

## تمرین فصل اول: نظریه مطلوبیت

۱- فردی دارای تابع مطلوبیت  $u(x) = \sqrt{x}$  برای  $x \geq 0$  است. او می‌تواند کل سرمایه فعلی خود  $w$  را با یکی از دو مقدار  $x$  و  $y$  معاوضه کند. توزیع احتمال  $x$  و  $y$  بصورت زیر است:

$$p(x = 400) = p(x = 900) = \frac{1}{2}$$

$$p(y = 100) = 1 - p(y = 1600) = 0.6$$

الف: نشان دهید که این فرد  $x$  را به  $y$  ترجیح خواهد داد.

ب: به ازای چه مقدار  $w$  این پیشنهاد را رد خواهد کرد.

ج: آیا می‌توان تابع مطلوبیت دیگری که براساس آن فرد  $y$  به  $x$  ترجیح داده شود را پیدا کنید؟

۲- بیمه‌گری ریسک  $x$  را تقبل کرده است و پس از جمع‌آوری حق بیمه‌ها، سرمایه‌ای معادل  $w=100$  واحد در اختیار خواهد داشت. اگر تابع مطلوبیت بیمه‌گر

$$u(w) = \log w$$

باشد و همچنین

$$p(x = 0) = p(x = 36) = \frac{1}{2}$$

باشد بیشترین بیمه‌ای که بیمه‌گر حاضر است به منظور انتقال کل ریسک به بیمه‌گر اتکایی بپردازد را بدست آورید؟

همچنین مقدار دقیق این کمیت، و تقریب آن را نیز به کمک رابطه (۱۸-۱) مثال ۱-۲-۴ محاسبه کنید؟

۳- فرض کنید کمترین حق بیمه درخواستی بیمه‌گر اتکایی به منظور پوشش ریسک در تمرین قبل برابر ۱۹ باشد بیمه‌گر اتکایی تابع مطلوبیت یکسانی با بیمه‌گر اصلی داشته باشد. سرمایه بیمه‌گر اتکایی  $w$  را حساب کنید؟

۴- فرض کنید که  $w=0$  و  $x \sim \text{ber}(\frac{1}{2})$  در نظر گرفته شود، همچنین

$$u(x) = \begin{cases} \frac{2x}{3} & x > \frac{-3}{4} \\ 2x + 1 & -1 < x < \frac{-3}{4} \\ 3x + 2 & x < -1 \end{cases}$$

آنگاه ثابت کنید که  $P^+[2x] < 2P^+[x]$

۵- معادله (۲۰-۱) به منظور محاسبه  $P^-$  برای مطلوبیت نمایی ثابت کنید. همچنین نشان دهید رابطه (۱۰-۱) منجر به پاسخ یکسان برای محاسبه  $P^+$  خواهد شد.

۶- با استفاده از تابع مطلوبیت نمایی با  $\alpha = \frac{1}{1000}$  تعیین کنید کدام حق بیمه بیشتر خواهد بود. حق بیمه برای  $x \sim N(400, 25000)$  یا حق بیمه برای  $y \sim N(420, 20000)$ . به ازای چه مقداری از  $\alpha$  حق بیمه نخست بیشتر است؟

۷- برای حق بیمه نمایی (۲۰-۱) نشان دهید

$$P^-[2x] > 2P^-[x]$$

۸- اگر برای  $0 \leq d \leq 1$

$$E[(s-d)_+] = \frac{1}{3}(1-d)^3$$

باشد در اینصورت توزیع  $S$  را به دست آورید؟