که داریم و برابر 0 گذاشته و برآوردها را بدست آوریم و از آنجایی که بصورت دستی تقریب غیرممکن هستش محاسبه آن و بسیار وقت گیر است فرم کلی دستورات آنرا در نرم افزار R بیان می‌کنیم:

```
rm(list=ls())
#soal6:
I=#number of Rows
data<-matrix(c(N10,N11,N20,N21,...,NI0,NI1) ,nrow=I, byrow = TRUE )
colnames(data)<-c("y=0" , "y=1")
rownames(data)<-c("x=1" , "x=2", ... , "x=I")
data
betaI=0
L<-function(alpha , c(beta1,beta2 , ... , betaI)){
  (1 / (1 + exp(alpha-beta1))) ^ data[1,1] *
  (exp(alpha+beta1) / (1 + exp(alpha+beta1))) ^ data[1,2] *
  (1 / (1+ exp(alpha + beta2)))^ data[2,1] *
  (exp(alpha + beta2) / (1 + exp(alpha + beta2))) ^ data[2,2]*
```

```

... *
(1 / ( 1+ exp(alpha + betaI)))^ data[I,1] *
(exp(alpha + betaI) / ( 1 + exp(alpha + betaI))) ^ data[I,2]
}

l<-function(alpha,c(beta1,beta2 , ... , betaI)){
  log(L(alpha,beta))
}
Negative.ll<-function(par){
  alpha=par[1];beta1=par[2];...;betaI-1 =par[I-1]
  -l(alpha,c(beta1,beta2 , ... , betaI))
}

(ml<-optim(par = c(1,1) ,Negative.ll ))
ml.alpha=ml$par[1]
ml.beta1=ml$par[2]
...
ml.betaI-1=ml$par[I-1]

```

صورت سوال 2 داده‌های جدول زیر مربوط به 130 درخت صنوبر است که در یک محیط مصنوعی برای مدت 8 سال نگهداری شده‌اند.

سطح صنوبر <	0.00	0.50	1.0	1.50
تعداد آسیب دیده‌ها	25	16	20	29
تعداد کل	41	27	24	38

در این جدول، تعداد درخت‌هایی را که آسیب دیده‌اند، به ازای سطوح مختلف سولفور نشان می‌دهد. اگر توزیع دوجمله‌ای را برای تعداد درختان آسیب دیده فرض کنیم و مدل لجیت خطی $\text{logit}[\pi(x)] = \alpha + bx$ را برای $\pi(x)$ احتمال آسیب دیدن درخت در سطح x سولفور است، برآوردهای پارامترها عبارتند از $\hat{\alpha} = 0.4719$, $\hat{b} = 0.5465$ (آ) مقادیر برازش یافته تحت مدل را برای خانه‌های جدول بیابید. (ب) مانده‌های پی‌یرسون را تحت مدل بیابید. (پ) مدلی را که فرض می‌کند غلظت سولفور تاثیری روی احتمال آسیب دیدن ندارد، برازش دهید. مقادیر برازنده شده و مانده های پی‌یرسون آن‌ها را بیابید.

ت) کیش را بیابید و فرض $H_0: b = 0$ را آزمون کنید.

پاسخ نرم‌افزاری سوال دوم:

ابتدا داده‌هایمان را شبیه سازی کرده و سپس به کمک دستور glm یک مدل لوژیستیک می‌سازیم:

```
#soal8:
y=c(rep(1 ,90 ) ,rep(0 , 40 ))
x= c(rep(0 , 25) ,rep(0.5 ,16) , rep(1 , 20) , rep(1.5 , 29) ,
      rep(0,16) , rep(0.5 , 11) , rep(1 ,4) , rep(1.5 , 9))

table(x,y)

##          y
## x         0  1
## 0         16 25
## 0.5       11 16
## 1          4 20
## 1.5        9 29

fit1<-glm(y~x,family = binomial(link = "logit") )
```

حال می‌خواهیم که خلاصه ای از این مدل ببینیم و مقدارهای برآورد آلفا و بتا را بدست آوریم و با رنگ نارنجی نمایان خواهیم کرد:

```
summary(fit1)

##
## Call:
## glm(formula = y ~ x, family = binomial(link = "logit"))
##
## Deviance Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.7612  -1.3473   0.6904   0.8987   1.0166
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    0.3909     0.2836   1.378   0.1681
## x              0.6145     0.3250   1.891   0.0587 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##      Null deviance: 160.48  on 129  degrees of freedom
## Residual deviance: 156.79  on 128  degrees of freedom
## AIC: 160.79
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

حال میخوایم مقادیر باقی مانده پی‌یرسون مربوط به مدل را بدست آوریم:

```
residuals.glm(fit1 , type = "pearson")
```

##	1	2	3	4	5	6	7
##	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710
##	8	9	10	11	12	13	14
##	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710
##	15	16	17	18	19	20	21
##	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710
##	22	23	24	25	26	27	28
##	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.8224710	0.7053379	0.7053379	0.7053379
##	29	30	31	32	33	34	35
##	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.7053379
##	36	37	38	39	40	41	42
##	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.7053379	0.6048865
##	43	44	45	46	47	48	49
##	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865
##	50	51	52	53	54	55	56
##	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865
##	57	58	59	60	61	62	63
##	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.6048865	0.5187410	0.5187410
##	64	65	66	67	68	69	70
##	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410
##	71	72	73	74	75	76	77
##	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410
##	78	79	80	81	82	83	84
##	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410	0.5187410
##	85	86	87	88	89	90	91

```
## 0.5187410 0.5187410 0.5187410 0.5187410 0.5187410 0.5187410 -1.2158483
##          92          93          94          95          96          97          98
## -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483
##          99         100         101         102         103         104         105
## -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483 -1.2158483
##         106         107         108         109         110         111         112
## -1.2158483 -1.4177601 -1.4177601 -1.4177601 -1.4177601 -1.4177601 -1.4177601
##         113         114         115         116         117         118         119
## -1.4177601 -1.4177601 -1.4177601 -1.4177601 -1.4177601 -1.6532027 -1.6532027
##         120         121         122         123         124         125         126
## -1.6532027 -1.6532027 -1.9277443 -1.9277443 -1.9277443 -1.9277443 -1.9277443
##         127         128         129         130
## -1.9277443 -1.9277443 -1.9277443 -1.9277443
```

حال میخواهیم مقادیر پیش بینی شده یا برازیده شده توسط مدل را به ازای همان مقادیر جدول بدست آوریم:

```
fitted.values(fit1)
```

```
##          1          2          3          4          5          6          7
##          8
## 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964
955
##          9         10         11         12         13         14         15
##         16
## 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964
955
##         17         18         19         20         21         22         23
##         24
## 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964
955
##         25         26         27         28         29         30         31
##         32
## 0.5964955 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677
789
##         33         34         35         36         37         38         39
##         40
## 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677
789
##         41         42         43         44         45         46         47
##         48
## 0.6677789 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321
```



```

246
##      49      50      51      52      53      54      55
56
## 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321
246
##      57      58      59      60      61      62      63
64
## 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7321246 0.7879648 0.7879648 0.7879
648
##      65      66      67      68      69      70      71
72
## 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879
648
##      73      74      75      76      77      78      79
80
## 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879
648
##      81      82      83      84      85      86      87
88
## 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879
648
##      89      90      91      92      93      94      95
96
## 0.7879648 0.7879648 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964
955
##      97      98      99     100     101     102     103
104
## 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964
955
##     105     106     107     108     109     110     111
112
## 0.5964955 0.5964955 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677
789
##     113     114     115     116     117     118     119
120
## 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.6677789 0.7321246 0.7321246 0.7321
246
##     121     122     123     124     125     126     127
128
## 0.7321246 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879
648
##      129      130
## 0.7879648 0.7879648

```

بدست آوردن همان مقادیر بالا به کمک دستور `predict` بصورت زیر است که باید نوع آنرا پاسخ قرار بدهیم.

```

predict.glm(fit1 , type = "response")
##      1      2      3      4      5      6      7
8
## 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964
955
##      9     10     11     12     13     14     15
16
## 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964955 0.5964

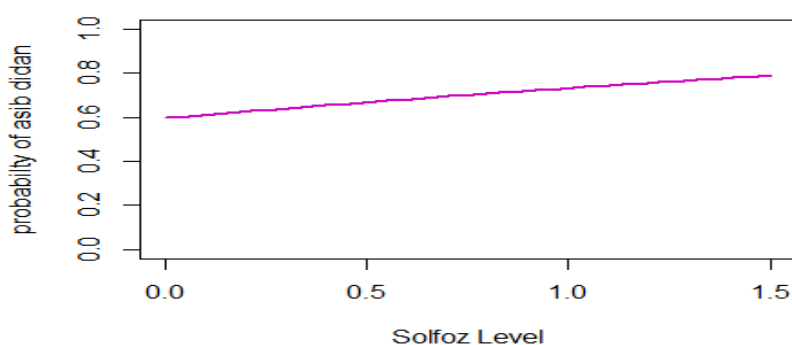
```

955							
##	17	18	19	20	21	22	23
24							
##	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964
955							
##	25	26	27	28	29	30	31
32							
##	0.5964955	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677
789							
##	33	34	35	36	37	38	39
40							
##	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677
789							
##	41	42	43	44	45	46	47
48							
##	0.6677789	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321
246							
##	49	50	51	52	53	54	55
56							
##	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321
246							
##	57	58	59	60	61	62	63
64							
##	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7321246	0.7879648	0.7879
648							
##	65	66	67	68	69	70	71
72							
##	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879
648							
##	73	74	75	76	77	78	79
80							
##	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879
648							
##	81	82	83	84	85	86	87
88							
##	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879648	0.7879
648							
##	89	90	91	92	93	94	95
96							
##	0.7879648	0.7879648	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964
955							
##	97	98	99	100	101	102	103
104							
##	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964955	0.5964
955							
##	105	106	107	108	109	110	111
112							
##	0.5964955	0.5964955	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677
789							
##	113	114	115	116	117	118	119
120							
##	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.6677789	0.7321246	0.7321
246							
##	121	122	123	124	125	126	127

```
128
## 0.7321246 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879648 0.7879
648
##      129      130
## 0.7879648 0.7879648
```

```
seq<-data.frame(x=seq(min(x),max(x),len=50))
seq$y=predict(fit1,newdata= seq,type="response")
plot(x=c(0 , 1.5),y=c(0,1),type="n" ,col= c(1:50),pch=19,cex=1.1,
      ylab="probability of asib didan" , xlab="Solfoz Level")
lines(y~x, data = seq,col=6,lwd= 2)
```

حال نمودار مربوط به احتمال آسیب دیدن یک درخت را با توجه به مقادیر مختلف سولفور مشاهده میکنیم.



حال در زیر برای مشاهده کردن مقادیر باقی مانده های اصلی و باقی مانده های استاندارد شده و استیودنت شده داریم:

```
residuals(fit1)
```

```
##      1      2      3      4      5      6      7
## 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467
##      8      9     10     11     12     13     14
## 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467
##     15     16     17     18     19     20     21
## 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467
##     22     23     24     25     26     27     28
## 1.0165467 1.0165467 1.0165467 1.0165467 0.8986636 0.8986636 0.8986636
##     29     30     31     32     33     34     35
## 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.8986636
##     36     37     38     39     40     41     42
## 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.8986636 0.7896892
```

##	43	44	45	46	47	48	49
##	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892
##	50	51	52	53	54	55	56
##	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892
##	57	58	59	60	61	62	63
##	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.7896892	0.6903649	0.6903649
##	64	65	66	67	68	69	70
##	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649
##	71	72	73	74	75	76	77
##	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649
##	78	79	80	81	82	83	84
##	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649
##	85	86	87	88	89	90	91
##	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	0.6903649	-1.3472696
##	92	93	94	95	96	97	98
##	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696
##	99	100	101	102	103	104	105
##	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696	-1.3472696
##	106	107	108	109	110	111	112
##	-1.3472696	-1.4845569	-1.4845569	-1.4845569	-1.4845569	-1.4845569	-1.4845569
##	113	114	115	116	117	118	119
##	-1.4845569	-1.4845569	-1.4845569	-1.4845569	-1.4845569	-1.6231040	-1.6231040
##	120	121	122	123	124	125	126
##	-1.6231040	-1.6231040	-1.7612513	-1.7612513	-1.7612513	-1.7612513	-1.7612513
##	127	128	129	130			
##	-1.7612513	-1.7612513	-1.7612513	-1.7612513			

rstudent(fit1)

##	1	2	3	4	5	6	7
##	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939
##	8	9	10	11	12	13	14
##	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939
##	15	16	17	18	19	20	21
##	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939
##	22	23	24	25	26	27	28
##	1.0230939	1.0230939	1.0230939	1.0230939	0.9010903	0.9010903	0.9010903
##	29	30	31	32	33	34	35
##	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.9010903
##	36	37	38	39	40	41	42
##	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.9010903	0.7920193
##	43	44	45	46	47	48	49
##	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193
##	50	51	52	53	54	55	56
##	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193
##	57	58	59	60	61	62	63
##	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.7920193	0.6941822	0.6941822
##	64	65	66	67	68	69	70
##	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822
##	71	72	73	74	75	76	77
##	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822
##	78	79	80	81	82	83	84
##	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822
##	85	86	87	88	89	90	91
##	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	0.6941822	-1.3580569
##	92	93	94	95	96	97	98

```
## -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569
##          99          100          101          102          103          104          105
## -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569 -1.3580569
##          106          107          108          109          110          111          112
## -1.3580569 -1.4904882 -1.4904882 -1.4904882 -1.4904882 -1.4904882 -1.4904882
##          113          114          115          116          117          118          119
## -1.4904882 -1.4904882 -1.4904882 -1.4904882 -1.4904882 -1.6315623 -1.6315623
##          120          121          122          123          124          125          126
## -1.6315623 -1.6315623 -1.7818520 -1.7818520 -1.7818520 -1.7818520 -1.7818520
##          127          128          129          130
## -1.7818520 -1.7818520 -1.7818520 -1.7818520
rstandard(fit1)
##          1          2          3          4          5          6          7
##  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315
##          8          9         10         11         12         13         14
##  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315
##          15         16         17         18         19         20         21
##  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315
##          22         23         24         25         26         27         28
##  1.0265315  1.0265315  1.0265315  1.0265315  0.9025996  0.9025996  0.9025996
##          29         30         31         32         33         34         35
##  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.9025996
##          36         37         38         39         40         41         42
##  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.9025996  0.7936563
##          43         44         45         46         47         48         49
##  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563
##          50         51         52         53         54         55         56
##  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563  0.7936563
```

##	57	58	59	60	61	62	63
##	0.7936563	0.7936563	0.7936563	0.7936563	0.7936563	0.6971117	0.6971117
##	64	65	66	67	68	69	70
##	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117
##	71	72	73	74	75	76	77
##	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117
##	78	79	80	81	82	83	84
##	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117
##	85	86	87	88	89	90	91
##	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	0.6971117	-1.3605029
##	92	93	94	95	96	97	98
##	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029
##	99	100	101	102	103	104	105
##	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029	-1.3605029
##	106	107	108	109	110	111	112
##	-1.3605029	-1.4910590	-1.4910590	-1.4910590	-1.4910590	-1.4910590	-1.4910590
##	113	114	115	116	117	118	119
##	-1.4910590	-1.4910590	-1.4910590	-1.4910590	-1.4910590	-1.6312579	-1.6312579
##	120	121	122	123	124	125	126
##	-1.6312579	-1.6312579	-1.7784637	-1.7784637	-1.7784637	-1.7784637	-1.7784637
##	127	128	129	130			
##	-1.7784637	-1.7784637	-1.7784637	-1.7784637			

حال در زیر مقدار کیش را میتوانیم مشاهده بکنیم که 3.69 یا همان میزان اختلاف شده است. و با نارنجی نمایش داده شده است.

```
anova(fit1)
```

```
## Analysis of Deviance Table
```

```
##
```

```
## Model: binomial, link: logit
```

```
##
```

```
## Response: y
```

```
##
```

```
## Terms added sequentially (first to last)
```

```
##
##
##      Df Deviance Resid. Df Resid. Dev
## NULL      129      160.48
## x        1    3.6924      128      156.79

fit1$null.deviance

## [1] 160.4829

fit1$deviance

## [1] 156.7905
```

حال در زیر نمودار چندک چندک باقی مانده ها را رسم میکنیم و فرض نرمال بودن آنها کامل رد میشود.

```
qqnorm(residuals(fit1))
```

