Chapter6 Sildes

Mehrab Atighi

6/9/2022

Example 2.6

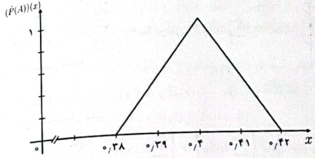
مثال ۲.۶ فضای نمونه $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ و پیشامدهای $A = \{x_1, x_2\}$ و $B = \{x_4, x_5\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید احتمال پیشامد ساده $\{x_3\}$ به‌صورت دقیق $P(\{x_3\}) = ۰/۲$ داده شده است، ولی سایر احتمالات پیشامدهای ساده فضای نمونه، مبهم هستند و با اعداد فازی زیر داده شده‌اند

$$\tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 = (۰/۲, ۰/۱, ۰/۱)_T \qquad \tilde{a}_4 = \tilde{a}_5 = (۰/۲, ۰/۰۱, ۰/۰۱)_T$$

α- برش‌های این اعداد فازی به‌صورت زیر هستند

$$\begin{aligned} \tilde{a}_1[\alpha] = \tilde{a}_2[\alpha] &= [۰/۱ + ۰/۱\alpha, ۰/۳ - ۰/۱\alpha] \\ \tilde{a}_4[\alpha] = \tilde{a}_5[\alpha] &= [۰/۱۹ + ۰/۰۱\alpha, ۰/۲۱ - ۰/۰۱\alpha] \end{aligned}$$

طبق تعریف ۲.۶، α- برش‌های احتمال‌های فازی $\tilde{P}(A)$، $\tilde{P}(B)$، $\tilde{P}(A \cup B)$، $\tilde{P}(A) + \tilde{P}(B)$، $\tilde{P}(A^c)$ و $\tilde{P}(A) + \tilde{P}(A^c)$، برای چند مقدار α، محاسبه و در جدول ۱.۶ درج شده‌اند. نمودار تابع عضویت $\tilde{P}(A)$ نیز در شکل ۱.۶ رسم شده است.



شکل ۱.۶ نمودار تابع عضویت $\tilde{P}(A)$ در مثال ۲.۶

Solve of example 2.6

```
a1 = c(0.2 , 0.1 , 0.1)
a2 = c(0.2 , 0.1 , 0.1)
a4 = c(0.2 , 0.01 , 0.01)
a5 = c(0.2 , 0.01 , 0.01)


alpha_boresh = function(a , alpha)
{
  return( c(lower = a[1] - a[2] + (a[2]*alpha) , upper = a[1] + a[2] - (a[2]*alpha)) )
}
alpha = c(0 , 0.04 , 0.12 , 0.2 , 0.3 , 0.43 ,
          0.48 , 0.5 , 0.54 , 0.6 , 0.68 , 0.75 ,
          0.8 , 0.85 , 0.9 , 0.93 , 0.96 , 1)

alpha_boresh_a1_lower = c()
alpha_boresh_a1_upper = c()
alpha_boresh_a2_lower = c()
alpha_boresh_a2_upper = c()
alpha_boresh_a4_lower = c()
alpha_boresh_a4_upper = c()
alpha_boresh_a5_lower = c()
alpha_boresh_a5_upper = c()
```

Solve of example 2.6

```
for(i in 1:length(alpha))
{
  alpha_boresh_a1_lower[i] =  alpha_boresh(a1 , alpha[i])[1]
  alpha_boresh_a2_lower[i] =  alpha_boresh(a2 , alpha[i])[1]
  alpha_boresh_a4_lower[i] =  alpha_boresh(a4 , alpha[i])[1]
  alpha_boresh_a5_lower[i] =  alpha_boresh(a5 , alpha[i])[1]
  alpha_boresh_a1_upper[i] =  alpha_boresh(a1 , alpha[i])[2]
  alpha_boresh_a2_upper[i] =  alpha_boresh(a2 , alpha[i])[2]
  alpha_boresh_a4_upper[i] =  alpha_boresh(a4 , alpha[i])[2]
  alpha_boresh_a5_upper[i] =  alpha_boresh(a5 , alpha[i])[2]
}
```

Solve of example 2.6

```r
library(tidyverse)
```

```
## -- Attaching packages --------------------------------------- tidyverse 1.3.1 --

## v ggplot2 3.3.5     v purrr   0.3.4
## v tibble  3.1.6     v dplyr   1.0.8
## v tidyr   1.2.0     v stringr 1.4.0
## v readr   2.1.2     v forcats 0.5.1

## -- Conflicts ------------------------------------------ tidyverse_conflicts() --
## x dplyr::filter() masks stats::filter()
## x dplyr::lag()    masks stats::lag()
```

```r
alpha_boresh_table = tibble(alpha_boresh_a1_lower , alpha_boresh_a1_upper ,
       alpha_boresh_a2_lower , alpha_boresh_a2_upper ,
       alpha_boresh_a4_lower , alpha_boresh_a4_upper ,
       alpha_boresh_a5_lower , alpha_boresh_a5_upper)
alpha_boresh_table
```

```
## # A tibble: 18 x 8
##    alpha_boresh_a1_lower alpha_boresh_a1_upper alpha_boresh_a2~ alpha_boresh_a2~
##                    <dbl>                 <dbl>            <dbl>            <dbl>
##  1                 0.1                   0.3              0.1              0.3
##  2                 0.104                 0.296            0.104            0.296
##  3                 0.112                 0.288            0.112            0.288
##  4                 0.12                  0.28             0.12             0.28
##  5                 0.13                  0.27             0.13             0.27
##  6                 0.143                 0.257            0.143            0.257
##  7                 0.148                 0.252            0.148            0.252
##  8                 0.15                  0.25             0.15             0.25
##  9                 0.154                 0.246            0.154            0.246
## 10                 0.16                  0.24             0.16             0.24
## 11                 0.168                 0.232            0.168            0.232
## 12                 0.175                 0.225            0.175            0.225
## 13                 0.18                  0.22             0.18             0.22
## 14                 0.185                 0.215            0.185            0.215
```

Solve of example 2.6

```
p_alpha = function(a , alpha)
{
  return(c(max = max(alpha_boresh(a , alpha)),
  min = min(alpha_boresh(a , alpha))))
}

p_alpha(a1 , 1)
```

```
## max min
## 0.2 0.2
```

```
p1_alpha_max = c()
p2_alpha_max = c()
p4_alpha_max = c()
p5_alpha_max = c()
p1_alpha_min = c()
p2_alpha_min = c()
p4_alpha_min = c()
p5_alpha_min = c()
for( i in 1 : length(alpha))
{
p1_alpha_max[i] = p_alpha(a1 , alpha[i])[1]
p2_alpha_max[i] = p_alpha(a2 , alpha[i])[1]
p3_alpha = 0.2
p4_alpha_max[i] = p_alpha(a4 , alpha[i])[1]
p5_alpha_max[i] = p_alpha(a5 , alpha[i])[1]
p1_alpha_min[i] = p_alpha(a1 , alpha[i])[2]
p2_alpha_min[i] = p_alpha(a2 , alpha[i])[2]
p4_alpha_min[i] = p_alpha(a4 , alpha[i])[2]
p5_alpha_min[i] = p_alpha(a5 , alpha[i])[2]
}

p_alpha_table = tibble(p1_alpha_min , p1_alpha_max ,
                       p2_alpha_min , p2_alpha_max ,
                       p4_alpha_min , p4_alpha_max ,
                       p5_alpha_min , p5_alpha_max)
```

Solve of example 2.6

```
p_alpha_table
```

```
## # A tibble: 18 x 8
##    p1_alpha_min p1_alpha_max p2_alpha_min p2_alpha_max p4_alpha_min p4_alpha_max
##           <dbl>        <dbl>        <dbl>        <dbl>        <dbl>        <dbl>
##  1        0.1          0.3          0.1          0.3          0.19         0.21
##  2        0.104        0.296        0.104        0.296        0.190        0.210
##  3        0.112        0.288        0.112        0.288        0.191        0.209
##  4        0.12         0.28         0.12         0.28         0.192        0.208
##  5        0.13         0.27         0.13         0.27         0.193        0.207
##  6        0.143        0.257        0.143        0.257        0.194        0.206
##  7        0.148        0.252        0.148        0.252        0.195        0.205
##  8        0.15         0.25         0.15         0.25         0.195        0.205
##  9        0.154        0.246        0.154        0.246        0.195        0.205
## 10        0.16         0.24         0.16         0.24         0.196        0.204
## 11        0.168        0.232        0.168        0.232        0.197        0.203
## 12        0.175        0.225        0.175        0.225        0.198        0.202
## 13        0.18         0.22         0.18         0.22         0.198        0.202
## 14        0.185        0.215        0.185        0.215        0.198        0.202
## 15        0.19         0.21         0.19         0.21         0.199        0.201
## 16        0.193        0.207        0.193        0.207        0.199        0.201
## 17        0.196        0.204        0.196        0.204        0.200        0.200
## 18        0.2          0.2          0.2          0.2          0.2          0.2
## # ... with 2 more variables: p5_alpha_min <dbl>, p5_alpha_max <dbl>
```

solve of example 2.6

α	$\bar{P}(A)[\alpha]$	$\bar{P}(B)[\alpha]$	$(\bar{P}(A \cup B))[\alpha]$
۰/۰۰	[۰/۳۸۰۰, ۰/۴۲۰۰]	[۰/۳۸۰۰, ۰/۴۲۰۰]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۰۴	[۰/۳۸۰۸, ۰/۴۱۹۲]	[۰/۳۸۰۸, ۰/۴۱۹۲]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۱۲	[۰/۳۸۲۴, ۰/۴۱۷۶]	[۰/۳۸۲۴, ۰/۴۱۷۶]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۲۰	[۰/۳۸۴۰, ۰/۴۱۶۰]	[۰/۳۸۴۰, ۰/۴۱۶۰]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۳۰	[۰/۳۸۶۰, ۰/۴۱۴۰]	[۰/۳۸۶۰, ۰/۴۱۴۰]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۳۹	[۰/۳۸۷۸, ۰/۴۱۲۲]	[۰/۳۸۷۸, ۰/۴۱۲۲]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۴۳	[۰/۳۸۸۶, ۰/۴۱۱۴]	[۰/۳۸۸۶, ۰/۴۱۱۴]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۴۸	[۰/۳۸۹۶, ۰/۴۱۰۴]	[۰/۳۸۹۶, ۰/۴۱۰۴]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۵۰	[۰/۳۹۰۰, ۰/۴۱۰۰]	[۰/۳۹۰۰, ۰/۴۱۰۰]	[۰/۸, ۰/۸]
۰/۵۴	[۰/۳۹۰۸, ۰/۴۰۹۲]	[۰/۳۹۰۸, ۰/۴۰۹۲]	[۰/۸, ۰/۸]

Solve of example 2.6

```
library(tibble)
Prob_A_alpha = function(alpha){

  return(prob_A_alpha = c( lower = 1 - p3_alpha - (p4_alpha
                           upper = 1 - p3_alpha - (p4_alpha

Prob_A_alpha_table = tibble(Prob_A_alpha_min = Prob_A_alpha
Prob_A_alpha_table
```

```
## # A tibble: 18 x 2
##    Prob_A_alpha_min Prob_A_alpha_max
##               <dbl>            <dbl>
##  1            0.38             0.42
##  2            0.381            0.419
##  3            0.382            0.418
##  4            0.384            0.416
##  5            0.386            0.414
##  6            0.389            0.411
```

Solve of example 2.6

```
(Prob_A_Ac_alpha = tibble(prob_A_Ac_alpha = Prob_Ac_alpha_table + Prob_A_alpha_table))
```

```
## # A tibble: 18 x 1
##    prob_A_Ac_alpha$Prob_Ac_alpha_min $Prob_Ac_alpha_max
##                                <dbl>              <dbl>
##  1                             0.96                1.04
##  2                             0.962               1.04
##  3                             0.965               1.04
##  4                             0.968               1.03
##  5                             0.972               1.03
##  6                             0.977               1.02
##  7                             0.979               1.02
##  8                             0.98                1.02
##  9                             0.982               1.02
## 10                             0.984               1.02
## 11                             0.987               1.01
## 12                             0.99                1.01
## 13                             0.992               1.01
## 14                             0.994               1.01
## 15                             0.996               1.00
## 16                             0.997               1.00
## 17                             0.998               1.00
## 18                             1                   1
```

solve of example 2.6

ادامه جدول ۱.۶

α	$(\tilde{P}(A)+\tilde{P}(B))[\alpha]$	$\tilde{P}(A^c)[\alpha]$	$\tilde{P}(A)[\alpha]+\tilde{P}(A^c)[\alpha]$
۰/۰۰	[۰/۷۶۰۰, ۰/۸۴۰۰]	[۰/۵۸۰۰, ۰/۶۲۰۰]	[۰/۹۶۰۰, ۱/۰۴۰۰]
۰/۰۴	[۰/۷۶۱۶, ۰/۸۳۸۴]	[۰/۵۸۰۸, ۰/۶۱۹۲]	[۰/۹۶۱۶, ۱/۰۳۸۰]
۰/۱۲	[۰/۷۶۴۸, ۰/۸۳۵۲]	[۰/۵۸۲۴, ۰/۶۱۷۶]	[۰/۹۶۴۸, ۱/۰۳۵۲]
۰/۲۰	[۰/۷۶۸۰, ۰/۸۳۲۰]	[۰/۵۸۴۰, ۰/۶۱۶۰]	[۰/۹۶۸۰, ۱/۰۳۲۰]
۰/۳۰	[۰/۷۷۲۰, ۰/۸۲۸۰]	[۰/۵۸۶۰, ۰/۶۱۴۰]	[۰/۹۷۲۰, ۱/۰۲۸۰]
۰/۳۹	[۰/۷۷۵۶, ۰/۸۲۴۴]	[۰/۵۸۷۸, ۰/۶۱۲۲]	[۰/۹۷۵۶, ۱/۰۲۴۴]
۰/۴۳	[۰/۷۷۷۲, ۰/۸۲۲۸]	[۰/۵۸۸۶, ۰/۶۱۱۳]	[۰/۹۷۷۲, ۱/۰۲۲۸]
۰/۴۸	[۰/۷۷۹۲, ۰/۸۲۰۸]	[۰/۵۸۹۶, ۰/۶۱۰۴]	[۰/۹۷۹۲, ۱/۰۲۰۸]
۰/۵۰	[۰/۷۸۰۰, ۰/۸۲۰۰]	[۰/۵۹۰۰, ۰/۶۱۰۰]	[۰/۹۸۰۰, ۱/۰۲۰۰]
۰/۵۴	[۰/۷۸۱۶, ۰/۸۱۸۴]	[۰/۵۹۰۸, ۰/۶۰۹۲]	[۰/۹۸۱۹, ۱/۰۱۸۴]
۰/۶۰	[۰/۷۸۴۰, ۰/۸۱۶۰]	[۰/۵۹۲۰, ۰/۶۰۸۰]	[۰/۹۸۴۰, ۱/۰۱۶۰]
۰/۶۸	[۰/۷۸۷۲, ۰/۸۱۲۸]	[۰/۵۹۳۶, ۰/۶۰۶۴]	[۰/۹۸۷۲, ۱/۰۱۲۸]
۰/۷۵	[۰/۷۹۰۰, ۰/۸۱۰۰]	[۰/۵۹۵۰, ۰/۶۰۵۰]	[۰/۹۹۰۰, ۱/۰۱۰۰]
۰/۸۰	[۰/۷۹۲۰, ۰/۸۰۸۰]	[۰/۵۹۶۰, ۰/۶۰۴۰]	[۰/۹۹۲۰, ۱/۰۰۸۰]
۰/۸۵	[۰/۷۹۴۰, ۰/۸۰۶۰]	[۰/۵۹۷۰, ۰/۶۰۳۰]	[۰/۹۹۴۰, ۱/۰۰۶۰]
۰/۹۰	[۰/۷۹۶۰, ۰/۸۰۴۰]	[۰/۵۹۸۰, ۰/۶۰۲۰]	[۰/۹۹۶۰, ۱/۰۰۴۰]
۰/۹۳	[۰/۷۹۷۲, ۰/۸۰۲۸]	[۰/۵۹۸۶, ۰/۶۰۱۴]	[۰/۹۹۷۲, ۱/۰۰۲۸]
۰/۹۶	[۰/۷۹۸۴, ۰/۸۰۱۶]	[۰/۵۹۹۲, ۰/۶۰۰۸]	[۰/۹۹۸۴, ۱/۰۰۱۶]
۱/۰۰	[۰/۸۰۰۰, ۰/۸۰۰۰]	[۰/۶۰۰۰, ۰/۶۰۰۰]	[۱/۰۰۰۰, ۱/۰۰۰۰]

Example 3.6

مثال ۳.٦ فضای نمونه $X = \{۰, ۱\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید توزیع احتمال گسسته فازی به‌صورت زیر داده شده باشد

$$\bar{a}_۱ = \bar{P}(\{۱\}) = (۰/۴, ۰/۱, ۰/۱)_T \quad , \quad \bar{a}_۲ = \bar{P}(\{۰\}) = (۰/٦, ۰/۱, ۰/۱)_T$$

α- برش‌های این اعداد فازی به‌صورت زیر هستند

$$\bar{a}_۱[\alpha] = [۰/۳ + ۰/۱\alpha, ۰/۵ - ۰/۱\alpha] \quad , \quad \bar{a}_۲[\alpha] = [۰/۵ + ۰/۱\alpha, ۰/۷ - ۰/۱\alpha]$$

طبق تعریف ۴.٦، α- برش‌های میانگین و واریانس فازی $\bar{P}$ محاسبه شده‌اند و نتایج در جدول ۲.٦ برای چند مقدار α درج شده‌اند.

Solve of example 3.6

```
library(tidyverse)
a1 = c(0.4 , 0.1 , 0.1)
a2 = c(0.6, 0.1 , 0.1)
alpha_boresh = function(a , alpha)
{return( c(lower = a[1] - a[2] + (a[2]*alpha) , upper = a[1] + a[2] - (a[2]*alpha)))}
p_alpha = function(a , alpha){
  return(c(min = min(alpha_boresh(a , alpha)),
           max = max(alpha_boresh(a , alpha))))}
alpha = c(0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1)
mu_min = c()
mu_max = c()
for(i in 1:length(alpha)){
  mu_min[i] =  (p_alpha(a1 , alpha[i])[1] * 1) + (p_alpha(a2, alpha[i] )[1] * 0)
  mu_max[i] =  (p_alpha(a1 , alpha[i])[2] * 1) + (p_alpha(a2, alpha[i] )[2] * 0)
}
```

Solve of example 3.6

```
## # A tibble: 11 x 2
##    mu_min mu_max
##     <dbl>  <dbl>
##  1   0.3    0.5
##  2   0.31   0.49
##  3   0.32   0.48
##  4   0.33   0.47
##  5   0.34   0.46
##  6   0.35   0.45
##  7   0.36   0.44
##  8   0.37   0.43
##  9   0.38   0.42
## 10   0.39   0.41
## 11   0.4    0.4
```

α	$\tilde{\mu}[\alpha]$
۰/۰	[۰/۳۰, ۰/۵۰]
۰/۱	[۰/۳۱, ۰/۴۹]
۰/۲	[۰/۳۲, ۰/۴۸]
۰/۳	[۰/۳۳, ۰/۴۷]
۰/۴	[۰/۳۴, ۰/۴۶]
۰/۵	[۰/۳۵, ۰/۴۵]
۰/۶	[۰/۳۶, ۰/۴۴]
۰/۷	[۰/۳۷, ۰/۴۳]
۰/۸	[۰/۳۸, ۰/۴۲]
۰/۹	[۰/۳۹, ۰/۴۱]
۱/۰	[۰/۴۰, ۰/۴۰]

Example 4.6

مثال ۴.۶ فرض کنید فضای نمونه به‌صورت $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ باشد. توزیع احتمال زیر را در نظر بگیرید

$$P(\{x_0\}) = P(\{x_4\}) = \frac{1}{16}\ ,\ P(\{x_2\}) = \frac{3}{8}\ ,\ P(\{x_1\}) = P(\{x_3\}) = \frac{1}{4}$$

واضح است که $\mu = 2$ و $\sigma^2 = 1$. اکنون فرض کنید که $P(\{x_1\})$ و $P(\{x_3\})$ به‌صورت مبهم و با اعداد فازی مثلثی زیر بیان شده باشند

$$\bar{a}_1 = \bar{a}_3 = (0/25, 0/05, 0/05)_T$$

می‌خواهیم مقادیر میانگین و واریانس توزیع احتمال فازی فوق را محاسبه کنیم. α–برش‌های $\bar{a}_1$ و $\bar{a}_3$ عبارتند از

$$\bar{a}_1[\alpha] = \bar{a}_3[\alpha] = [0/2 + 0/05\alpha, 0/3 - 0/05\alpha]$$

با انتخاب $a_1 \in \bar{a}_1[\alpha]$، کافی است a_3 را طوری انتخاب کرد که $\sum_{i=0}^{4} a_i = 1$ ($a_3 = 0/5 - a_1, a_3 \in \bar{a}_3[\alpha]$). بنا بر این $\mu = f_1(a_1) = 2/5 - 2a_1$ تابعی فقط از a_1 است. با جایگذاری کران‌های $\bar{a}_1[\alpha]$ در $f_1(a_1)$ به‌دست می‌آوریم

$$\bar{\mu}[\alpha] = [1/9 + 0/1\alpha, 2/1 - 0/1\alpha]$$

که α—برش عدد فازی مثلثی $\bar{\mu} = (2, 0/1, 0/1)_T$ است.
برای محاسبه $\bar{\sigma}^2[\alpha]$، بر اساس تعریف ۴.۶ و به‌طور مشابه با بحث بالا، داریم

$$\sigma^2 = f_2(a_1) = -4a_1^2 + 2a_1 + 0/75\ ,\quad \forall a_1 \in \bar{a}_1[\alpha]$$

بنا بر این

$$\bar{\sigma}^2[\alpha] = [f_2(0/2 + 0/05\alpha), 1]$$

و لذا

$$\bar{\sigma}^2[\alpha] = [0/99 + 0/02\alpha - 0/01\alpha^2, 1]$$

دقت کنید با توجه به فرم α– برش‌های $\bar{\sigma}^2$ و نمودار تقریبی $\bar{\sigma}^2$، می‌توان گفت که واریانس فازی توزیع احتمال فوق، تقریباً یک است که در این عبارت، تقریباً یک، عدد فازی است که نمودار تقریبی آن در شکل ۲.۶ رسم شده است.

Solve of example 4.6

```
p0 = 1/16
p4 = 1/16
p2 = 3/8
mu_alpha  = function(alpha){

  return(c(lower = 1.9 + (0.1 * alpha) ,
         upper = 2.1 - (0.1 * alpha)))
}
mu_alpha(alpha)
```

```
##  lower1  lower2  lower3  lower4  lower5  lower6  lower7  lower8  lower9 lower10
##    1.90    1.91    1.92    1.93    1.94    1.95    1.96    1.97    1.98    1.99
## lower11  upper1  upper2  upper3  upper4  upper5  upper6  upper7  upper8  upper9
##    2.00    2.10    2.09    2.08    2.07    2.06    2.05    2.04    2.03    2.02
## upper10 upper11
##    2.01    2.00
```

```
(mu_table = tibble(mu_min = mu_alpha(alpha)[1:11] , mu_max = mu_alpha(alpha)[12:22]))
```

```
## # A tibble: 11 x 2
##    mu_min mu_max
##     <dbl>  <dbl>
##  1   1.9    2.1
##  2   1.91   2.09
##  3   1.92   2.08
##  4   1.93   2.07
##  5   1.94   2.06
##  6   1.95   2.05
##  7   1.96   2.04
##  8   1.97   2.03
##  9   1.98   2.02
## 10   1.99   2.01
## 11   2      2
```

Solve of example 4.6

```
var_alpha = function(alpha){

  return(c(lower = 0.99 + 0.02 * alpha ,
         upper = 1))
}
var_alpha(alpha)
```

```
##  lower1  lower2  lower3  lower4  lower5  lower6  lower7  lower8  lower9 lower10
##   0.990   0.992   0.994   0.996   0.998   1.000   1.002   1.004   1.006   1.008
## lower11   upper
##   1.010   1.000
```

```
(var_table = tibble(var_min = var_alpha(alpha)[1:11] , var_max = 1))
```

```
## # A tibble: 11 x 2
##    var_min var_max
##      <dbl>   <dbl>
##  1   0.99        1
##  2   0.992       1
##  3   0.994       1
##  4   0.996       1
##  5   0.998       1
##  6   1           1
##  7   1.00        1
##  8   1.00        1
##  9   1.01        1
## 10   1.01        1
## 11   1.01        1
```