خدمت استاد گرامی
جناب دکتر [illegible] خان

اسمعیل زاده

طرح و تحلیل آزمایش‌ها

با نرم افزار

(SPSS, Minitab, R)

(براساس مونتگمری)

مؤلفان:

دکتر نبز اسمعیل‌زاده

عضو هیات علمی دانشگاه کردستان

سامان ابراهیم‌پور

انتشارات دانشگاه کردستان

۱۳۹۴

سر شناسه	: اسمعیل‌زاده، نبز، ۱۳۵۳-
عنوان ونام پدیدآور	: طرح و تحلیل آزمایش‌ها با نرم افزار R, Minitab, SPSS: (بر اساس مونتگمری)/ مولفان نبز اسمعیل‌زاده، سامان ابراهیم‌پور
مشخصات نشر	: سنندج : دانشگاه کردستان، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	: ۲۰۰ص.؛ مصور (رنگی)، جدول.
شابک	: ۷-۰۰-۲۷۹۷-۹۶۴-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: کتابنامه.
موضوع	: طرح‌های آزمایشی – نرم‌افزار
موضوع	: مینی‌تب
موضوع	: اس. پی. اس. اس (فایل کامپیوتر)
موضوع	: آر (زبان برنامه نویسی کامپیوتر)
شناسه افزوده	: ابراهیم‌پور، سامان، ۱۳۶۹-
شناسه افزوده	: دانشگاه کردستان
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۴ ۴ ط۵الف/QA۲۷۹
رده بندی دیویی	: ۰۰۱/ ۴۳۴
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۹۲۸۰۱۷

طرح و تحلیل آزمایش‌ها با نرم افزار

(R,minitab, SPSS)/ نبز اسمعیل زاده، سامان ابراهیم پور

طراحی جلد: یوسف ابراهیم پور

نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۴

ناشر: انتشارات دانشگاه کردستان

تیراژ: ۱۰۰۰

فهرست مطالب

Scanned by CamScanner

پیش گفتار

طرح و تحلیل آزمایش‌ها مجموعه‌ای از تکنیک‌ها و روش‌های آماری برای جمع‌آوری داده‌های حاصل از آزمایش‌های طراحی شده، تحلیل و نهایتاً نتیجه‌گیری و استنباط درباره‌ی آن‌ها است. در زمینه‌ی مسائل نظری و بحث چگونگی طراحی و تحلیل آزمایش‌ها کتاب‌های متعددی نگارش شده است. تحلیل یک آزمایش طراحی شده معمولاً مستلزم انجام محاسبات عددی زیادی است که با زیاد شدن تعداد داده‌ها و متغیرهای مورد بررسی در مسأله به پیچیدگی و زمان‌بر بودن آن افزوده به‌طوری‌که انجام دستی آن‌ها را غیرممکن می‌سازد. بی‌شک وجود بسته‌های نرم‌افزاری فراوان در علم آمار، ناشی از نیاز و پیشرفت علوم کامپیوتر، کمک زیادی به دقت و انجام راحت تحلیل داده‌ها کرده است.

بسته‌های نرم‌افزاری مختلفی جهت انجام تحلیل داده‌های حاصل از طرح آزمایش وجود دارند. بین همه‌ی نرم‌افزارهای آماری موجود، نرم‌افزارهای SPSS، MINITAB و R هرکدام به دلایلی در بین تحلیل‌گران داده‌ها رواج پیدا کردند و محبوبیت بیشتری دارند.

کمبود منبع تخصصی جهت انجام امور رایانه‌ای تحلیل داده‌های حاصل از طرح آزمایش‌ها مؤلفین کتاب را به تألیف کتابی در این زمینه تشویق نمود. در این کتاب روش انجام و مسیر اجرای تحلیل داده‌های یک آزمایش طراحی شده توسط سه نرم‌افزار مذکور بیان می‌شوند.

علی‌رغم وجود کتاب‌های متنوع درباره‌ی مطالب نظری طرح و تحلیل آزمایش‌ها، چاپ‌های مختلف کتاب طرح و تحلیل آزمایش‌های مونتگمری یکی از معتبرترین و قابل فهم‌ترین متون درسی در این زمینه در سطح جهان است. ترجمه‌های مختلفی از این کتاب به زبان فارسی موجود است. این کتاب دربرگیرنده‌ی تمامی مطالب مربوط به یک درس اولیه در طرح و تحلیل آزمایش‌ها است. همچنین، سرفصل دروس طرح آزمایش‌های ۱ و ۲ دوره‌ی کارشناسی آمار را به‌طور کامل پوشش می‌دهد. این کتاب حاوی مثال‌های کاربردی فراوان است. در کتاب حاضر از مثال‌های متن چاپ‌های مختلف کتاب مونتگمری برای تجزیه و تحلیل در نرم‌افزار استفاده شده است.

برای هر مثال مسیر و دستور انجام تحلیل در سه نرم افزار همراه با تحلیل خروجی آن‌ها به‌طور کامل بیان شده است. امید است این کتاب به‌عنوان یک کتاب مکمل در کنار کتب نظری طرح و تحلیل آزمایش‌ها به‌ویژه کتاب مونتگمری، مورد استفاده‌ی دانشجویان و علاقه‌مندان قرار گیرد. لازم به ذکر است این کتاب وابستگی به کتاب مونتگمری ندارد و به‌طور مستقل به‌عنوان

یک کتاب آموزشی تحلیل داده‌های طرح آزمایش توسط نرم‌افزار می‌تواند مورد استفاده محققین و دانشجویان علوم مختلف شامل مهندسی، علوم پزشکی، کشاورزی و علوم انسانی قرار قرار گیرد.

۱ تحلیل واریانس یک‌راهه

۱-۱ طرح یک‌راهه

یکی از اهداف اولیه و مهم طرح آزمایش‌ها مقایسه‌های تیماری است. در ساده‌ترین حالت، فرض کنید در آزمایشی، یک عامل با a سطح متفاوت داشته باشیم. هدف مطالعه اثر تیمارهای مختلف روی یک متغیر پاسخ است. همچنین، فرض کنید تیمارها را به صورت کاملا تصادفی می‌توان به واحدهای آزمایشی تخصیص داد و هر تیمار روی n واحد آزمایشی اعمال می‌شود. انجام این تکرارها جهت اندازه‌گیری خطای آزمایشی ضروری است. پاسخ مشاهده شده از هر آزمایش یک متغیر تصادفی است. توصیف مشاهدات به وسیله مدل خطی آماری

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \qquad \begin{cases} i = ۱,۲,\dots,a \\ j = ۱,۲,\dots,n \end{cases}$$

مفید است، که در آن y_{ij}، مقدار پاسخ تیمار iام در تکرار jام، μ پارامتر مشترک برای تمام تیمارها یا میانگین کل، τ_i اثر تیمار iام و ϵ_{ij} مولفه‌ی خطای تصادفی است. معمولا، خطاهای مدل را متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $\sigma^۲$ در نظر می‌گیرند.

اگر a سطح عامل، همه a مقدار ممکن برای عامل باشند که در آزمایش در نظر گرفته می‌شوند آن عامل را با اثر ثابت گویند. اما اگر a سطح به طور تصادفی از بین تعداد زیادی سطح انتخاب شوند عامل را با اثر تصادفی گویند. در این بخش تحلیل واریانس تک عاملی را برای مدل با

اثرهای ثابت بیان می‌کنیم. در مدل اثرهای ثابت، اثرهای تیماری، τ_i معمولاً به‌صورت انحراف از میانگین کل تعریف می‌شوند، به‌طوری‌که:

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0. \qquad (1\text{-}1)$$

براساس آن‌چه بیان شد، میانگین تیمار iام، $E(y_{ij}) = \mu_i = \mu + \tau_i$ است. یعنی میانگین تیمار iام شامل میانگین کل به علاوه اثر تیمار iام است. می‌خواهیم برابری میانگین‌های تیماری را آزمون کنیم، یعنی:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_a \qquad (2\text{-}1)$$
$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \ (i,j) \text{ برای حداقل یک جفت}$$

توجه کنید با توجه به قید (۱-۱) اگر H_0 درست باشد، میانگین تمام تیمارها برابر μ است و به طور معادل فرض های (۱-۲) را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_a = 0$$
$$H_1: \tau_i \neq 0 \ i \text{ برای حداقل یک}$$

پس می‌توان در خصوص آزمون برابری میانگین تیمارها یا آزمون صفر بودن اثرهای تیماری به طور معادل صحبت کرد.

روش رایج برای آزمون برابری میانگین‌های تیماری تحلیل واریانس است. برای انجام تحلیل واریانس برقراری سه شرط زیر ضرورت دارد:

۱) نرمال بودن توزیع خطاها،
۲) همگنی واریانس در گروه‌های مختلف،
۳) مستقل بودن خطاها.

مطالب بیشتر در مورد تحلیل واریانس را می‌توان به طور مفصل در [۱-۳] و [۵] یافت. در ادامه با ارائه مثالی نحوه انجام تحلیل واریانس را توسط نرم‌افزارهای SPSS، MINITAB و R شرح خواهیم داد.

مثال ۱-۱ [۵]. مهندسی علاقه‌مند به بررسی رابطه‌ی بین توان فرکانس رادیویی و نرخ حکاکی (قلم‌زنی) در دستگاه قلم‌زنی پلاسمای تک ویفری است. برای اینکار چهار توان فرکانس رادیویی مختلف انتخاب کرده و یک طرح کاملاً تصادفی شده با پنج تکرار در هر سطح توان را

بررسی می‌کند. داده‌ها در جدول ۱–۱ خلاصه شده‌اند. آیا چهار توان فرکانس اثر یکسانی روی نرخ حکاکی دارند؟ برای پاسخ سوال فرض‌های زیر را آزمون می‌کنیم:

$H_۰: \mu_۱ = \mu_۲ = \mu_۳ = \mu_۴$

$H_۱: \mu_i \neq \mu_j \ (i,j)$ برای حداقل یک جفت

و یا هم ارز آن

$H_۰: \tau_۱ = \tau_۲ = \tau_۳ = \tau_۴ = ۰$

$H_۱: \tau_i \neq ۰ \ i$ برای حداقل یک

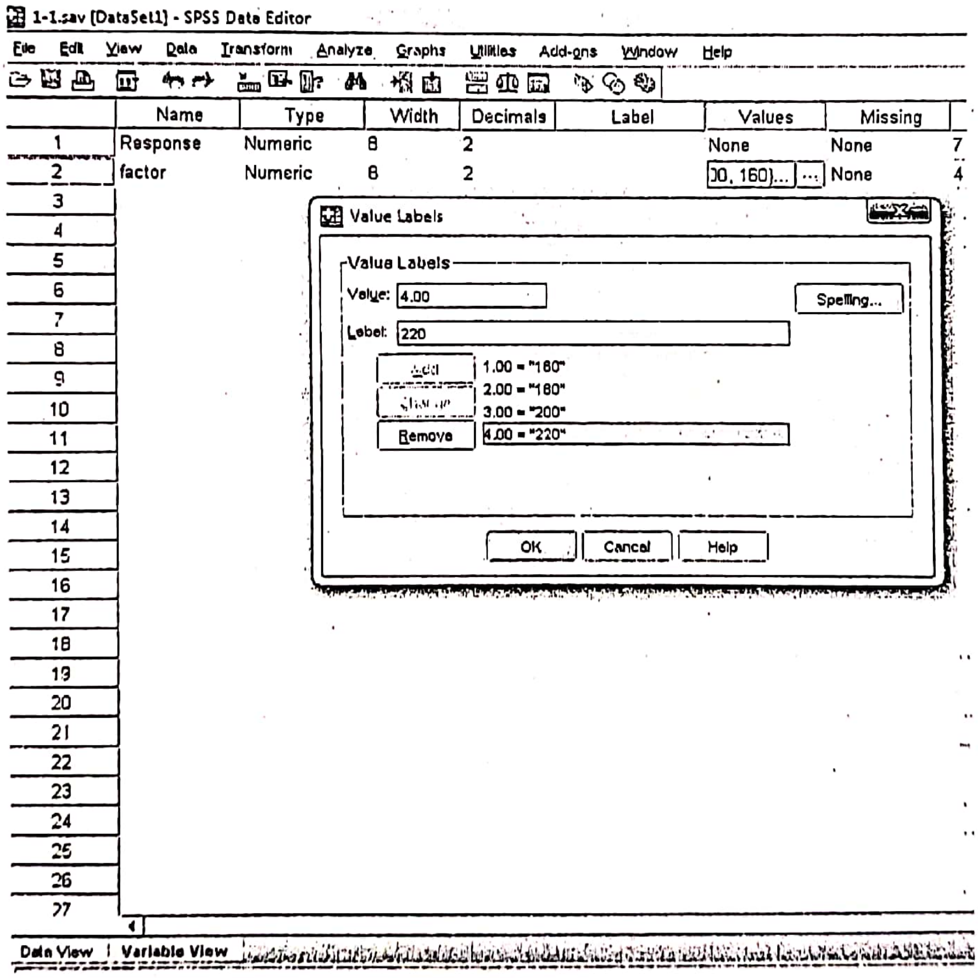
جدول ۱–۱: داده‌های مثال ۱-۱

تکرار / توان فرکانس	۱	۲	۳	۴	۵
۱۶۰	۵۷۵	۵۴۲	۵۳۰	۵۳۹	۵۷۰
۱۸۰	۵۶۵	۵۹۳	۵۹۰	۵۷۹	۶۱۰
۲۰۰	۶۰۰	۶۵۱	۶۱۰	۶۳۷	۶۲۹
۲۲۰	۷۲۵	۷۰۰	۷۱۵	۶۸۵	۷۱۰

۱-۱-۱ تحلیل واریانس یک راهه با استفاده از SPSS

ابتدا داده‌ها باید به صورت مناسب در صفحه Data Editor نرم افزار SPSS وارد شوند. یکی از شیوه‌های انجام این کار به صورت زیر است. با کلیک کردن روی گزینه Variable View واقع در قسمت پایین سمت چپ اولین پنجره باز شده (Data Editor) در SPSS پنجره شکل ۱–۱ را مشاهده می‌کنید. در این پنجره، در ستون Name نام متغیر را وارد کنید. درستون Type نوع متغیر را تعیین کنید (کمی، کیفی و...). درصورتی که متغیر مورد نظر به صورت گروهی باشد، درستون Values برای سطوح مختلف آن می‌توان کد تعریف کرد. برای تعریف کد به خانه مقابل متغیر در ستون Values بروید و روی کادر کوچک سمت راست آن خانه کلیک کنید. سپس درپنجره ظاهر شده برای هرسطح از متغیر، کد مورد نظر را در کادر Value و برچسب آن را در کادر Lable بنویسید و روی Add کلیک کنید. در پایان کدگذاری روی OK کلیک کنید. در تمامی پنجره‌های SPSS کلید Help وجود دارد که راهنمای مربوط به همان پنجره است. همچنین، جهت اطلاعات بیشتر در مورد مقدمات کار با نرم افزار SPSS به [۶-۷] مراجعه کنید.

برای مثال ۱-۱ مطابق شکل ۱–۱ متغیر پاسخ را با اسم اختیاری Response و عامل را با اسم factor تعریف می‌کنیم. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، برای هر سطح عامل یک کد در نظر گرفته ایم، به این صورت داده‌های مربوط به آزمایش را در ۴ گروه طبقه‌بندی می‌کنیم. حال با کلیک کردن روی Data View واقع در قسمت پایین سمت چپ اولین پنجره باز شده به پنجره Data Editor برمی‌گردیم. مقادیر مشاهدات مربوط به نرخ حکاکی را در ستون Response و کدهای مربوط به چهار توان فرکانس را در ستون factor وارد می‌کنیم (شکل ۱–۲).



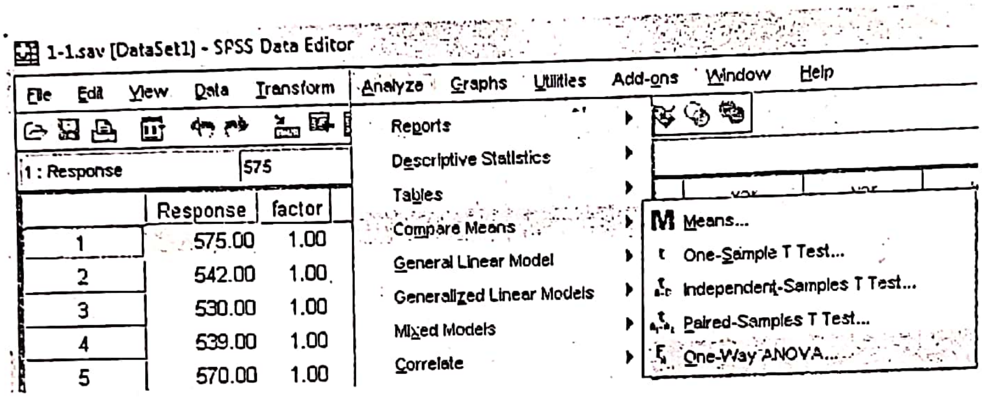
شکل ۱–۱: تعریف کردن متغیرها در SPSS

بعد از وارد کردن داده‌ها، جهت انجام تحلیل واریانس یک راهه از مسیر زیر عمل می‌کنیم:

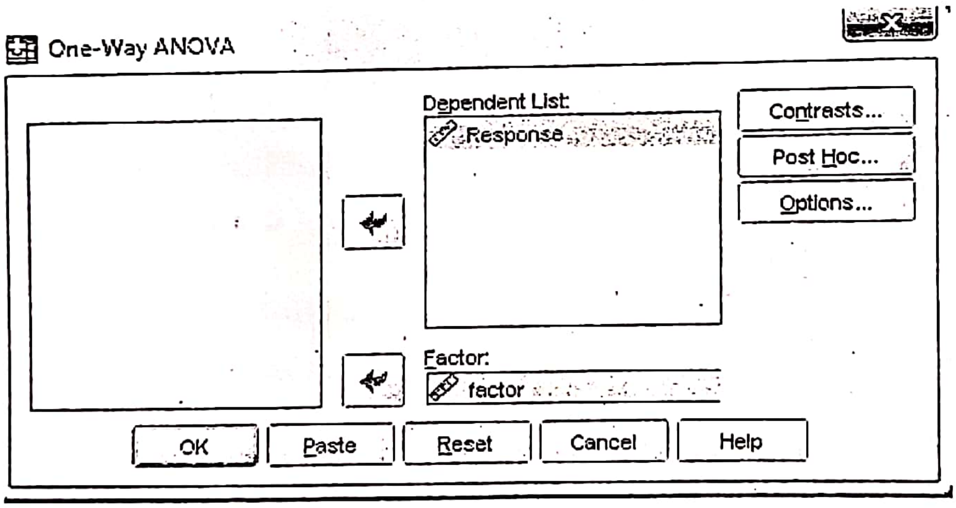
Analyze> Compare Means> One-Way ANOVA...

در صورت وارد شدن به این مسیر، شکل ۱–۲، پنجره‌ی جدیدی، به‌صورت شکل ۱–۳ باز می‌شود. حال، با انتخاب متغیرهای پاسخ (Response) و مستقل (factor) به

وسیله کلیک کردن روی آنها، و سپس کلیک کردن روی کلید فلش متناظر، آنها را از کادر سمت چپ به‌ترتیب به کادرهای Dependent List و Factor انتقال می‌دهیم. در این مرحله با کلیک کردن روی OK خروجی جدول تحلیل در جدول ۱–۲ را مشاهده می‌کنید.



شکل ۱–۲: مسیر اجرای تحلیل واریانس یک‌راهه

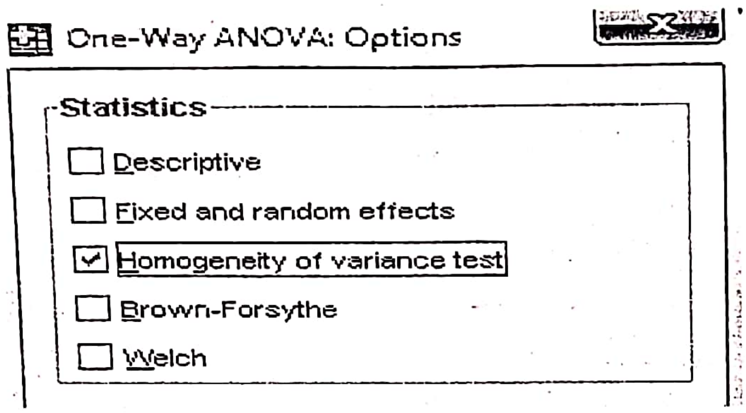


شکل ۱–۳: پنجره‌ی تحلیل واریانس یک‌راهه

برای بررسی فرض ثابت بودن واریانس خطاها در پنجره One-Way ANOVA، شکل ۱–۳، روی گزینه ...Options کلیک و در پنجره‌ی باز شده، شکل ۱–۴، گزینه Homogeneity of variance test را انتخاب می‌کنیم و با زدن کلید Continue به صفحه‌ی قبل باز می‌گردیم.

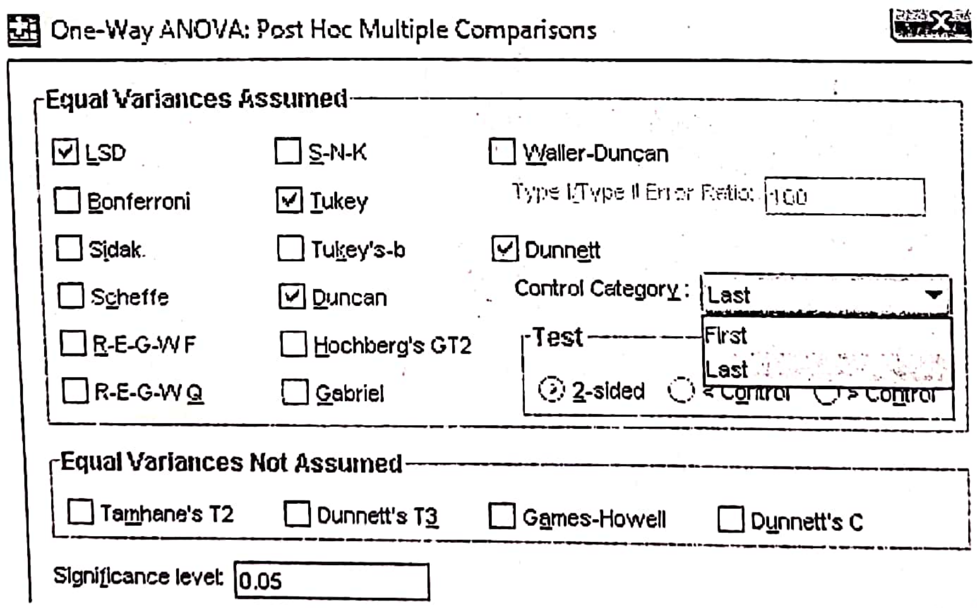
در صورت رد شدن فرض برابری میانگین‌ها، جهت بررسی بیشتر و یافتن زوج میانگین‌های معنی‌دار می‌توان آزمون مقایسات چندگانه را انجام داد. روش‌های متعدد برای انجام مقایسات زوج میانگین‌ها وجود دارد. در بین همه روش‌های موجود می‌توان

به روش‌های رایج LSD، توکی[۱]، دانکن[۲] و دانت[۳] اشاره کرد.



شکل ۱–۴ آزمون همگنی واریانس در SPSS

برای انجام مقایسات زوجی در پنجره‌ی شکل ۱–۳ با کلیک کردن روی ...Post Hoc پنجره‌ی شکل ۱–۵ باز می‌شود. در این پنجره هر کدام از آزمون‌های مورد نظر را می‌توان انتخاب کرد. به طور مثال در قسمت Equal Varinaces Assumed، آزمون‌های LSD، توکی، دانکن و دانت را برای انجام مقایسات زوجی در مثال ۱-۱ انتخاب می‌کنیم.



شکل ۱–۵: پنجره‌ی آزمون‌های مقایسات زوجی در SPSS

[۱] Tukey
[۲] Duncan
[۳] Dunnett

در مورد آزمون دانت این نکته را باید مورد توجه قرار داد که یکی از گروه‌ها به عنوان گروه کنترل (شاهد) در نظر گرفته می‌شود. این گروه می‌تواند گروه اول (First) یا گروه آخر (Last) باشد. برای این کار با فعال کردن آزمون دانت گزینه Control Category فعال شده و در کادر روبروی آن گروه کنترل را انتخاب می‌کنیم (شکل ۱–۵).

خروجی نرم‌افزار SPSS برای مثال ۱-۱

جدول ۱–۲ خروجی مربوط به تحلیل واریانس را نشان می‌دهد.

جدول ۱–۲: خروجی جدول تحلیل واریانس یک راهه

Sorce	Type III Sum of Square	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	66870.550	3	22290.183	66.797	.000
Within Groups	5339.200	16	333.700		
Total	72209.750	19			

مقدار P-value در ستون .Sig برابر صفر است که کوچکتر از ۰/۰۵ است. بنابراین فرض H_0 رد می‌شود. پس تفاوت معنی‌داری بین اثر توان فرکانس‌های متفاوت درسطح ۵٪ وجود دارد. بعبارتی دیگر مقدار آماره‌ی مشاهده شده F در جدول تحلیل واریانس ۶۶/۷۹۷ به‌دست آمده است که در مقایسه با مقدار بحرانی $(F_{0.05,3,16} = 3/24)$ بزرگتر است. پس فرض برابری میانگین‌های تیمارها در سطح پنج درصد رد می‌شود.

جدول ۱–۳ خروجی آزمون همگنی واریانس‌ها را با استفاده از آزمون لون[۴] نشان می‌دهد.

جدول ۱–۳: خروجی آزمون همگنی واریانس‌ها

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.541	3	16	.661

مقدار آماره‌ی آزمون لون برابر ۰/۵۴۱ و مقدار P-value از ستون .Sig برابر ۰/۶۶۱ است که

[۴] Levene

از مقدار ۰/۰۵ بزرگتر است. بنابراین فرض برابری واریانس خطاها پذیرفته می‌شود.
با توجه به رد شدن فرض برابری میانگین های تیماری به منظور بررسی بیشتر روابط بین آن‌ها مقایسات چندگانه را با استفاده از روش‌های LSD، توکی و دانت که در پنجره‌ی شکل ۱–۵ انتخاب کردیم، انجام می‌دهیم.

خروجی روش LSD برای مقایسه زوج میانگین‌های تیماری در SPSS

جدول ۱–۴ خروجی مقایسات زوجی با استفاده از روش LSD را نشان می‌دهد. چون مقدار Sig به‌دست آمده برای همه‌ی مقایسات کمتر از ۰/۰۵ است، نتیجه می‌گیریم که تمام زوج میانگین‌های تیماری در سطح ۵٪ باهم اختلاف معنی‌داری دارند. این زوج ها در ستون دوم (Mean Difference) با علامت * مشخص شده‌اند.

جدول ۱–۴: آزمون LSD برای مثال ۱-۱

(I) factor	(J) factor	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
160	180	−36.20000 *	11.55335	.006	−60.6920	−11.7080
	200	−74.20000 *	11.55335	.000	−98.6920	−49.7080
	220	−155.8000 *	11.55335	.000	−180.2920	−131.3080
180	160	36.20000 *	11.55335	.006	11.7080	60.6920
	200	−38.00000 *	11.55335	.005	−62.4920	−13.5080
	220	−119.6000 *	11.55335	.000	−144.0920	−95.1080
200	160	74.20000 *	11.55335	.000	49.7080	98.6920
	180	38.00000 *	11.55335	.005	13.5080	62.4920
	220	−81.60000 *	11.55335	.000	−106.0920	−57.1080
220	160	155.80000 *	11.55335	.000	131.3080	180.2920
	180	119.60000 *	11.55335	.000	95.1080	144.0920
	200	81.60000 *	11.55335	.000	57.1080	106.0920

این نتیجه را از فواصل اطمینان به‌دست آمده برای اختلاف میانگین‌ها نیز می‌توان استخراج

کرد. این فواصل اطمینان را در دو ستون آخر خرّوجی مشاهده می‌کنید. ستون Lower Bound کران پایین و Upper Bound کران بالای فاصله اطمینان را نشان می‌دهد. به عنوان مثال، یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای $\mu_1 - \mu_2$ برابر (۶۰/۶۹۲-,۱۱/۷۰۸-) در سطر اول جدول ۱–۴ داده شده است. چون هیچ یک از فواصل اطمینان به‌دست آمده شامل صفر نیستند، پس تمام زوج میانگین‌های تیماری باهم اختلاف معنی‌داری دارند.

خروجی روش توکی برای مقایسه زوج میانگین‌های تیماری در SPSS

جدول ۱–۵ خروجی روش توکی را برای مثال ۱-۱ نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر P-value به‌دست آمده در ستون .Sig جدول ۱–۵ با استفاده از روش توکی نیز همه زوج میانگین‌های تیماری در سطح ۵ ٪ اختلاف معنی‌دار دارند. این زوج ها در ستون دوم جدول (Mean Difference) با علامت * مشخص شده‌اند.

جدول ۱–۵: : آزمون توکی برای مثال ۱-۱

(I) factor	(J) factor	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval Lower Bound	95% Confidence Interval Upper Bound
160	180	−36.20000 *	11.55335	.029	−69.2544	−3.1456
	200	−74.20000 *	11.55335	.000	−107.2544	−41.1456
	220	−155.80000 *	11.55335	.000	−188.8544	−122.7456
180	160	36.20000 *	11.55335	.029	3.1456	69.2544
	200	−38.00000 *	11.55335	.022	−71.0544	−4.9456
	220	−119.60000 *	11.55335	.000	−152.6544	−86.5456
200	160	74.20000 *	11.55335	.000	41.1456	107.2544
	180	38.00000 *	11.55335	.022	4.9456	71.0544
	220	−81.60000 *	11.55335	.000	−114.6544	−48.5456
220	160	155.80000 *	11.55335	.000	122.7456	188.8544
	180	119.60000 *	11.55335	.000	86.5456	152.6544
	200	81.60000 *	11.55335	.000	48.5456	114.6544

خروجی روش دانت برای مقایسه زوج میانگین های تیماری درSPSS

در روش دانت یکی از تیمارها به‌عنوان کنترل در نظر گرفته می‌شود و آزمایشگر علاقه‌مند به مقایسه‌ی بقیه‌ی $a-۱$ تیمار با تیمار کنترل است. در این روش تنها $a-۱$ مقایسه وجود دارد. با در نظر گرفتن یکی از تیمارها به.عنوان تیمار شاهد (کنترل)، مثلا تیمار a ، فرض‌های زیر را آزمون می‌کنیم:

$$H_۰: \mu_i = \mu_a$$

$$H_۱: \mu_i \neq \mu_a \quad i = ۱,۲,\dots,a-۱$$

در مثال ۱-۱ تیمار ۴ یعنی توان فرکانس ۲۲۰ را به‌عنوان تیمار کنترل در نظر گرفته‌ایم. با توجه به مقدار P-value در ستون .Sig از جدول ۱-۶، روش دانت نیز همه فرض‌های .H را رد می‌کند، یعنی همه میانگین‌های تیماری اختلاف معنی‌دار با تیمار کنترل در سطح ۵ ٪ دارند. زوج های معنی‌دار در ستون دوم (Mean Difference) با علامت * مشخص شده‌اند.

جدول ۱-۶: آزمون دانت برای مثال ۱-۱

(I) Timar	(J) Timar	Mean Difference (i-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
160	220	−155.80 *	11.553	.000	−185.75	−125.85
180	220	−119.60 *	11.553	.000	−149.55	−89.65
200	220	−81.60 *	11.553	.000	−111.55	−51.65

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = 333.700.
a. Dunnett t-tests treat one group as a control, and compare all other groups against it.

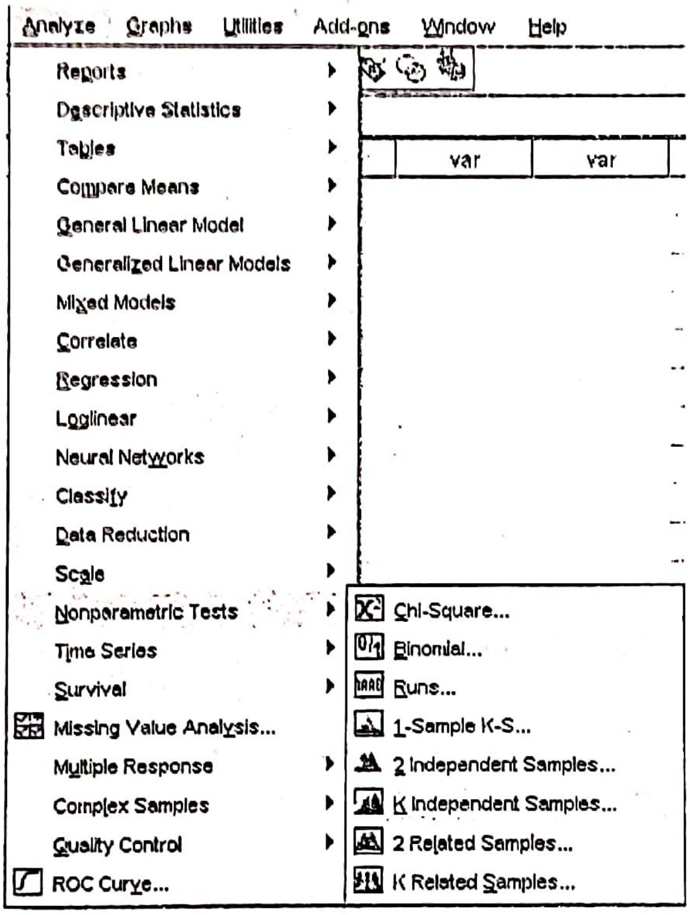
آزمون کروسکال-والیس برای مثال ۱-۱ با استفاده از SPSS

یکی از روش‌های رایج ناپارامتری معادل تحلیل واریانس آزمون کروسکال-والیس است. برای انجام آزمون از مسیر

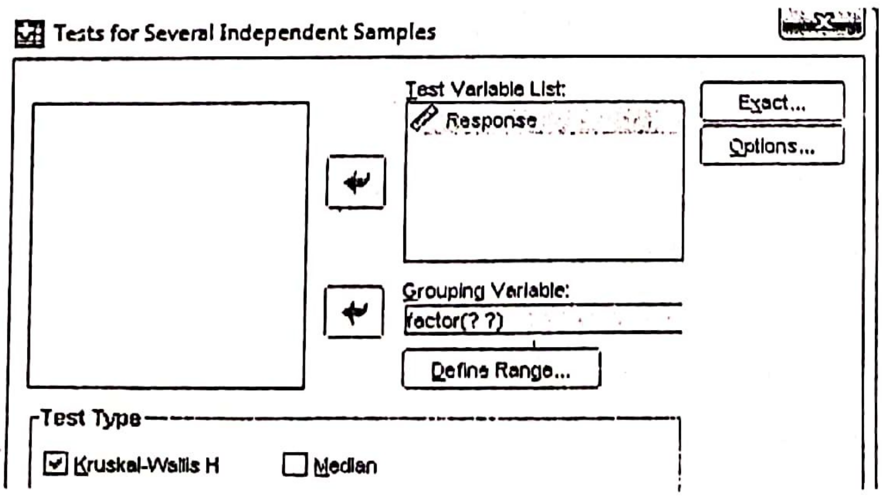
Analyze> Nonparametric Tests> K Independent Samples...

استفاده می‌کنیم. این مسیر در شکل ۱-۶ نشان داده شده است.

با وارد شدن به این مسیر در پنجره‌ی باز شده (شکل ۱–۷) در کادر Test Variable List متغیر پاسخ و در کادر Grouping variable عامل را همانند شکل ۱–۷ وارد می‌کنیم. حال در قسمت Define Range دامنه مربوط به متغیر عامل را وارد می‌کنیم که در اینجا از ۱ تا ۴ است. در قسمت پایین پنجره در کادر Test Type ، گزینه Kruskal-Wallis H را فعال می‌کنیم. با زدن کلید Ok خروجی آزمون را مشاهده می‌کنید (جدول ۱–۷).



شکل ۱–۶: مسیر انجام آزمون کروسکال-والیس



شکل ۱–۷: روش انجام آزمون کروسکال-والیس

خروجی آزمون کروسکال والیس برای مثال ۱-۱ در SPSS

جدول ۱-۷: خروجی آزمون کروسکال-والیس برای مثال ۱-۱

Test Statistics[a,b]

	Response
Chi-Square	16.907
df	3
Asymp. Sig.	.001

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: factor

مقدار آماره‌ی کروسکال-والیس برای داده‌های مثال ۱-۱ برابر ۱۶/۹۰۷ و مقدار Asymp.Sig یا P-value مجانبی به‌دست آمده ۰/۰۰۱ که کم تر از ۰/۰۵ است. بنابراین فرض برابری میانگین‌ها رد می‌شود. یعنی بین میانگین‌های تیماری اختلاف معنی‌دار وجود دارد.

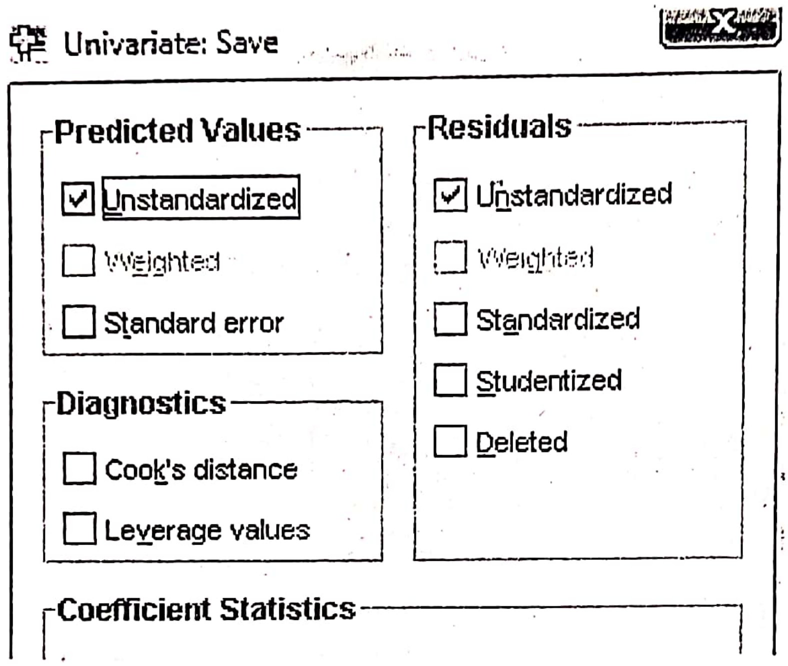
بررسی تحلیل کفایت مدل در SPSS

در بخش های قبل بررسی فرض همگنی واریانس خطاها را از طریق آزمون لون بیان کردیم. از نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده نیز می‌توان برای بررسی فرض ثابت بودن واریانس خطاها استفاده کرد. برای این کار ابتدا وارد مسیر

Analyze>General Linear Model>Univariate…

می‌شویم، در پنجره باز شده از قسمت ...Options استفاده کنیم و در ادامه در قسمت Display، با انتخاب Residual Plots نمودار مورد نظر در خروجی ظاهر می‌شود. نمودار تولید شده از این طریق کیفیت لازم را ندارد. ما روش دیگری را پیشنهاد می‌کنیم. در پنجره Univariate با کلیک کردن روی کلید ...Save پنجره‌ی شکل ۱-۸ باز می‌شود. در این پنجره، در قسمت Predicted Values مقادیر پیش‌بینی شده و در قسمت Residuals انواع ماندها، شامل مانده‌های معمولی و استاندارد شده را می‌توان انتخاب کرد تا در پنجره‌ی Data View در ستون‌های مجزا ذخیره شوند. در اینجا ما مقادیر پیش بینی شده و مانده‌های

معمولی (Unstandardized) را مطابق شکل ۱–۸ انتخاب می‌کنیم. خروجی در شکل ۱–۹ آورده شده است. ستون‌های PRE_۱ و RES_۱ به ترتیب مقادیر پیش بینی شده و مانده‌ها را نشان می‌دهند.



شکل ۱–۸: ذخیره کردن مقادیر پیش‌بینی و مانده‌ها

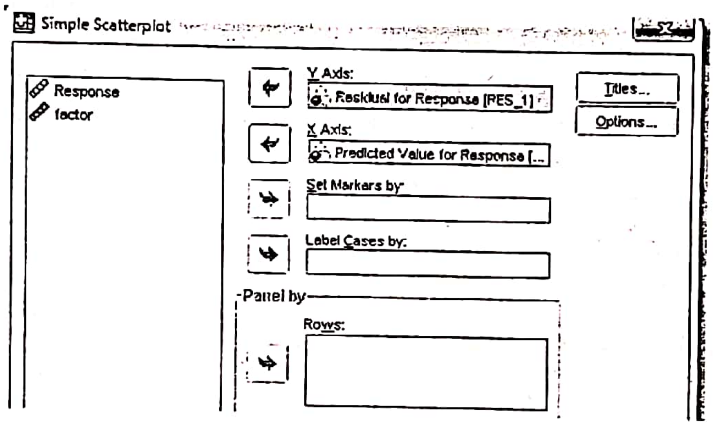
	Response	factor	PRE_1	RES_1
1	575.00	1.00	551.20	23.80
2	542.00	1.00	551.20	-9.20
3	530.00	1.00	551.20	-21.20
4	539.00	1.00	551.20	-12.20
5	570.00	1.00	551.20	18.80
6	565.00	2.00	587.40	-22.40
7	593.00	2.00	587.40	5.60
8	590.00	2.00	587.40	2.60
9	579.00	2.00	587.40	-8.40
10	610.00	2.00	587.40	22.60
11	600.00	3.00	625.40	-25.40
12	651.00	3.00	625.40	25.60
13	610.00	3.00	625.40	-15.40
14	637.00	3.00	625.40	11.60
15	629.00	3.00	625.40	3.60
16	725.00	4.00	707.00	18.00
17	700.00	4.00	707.00	-7.00
18	715.00	4.00	707.00	8.00
19	685.00	4.00	707.00	-22.00
20	710.00	4.00	707.00	3.00

شکل ۱–۹: ستون‌های ایجاد شده مربوط به مقادیر پیش‌بینی و مانده‌ها

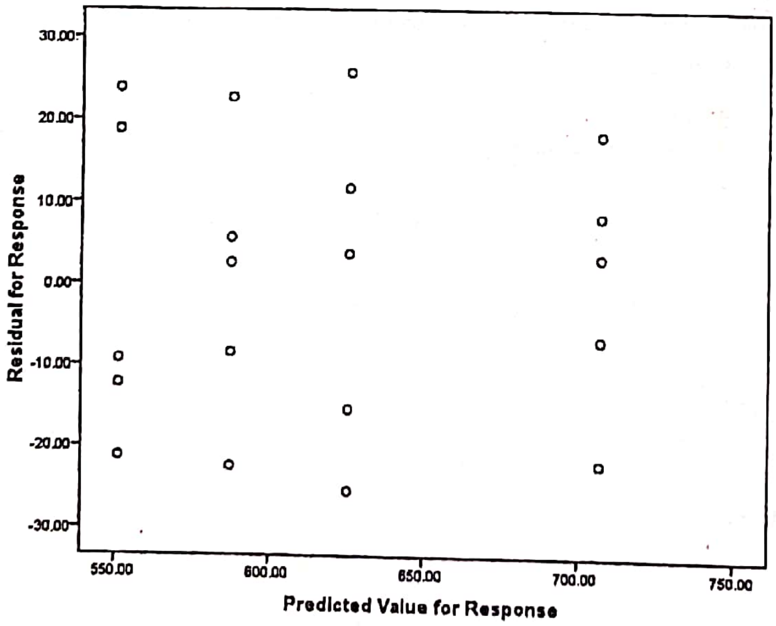
حال، برای رسم نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر پیش‌بینی شده وارد مسیر

Graphs>Legacy Dialogs>Scatter/Dots

می‌شویم، پس از انتخاب کردن Simple Scatter بر روی Define کلیک می‌کنیم تا پنجره شکل ۱-۱۳ باز شود. در پنجره‌ی باز شده مقادیر مانده‌ها در قسمت Y Axis و مقادیر پیش‌بینی شده را در قسمت X Axis وارد می‌کنیم سپس بر روی Ok کلیک می‌کنیم تا نمودار مورد نظر را مطابق شکل ۱-۱۴ مشاهده کنیم. نمودار یک الگوی تصادفی را نشان می‌دهد و نقاط در اطراف خط صفر بدون وجود روند خاصی پراکنده هستند. پس می‌توان نتیجه گرفت که فرض همگنی واریانس خطاها برقرار است.



شکل ۱-۱۰: رسم نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر پیش‌بینی

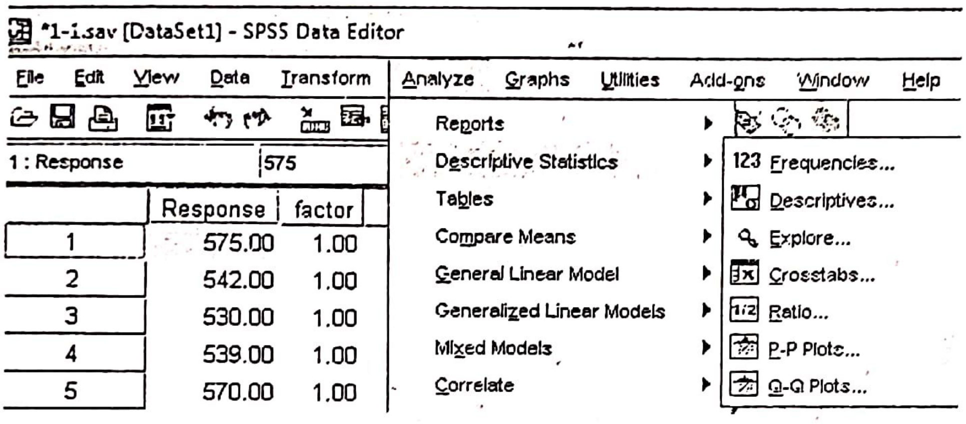


شکل ۱-۱۱: نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر پیش‌بینی

از مانده‌های ذخیره شده می‌توان برای رسم نمودار احتمال نرمال مانده‌ها نیز استفاده کرد. به این منظور از مسیر

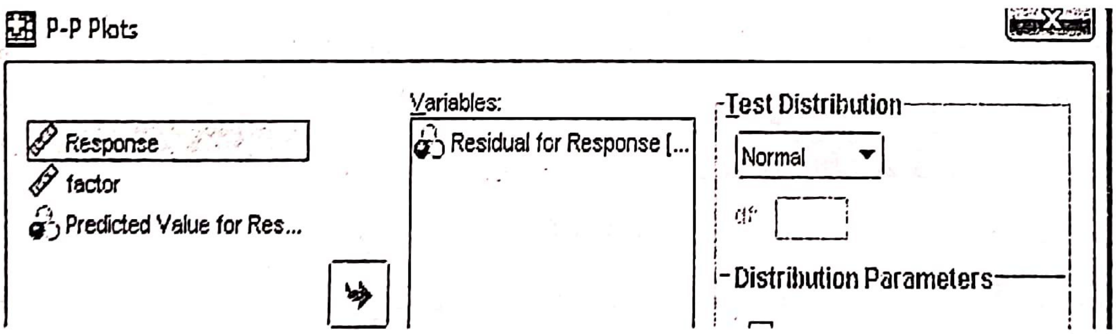
Analyze>Descriptive Statistics>P-P plots...

استفاده می‌کنیم.



شکل ۱–۱۲: مسیر اجرای آزمون نمودار احتمال نرمال

پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۱–۱۳ متغیر مقادیر مانده‌ها را در قسمت Variables وارد می‌کنیم.

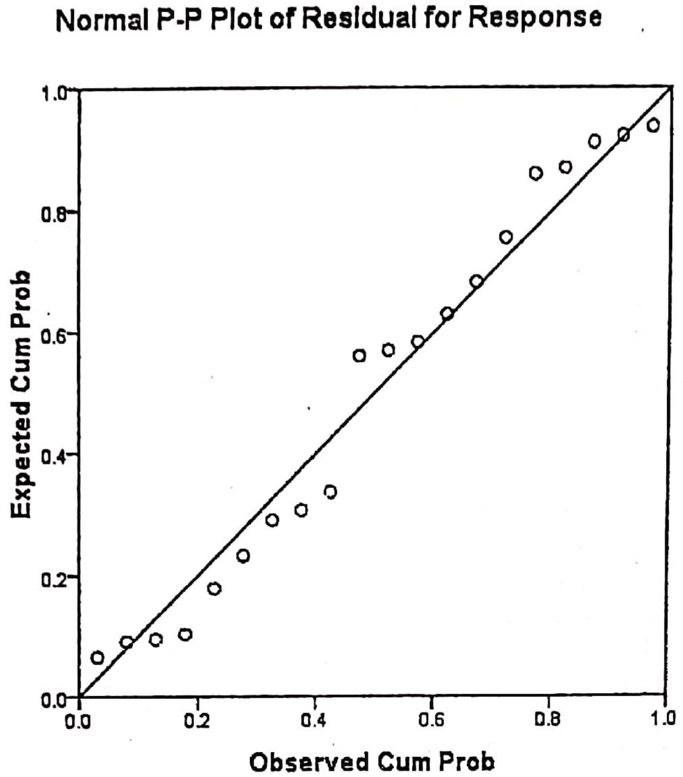


شکل ۱–۱۳: روش اجرای نمودار احتمال نرمال

سپس برروی Ok کلیک می‌کنیم تا خروجی مربوط به نمودار احتمال نرمال مانده‌ها مطابق شکل ۱–۱۴ مشاهده کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید مقادیر رسم شده تقریبا برروی خط واقع شده‌اند. پس می‌توان نتیجه گرفت که خطاها دارای توزیع نرمال هستند.

۱-۱-۲ تحلیل واریانس یک راهه با استفاده از MINITAB

ابتدا داده‌ها باید به صورت مناسب در یک صفحه Worksheet نرم افزار MINITAB وارد شوند. جهت اطلاعات در مورد مقدمات کار با نرم افزار MINITAB به [۷] مراجعه کنید. برای



شکل ۱–۱۴: نمودار احتمال نرمال برای مثال ۱-۱ در SPSS

وارد کردن داده‌ها مطابق شکل ۱–۱۵ عمل می‌کنیم. یک ستون به متغیر پاسخ و ستون دیگر به عامل اختصاص داده شده است. توجه داشته باشید درکادر بالای هر ستون می‌توان اسم دلخواهی را برای آن ستون مشخص کرد. در این مثال مشاهدات با اسم Response و متغیر عامل با اسم factor نام گذاری شده‌اند. حال، مقادیر متغیر پاسخ را در ستون Response و سطوح عامل را در ستون factor وارد می‌کنیم. به این‌صورت که ۵ داده‌ی اول مربوط به نرخ حکاکی در توان فرکانس ۱۶۰ هستند و به همین ترتیب ۵ داده‌ی آخر مربوط به توان فرکانس ۲۲۰ هستند. همان‌طور که مشاهده می‌کنید از کدهای ۱ تا ۴ برای توان فرکانس‌های ۱۶۰، ۱۸۰، ۲۰۰ و ۲۲۰ استفاده کرده‌ایم، می‌توان از مقدار واقعی توان فرکانس‌ها یا هر کدگذاری دلخواه دیگری استفاده کرد.

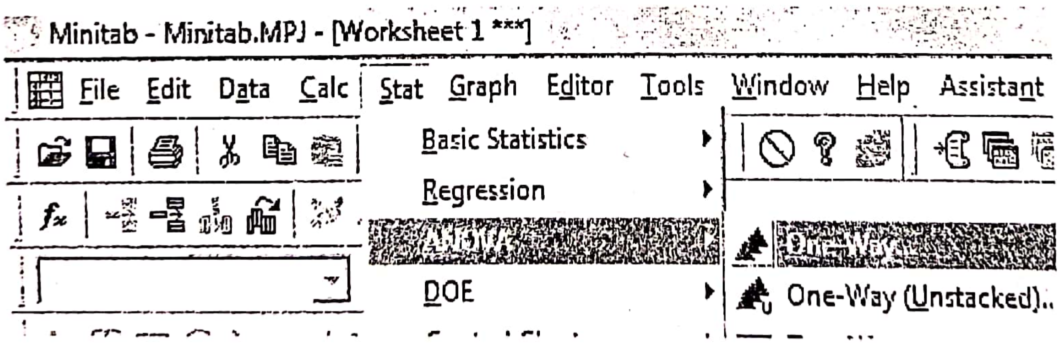
برای تشکیل جدول تحلیل واریانس یک‌راهه در مثال ۱-۱ از مسیر

Stat> ANOVA> One-Way...

که در شکل ۱–۱۶ نشان داده شده است، استفاده می‌کنیم.

↓	C1	C2	C3
	Response	factor	
1	575	1	
2	542	1	
3	530	1	
4	539	1	
5	570	1	
6	565	2	
7	593	2	
8	590	2	
9	579	2	
10	610	2	
11	600	3	
12	651	3	
13	610	3	
14	637	3	
15	629	3	
16	725	4	
17	700	4	
18	715	4	
19	685	4	
20	710	4	
21			

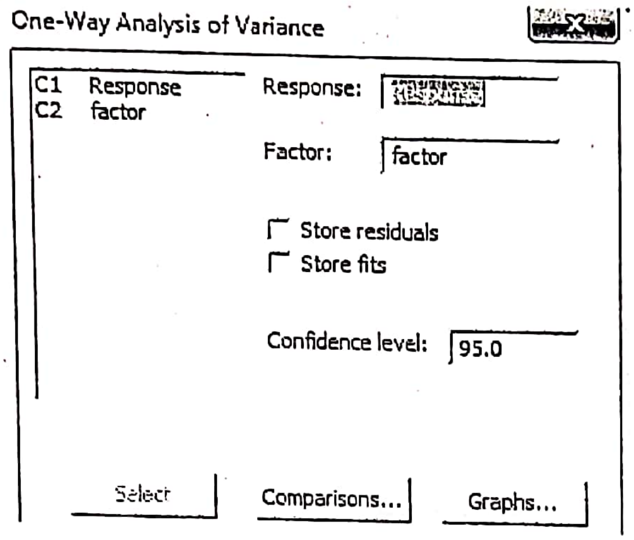
شکل ۱–۱۵: وارد کردن داده‌های مثال ۱-۱ در MINITAB



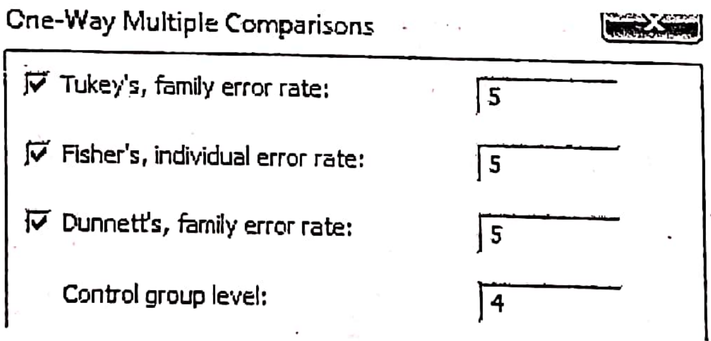
شکل ۱–۱۶: مسیر اجرای تحلیل واریانس درMINITAB

با وارد شدن به مسیر شکل ۱–۱۶ پنجره‌ی شکل ۱–۱۷ باز می‌شود. در کادر Response متغیر پاسخ را با دو بار کلیک روی آن و در کادر Factor عاملی را که اثر آن روی متغیر پاسخ بررسی می‌شود، وارد می‌کنیم. توجه داشته باشید، می‌توانیم با تغییر در قسمت Confidence Level سطح اطمینان دلخواه را وارد کنیم، که نرم‌افزار به صورت پیش فرض ۹۵ درصد قرار داده است. در این مرحله در صورت کلیک کردن روی کلید Ok خروجی جدول تحلیل واریانس را می‌توان مشاهده کرد (جدول ۱–۸).

جهت انجام آزمون مقایسات چندگانه برای جفت میانگین‌های تیماری بر روی ...Comparisons در قسمت پایین پنجره کلیک کرده تا پنجره‌ی شکل ۱–۱۸ باز شود.



شکل ۱–۱۷: وارد کردن متغیرها در پنجره‌ی One-Way Anova

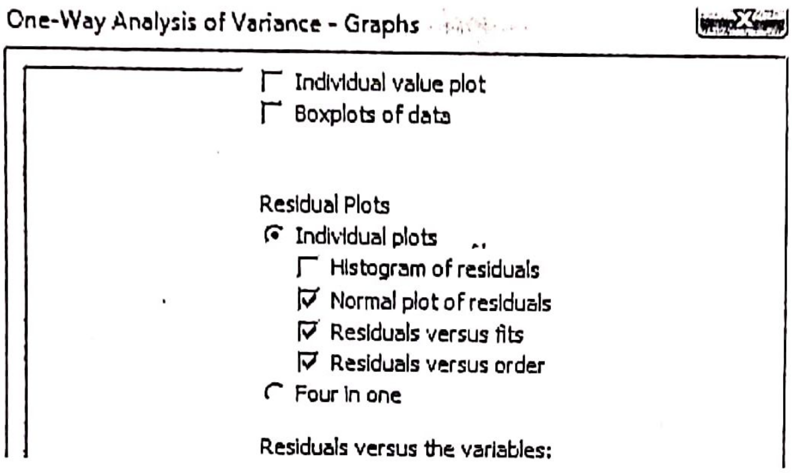


شکل ۱–۱۸: انتخاب آزمون‌های مقایسه جفت میانگین‌ها

در شکل ۱–۱۸ می‌توانیم هر کدام از آزمون‌های توکی، فیشر (LSD) و دانت را انتخاب کنیم. در آزمون دانت باید یکی از عامل‌ها به عنوان کنترل در قسمت Control group level انتخاب شود. در مثال ۱-۱ تیمار ۴، یعنی توان فرکانس ۲۲۰ به‌عنوان کنترل استفاده شده است. با کلیک کردن روی کلید Ok به پنجره‌ی قبلی برمی‌گردیم.

برای رسم نمودارهای مختلف مانده‌ها در شکل ۱–۱۷ بر روی ...Graphs کلیک می‌کنیم. در پنجره‌ی باز شده می‌توان هیستوگرام مانده‌ها (Histogram of residuals)، نمودار احتمال نرمال مانده‌ها (Normal plot of residuals)، نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده (Residuals versus fits) و همچنین نمودار مانده‌ها برحسب دنباله زمانی را رسم کرد (شکل ۱–۱۹). در قسمت پایین پنجره‌ی Graphs اگر گزینه Four in one را فعال کنیم می‌توانیم هر چهار نمودار را در یک پنجره مشاهده کنیم. با کلیک کردن روی کلید Ok به

پنجره‌ی شکل ۱–۱۷ بر می‌گردیم. حال، با کلیک کردن روی کلید Ok خروجی‌های مورد نظر را مشاهده می‌کنیم.



شکل ۱–۱۹: رسم نمودارهای نرمال و مانده‌ها در MINITAB

خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۱-۱ با استفاده از MINITAB

خروجی جدول تحلیل واریانس مثال ۱- ۱ را در جدول ۱–۸ مشاهده می‌کنید. مقدار آماره F بدست آمده برابر ۶۶/۸۰ است که در مقایسه با $F_{۰/۰۵,۳,۱۶} = ۳/۲۴$ بزرگتر است. پس فرض برابری میانگین‌ها رد می‌شود. یعنی در سطح ۰/۰۵ بین توان فرکانس‌های متفاوت اختلاف معنی‌داری وجود دارد. همچنین P-value به‌دست آمده در خروجی نرم‌افزار برابر صفر است که این مقدار کمتر از ۰/۰۵ است. پس $H_۰$ در سطح ۰/۰۵ رد می‌شود. یعنی در سطح ۰/۰۵ بین میانگین نرخ حکاکی در توان فرکانس‌های متفاوت اختلاف وجود دارد.

جدول ۱–۸: خروجی جدول تحلیل واریانس

One-way ANOVA: Response versus factor

Source	DF	SS	MS	F	P
factor	3	66871	22290	66.80	0.000
Error	16	5339	334		
Total	19	72210			

S = 18.27   R-Sq = 92.61%   R-Sq(adj) = 91.22%

مقادیر ضریب تعیین (R-Sq) و ضریب تعیین تعدیل شده (R-Sq-(adj)) در سطر آخر جدول ۱–۸ داده شده‌اند. با توجه به این مقادیر می‌توان گفت که تقریبا ۹۲ درصد تغییر پذیری در مشاهدات توسط مدل توضیح داده می‌شود.

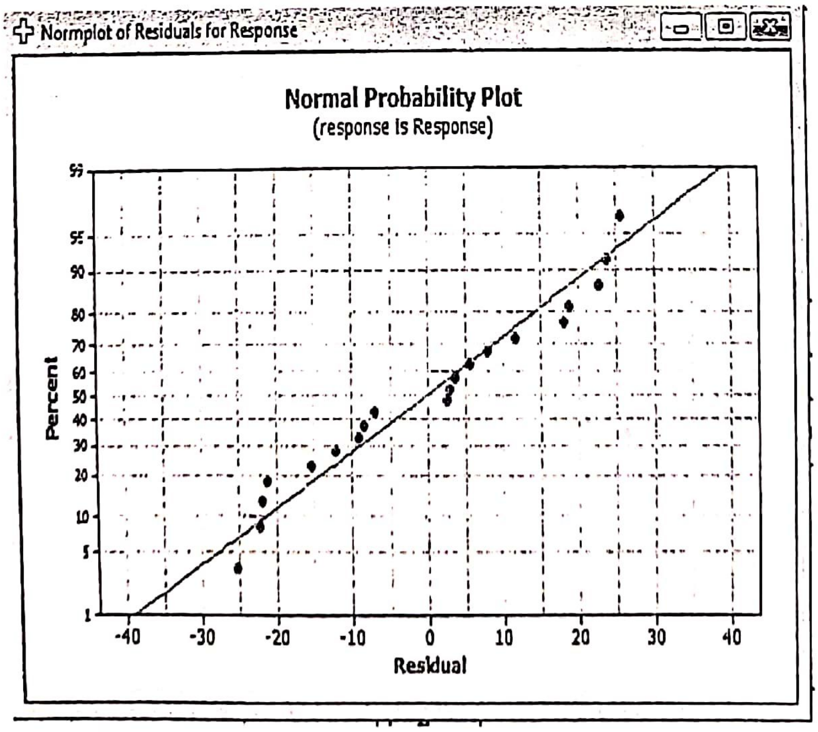
بررسی کفایت مدل برای مثال ۱-۱ در MINITAB

در تحلیل واریانس لازم است که خطاها دارای توزیع نرمال باشند. برای بررسی فرض نرمال بودن توزیع خطاها از نمودار احتمال نرمال مانده‌ها استفاده می‌کنیم. اگر داده‌ها نرمال باشند نمودار احتمال نرمال مانده‌ها برروی یک خط راست قرار می‌گیرند.

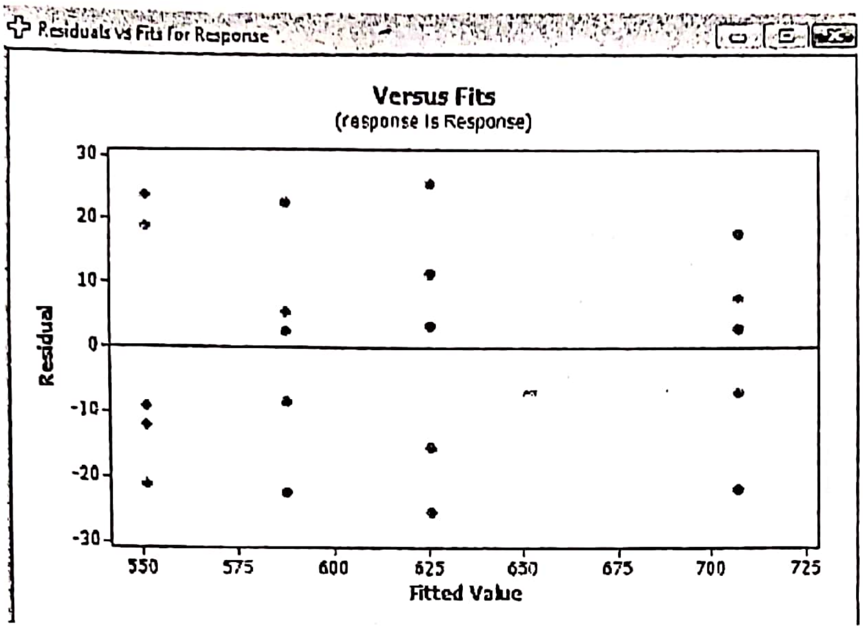
خروجی نمودار احتمال نرمال مانده‌ها برای مثال ۱-۱ را در شکل ۱–۲۰ مشاهده می‌کنید. همان‌طور که مشاهده می‌کنید مقادیر رسم شده تقریبا برروی خط واقع شده‌اند. پس می‌توان نتیجه گرفت که خطاها از نظر فرض نرمال بودن مشکل جدی ندارند.

برای بررسی فرض ثابت بودن واریانس خطاها از نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده استفاده می‌کنیم. به این‌صورت که اگر واریانس ثابت باشد این نمودار باید یک الگوی تصادفی را نشان دهد و دارای روند خاصی نباشد.

برای مثال ۱-۱ خروجی نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده در شکل ۱–۲۱ نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید نمودار یک الگوی تصادفی را نشان می‌دهد و نقاط در اطراف خط صفر بدون وجود روند خاصی پراکنده هستند. پس می‌توان نتیجه گرفت که فرض همگنی واریانس خطاها برقرار است.



شکل ۱–۲۰: نمودار احتمال نرمال مانده‌ها



شکل ۱–۲۱: نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده‌شده

اگر ترتیب واقعی زمان انجام آزمایش‌ها در دسترس باشد برای بررسی استقلال مشاهدات از نمودار مانده‌ها در مقابل زمان استفاده می‌کنیم. اگر نمودار هیچ الگوی خاصی را نشان ندهد به این معنی است که خطاها ناهمبسته هستند.

خروجی آزمون LSD برای مثال ۱-۱ در MINITAB

در مثال ۱-۱ چون فرض برابری میانگین‌ها رد شد، می‌خواهیم آزمون کنیم که کدام یک از جفت میانگین‌ها با هم اختلاف معنی‌دار دارند. برای انجام این کار ابتدا خروجی مربوط به آزمون LSD را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در روش LSD در صورتی تفاوت جفت میانگین‌های μ_i و μ_j را معنی دار اعلام می‌کنیم که نامساوی

$$|\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{j.}| > t_{\frac{\alpha}{۲},N-a}\sqrt{MSE(\frac{۱}{n}+\frac{۱}{n})}$$

برقرار باشد، که در آن $\bar{y}_{i.}$ و $\bar{y}_{j.}$ میانگین مشاهدات برای تیمار i و j، MSE میانگین مربعات خطا و N تعداد کل مشاهدات است. کمیت سمت راست نامساوی را کمترین تفاوت معنی‌داری (LSD) گویند.

باتوجه به رابطه بالا مقدار LSD برای $\alpha = ۰/۰۵$ برابر است با:

$$LSD = t_{\frac{\alpha}{۲},۱۶}\sqrt{۳۳۳/۷ * ۲/۵} = ۲۴/۴۹$$

مقادیر اختلاف میانگین‌ها در خروجی جدول ۱-۹ در ستون Center داده شده‌اند. چون تمام مقادیر اختلاف میانگین‌ها از مقدار LSD = ۲۴/۴۹ بیشتر هستند، پس همه زوج میانگین‌های تیماری در سطح ۰/۰۵ اختلاف معنی‌داری دارند.

جدول ۱–۹: خروجی آزمون LSD برای مثال ۱-۱

```
Grouping Information Using Fisher Method

factor   N    Mean   Grouping
4        5    707.00  A
3        5    625.40    B
2        5    587.40      C
1        5    551.20        D

Means that do not share a letter are significantly
different.
Fisher 95% Individual Confidence Intervals
All Pairwise Comparisons among Levels of factor
Simultaneous confidence level = 81.11%
factor = 1 subtracted from:
factor   Lower   Center   Upper
2        11.71   36.20    60.69
3        49.71   74.20    98.69
4        131.31  155.80   180.29
factor = 2 subtracted from:
factor   Lower   Center   Upper
3        13.51   38.00    62.49
4        95.11   119.60   144.09
factor = 3 subtracted from:
factor   Lower   Center   Upper
4        57.11   81.60    106.09
```

این نتایج را با استفاده از قسمت اول خروجی در جدول ۱–۹ نیز می توان بدست آورد. اگر دو گروه اختلاف معنی‌دار نداشته باشند در ستون Grouping حرف مشترکی جلو آنها قرار خواهد گرفت. در این مثال در مقابل هرکدام از میانگین فقط یک حرف (A، B، C یا D) قرار گرفته است و هیچکدام دارای حرف مشترک نیستند. بنابراین تمامی زوج میانگین‌های تیماری اختلاف معنی‌داری دارند. قسمت آخر جدول ۱–۹ فواصل اطمینان را برای اختلاف بین میانگین‌های تیماری نشان می‌دهد. کران بالا و پایین فاصله به ترتیب در ستون‌های Upper و Lower داده شده‌اند. به طور مثال، یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای $\mu_2 - \mu_1$ برابر (۱۱/۷۱،۶۰/۹۶) است. با استفاده از فواصل اطمینان برای اختلاف میانگین‌ها نیز می‌توان در

مورد جفت میانگین استنباط انجام داد. چون مقدار صفر در برآورد فاصله‌ای اختلاف هیچ کدام از جفت میانگین‌ها قرار نگرفته است، پس تمامی جفت‌ها اختلافات معنی‌داری دارند.

خروجی آزمون توکی برای مثال ۱-۱ در MINITAB

خروجی آزمون توکی را در جدول ۱–۱۰ مشاهده می‌کنید. مشابه روش LSD در ستون Grouping هیچکدام از گروه‌ها دارای حرف مشترک نیستند. فواصل اطمینان اختلاف زوج میانگین‌ها را در قسمت پایین جدول مشاهده می‌کنید. همچنین، مقدار صفر در برآورد فاصله‌ای اختلاف هیچ یک از جفت میانگین‌ها قرار نگرفته است پس، تمامی جفت میانگین‌ها اختلافات معنی‌داری دارند.

جدول ۱–۱۰: خروجی MINITAB آزمون توکی

```
Grouping Information Using Tukey Method

factor  N    Mean    Grouping
4       5    707.00  A
3       5    625.40    B
2       5    587.40      C
1       5    551.20        D
Means that do not share a letter are significantly
different.

Tukey 95% Simultaneous Confidence Intervals
All Pairwise Comparisons among Levels of factor

Individual confidence level = 98.87%
factor = 1 subtracted from:

factor   Lower    Center   Upper
2        3.11     36.20    69.29
3        41.11    74.20    107.29
4        122.71   155.80   188.89

factor = 2 subtracted from:

factor   Lower    Center   Upper
3        4.91     38.00    71.09
4        86.51    119.60   152.69

factor = 3 subtracted from:
factor   Lower    Center   Upper
4        48.51    81.60    114.69
```

خروجی آزمون دانت برای مثال ۱-۱ در MINITAB

جدول ۱–۱۱ خروجی آزمون دانت را با استفاده از نرم‌افزار MINITAB نشان می‌دهد. با استفاده از آزمون دانت بررسی می‌کنیم که کدام یک از میانگین‌ها اختلاف معناداری با تیمار کنترل دارند (تیمار ۴ به عنوان کنترل در نظر گرفته شده است). در قسمت اول جدول ۱–۱۱ میانگین‌هایی که حرف A در مقابل آن‌ها نشان داده نشده است، به طور معنی‌داری با میانگین تیمار کنترل اختلاف دارند که در اینجا مقابل هیچ کدام این حرف قرار ندارد. پس تمامی میانگین‌ها اختلافات معنی‌داری با میانگین تیمار کنترل دارند.

همچنین، در قسمت انتهایی جدول فواصل اطمینان برای اختلاف میانگین سایر تیمارها با تیمار کنترل داده شده است. به طور مثال، یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای $\mu_1 - \mu_4$ برابر (۱۲۵/۸۵-, ۱۸۵/۷۵-) است. چون مقدار صفر در برآورد فاصله‌ای اختلاف هیچ یک از جفت میانگین‌ها قرار نگرفته است. پس تمامی جفت‌ها اختلافات معنی‌داری با تیمار کنترل دارند.

جدول ۱–۱۱: خروجی آزمون دانت برای مثال ۱-۱

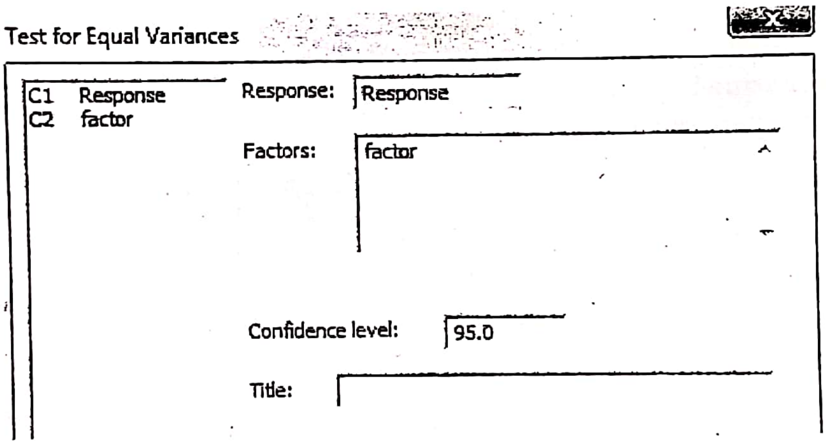
```
Grouping Information Using Dunnett Method

Level          N    Mean    Grouping
4 (control)    5    707.00  A
3              5    625.40
2              5    587.40
1              5    551.20

Means not labeled with letter A are significantly
different from control level mean.
Dunnett's comparisons with a control

Family error rate = 0.05
Individual error rate = 0.0196

Critical value = 2.59

Control = level (4) of factor

Intervals for treatment mean minus control mean

Level    Lower     Center    Upper
1        -185.75   -155.80   -125.85
2        -149.55   -119.60   -89.65
3        -111.55   -81.60    -51.
```

آزمون‌های بارتلت و لون با استفاده از MINITAB

جهت انجام آزمون فرض برابری واریانس‌ها با استفاده از آماره بارتلت، از مسیر زیر در نرم‌افزار MINITAB استفاده می‌کنیم:

Stat> ANOVA> Test For Equal Variances

با وارد شدن به مسیر ذکر شده پنجره‌ی شکل ۱–۲۲ باز می‌شود. متغیرهای پاسخ و عامل را با دو بار کلیک کردن روی آنها به ترتیب در کادرهای Response و Factors وارد می‌کنیم. با تغییر در قسمت Confidence Level سطح فاصله اطمینان دلخواه را می‌توان وارد کرد.



شکل ۱–۲۲: آزمون‌های بارتلت و لون در MINITAB

جدول ۱–۱۲: خروجی آزمون بارتلت و لون برای مثال ۱-۱

```
Test for Equal Variances: treat versus factor

95% Bonferroni confidence intervals for standard
deviations

factor  N    Lower     StDev     Upper
   1    5   10.5675   20.0175   83.0477
   2    5    8.8384   16.7422   69.4591
   3    5   10.8357   20.5256   85.1557
   4    5    8.0496   15.2480   63.2600
Bartlett's Test (Normal Distribution)
Test statistic = 0.43, P-value = 0.933

Levene's Test (Any Continuous Distribution)
Test statistic = 0.20, P-value = 0.898
```

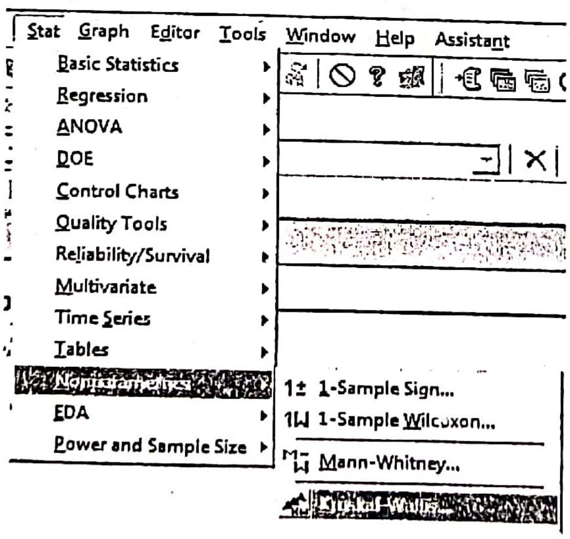
خروجی مربوط به اجرای دستورات را در جدول ۱–۱۲ مشاهده می‌کنید. در قسمت اول جدول فواصل اطمینان برای انحراف استاندارد گروه‌های مختلف را مشاهده می‌کنید.

مقدار آماره بارتلت برابر ۰/۴۳ است. همچنین، مقدار P-value برابر ۰/۹۳۳ که بزرگتر از ۰/۰۵ است. در نتیجه فرض برابری واریانس خطاها را می‌پذیریم. همچنین مقدار آماره‌ی لون برابر ۰/۲ و P-value = ۰/۸۹۸ است، که توسط این آزمون نیز فرض همگنی واریانس‌ها پذیرفته می‌شود.

آزمون کروسکال والیس برای مثال ۱-۱ در MINITAB

همان‌طور که قبلاً ذکر شد این آزمون نسخه‌ی ناپارامتری برای تحلیل واریانس یک‌طرفه است. در این آزمون فرض می‌شود که مشاهدات مستقل هستند و شکل توزیع گروه‌های تیماری یکسان است، هر چند الزاماً نرمال نباشد. برای محاسبه آماره آزمون کروسکال-والیس از مسیر زیر اقدام می‌کنیم که در شکل ۱–۲۳ نشان داده شده است.

Stat> Nonparametrics> Kruskal-Wallis...



شکل ۱–۲۳: مسیر اجرای آزمون کروسکال-والیس

در پنجره‌ی باز شده متغیر پاسخ را در قسمت Response و عامل را در قسمت Factor وارد کنید. سپس با زدن کلید OK خروجی نرم‌افزار را برای آزمون کروسکال – والیس مشاهده کنید. جدول ۱–۱۳ خروجی آزمون کروسکال- والیس را نشان می‌دهد. مقادیر آماره آزمون و P-value در آزمون فوق به ترتیب برابر ۱۶/۸۹ و ۰/۰۰۱ هستند. با توجه به اینکه مقدار

P-value کمتر از ۰/۰۵ است فرض برابری میانگین‌ها در سطح ۰/۰۵ رد می‌شود.

جدول ۱-۱۳: خروجی آزمون کروسکال-والیس در MINITAB برای مثال ۱-۱

```
Kruskal-Wallis Test: Response versus factor
Kruskal-Wallis Test on Response

factor     N   Median   Ave Rank      Z
1          5   542.0         3.4    -3.10
2          5   590.0         7.9    -1.13
3          5   629.0        12.7     0.96
4          5   710.0        18.0     3.27
Overall   20                10.5

H = 16.89   DF = 3   P = 0.001
H = 16.91   DF = 3   P = 0.001  (adjusted for ties)
```

۱-۱-۳ تحلیل واریانس یک راهه با استفاده از R

ابتدا مشاهدات را به صورت یک بردار با اسم دلخواه Response ذخیره می‌کنیم. برای این کار از دستور زیر استفاده می‌کنیم:

```
Response<- c(575, 542, 530, 539, 570, 565, 593, 590, 579, 610, 600, 651, 610, 637, 629,
725, 700, 715, 685, 710)
```

در نرم افزار R داده‌هایی که از قبل به صورت فایلی در SPSS، Minitab، Excel و یا پسوند txt. در قالب جدول ذخیره شده اند، با استفاده از دستور read.table() می‌توان آنها را فراخوانی کرد. جهت جزئیات بیشتر به [۸-۹] مراجعه کنید.

حال، متناظر با مقادیر پاسخ ذخیره شده در متغیر Response، باید برداری برای معرفی تیمارها تعریف کرد . این بردار را با اسم دلخواه treatments نام گذاری می‌کنیم. چون در بردار Response مشاهدات را به ترتیب از تیمار ۱ تا ۴ وارد کرده‌ایم، هر تیمار را باید به اندازه‌ی تکرار مشاهدات آن تیمار، تکرار کنیم. از حروف A ، B، C و D برای نام‌گذاری تیمارها استفاده می‌کنیم. البته مشابه بخش‌های قبلی می‌توانیم از کدهای ۱ تا ۴ نیز برای مقادیر توان فرکانس‌ها استفاده کنیم.

```
treatments<-c("A"," A"," A"," A", "A", "B", "B", "B", "B", "B", "C", "C",
"C", "C", "C", "D", "D", "D", "D", "D")
```

هر حرف را ۵ بار یعنی به اندازه‌ی تکرار مشاهدات در هر تیمار، تکرار کرده‌ایم. دستور زیر

معادل دستور بالا است:

```
treatments <- rep(c("A","B","C","D") , c(5, 5, 5, 5))
```

برای این که نرم‌افزار هر حرف را به‌عنوان یک تیمار بشناسد از دستور factor به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

```
treatments<-factor(treatments)
```

حال متغیر مشاهدات و متغیر تیمارها را با استفاده از دستور data.frame به‌صورت یک جدول تعریف می‌کنیم و آن را با اسمی مانند g ذخیره می‌کنیم تا در دستورات بعدی از آن استفاده کنیم:

```
g <- data.frame(Response, treatments)
```

اگر حرف g را تایپ کنید و اینتر بزنید خروجی جدول ۱–۱۴ را مشاهده می‌کنید.

جدول ۱–۱۴: داده‌های مثال ۱-۱ در R

```
> g
   Response treatments
1       575          A
2       542          A
3       530          A
4       539          A
5       570          A
6       565          B
7       593          B
8       590          B
9       579          B
10      610          B
11      600          C
12      651          C
13      610          C
14      637          C
15      629          C
16      725          D
17      700          D
18      715          D
19      685          D
20      710          D
```

حال مدل خطی Response و treatments را با استفاده از دستور زیر برازش و آن را با اسم lm.Response ذخیره می‌کنیم:

```
lm.Response<-lm(Response~treatments ,data = g)
```

در صورت فراخوانی lm.Response خروجی جدول ۱–۱۵ را مشاهده می‌کنید.

جدول ۱–۱۵: خروجی دستور lm() در R

```
> lm.Response

Call:
lm(formula = Response ~ treatments, data = g)

Coefficients:
(Intercept)  treatmentsB  treatmentsC  treatmentsD
      551.2         36.2         74.2        155.8
```

برای تحلیل واریانس در R از تابع anova استفاده می‌شود. این دستور از اطلاعات قبلی ذخیره شده در متغیر lm.Response استفاده می کند. یعنی تابع anova به نتایج بدست آمده در دستور مدل خطی نیاز دارد. با دستور

```
anova( lm.Response )
```

جدول تحلیل واریانس برای اطلاعات ذخیره شده در lm.Response تولید می‌شود. دستور انجام و خروجی جدول تحلیل واریانس در جدول ۱–۱۶ نشان داده شده است.

جدول ۱–۱۶: خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۱-۱

```
> anova( lm.Response )
Analysis of Variance Table

Response: Response
           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
treatments  3  66871 22290.2  66.797 2.883e-09 ***
Residuals  16   5339   333.7
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

در قسمت پایین جدول ۱–۱۶ سطر Signif. codes سطح‌های معنی‌داری را مشخص می‌کند. در کنار هر مقدار یک علامت داخل نماد ' ' قرار دارد. این علامت در صورتی که در کنار P-value مربوط به هر آزمونی قرار گیرد به این معنی است که آزمون مورد نظر در این سطح معنی‌دار است. در این مثال در کنار P-value سه ستاره را مشاهده می‌کنیم. یعنی در سطح معنی‌داری صفر متوسط نرخ حکاکی در توان فرکانس‌های متفاوت اختلاف وجود دارد. توجه

کنید که در خروجی جدول ۱–۱۶ مقدار P-value در ستون Pr(>F) داده شده است.
دستورات لازم در R جهت تولید جدول تحلیل واریانس برای مثال ۱-۱ در زیر خلاصه شده اند.

```
Response<- c(575, 542, 530, 539, 570, 565, 593, 590, 579, 610, 600, 651, 610, 637, 629,
725, 700, 715, 685, 710)
treatments <- rep(c("A","B","C","D") , c(5, 5, 5, 5))
treatments<-factor(treatments)
g <- data.frame(Response, treatments)
lm.Response<-lm(Response~treatments ,data = g)
anova( lm.Response )
```

جهت انجام مقایسات چند گانه باید بسته‌ی agricolae دانلود شود. در غیر این صورت نرم‌افزار دستورات مورد استفاده در این بخش را شناسایی نکرده و با خطا مواجه می‌شوید. برای دانلود این بسته ضمن اطمینان حاصل کردن از اتصال به اینترنت از دستور

```
install.packages("agricolae")
```

استفاده کنید. پس از دانلود شدن بسته می‌توانید آزمون‌های مقایسات چندگانه را انجام دهید.
در صورتی که فایل مربوط به بسته را از قبل دانلود کرده اید، می‌توان در نرم‌افزار R از منوی Packages بسته‌ی مربوط را در نرم‌افزار فراخوانی کنید.

آزمون LSD در R

فرض کنیم در جریان یک آزمون F تحلیل واریانس، فرض صفر رد شده است. مثال ۱-۱، بررسی اثر توان فرکانس بر روی نرخ حکاکی، را در نظر بگیرید. می خواهیم برای تمام مقادیر $i \neq j$ فرض $H_0: \mu_i = \mu_j$ را با استفاده از روش LSD آزمون کنیم. دستور کلی انجام این آزمون‌ها در زیر آمده است:

LSD.test(مدل خطی ,"بردار تیمارها", alpha مقدار)

در مثال ۱-۱ دستور به صورت زیر است:

```
lsd<-LSD.test(lm.Response,"treatments", alpha = 0.05)
```

دقت کنید که lm.Response و treatments قبلا تعریف شده‌اند. با وارد کردن دستور فوق در R و فراخوانی lsd خروجی جدول ۱–۱۸ به دست می‌آید.

اگر قدر مطلق اختلاف هر جفت از میانگین‌های تیماری از مقدار بحرانی (که در خروجی جدول

۱–۱۸ داده شده، $LSD = ۲۴/۴۹$) بیشتر باشد، فرض برابری مربوط به آن میانگین‌ها رد می‌شود. اطلاعات در جدول ۱–۱۷خلاصه شده‌اند. همه جفت میانگین‌ها اختلاف معنی‌داری از هم دارند.

جدول ۱–۱۷: مقایسه میانگین‌ها با استفاده از روش LSD

میانگین‌ها مقایسه شده	اختلاف میانگین‌ها	نتیجه
۱ vs ۲	۵۸۷/۴ − ۵۵۱/۲ = ۳۶/۲	رد فرض
۱ vs ۳	۶۲۵/۴ − ۵۵۱/۲ = ۷۴/۲	رد فرض
۱ vs ۴	۷۰۷ − ۵۵۱/۲ = ۱۵۵/۸	رد فرض
۲ vs ۳	۶۲۵/۴ − ۵۸۷/۴ = ۳۸	رد فرض
۲ vs ۴	۷۰۷ − ۵۸۷/۴ = ۱۱۹/۶	رد فرض
۳ vs ۴	۷۰۷ − ۶۲۵/۴ = ۸۱/۶	رد فرض

علاوه بر استفاده از مقدار LSD، این نتیجه را از قسمت انتهایی خروجی جدول ۱–۱۸ نیز می‌توان استخراج کرد. در ستون آخر قسمت $groups، در مقابل هرکدام از میانگین‌ها حرف (یا حروفی) را مشاهده می‌کنید. در صورت قرار گرفتن حرف مشترک در مقابل دو میانگین آن دو زوج میانگین با هم اختلاف معنی دار ندارند.

جدول ۱–۱۸: خروجی آزمون LSD در R برای مثال ۱-۱

```
> lsd<-LSD.test(lm.Response,"treatments", alpha = 0.05)
> lsd
$statistics
    Mean       CV MSerror      LSD
  617.75 2.957095   333.7 24.49202

$parameters
  Df ntr  t.value
  16   4 2.119905

$means
  Response      std r      LCL      UCL Min Max
A    551.2 20.01749 5 533.8815 568.5185 530 575
B    587.4 16.74216 5 570.0815 604.7185 565 610
C    625.4 20.52559 5 608.0815 642.7185 600 651
D    707.0 15.24795 5 689.6815 724.3185 685 725

$comparison
NULL

$groups
  trt means M
1   D 707.0 a
2   C 625.4 b
3   B 587.4 c
4   A 551.2 d
```

در اینجا جلوی هرکدام از میانگین‌ها تنها یک حرف (a، b ، c یا d)، قرار گرفته است و در هیچ حرفی مشترک نیستند. پس همه زوج میانگین‌ها در سطح ۵ درصد اختلاف معنی‌دار از هم دارند. در قسمت میانی جدول ۱–۱۸، $mean ، اطلاعات میانگین پاسخ در هر تیمار خلاصه شده است. ستون‌های LCL و UCL به ترتیب کران‌های پایین و بالای فواصل اطمینان برای $\mu_i \;;\; i = ۱,۲,۳,۴$ را نشان می‌دهند.

آزمون توکی در R

به بررسی آزمون جفت میانگین‌های تیماری برای مثال۱-۱ با استفاده از روش توکی می‌پردازیم. دستور کلی برای اجرای این آزمون در نرم‌افزار R به صورت زیر است:

TukeyHSD(aov(مدل برازش داده شده))

برای مثال ۱-۱ دستور بصورت زیر است:

TukeyHSD(aov(lm.Response))

خروجی این دستور در جدول ۱–۱۹ آورده شده است.

جدول ۱–۱۹: خروجی آزمون توکی برای مثال ۱-۱

```
> tukey<-TukeyHSD(aov( lm.Response ))
> tukey
  Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = lm.Response)

$treatments
     diff        lwr       upr     p adj
B-A  36.2   3.145624  69.25438 0.0294279
C-A  74.2  41.145624 107.25438 0.0000455
D-A 155.8 122.745624 188.85438 0.0000000
C-B  38.0   4.945624  71.05438 0.0215995
D-B 119.6  86.545624 152.65438 0.0000001
D-C  81.6  48.545624 114.65438 0.0000146
```

در قسمت $treatments اطلاعات مربوط به اختلاف میانگین‌های را مشاهده می‌کنید. به طور مثال در سطر اول اختلاف میانگین تیمار ۲ از ۱ را در ستون diff، کران های پایین و بالای فواصل اطمینان برای اختلاف میانگین‌ها را در ستون‌های lwr و upr و در ستون آخر مقدار P-value را مشاهده می‌کنید. با توجه به P-value های به‌دست آمده در جدول ۱–

۱۹ برای تفاوت میانگین‌ها در سطح ۰/۰۵ تمام میّانگین‌ها اختلاف معنی‌داری با هم دارند.

آزمون دانکن در R

با استفاده از تابع duncan.test() آزمون دانکن به صورت زیر انجام می‌شود. نحوه تعریف شناسه‌های تابع شبیه آزمون LSD است.

```
duncan.test(lm.Response, "treatments",alpha=.05)
```

با اجرا کردن دستور فوق در R خروجی جدول ۱–۲۰ حاصل می‌شود.

جدول ۱–۲۰: خروجی آزمون دانکن برای مثال ۱-۱

```
> duncan<-duncan.test(lm.Response, "treatments",alpha=.05)
> duncan
$statistics
    Mean       CV MSerror
  617.75 2.957095   333.7

$parameters
  Df ntr
  16   4

$Duncan
     Table CriticalRange
2 2.997999      24.49202
3 3.143802      25.68315
4 3.234945      26.42774

$means
  Response      std r Min Max
A    551.2 20.01749 5 530 575
B    587.4 16.74216 5 565 610
C    625.4 20.52559 5 600 651
D    707.0 15.24795 5 685 725

$comparison
NULL

$groups
  trt means M
1   D 707.0 a
2   C 625.4 b
3   B 587.4 c
4   A 551.2 d
```

در روش دانکن اختلاف میانگین‌ها با مقادیر بحرانی (R_p) مقایسه می‌شوند [۱-۳] و [۵]. اگر اختلاف میانگین‌ها از R_p بیشتر باشد، فرض مربوط به یکسان بودن میانگین‌های مربوط رد می‌شود. این مقادیر در قسمت $Duncan ستون Critical Range خروجی جدول ۱–۲۰ محاسبه شده‌اند. بر اساس خروجی $R_۲$=۲۴/۴۹، $R_۳$=۲۵/۶۸ و $R_۴$=۲۶/۴۳ به دست می‌آید.

تفسیر خروجی جدول ۱–۲۰ مشابه روش LSD است. در قسمت $groups در انتهای خروجی زوج میانگین‌های غیرمعنی‌دار با حروف مشترک مشخص می‌شوند. نتایج مقایسات در جدول ۱–۲۱ خلاصه شده است.

جدول ۱–۲۱ : مقایسه میانگین‌ها با استفاده از روش دانکن

نتیجه	R_p	اختلاف میانگین ها	میانگین‌های مقایسه شده
رد فرض	R۴ = ۲۶/۴۳	۷۰۷ – ۵۵۱/۲ = ۱۵۵/۸	۱ vs ۴
رد فرض	R۳ = ۲۵/۶۸	۷۰۷ – ۵۸۷/۴ = ۱۱۹/۶	۲ vs ۴
رد فرض	R۲ = ۲۴/۴۹	۷۰۷ – ۶۲۵/۴ = ۸۱/۶	۳ vs ۴
رد فرض	R۳ = ۲۵/۶۸	۶۲۵/۴ – ۵۵۱/۲ = ۷۴/۲	۱ vs ۳
رد فرض	R۲ = ۲۴/۴۹	۶۲۵/۴ – ۵۸۷/۴ = ۳۸	۲ vs ۳
رد فرض	R۲ = ۲۴/۴۹	۵۸۷/۴ – ۵۵۱/۲ = ۳۶/۲	۱ vs ۲

رسم نمودارهای مانده‌ها با استفاده از R

تابع ()lm علاوه بر خروجی که قبلاً مشاهده کردیم، مقادیر پیش‌بینی شده و مانده‌ها را نیز محاسبه می‌کند. توسط دستورات زیر آن‌ها را فراخوانی و به ترتیب با اسم‌های pred و res ذخیره می‌کنیم.

```
pred <-  lm.Response $  fitted.values

res<- lm.Response  $  residuals
```

نمودار مقادیر پیش بینی‌شده در مقابل مانده‌ها را با استفاده از دستور plot به‌صورت زیر رسم می‌کنیم:

```
plot (pred , res)
```

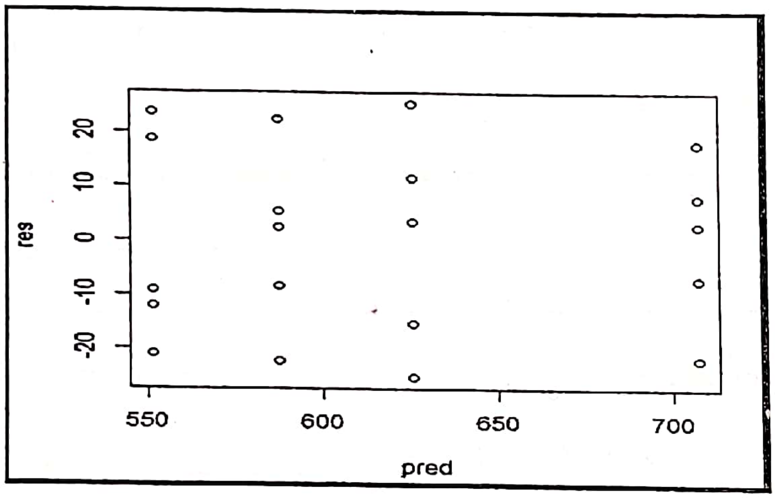
خروجی این دستور در شکل ۱–۲۴ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌کنید، نقاط رسم شده الگوی پراکندگی خاصی را نشان نمی دهند. یعنی مشکلی در فرض همگنی

واریانس‌ها وجو ندارد.

برای رسم نمودار احتمال نرمال مانده‌ها در R از دستورات qqnorm و qqline به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

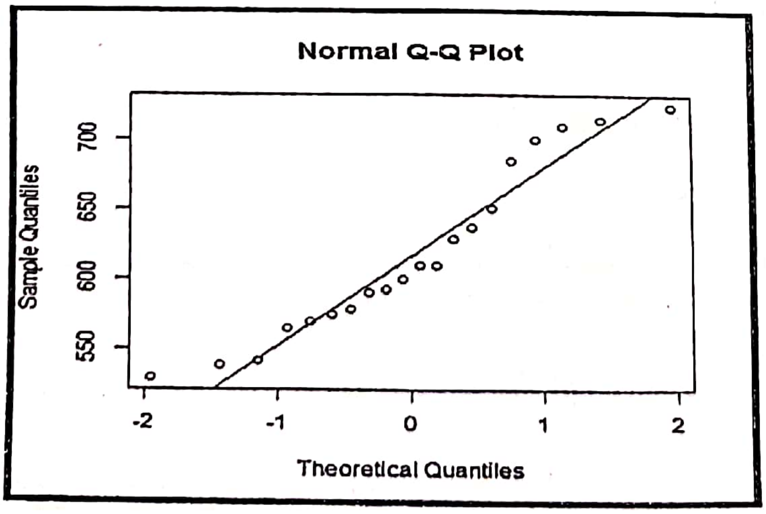
```
qqnorm(res)
qqline(res)
```

خروجی این دستورها در شکل ۱–۲۵ نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشاهده



شکل ۱–۲۴: نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر پیش‌بینی

می‌شود، با توجه به اینکه داده‌ها خیلی نزدیک به خط یا روی آن واقع هستند پس می‌توان گفت که توزیع خطاها نرمال است و مشکل جدی ندارد.



شکل ۱–۲۵: نمودار احتمال نرمال در R

آزمون‌های بارتلت و لون در R

فرض همگنی واریانس ها را با استفاده از آزمون بارتلت، بوسیله دستور زیر می‌توان انجام داد:

bartlett.test(Response~treatments, data=g)

جدول ۱–۲۲: آزمون بارتلت در R برای مثال ۱-۱

```
> bartlett.test(Response~treatments, data=g)

        Bartlett test of homogeneity of variances

data:  Response by treatments
Bartlett's K-squared = 0.4335, df = 3, p-value = 0.9332
```

خروجی این دستور در جدول۱-۲۲ داده شده است. خروجی شامل مقدار مشاهده شده آماره بارتلت ۰/۴۳۳۵ و P-value متناظر ۰/۹۳۳۲ است. با توجه به مقدار P-value به‌دست آمده از خروجی در سطح ۰/۰۵ آزمون بارتلت نیز فرض همگنی واریانس‌ها را تایید می‌کند.

برای انجام آزمون لون در R از تابع ()levene.test به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

levene.test(Response~treatments, data=g)

آزمون کروسکال-والیس در R

برای انجام دادن آزمون ناپارامتری کروسکال-والیس در نرم‌افزار R از دستور زیر استفاده می‌کنیم:

kruskal.test(Response~ treatments, data=g)

جدول ۱–۲۳: آزمون کروسکال-والیس در R برای مثال ۱-۱

```
> kruskal.test(Response~ treatments, data=g)

        Kruskal-Wallis rank sum test

data:  Response by treatments
Kruskal-Wallis chi-squared = 16.907, df = 3, p-value = 0.0007386
```

همچنان که ملاحظه می‌کنید، این دستور شبیه تابع anova است که باید مدل خطی و منبع داده‌ها که در یک data.frame به اسم g ذخیره شده بودند را ذکر کرد. همان‌طور در

خروجی جدول ۱–۲۳ مشاهده می‌کنید، مقدار آماره کروسکال- والیس محاسبه شده ۱۶/۹۰۷ بزرگتر از $\chi^2_{.05,3} =$ ۱۱/۳۴ است. بنابراین فرض برابری میانگین‌ها رد می‌شود. همچنین با توجه به این‌که P-value به‌دست آمده در خروجی از سطح معنی‌داری آزمون ۰/۰۵ کوچکتر است، پس فرض برابری میانگین‌ها پذیرفته نمی‌شود.

۱–۲ آزمون مقابله‌ها

یک مقابله[۵] به صورت ترکیب خطی $\sum_{i=1}^{a} c_i\mu_i$ از میانگین‌های تیماری تعریف می‌شود که در آن $\sum_{i=1}^{a} c_i = 0$. با استفاده از آزمون مقابله‌ها فرضیات مختلف در مورد روابط بین میانگین‌های تیمارها را می‌توان بررسی کرد. جهت توضیح دادن روش انجام آزمون مقابله‌ها در نرم‌افزار، در مثال ۱–۱ سه مقابله متعامد زیر را در نظر می‌گیریم:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$
$$H_0: \mu_1 + \mu_2 = \mu_3 + \mu_4$$
$$H_0: \mu_3 = \mu_4$$

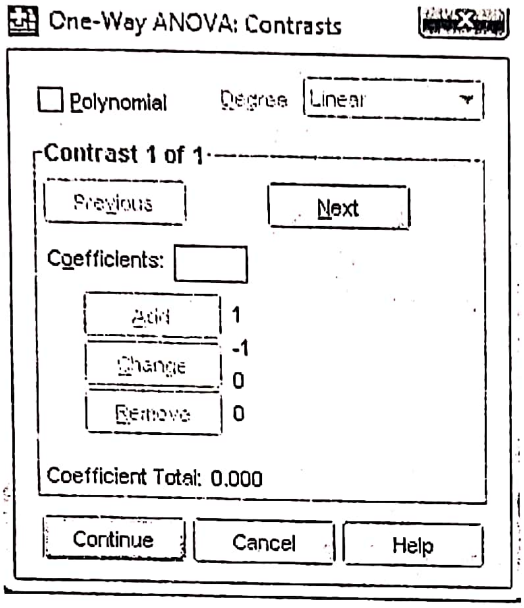
۱–۲–۱ آزمون مقابله‌ها در SPSS

برای انجام آزمون مقابله‌ها در SPSS پس از وارد شدن به مسیر

Analyze>Compare means> One-Way ANOVA...

و وارد کردن متغیرهای Response و factor در پنجره‌ی One-Way ANOVA برروی Contrasts کلیک کرده و در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۱–۲۶ ضرایب مقابله‌ها را در قسمت Coefficient وارد می‌کنیم. سپس گزینه Add را زده تا ضرایب مقابله اضافه شوند. برای فرض $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ضرایب مقابله‌ها به ترتیب برابر ۱، ۱-، ۰ و ۰ هستند، که پس از وارد کردن در پنجره‌ی شکل ۱–۲۶ بر روی گزینه Next کلیک می‌کنیم. حال، ضرایب مقابله مربوط به فرض $H_0: \mu_1 + \mu_2 = \mu_3 + \mu_4$ که به ترتیب برابر ۱،۱، ۱- و ۱- هستند را وارد کنیم. به همین ترتیب ضرایب مقابله‌ها برای فرض سوم که به‌ترتیب برابر ۰، ۰، ۱ و ۱- هستند، را وارد می‌کنیم. سپس بر روی Continue کلیک کرده تا به پنجره‌ی One-Way ANOVA برگردیم. در این پنجره برروی OK کلیک می‌کنیم و خروجی مورد نظر مشاهده می‌شود.

[۵] Contrast



شکل ۱–۲۶: وارد کردن ضرایب مقابله‌ها در SPSS

جدول ۱–۲۴ و ۱–۲۵ خروجی‌های مربوط را نشان می‌دهند. در جدول ۱–۲۴ ضرایب مربوط به مقابله‌ها را مشاهده می‌کنید.

جدول ۱–۲۴: ضرایب مقابله‌ها

Contrast	factor			
	160	180	200	220
1	1	−1	0	0
2	1	1	−1	−1
3	0	0	1	−1

جدول ۱–۲۵ خروجی مربوط به آزمون مقابله‌ها را نشان می‌دهد. در ستون مربوط به Value of Contrast مقادیر برآورد مقابله‌ها را مشاهده می‌کنید. مقادیر آماره‌ی آزمون t را در ستون دیگر مشاهده می‌کنید. در صورتی که این مقادیر به توان ۲ برسند مقادیر آماره‌های F برای آزمون مقابله‌ها حاصل می‌شوند. ستون آخر مقادیر P-value را برای آزمون مقابله‌ها مشاهده می‌کنید. همان‌طور که مشاهده می‌کنید تفاوت معنی‌داری بین توان قلم‌زنی ۱۶۰ با ۱۸۰، ۲۰۰ با ۲۲۰ و همچنین متوسط ۱۶۰ و ۱۸۰ با ۲۰۰ و ۲۲۰ در سطح ۵ درصد وجود دارد.

جدول ۱–۲۵: خروجی آزمون مقابله‌ها برای مثال ۱-۱ در SPSS

		Contrast	Value of Contrast	Std. Error	t	df	Sig. (2-tailed)
Response	Assume equal variances	1	−36.2000	11.55335	−3.133	16	.006
		2	−193.8000	16.33891	−11.861	16	.000
		3	−81.6000	11.55335	−7.063	16	.000
	Does not assume equal variances	1	−36.2000	11.67048	−3.102	7.758	.015
		2	−193.8000	16.33891	−11.861	15.141	.000
		3	−81.6000	11.43503	−7.136	7.384	.000

۱-۲-۲ آزمون مقابله‌ها در R

برای انجام آزمون مقابله‌ها در R ابتدا لازم است بردارهای مربوط به ضرایب مقابله‌ها را به‌صورت مناسب تعریف کنیم. برای این‌کار از دستورات زیر استفاده می‌کنیم.

```
g$C1<-c(A=1, B=-1, C=0, D=0)[g$treatments]
g$C2<-c(A=1, B=1, C=-1, D=-1)[g$treatments]
g$C3<-c(A=0, B=0, C=1, D=-1)[g$treatments]
```

دستور g$C هریک از مقادیر بردارهای مقابله‌های C1، C2 و C3 را به داده‌های که در g ذخیره شده‌اند، الحاق می‌کند. برای مثال دستور g$C1 برای هریک از مقادیر تیمار A ضریب ۱، برای B ضریب ۱– و برای C و D ضریب صفر را در نظر می‌گیرد. اگر g را فراخوانی کنیم، جدول ۱–۲۶ را خواهیم داشت.

حال، باید مدل مربوط به مقابله‌ها را با استفاده از تابع lm() به صورت زیر تعریف کنیم، که در اینجا با اسم contrast ذخیره شده است.

```
contrast<-lm(Response~C۱+C۲+C۳,data=g)
```

حال، با استفاده از تابع anova() به صورت زیر تحلیل واریانس مربوط به مقابله‌ها را انجام می‌دهیم.

```
anova(contrast)
```

پس از اجرای دستورهای فوق در R خروجی جدول ۱–۲۷ را خواهیم داشت.

جدول ۱–۲۶: ضرایب مقابله‌ها برای مثال ۱-۱ در R

```
> g
   Response treatments C1 C2 C3
1       575          A  1  1  0
2       542          A  1  1  0
3       530          A  1  1  0
4       539          A  1  1  0
5       570          A  1  1  0
6       565          B -1  1  0
7       593          B -1  1  0
8       590          B -1  1  0
9       579          B -1  1  0
10      610          B -1  1  0
11      600          C  0 -1  1
12      651          C  0 -1  1
13      610          C  0 -1  1
14      637          C  0 -1  1
15      629          C  0 -1  1
16      725          D  0 -1 -1
17      700          D  0 -1 -1
18      715          D  0 -1 -1
19      685          D  0 -1 -1
20      710          D  0 -1 -1
```

جدول ۱–۲۷: خروجی آزمون مقابله‌ها برای مثال ۱-۱ در R

```
> anova(contrast)
Analysis of Variance Table

Response: Response
          Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
C1         1   3276    3276   9.8175  0.006416 **
C2         1  46948   46948 140.6894 2.435e-09 ***
C3         1  16646   16646  49.8843 2.684e-06 ***
Residuals 16   5339     334
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ستون مقادیر F value، مقدار آماره های $F = \frac{SS_{C_i}}{MSE}$ برای $i = ۱,۲,۳$ را نشان می‌دهد که در آن SS_{C_i} مجموع مربعات مقابله C_i را نشان می‌دهد و MSE میانگین مربعات خطا است. جزئیات بیشتر را در [۱-۳] ببینید.

مقادیر F مشاهده شده با نقطه بحرانی $F_{\alpha,۱,۱۶}$ مقایسه می‌شوند. همچنین با توجه مقادیر P-value در ستون Pr(>F) مشاهده می‌کنیم که فرض صفر برای هر سه کنتراست رد می‌شود.

۲ طرح بلوک‌های تصادفی شده، مربع‌های لاتین و یونانی–لاتین

۲–۱ طرح‌های بلوکی کامل تصادفی شده

در بسیاری از مسائل مربوط به طرح آزمایش‌ها لازم است آزمایش به گونه‌ای طراحی شود که بتوان تغییر پذیری ناشی از عوامل مزاحم را در صورت امکان کنترل کرد. بلوک بندی یکی از راه‌هایی انجام این کار است. فرض کنید طرحی شامل یک عامل با a سطح در b بلوک، بلوک-بندی شده است. مدل آماری برای این طرح عبارت است از:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij} \begin{cases} i = ۱,۲,\dots,a \\ j = ۱,۲,\dots,b \end{cases}$$

که در آن τ_i اثر تیمار iام، β_j اثر بلوک jام و ϵ_{ij} خطای تصادفی با میانگین صفر و واریانس $\sigma^۲$ است. در طرح بلوکی کامل تصادفی شده، داخل هر بلوک کلیه‌ی تیمارهای ممکن به‌صورت کامل تصادفی شده اجرا می‌شوند.

مثال ۲–۱. [۵]. یک کارخانه‌ی سازنده‌ی تجهیزات پزشکی رگ‌های پیوندی تولید می‌کند. این رگ‌ها از ژله‌ای ساخته می‌شوند که تحت فشار وارد یک تیوب می‌شوند. گاهاً سطح خارجی تیوب‌ها دارای برآمدگی است که دلیل بر معیوب بودن محصول است. به‌نظر می‌رسد میزان

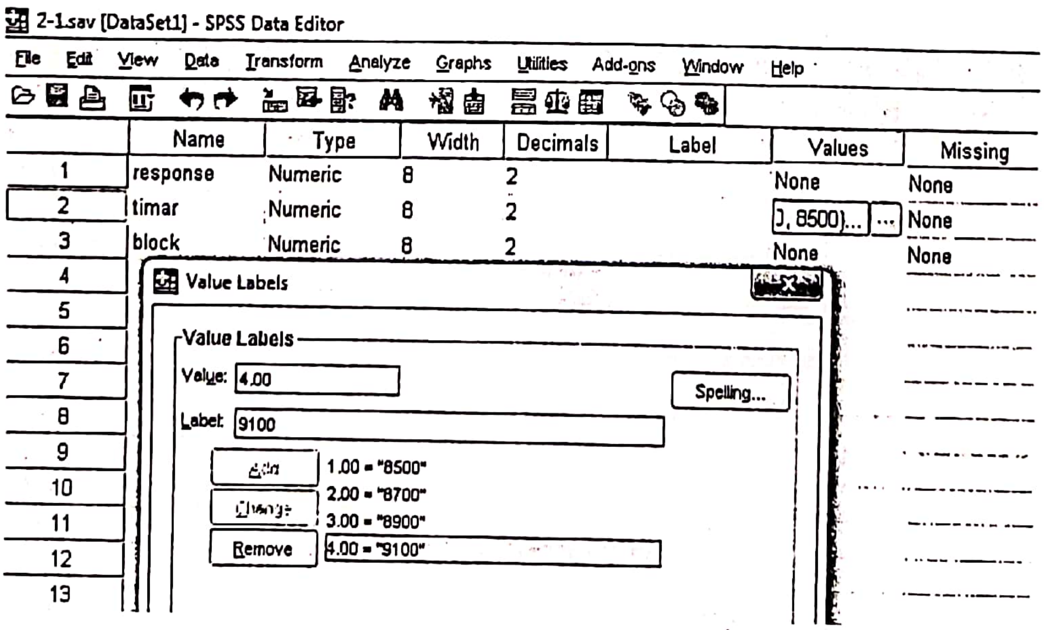
فشار وارده در به وجود آمدن این نقص موثر است. آزمایشی با چهار نوع فشار متفاوت انجام می‌گیرد. ژله در بسته‌هایی که در کارخانه‌ای دیگر تولید می‌شوند ارائه می‌شود. مهندسین شک دارند که ممکن است بسته‌ها کیفیت متفاوتی داشته باشند. در نتیجه بسته ها را به عنوان بلوک در نظر گرفته و از یک طرح بلوکی کامل استفاده شده است. برای انجام آزمایش ۶ بسته‌ی متفاوت را در نظر گرفته‌اند. به این صورت که ۴ نوع تیمار متفاوت را در هر ۶ بسته متفاوت آزمایش کرده‌اند. نتایج در جدول ۲–۱ خلاصه شده‌اند. آیا فشارهای مختلف روی درصد تیوب های تولید شده که دارای برآمدگی نیستند، اثر متفاوتی دارند؟

جدول ۲–۱: داده‌های مثال ۲-۱

	بلوک ها					
تیمارها	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۸۵۰۰	۹۰/۳	۸۹/۲	۹۸/۲	۹۳/۹	۸۷/۴	۹۷/۹
۸۷۰۰	۹۲/۵	۸۹/۵	۹۰/۶	۹۴/۷	۸۷	۹۵/۸
۸۹۰۰	۸۵/۵	۹۰/۸	۸۹/۶	۸۶/۲	۸۸	۹۳/۴
۹۱۰۰	۸۲/۵	۸۹/۵	۸۵/۶	۸۷/۴	۷۸/۹	۹۰/۷

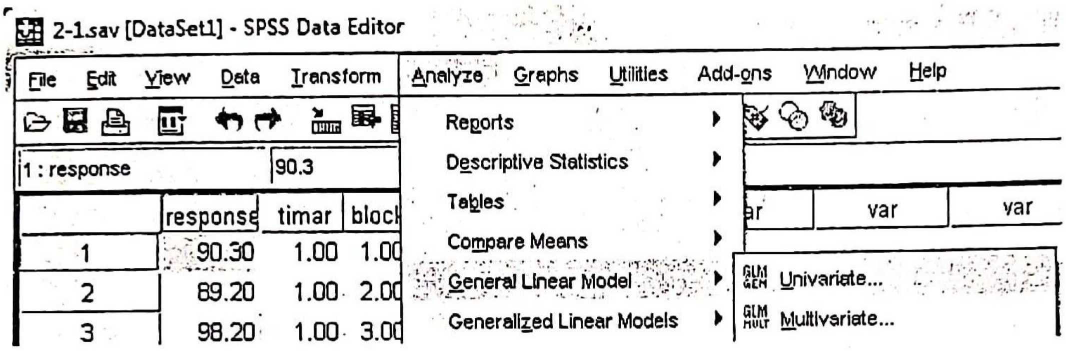
۲-۱-۱ تحلیل طرح بلوکی کامل با استفاده از SPSS

ابتدا از طریق پنجره Variable View متغیرهای response (پاسخ) و block (بسته‌ها) و timar (فشار) را تعریف کرده و در قسمت Values سطوح مختلف عامل را مطابق شکل ۲–۱ کدگذاری می‌کنیم.



شکل ۲–۱: تعریف کردن متغیرها در SPSS

برای وارد کردن داده‌ها از طریق کلید Data View به پنجره‌ی Data Editor برمی‌گردیم و در ستون‌های ایجاد شده داده‌ها را وارد می‌کنیم. با توجه به اینکه سطوح مربوط به تیمار را کدگذاری کردیم، به جای وارد کردن مقدار واقعی تیمارها از کد مربوط استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال از کد ۱ به جای فشار ۸۵۰۰ استفاده می‌کنیم. قسمت کوچکی از داده‌ها در شکل ۲-۲ نشان داده شده است.

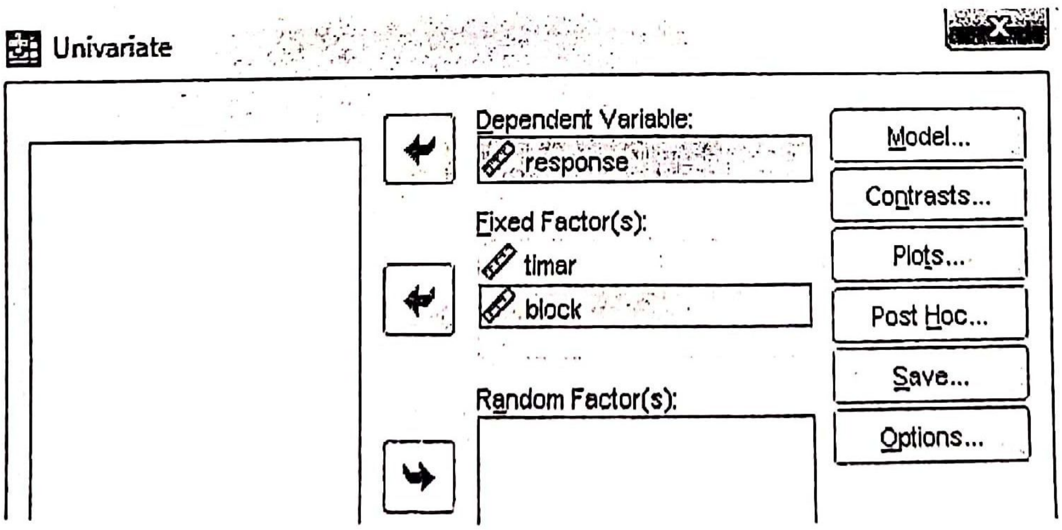


شکل ۲-۲: واردن کردن داده‌ها و مسیر اجرای تحلیل واریانس برای مثال ۲-۱

بعد از وارد کردن داده‌ها در ستون‌های مربوط، برای انجام تحلیل از مسیر

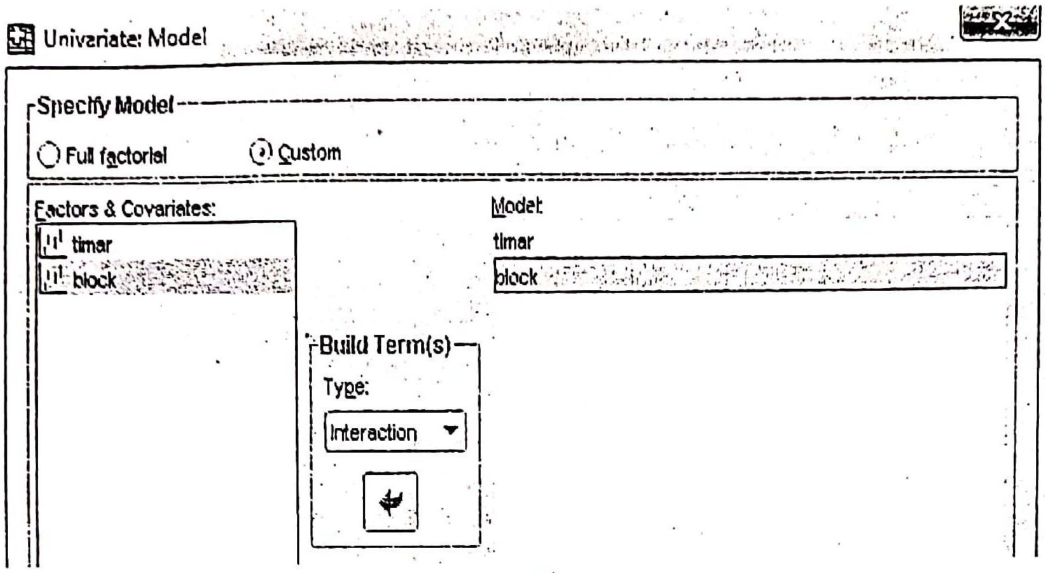
Analyze> General Linear Model> Univariate...

عمل می‌کنیم (شکل ۲-۲). پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده، در کادر Dependent Variable متغیر response و در کادر Fixed Factor(s) متغیرهای timar و block را همانند شکل ۲-۳ وارد می‌کنیم. فرض شده اثرات بلوک و تیمار ثابت هستند. اگر اثری در مدل تصادفی باشد باید در کادر Random Factor(s) وارد شود.



شکل ۲-۳: نحوه‌ی وارد کردن متغیرها در پنجره‌ی Univariate

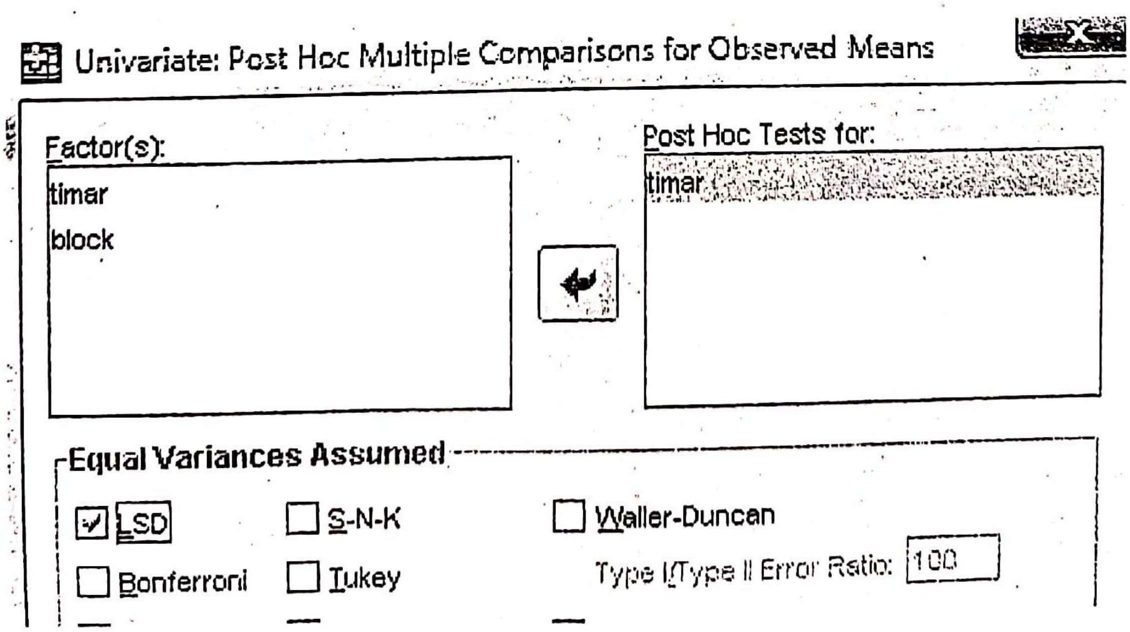
حال، بر روی کلید ...Model کلیک کرده تا پنجره‌ی شکل ۲–۴ باز شود.



شکل ۲–۴: مشخص کردن مدل برای مثال ۲-۱

در پنجره‌ی شکل ۲–۴ گزینه‌ی Custom را فعال کرده و هر دو متغیر timar و block را از کادر Factors &Covariates وارد کادر Model می‌کنیم. با زدن کلید Continue به پنجره Univariate در شکل ۲–۳ برمی‌گردیم. در این مرحله با زدن کلید OK خروجی جدول تحلیل واریانس جدول ۲–۲ مشاهده می‌شود.

برای انجام مقایسات چندگانه روی میانگین‌های تیمار، در پنجره‌ی شکل ۲–۳ در کادر سمت راست با کلیک کردن برروی ...Post Hoc پنجره‌ی شکل ۲–۵ باز می‌شود.



شکل ۲–۵: انجام آزمون‌های مقایسات زوجی برای تیمار در مثال ۲-۱

با توجه به این که علاقه‌مند به انجام آزمون برابری میانگین‌های تیمار هستیم، در پنجره باز شده متغیر timar را همانند شکل ۲–۵ وارد کادر Post Hoc Tests for می‌کنیم. در قسمت پایین پنجره، هر کدام از آزمون‌های مورد نظر را انتخاب می‌کنیم. برای مثال در این‌جا آزمون LSD را انتخاب می‌کنیم و با زدن کلید Continue به پنجره‌ی شکل ۲–۳ برمی‌گردیم. حال با زدن کلید OK تحلیل مورد نظر انجام می‌شود.

خروجی SPSS برای تحلیل واریانس مثال ۲-۱

جدول ۲–۲ خروجی جدول تحلیل واریانس بلوکی را برای مثال ۲-۱ نشان می‌دهد. همان‌طور که در خروجی مشاهده می‌کنید، مقدار F به‌دست آمده از آزمون برابری میانگین‌های تیماری ۸/۱۰۷ بزرگتر از مقدار $F_{۰/۰۵,۳,۱۵} = ۳/۲۹$ است. همچنین، مقدار P-value به‌دست آمده ۰/۰۰۲ که کمتر از ۰/۰۵ است. پس فرض H_0 در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود. یعنی فشارهای مختلف روی ایجاد برآمدگی‌ها اثر متفاوتی دارند.

جدول ۲–۲: خروجی SPSS تحلیل واریانس برای مثال ۲-۱

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: response

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	370.423a	8	46.303	6.321	.001
Intercept	193519.000	1	193519.000	26416.271	.000
timar	178.171	3	59.390	8.107	.002
block	192.252	5	38.450	5.249	.006
Error	109.886	15	7.326		
Total	193999.310	24			
Corrected Total	480.310	23			

a. R Squared = .۷۷۱ (Adjusted R Squared = .٦٤٩)

خروجی آزمون LSD برای مثال ۲-۱ در SPSS

جدول ۲–۳ خروجی آزمون LSD برای مثال ۲-۱ را نشان می‌دهد. زوج میانگین‌های معنی‌دار در ستون دوم (Mean Difference) جدول ۲–۳ توسط علامت * مشخص شده‌اند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید زوج میانگین‌ها در فشارهای ۸۵۰۰ و ۸۹۰۰، ۸۵۰۰ و ۹۱۰۰، ۸۷۰۰ و ۹۱۰۰ تفاوت معنی‌داری دارند. مقادیر P-value در ستون .Sig داده شده‌اند. همچنین در دو ستون آخر فواصل اطمینان ۹۵ درصد برای اختلاف میانگین‌ها آورده شده‌اند.

جدول ۲-۳: خروجی SPSS آزمون LSD برای مثال ۲-۱

(I) timar	(J) timar	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	۹۵٪ Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
8500	8700	1.1333	1.56266	.479	−2.1974	4.4641
	8900	3.9000 *	1.56266	.025	.5693	7.2307
	9100	7.0500 *	1.56266	.000	3.7193	10.3807
8700	8500	−1.1333	1.56266	.479	−4.4641	2.1974
	8900	2.7667	1.56266	.097	−.5641	6.0974
	9100	5.9167 *	1.56266	.002	2.5859	9.2474
8900	8500	−3.9000 *	1.56266	.025	−7.2307	−.5693
	8700	−2.7667	1.56266	.097	−6.0974	.5641
	9100	3.1500	1.56266	.062	−.1807	6.4807
9100	8500	−7.0500 *	1.56266	.000	−10.3807	−3.7193
	8700	−5.9167 *	1.56266	.002	−9.2474	−2.5859
	8900	−3.1500	1.56266	.062	−6.4807	.1807

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

۲-۱-۲ تحلیل طرح بلوکی کامل با استفاده از MINITAB

برای وارد کردن داده‌ها در پنجره Worksheet نرم افزار MINITAB برای مثال ۲-۱ سه ستون نیاز خواهیم داشت. در شکل ۲-۶ ستون C1 مقادیر متغیر پاسخ را نشان می‌دهد، ستون C2 مربوط به سطوح تیمار است و ستون سوم سطوح مربوط به بلوک‌ها را نشان می‌دهد. این ستون‌ها به ترتیب با response، timar و block نام‌گذاری شده‌اند.

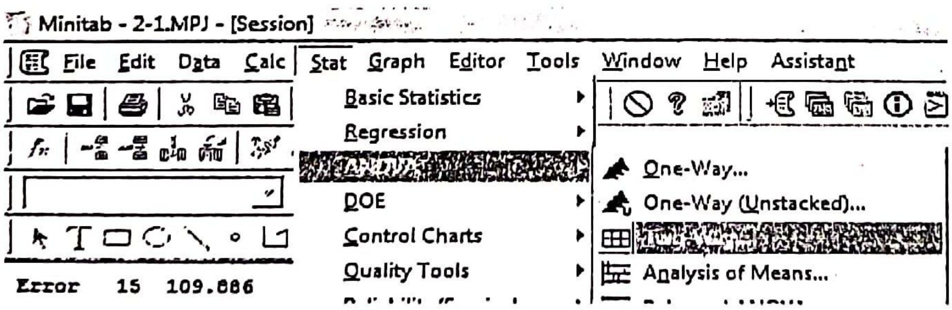
↓	C1	C2	C3
	response	timar	block
1	90.3	1	1
2	89.2	1	2
3	98.2	1	3
4	93.9	1	4
5	87.4	1	5
6	97.9	1	6
7	92.5	2	1
8	89.5	2	2
9	90.6	2	3
10	94.7	2	4
11	87.0	2	5
12	95.8	2	6
13	65.5	3	1
14	90.8	3	2
15	89.6	3	3
16	86.2	3	4
17	88.0	3	5
18	93.4	3	6
19	82.5	4	1
20	89.5	4	2
21	85.6	4	3
22	87.4	4	4
23	78.9	4	5
24	90.7	4	6

شکل ۲–۶: داده‌های مثال ۲-۱ در MINITAB

پس از وارد کردن داده ها برای انجام آزمون برابری اثرات تیماری از مسیر

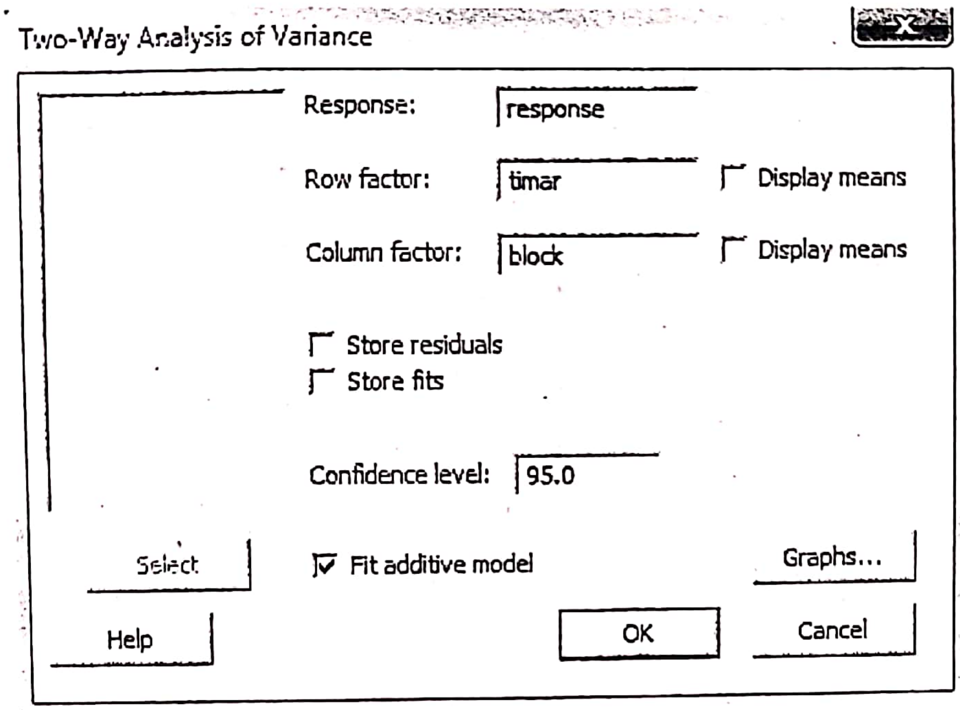
Stat> ANOVA> Two-Way...

اقدام می‌کنیم (شکل ۲–۷).



شکل ۲–۷: مسیر انجام تحلیل واریانس دو راهه در MINITAB

پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده، مطابق شکل ۲–۸ متغیر پاسخ را با دو بار کلیک کردن روی آن در کادر Response و متغیر تیمار را در کادر Row factor وارد می‌کنیم. همچنین متغیر block را در کادر Column factor وارد می‌کنیم. حال، با کلیک بر روی OK خروجی را مشاهده می‌کنیم (جدول ۲–۴).



شکل ۲–۸: وارد کردن متغیرهادر پنجره‌ی Two-Way Analysis of Variance

جدول ۲–۴: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۲-۱ در MINITAB

Two-way ANOVA: response versus timar, block

Source	DF	SS	MS	F	P
timar	3	178.171	59.3904	8.11	0.002
block	5	192.252	38.4504	5.25	0.006
Error	15	109.886	7.3257		
Total	23	480.310			

S = 2.707 R-Sq = 77.12% R-Sq(adj) = 64.92%

مقدار آماره F برای آزمون برابری میانگین‌های تیمار برابر ۸/۱۱ و P-value متناظر ۰/۰۰۲ است. این مقدار کمتر از ۰/۰۵ است، پس H_0 در سطح ۰/۰۵ رد می‌شود. یعنی در سطح معنی‌داری ۰/۰۵ فشارهای مختلف روی ایجاد برآمدگی در تیوب‌ها موثر هستند.

این تحلیل را از مسیرهای Blanced ANOVA و General Linear Model نیز می‌توان انجام داد که روش اجرا از این مسیرها نیز مشابه همین حالت است.

Scanned by CamScanner

۲-۱-۳ تحلیل طرح بلوکی کامل با استفادهٔ از R

ابتدا مشاهدات را در یک بردار مانند response ذخیره می‌کنیم:

```
response<-c(90.3, 89.2, 98.2, 93.9, 87.4, 97.9, 92.5, 89.5, 90.6, 94.7, 87, 95.8, 85.5, 90.8,
89.6, 86.2, 88, 93.4, 82.5, 89.5, 85.6, 87.4, 78.9, 90.7)
```

دقت کنید در بردار response مقادیر پاسخ به ترتیب از تیمار ۱ شروع شده‌اند. یعنی ۶ مقدار اول مربوط به تیمار ۱، ۶ مقدار دوم مربوط به تیمار ۲ و به همین ترتیب ۶ مشاهده آخر مربوط به تیمار ۴ هستند.

با استفاده از دستور factor سطوح مربوط به تیمار و بلوک را به صورت مناسب تعریف می‌کنیم.

```
timar<-factor(rep(c(1, 2, 3, 4),c(6, 6, 6, 6)))

block<-factor(rep(c(1, 2, 3, 4, 5, 6), 4))
```

از تابع ()data.frame برای تبدیل کردن داده‌ها به‌صورت جدول استفاده می‌کنیم.

```
g<-data.frame(timar,block, response)
```

با فراخوانی g در R خروجی جدول ۲-۵ را مشاهده می‌کنید.

حال با استفاده از تابع ()aov تحلیل واریانس را به صورت زیر انجام می‌دهیم. توجه داشته باشید که دستور تحلیل واریانس را با نام anov ذخیره کرده‌ایم.

```
anov<-aov(response~timar+block,g)
```

با فراخوانی anov در R، خروجی فقط مقدار مجموع مربعات و درجات آزادی را نمایش می‌دهد. برای مشاهده کردن خروجی کامل تحلیل واریانس از تابع ()summary به صورت زیر استفاده کنید.

```
summary(anov)
```

با وارد کردن دستور بالا در R خروجی را به‌صورت جدول ۲-۶ مشاهده می‌کنید. با توجه به این که در مقابل مقدار P-value علامت ** آمده است، پس فرض برابری میانگین‌های تیماری در سطح ۰/۰۱ رد می‌شود.

جدول ۲-۵: داده‌های مثال ۲-۱ در R

```
> g
   timar block response
1      1     1     90.3
2      1     2     89.2
3      1     3     98.2
4      1     4     93.9
5      1     5     87.4
6      1     6     97.9
7      2     1     92.5
8      2     2     89.5
9      2     3     90.6
10     2     4     94.7
11     2     5     87.0
12     2     6     95.8
13     3     1     85.5
14     3     2     90.8
15     3     3     89.6
16     3     4     86.2
17     3     5     88.0
18     3     6     93.4
19     4     1     82.5
20     4     2     89.5
21     4     3     85.6
22     4     4     87.4
23     4     5     78.9
24     4     6     90.7
```

جدول ۲-۶: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۲-۱ در R

```
> summary(anov)
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
timar        3  178.2   59.39   8.107 0.00192 **
block        5  192.2   38.45   5.249 0.00553 **
Residuals   15  109.9    7.33
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> anov
Call:
   aov(formula = response ~ timar + block, data = g)

Terms:
                   timar    block Residuals
Sum of Squares  178.1712 192.2521  109.8863
Deg. of Freedom        3        5        15

Residual standard error: 2.706612
Estimated effects may be unbalanced
```

حال چون فرض یکسان بودن اثرات فشارهای مختلف رد شد، می‌توان مقایسات چندگانه را جهت پیدا کردن زوج تیمارهای معنی‌دار انجام داد. به عنوان مثال اگر از روش LSD استفاده کنیم، برای انجام آزمون بعد از فراخوانی بسته‌ی agricolae که در فصل اول توضیح داده شد، دستور زیر را در R وارد می‌کنیم:

```
lsd<-LSD.test(aov(response~block+timar,g),"timar",alpha=.05)
```

با فراخوانی lsd خروجی جدول ۲-۷ حاصل می‌شود.

جدول ۲-۷: آزمون LSD برای مثال ۲-۱ در R

```
> lsd
$statistics
     Mean       CV MSerror      LSD
 89.79583 3.014185 7.32575 3.330738

$parameters
 Df ntr t.value
 15   4 2.13145

$means
 response      std r      LCL      UCL  Min  Max
1 92.81667 4.577081 6 90.46148 95.17185 87.4 98.2
2 91.68333 3.304189 6 89.32815 94.03852 87.0 95.8
3 88.91667 2.966760 6 86.56148 91.27185 85.5 93.4
4 85.76667 4.445072 6 83.41148 88.12185 78.9 90.7

$comparison
NULL

$groups
 trt    means  M
1   1 92.81667  a
2   2 91.68333 ab
3   3 88.91667 bc
4   4 85.76667  c
```

حال، با مقایسه قدر مطلق اختلاف میانگین‌های هر جفت تیمار با مقدار LSD= ۳/۳۳، که در قسمت اول خروجی جدول ۲-۷ داده شده است، زوج میانگین های معنی‌دار را مشخص می کنیم. نتایج در جدول ۲-۸ خلاصه شده‌اند. دقت کنید مقادیر میانگین‌های تیمارها در قسمت $means ستون response در جدول ۲-۷ داده شده‌اند.

جدول ۲–۸: مقایسه جفت میانگین‌ها براساس آزمون LSD

نتیجه	اختلاف میانگین ها	میانگین های مقایسه شده
پذیرش فرض	۱/۱۴ = ۹۱/۶۸ − ۹۲/۸۲	۱ vs ۲
رد فرض	۳/۹ = ۸۸/۹۲ − ۹۲/۸۲	۱ vs ۳
رد فرض	۷/۰۵ = ۸۵/۷۷ − ۹۲/۸۲	۱ vs ۴
پذیرش فرض	۲/۷۷ = ۸۸/۹۲ − ۹۱/۶۸	۲ vs ۳
رد فرض	۵/۹۲ = ۸۵/۷۷ − ۹۱/۶۸	۲ vs ۴
پذیرش فرض	۳/۱۵ = ۸۵/۷۷ − ۸۸/۹۲	۳ vs ۴

با استفاده از قسمت $groups واقع در قسمت انتهایی خروجی جدول ۲-۷ نیز می‌توان نتایج آزمون LSD را تفسیر کرد. در ستون آخر مربوط به این قسمت تیمارهایی که با حروف مشابه برچسب گذاری شده‌اند، تفاوت معنی‌دار ندارند. مثلاً در مقابل تیمار ۱ و ۲ حرف مشابه a آمده است. پس میانگین های تیماری ۱ و۲ اختلاف معنی‌دار ندارند. همچنین تیمارهای ۲ و ۳ در حرف b مشترک هستند پس اختلاف معنی‌دار ندارند. این مسأله برای تیمارهای ۳ و ۴ نیز صادق است.

۲-۲ طرح مربع لاتین

طرح مربع لاتین یکی از انواع طرح‌هایی است که از اصل بلوک‌بندی برای کنترل منابع اغتشاش تغییرپذیری استفاده می‌کند. در این طرح بلوک‌بندی در دو مسیر انجام می‌شود، سطرها و ستون‌ها هر دو مقید به تصادفی شدن هستند. مربع لاتین یک آرایه‌ی مربعی است که در هر سطر و ستون آن اعضای یک مجموعه به طور کامل و بدون تکرار قرار داشته باشند. به طور کلی، یک مربع لاتین $p \times p$ مربعی شامل p سطر و p ستون است. هریک از p^2 خانه‌ی حاصل، شامل یکی از p حرف متناظر با تیمارهاست، که هر حرف تنها یک بار در هر سطر و ستون رخ می‌دهد. مثال ۲-۲ کاربردی از یک طرح مربع لاتین ۵ × ۵ را نشان می‌دهد.

مثال ۲-۲. [۱]. آزمایشگری اثر پنج فرمول‌بندی مختلف یک ترکیب قابل انفجار را که در ساخت دینامیت استفاده می‌شود با مشاهده‌ی نیروی انفجار مطالعه می‌کند. هر فرمول‌بندی از یک دسته مواد خام که تنها برای پنج فرمول‌بندی مورد آزمون کافی است تهیه می‌شود. به علاوه فرمول‌بندی‌ها به وسیله افراد مختلفی آماده می‌شوند که به دلیل اختلاف مهارت و تجربه‌ی آنها ممکن است تفاوت اساسی داشته باشند. پس به نظر می‌رسد دو عامل اغتشاش

وجود دارند که باید از طرح خارج شوند، دسته‌های مواد خام و عملگرها. می‌خواهیم بدانیم که با وجود این دو اغتشاش یا این دو عامل مزاحم آیا اثر پنج فرمول روی قدرت انفجار یکسان است یا خیر؟ داده ها در جدول ۲–۹ خلاصه شده‌اند.

جدول ۲–۹: داده‌های مثال ۲-۲

	عملگرها				
دسته‌های مواد خام	۱	۲	۳	۴	۵
۱	$A=$ ۲۴	$B=$ ۲۰	$C=$ ۱۹	$D=$ ۲۴	$E=$ ۲۴
۲	$B=$ ۱۷	$C=$ ۲۴	$D=$ ۳۰	$E=$ ۲۷	$A=$ ۳۶
۳	$C=$ ۱۸	$D=$ ۳۸	$E=$ ۲۶	$A=$ ۲۷	$B=$ ۲۱
۴	$D=$ ۲۶	$E=$ ۳۱	$A=$ ۲۶	$B=$ ۲۳	$C=$ ۲۲
۵	$E=$ ۲۲	$A=$ ۳۰	$B=$ ۲۰	$C=$ ۲۹	$D=$ ۳۱

توجه کنید که پنج فرمول‌بندی (تیمارها) با حروف لاتین A، B، C ، D و E نشان داده شده‌اند.

مدل آماری برای مربع لاتین به‌صورت زیر است:

$$y_{ijk}=\mu+\alpha_i+\tau_j+\beta_k+\epsilon_{ijk}\quad\begin{cases}i=۱,\dots,p\\ j=۱,\dots,p\\ k=۱,\dots,p\end{cases}$$

که y_{ijk} متغیر پاسخ، μ میانگین کل، α_i اثر سطر iام، τ_j اثر تیمار jام، β_k اثر ستون kام و ϵ_{ijk} خطای تصادفی است. می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا میانگین‌های تیماری باهم برابر هستند؟

۲-۲-۱ تحلیل طرح مربع لاتین با استفاده از SPSS

ابتدا متغیرهای مساله را در پنجره Variable View همانند شکل ۲–۹ در نرم افزار تعریف می‌کنیم. توجه کنید که برای وارد کردن حروف لاتین در SPSS باید در قسمت Type نوع متغیر را به String تغییر دهیم. به جای حروف می‌توانیم از اعداد نیز استفاده کنیم.

Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns
response	Numeric	8	0		None	None	5
timar	String	5	0		None	None	5
row	Numeric	8	2		None	None	7
column	Numeric	8	2		None	None	8

شکل ۲–۹: نحوه‌ی تعریف کردن متغیرهای مثال ۲-۲ در SPSS

با کلیک کردن روی گزینه Data View به پنجره اصلی Data Editor برمی‌گردیم و داده‌ها را در ستون‌های مربوط همانند شکل ۲–۱۰ وارد می‌کنیم.

	response	timar	row	column
1	24.00	A	1.00	1.00
2	20.00	B	1.00	2.00
3	19.00	C	1.00	3.00
4	24.00	D	1.00	4.00
5	24.00	E	1.00	5.00
6	17.00	B	2.00	1.00
7	24.00	C	2.00	2.00
8	30.00	D	2.00	3.00
9	27.00	E	2.00	4.00
10	36.00	A	2.00	5.00
11	18.00	C	3.00	1.00
12	38.00	D	3.00	2.00
13	26.00	E	3.00	3.00
14	27.00	A	3.00	4.00
15	21.00	B	3.00	5.00
16	26.00	D	4.00	1.00
17	31.00	E	4.00	2.00
18	26.00	A	4.00	3.00
19	23.00	B	4.00	4.00
20	22.00	C	4.00	5.00
21	22.00	E	5.00	1.00
22	30.00	A	5.00	2.00
23	20.00	B	5.00	3.00
24	29.00	C	5.00	4.00
25	31.00	D	5.00	5.00

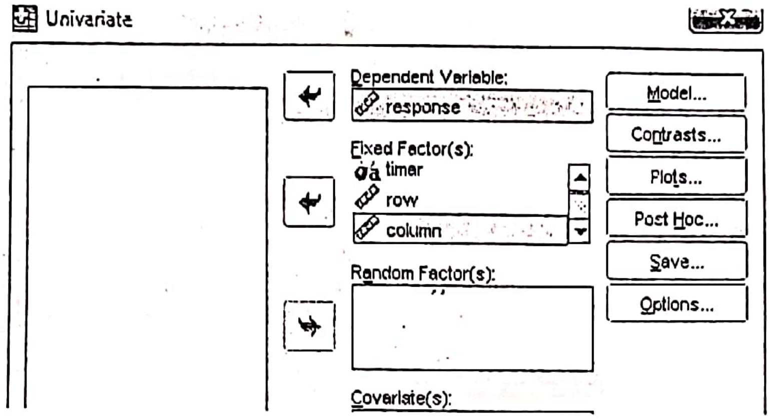
شکل ۲–۱۰: داده‌های مثال ۲-۲ در SPSS

پس از وارد کردن داده‌ها از مسیر زیر برای بررسی فرض برابری میانگین‌های تیماری عمل می‌کنیم.

Analyze> General Linear Models> Univariate...

در پنجره‌ی باز شده، مشاهدات (response) را در قسمت Dependent Variable و سایر متغیرها را در قسمت Fixed Factor(s) وارد می‌کنیم (شکل ۲–۱۱). در اینجا فرض شده است که اثرات تیمار، سطر و ستون همگی ثابت هستند. اگر اثری در مسئله تصادفی باشد باید آن را در کادر Random Factor(s) وارد کنیم. پس از وارد کردن متغیرها در پنجره‌ی Univariate برروی کلید Model کلیک کرده و در پنجره‌ی باز شده گزینه‌ی Custom را فعال و هر سه عامل را در کادر مقابل وارد می‌کنیم. حال، روی کلید Continue کلیک می‌کنیم تا به پنجره Univariate برگردیم (شکل ۲–۱۱). در این پنجره با زدن کلید Ok

خروجی مربوط را می‌توان مشاهده کرد.



شکل ۲–۱۱: وارد کردن متغیرها در پنجره‌ی Univariate

خروجی جدول تحلیل واریانس در جدول ۲–۱۰ آورده شده است. با توجه به این که مقدار مشاهده شده آماره $F = ۷/۷۳۴$ از مقدار بحرانی $F_{۰/۰۵,۴,۱۲} = ۱/۵۵$ بزرگ‌تر است، پس فرض برابری میانگین‌ها رد می‌شود. به عبارتی دیگر، چون P-value در ستون .Sig برابر ۰/۰۰۳ و از ۰/۰۵ کمتر است. یعنی تفاوتی معنی‌دار در میانگین‌های نیروی انفجار حاصل از فرمول‌بندی‌های مختلف دینامیت وجود داشته است.

جدول ۲–۱۰: خروجی SPSS برای تحلیل مثال ۲-۲

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	548.000	12	45.667	4.281	.009
Intercept	16129.000	1	16129.000	1.512E3	.000
timar	330.000	4	82.500	7.734	.003
row	68.000	4	17.000	1.594	.239
column	150.000	4	37.500	3.516	.040
Error	128.000	12	10.667		
Total	16805.000	25			
Corrected Total	676.000	24			

a. R Squared = .811 (Adjusted R Squared = .621)

۲-۲-۲ تحلیل طرح مربع لاتین با استفاده از MINITAB

ابتدا، داده‌ها را مطابق شکل ۲–۱۲ در صفحه Worksheet نرم افزار MINITAB وارد می‌کنیم. سپس از مسیر زیر آزمون برابری اثرات تیماری را بررسی می‌کنیم.

Stat> ANOVA> General Linear Model

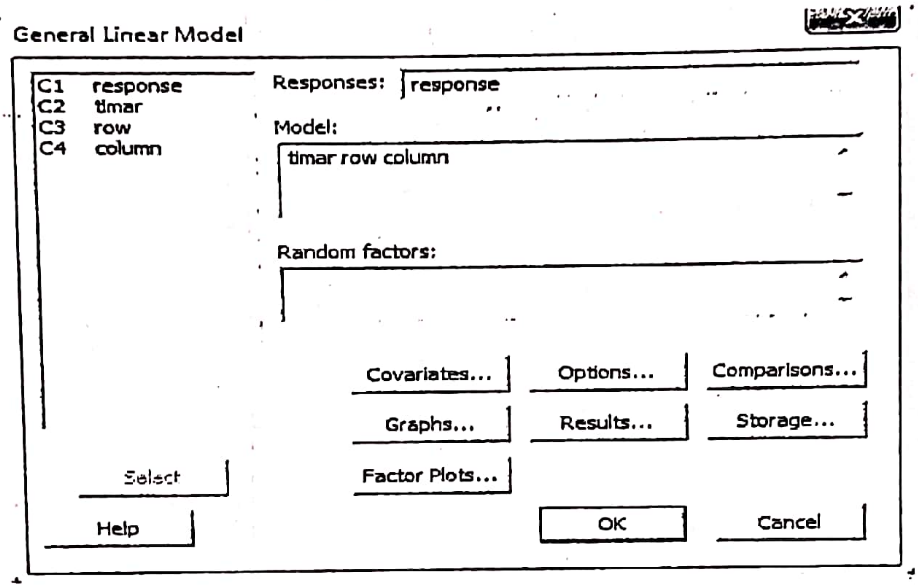
پس از وارد شدن به پنجره‌ی General Linear Model در پنجره‌ی باز شده در کادر Response متغیر پاسخ (response) را با دو بار کلیک روی آن وارد کرده و در کادر Model متغیر مربوط به اثرات تیمار (timar)، سطر (row) و ستون (column) را وارد می‌کنیم (شکل ۲–۱۳).

↓	C1	C2-T	C3	C4
	response	timar	row	column
1	24	A	1	1
2	20	B	1	2
3	19	C	1	3
4	24	D	1	4
5	24	E	1	5
6	17	B	2	1
7	24	C	2	2
8	30	D	2	3
9	27	E	2	4
10	36	A	2	5
11	18	C	3	1
12	38	D	3	2
13	26	E	3	3
14	27	A	3	4
15	21	B	3	5
16	26	D	4	1
17	31	E	4	2
18	26	A	4	3
19	23	B	4	4
20	22	C	4	5
21	22	E	5	1
22	30	A	5	2
23	20	B	5	3
24	29	C	5	4
25	31	D	5	5

شکل ۲–۱۲: داده‌های مثال ۲-۲ در MINITAB

در پنجره‌ی شکل ۲–۱۳ در قسمت ...Options می‌توان نوع مجموع مربعات را تعیین کرد. در قسمت ...Comparisons می‌توانیم مقایسات زوجی را انجام دهیم. در قسمت ...Graphs می‌توانیم نمودارهای احتمال نرمال و نمودار مانده‌ها را رسم کنیم. در پایان با زدن کلید OK خروجی که در جدول ۲–۱۱ آمده است را مشاهده می‌کنیم.

مقدار F بدست آمده در خروجی برابر ۷/۷۳ است که از مقدار $F_{0.05,4,12}$ بزرگتر است پس فرض صفر رد می‌شود. با استفاده از مقدار P-value نیز می‌توانیم به این نتیجه برسیم. P-value به‌دست آمده در خروجی برابر ۰/۰۰۳ است که از ۰/۰۵ کوچکتر است و در نتیجه فرض برابری میانگین‌های تیماری رد می‌شود.



شکل ۲–۱۳: وارد کردن مدل مثال ۲-۲ در پنجره‌ی General Linear Model

جدول ۲–۱۱: خروجی MINITAB برای تحلیل مثال ۲-۲

```
General Linear Model: response versus timar,row,Column
Factor   Type    Levels  Values
timar    fixed        5  A, B, C, D, E
row      fixed        5  1, 2, 3, 4, 5
column   fixed        5  1, 2, 3, 4, 5

Analysis of Variance for response, using Adjusted SS
for Tests
Source   DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS     F      P
timar     4   330.00   330/00    82.50   7.73  0.003
row       4    68.00    68.00    17.00   1.59  0.239
column    4   150.00   150.00    37.50   3.52  0.040
Error    12   128.00   128.00    10.67
Total    24   676.00
S = 3.26599   R-Sq = 81.07%   R-Sq(adj) = 62.13%
         Unusual Observations for response
Obs  response      Fit  SE Fit  Residual  St Resid
 10   36.0000  31.4000  2.3551    4.6000    2.03 R
 24   29.0000  24.0000  2.3551    5.0000    2.21 R
R denotes an observation with a large standardized
residual.
```

۲-۲-۳ تحلیل طرح مربع لاتین با استفاده از R

برای وارد کردن داده‌ها در R ابتدا باید بردارهای مشاهدات، تیمار، سطرها و ستون‌ها را به صورت مناسب تعریف کنیم. در دستورات زیر به نحوه‌ی تعریف بردارها توجه کنید.

```
response<-c(24, 20, 19, 24, 24, 17, 24, 30, 27, 36, 18, 38, 26, 27, 21, 26, 31, 26, 23, 22,
22, 30, 20, 29, 31)
timar<-c("A", "B", "C", "D", "E", "B", "C", "D", "E", "A", "C", "D", "E",
"A", "B", "D", "E", "A", "B", "C", "E", "A", "B", "C", "D")
row<-rep(c("A", "B", "C", "D", "E"),c(5, 5, 5, 5, 5))
column<-rep(c("A", "B", "C", "D", "E"),5)
```

حال با استفاده از دستور data.frame() داده‌ها را در قالب جدول جهت استفاده برای انجام تحلیل واریانس تعریف می‌کنیم:

```
g<-data.frame(response,timar,row,column)
```

با فراخوانی g داده‌ها را در قالب جدول مشاهده می‌کنید (جدول ۲–۱۲).

جدول ۲–۱۲: داده‌های مثال ۲-۲ در R

```
> g
   response timar row column
1        24     A   A      A
2        20     B   A      B
3        19     C   A      C
4        24     D   A      D
5        24     E   A      E
6        17     B   B      A
7        24     C   B      B
8        30     D   B      C
9        27     E   B      D
10       36     A   B      E
11       18     C   C      A
12       38     D   C      B
13       26     E   C      C
14       27     A   C      D
15       21     B   C      E
16       26     D   D      A
17       31     E   D      B
18       26     A   D      C
19       23     B   D      D
20       22     C   D      E
21       22     E   E      A
22       30     A   E      B
23       20     B   E      C
24       29     C   E      D
25       31     D   E      E
```

با استفاده از تابع lm() مدل خطی لازم را تعریف و با اسم lm.response ذخیره می‌کنیم.

```
lm.response<-lm(response~ timar+ row+column,data=g)
```

حال می‌توانیم با استفاده از تابع anova() تحلیل واریانس را انجام دهیم:

```
anova(lm.response)
```

با وارد کردن دستور فوق در R خروجی مربوط به جدول تحلیل واریانس را مشاهده می‌کنید (جدول ۲–۱۳).

جدول ۲–۱۳: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۲-۲ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
timar      4    330  82.500  7.7344 0.002537 **
row        4     68  17.000  1.5937 0.239059
column     4    150  37.500  3.5156 0.040373 *
Residuals 12    128  10.667
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

فرض مورد علاقه در اینجا برابری میانگین‌های تیماری است. همان‌طور که در خروجی ملاحظه می‌کنید، مقابل P-value برای تیمارها از علامت ** استفاده شده است. پس فرض صفر برابری میانگین‌های تیماری در سطح ۰/۰۰۱ رد می‌شود.

۲-۳ طرح مربع یونانی-لاتین

اگر بر یک مربع لاتین $p \times p$ یک مربع لاتین $p \times p$ی دیگری که تیمارها با حروف یونانی مشخص شده‌اند، را طوری قرار دهیم که هر حرف یونانی تنها یک بار با هر حرف لاتین ظاهر شود گوییم دو مربع لاتین متعامدند. طرح حاصل را طرح مربع یونانی-لاتین می‌گویند. از طرح مربع یونانی لاتین برای کنترل سه منبع خارجی تغییرپذیری، یعنی بلوکی کردن در سه جهت استفاده می‌شود. مدل آماری در این طرح به‌صورت زیر است.

$$y_{ijkl} = \mu + \theta_i + \tau_j + \omega_k + \Psi_l + \epsilon_{ijkl} \begin{cases} i = ۱,۲,\dots,p \\ j = ۱,۲,\dots,p \\ k = ۱,۲,\dots,p \\ l = ۱,۲,\dots,p \end{cases}$$

که در آن y_{ijkl}ها متغیر پاسخ، θ_i اثر سطر iام، τ_j اثر تیماری حرف لاتین jام، ω_k

اثر تیماری حرف یونانی kام، Ψ_l اثر ستون lام و ϵ_{ijkl} مؤلفه‌ی خطای تصادفی هستند.

مثال ۲-۳. [۱]. فرض کنید در مثال ۲-۲ عامل دیگری مثلاً، استاندارد اجزای ترکیب‌کننده بتواند مهم باشد. پنج استاندارد اجزای ترکیب‌کننده را با حروف یونانی نشان می‌دهیم، طرح مربع یونانی- لاتین ۵ × ۵ حاصل در جدول ۲-۱۴ آمده است.

جدول ۲-۱۴: داده‌های مثال ۲-۳

	عملگرها				
دسته‌های مواد خام	۱	۲	۳	۴	۵
۱	$A\alpha = ۲۴$	$B\gamma = ۲۰$	$C\varepsilon = ۱۹$	$D\beta = ۲۴$	$E\delta = ۲۴$
۲	$B\beta = ۱۷$	$C\delta = ۲۴$	$D\alpha = ۳۰$	$E\gamma = ۲۷$	$A\varepsilon = ۳۶$
۳	$C\gamma = ۱۸$	$D\varepsilon = ۳۸$	$E\beta = ۲۶$	$A\delta = ۲۷$	$B\alpha = ۲۱$
۴	$D\delta = ۲۶$	$E\alpha = ۳۱$	$A\gamma = ۲۶$	$B\varepsilon = ۲۳$	$C\beta = ۲۲$
۵	$E\varepsilon = ۲۲$	$A\beta = ۳۰$	$B\delta = ۲۰$	$C\alpha = ۲۹$	$D\gamma = ۳۱$

۲-۳-۱ تحلیل طرح مربع یونانی-لاتین با استفاده از SPSS

برای وارد کردن داده‌ها همانند مثال ۲-۲ عمل می‌کنیم. در اینجا برای عامل متناظر با حروف یونانی یک ستون دیگر با اسم greek اضافه می‌کنیم. به جای حروف یونانی به ترتیب از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ استفاده و داده‌ها را همانند شکل ۲-۱۴ در یک صفحه Data Editor نرم‌افزار وارد می‌کنیم.

پس از وارد کردن داده‌ها برای تحلیل واریانس همانند مثال ۲-۲ از مسیر زیر عمل می‌کنیم:

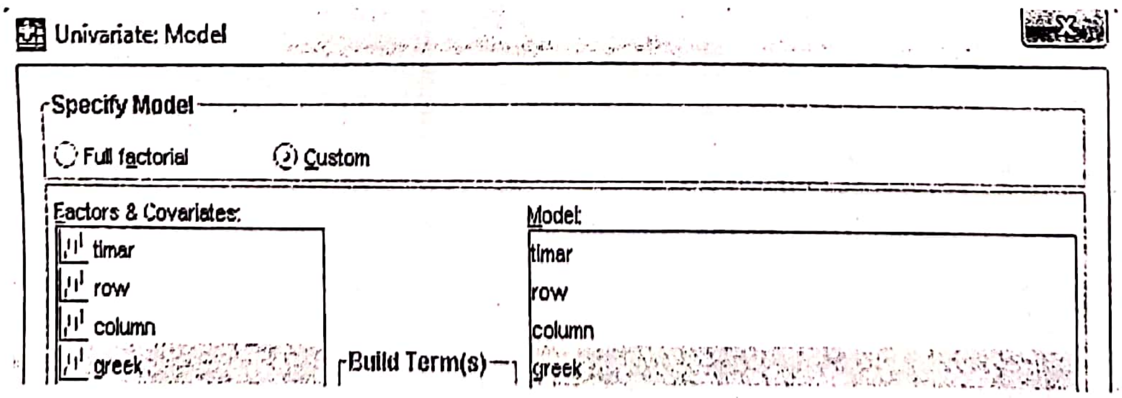
Analyze>General Linear Model>Univariate...

در پنجره‌ی باز شده در کادر Dependent Variable متغیر response و بقیه‌ی متغیرها را در کادر Fixed Factor(s) وارد می‌کنیم. در این جا نیز فرض شده است که تمامی اثرات در مدل تثبت شده هستند. اگر عاملی با اثر تصادفی در مدل باشد، آن را باید در کادر Random Factor(s) وارد کرد. حال، در پنجره‌ی باز شده با کلیک کردن برروی Model مدل آماری را به صورت مناسب همانند شکل ۲-۱۵ تعریف می‌کنیم. با زدن کلید Continue به پنجره‌ی صفحه‌ی قبل برمی‌گردیم. در

این پنجره برروی Ok کلیک می‌کنیم تا خروجیِ مورد نظر را مشاهده کنیم (جدول ۲–۱۵).

	response	timar	row	column	greek
1	24.00	A	1.00	1.00	1
2	20.00	B	1.00	2.00	3
3	19.00	C	1.00	3.00	5
4	24.00	D	1.00	4.00	2
5	24.00	E	1.00	5.00	4
6	17.00	B	2.00	1.00	2
7	24.00	C	2.00	2.00	4
8	30.00	D	2.00	3.00	1
9	27.00	E	2.00	4.00	3
10	36.00	A	2.00	5.00	5
11	18.00	C	3.00	1.00	3
12	38.00	D	3.00	2.00	5
13	26.00	E	3.00	3.00	2
14	27.00	A	3.00	4.00	4
15	21.00	B	3.00	5.00	1
16	26.00	D	4.00	1.00	4
17	31.00	E	4.00	2.00	1
18	26.00	A	4.00	3.00	3
19	23.00	B	4.00	4.00	5
20	22.00	C	4.00	5.00	2
21	22.00	E	5.00	1.00	5
22	30.00	A	5.00	2.00	2
23	20.00	B	5.00	3.00	4
24	29.00	C	5.00	4.00	1
25	31.00	D	5.00	5.00	3

شکل ۲–۱۴: وارد کردن داده‌های طرح مربع یونانی- لاتین در SPSS



شکل ۲–۱۵: مشخص کردن مدل در SPSS برای مثال ۲-۳

با توجه به خروجی جدول ۲–۱۵ چون $F_{0} = 10 > F_{0/05,4,8} = 6/04$ پس فرض برابری

میانگین‌ها رد می‌شود. همچنین، مقدار P-value برای آزمون برابری میانگین‌های تیماری برابر ۰/۰۰۳ است و چون از مقدار ۰/۰۵ کوچکتر است، پس فرض برابری میانگین‌ها در سطح معنی‌داری ۰/۰۵ رد می‌شود.

جدول ۲-۱۵: خروجی جدول تحلیل واریانس مثال ۲-۳ در SPSS

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	610.000a	16	38.125	4.621	.017
Intercept	16129.000	1	16129.000	1.955E3	.000
timar	330.000	4	82.500	10.000	.003
row	68.000	4	17.000	2.061	.178
column	150.000	4	37.500	4.545	.033
greek	62.000	4	15.500	1.879	.208
Error	66.000	8	8.250		
Total	16805.000	25			
Corrected Total	676000	24			

a. R Squared = .902 (Adjusted R Squared = .707)

۲-۳-۲ تحلیل طرح مربع یونانی-لاتین با استفاده از MINITAB

ابتدا، داده‌ها را مطابق شکل ۲-۱۶ در یک صفحه Worksheet نرم افزار MINITAB وارد می‌کنیم. ستون اول مقادیر متغیر پاسخ (response)، ستون دوم تیمار (timar)، ستون سوم مربوط به دسته‌های مواد خام (row)، ستون چهارم مربوط به عملگرها (column) و در نهایت ستون آخر مربوط به استاندارد اجزا (greek) را نشان می‌دهند. به جای حروف یونانی α، β، γ، δ و ε به ترتیب از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ استفاده کرده‌ایم. برای مثال اولین مقدار پاسخ (۲۴)، مربوط به تیمار A از سطر و ستون اول و استاندارد اجزای ترکیب کننده‌ی α است.

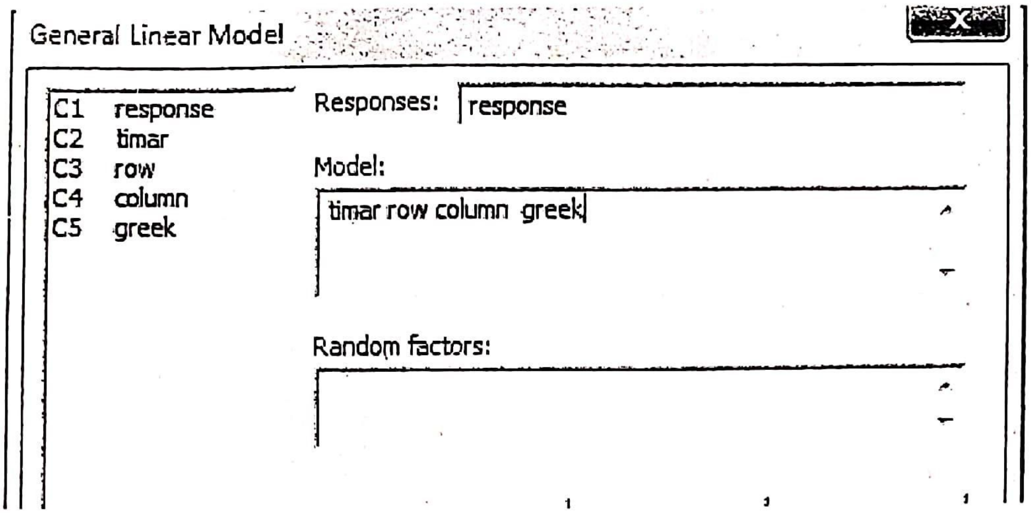
	response	timar	row	column	greek
1	24	A	1	1	1
2	20	B	1	2	3
3	19	C	1	3	5
4	24	D	1	4	2
5	24	E	1	5	4
6	17	B	2	1	2
7	24	C	2	2	4
8	30	D	2	3	1
9	27	E	2	4	3
10	36	A	2	5	5
11	18	C	3	1	3
12	38	D	3	2	5
13	26	E	3	3	2
14	27	A	3	4	4
15	21	B	3	5	1
16	26	D	4	1	4
17	31	E	4	2	1
18	26	A	4	3	3
19	23	B	4	4	5
20	22	C	4	5	2
21	22	E	5	1	5
22	30	A	5	2	2
23	20	B	5	3	4
24	29	C	5	4	1
25	31	D	5	5	3

شکل ۲–۱۶: داده‌های مثال ۲-۳ در MINITAB

برای انجام تحلیل واریانس در یک طرح مربع یونانی-لاتین در MINITAB از مسیر زیر عمل می‌کنیم:

Stat>ANOVA>General Linear Model

پس از وارد شدن به مسیر، در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۲–۱۷ عمل می‌کنیم. در کادر Response متغیر پاسخ را وارد می کنیم. در کادر Model مدل مناسب طرح را تعریف می‌کنیم. اگر عاملی با اثر تصادفی در مدل باشد آن را باید در کادر Random factors نیز وارد کرد. حال، با کلیک کردن بر روی Ok خروجی مورد نظر را مشاهده می‌کنید (جدول ۲-۱۶). کلیه نمودارهای مانده‌ها جهت بررسی کفایت مدل از همین مسیر قابل انجام هستند.



شکل ۲–۱۷: نحوه‌ی وارد کردن مدل مثال ۲–۳ در MINITAB

جدول ۲–۱۶: خروجی جدول تحلیل واریانس مثال ۲–۳ در MINITAB

```
General Linear Model: response versus timar, row,
column, greek

Factor   Type    Levels  Values
timar    fixed        5  A, B, C, D, E
row      fixed        5  1, 2, 3, 4, 5
column   fixed        5  1, 2, 3, 4, 5
greek    fixed        5  1, 2, 3, 4, 5

Analysis of Variance for response, using Adjusted SS
for Tests

Source   DF   Seq SS    Adj SS    Adj MS    F      P
timar     4   330/000   330/000   82.500    10/00  0/003
row       4   68.000    68.000    17.000    2.06   0.178
column    4   150/000   150/000   37.500    4.55   0/033
greek     4   62.000    62.000    15.500    1.88   0.208
Error     8   66.000    66.000    8.250
Total    24   676.000
S = 2.87228   R-Sq = 90.24%   R-Sq(adj) = 70.71%
Unusual Observations for response

Obs  response      Fit      SE Fit   Residual   St Resid
 24  29.0000       25.6000  2.3685   3.4000     2.09 R
R denotes an observation with a large standardized
residual.
```

آزمون فرض برابری میانگین‌های تیماری را با توجه به هر کدام از مقادیر آماره آزمون مشاهده شده، $F_{\cdot} = ۱۰$ یا P-value=۰/۰۰۳ می‌توانیم انجام دهیم. چون $F_{\cdot} = ۱۰ > F_{۰/۰۵,۴,۸} =$ ۶/۰۴ و مقدار P-value از مقدار ۰/۰۵ کوچکتر است، پس فرض برابری میانگین‌ها رد می‌شود.

۲-۳-۳ تحلیل طرح مربع یونانی-لاتین با استفاده از R

با توجه به این که روش انجام آزمون برای طرح مربع یونانی-لاتین بسیار شبیه طرح مربع لاتین است، در اینجا فقط کد مربوط به روش انجام آزمون را ذکر می‌کنیم.

```
response<-c(24, 20, 19, 24, 24, 17, 24, 30, 27, 36, 18, 38, 26, 27, 21, 26, 31, 26, 23, 22,
22, 30, 20, 29, 31)
timar<-c("A","B","C","D","E","B","C","D","E","A","C","D","E","A",
"B","D","E","A", "B","C","E","A","B","C","D")
row<-factor(rep(c(1, 2, 3, 4, 5),c(5, 5, 5, 5, 5)))
column<-factor(rep(c(1, 2, 3, 4, 5), 5))
greek<-factor(c(1, 3, 5, 2, 4, 2, 4, 1, 3, 5, 3, 5, 2, 4, 1, 4, 1, 3, 5, 2, 5, 2, 4, 1, 3))
g<-data.frame(response,timar,row,column,greek)
lm.response<-lm(response~ timar+ row+column+greek,data=g)
anova(lm.response)
```

در صورت اجرا کردن کدهای فوق در نرم افزار R خروجی جدول ۲-۱۷ را مشاهده می‌کنید.

جدول ۲-۱۷: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۲-۳ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)   
timar      4    330   82.50 10.0000 0.003344 **
row        4     68   17.00  2.0606 0.178311   
column     4    150   37.50  4.5455 0.032930 * 
greek      4     62   15.50  1.8788 0.207641   
Residuals  8     66    8.25                    
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

اثرات معنی‌دار در ستون Pr(>F) با علامت * مشخص شده‌اند. در مقابل اثر تیمار ** و در مقابل اثر ستونی * قرار دارد. پس اثر تیما و ستون به ترتیب در سطوح ۱ درصد و ۵ درصد معنی‌دار هستند.

۳ طرح‌های بلوکی ناکامل

۳-۱ طرح‌های بلوکی ناکامل متعادل

در برخی از آزمایش‌ها با استفاده از طرح‌های بلوکی تصادفی شده امکان اجـرا همـه‌ی تیمارهـا در هر بلوک وجود ندارد. در این نوع مسائل ممکن است از طرح‌هـای بلـوکی تصـادفی شـده‌ای استفاده کرد که وجود هر تیمار در هر بلوک ضروری نباشد. این طـرح‌هـا را، طـرح‌هـای بلـوکی ناکامل تصادفی شده می‌گویند. اگردر این طرح هر دو تیمار با هم به دفعات مساوی در بلوک‌هـا ظاهر شوند، طرح را متعادل می‌نامند. مثال زیر یک نمونه از این نوع طرح‌ها است.

مثال ۳-۱. [۱]. یک مهندس شیمی تصور می‌کند که زمان واکنش یک فرآیند شیمیایی تابعی از نوع کاتالیزور مورد استفاده باشـد. چهـار کاتـالیزور در جریـان بررسـی قـرار دارنـد. شـیوه‌ی آزمایشی شامل انتخاب یک دسته مواد خام، روبه راه کردن واحد صنعتی پژوهشی، کـاربرد هـر کاتالیزور در اجراهای متفاوت به واحد صنعتی آزمایشی و ملاحظه ی زمان واکنش است. چـون تغییرات در دسته‌های مواد می‌توانند بر عملکرد کاتالیزور مـوثر باشـند، لـذا مهنـدس تصـمیم می‌گیرد که از دسته‌های مواد خام به عنوان بلوک استفاده کند. اما هر دسته به اندازه‌ای اسـت که تنها سه کاتالیزور را برای اجرا می‌پذیرد. بنابراین باید از طرح بلوکی ناکامـل تصـادفی شـده استفاده کرد. طرح بلوکی ناکامل متعادل برای ایـن آزمـایش در جـدول ۳-۱ نشـان داده شـده

است. ترتیبی که کاتالیزورها در هر بلوک اجرا شده‌اند تصادفی بوده است.

جدول ۳–۱: داده‌های مثال ۳-۱

کاتالیزور	بسته ماده‌ی خام ۱	۲	۳	۴
۱	۷۳	۷۴	-	۷۱
۲	-	۷۵	۶۷	۷۲
۳	۷۳	۷۵	۶۸	-
۴	۷۵	-	۷۲	۷۵

مدل آماری که برای این طرح در نظر گرفته می‌شود عبارت است از:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij}$$

که در آن، y_{ij} مشاهده‌ی i ام در بلوک jام، μ میانگین کل، τ_i اثر تیمار iام، β_j اثر بلوک jام و ϵ_{ij} مولفه‌ی خطای تصادفی است. در این فصل نحوه‌ی تحلیل طرح بلوکی ناکامل را توسط نرم‌افزار توضیح خواهیم داد.

۳-۱-۱ تحلیل طرح بلوکی ناکامل با استفاده از SPSS

در طرح بلوکی ناکامل برای وارد کردن داده‌ها همانند طرح بلوکی کامل عمل می‌کنیم. با این تفاوت که در قسمت‌هایی که مشاهده‌ای نداریم در ستون مربوط به مشاهدات هیچ داده‌ای وارد نمی‌کنیم. پس برای وارد کردن مشاهدات، ابتدا در پنجره‌ی Variable View ستون مربوط به مشاهدات، تیمارها و بلوک‌ها را به‌صورت شکل ۳–۱ تعریف می‌کنیم. در اینجا مشاهدات را با اسم response، تیمارها را با اسم timar و دسته‌ها یا بلوک‌ها را با اسم block نام گذاری کرده‌ایم. حال داده‌ها را در پنجره‌ی Data View همانند شکل ۳–۲ در ستون‌های مربوط وارد می‌کنیم. با توجه به‌این که در آزمایش مثال ۳-۱ هر دسته تنها ۳ کاتالیزور را برای اجرا می‌پذیرد. پس از طرح بلوکی ناکامل استفاده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید داده‌ی شماره‌ی ۳ را در ستون response خالی گذاشتیم، چون در این قسمت داده‌ای وجود ندارد.

البته وارد کردن سطرهایی که در آن قسمت مشاهده‌ایّ وجود ندارد، ضروری نیست. در اینجا صرفا جهت مقایسه طرز وارد کردن داده‌ها با طرح بلوکی کامل آورده شده‌اند.

*Untitled2 [DataSet1] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Add-ons Window Help

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing
1	response	Numeric	8	2		None	None
2	timar	Numeric	8	2		None	None
3	block	Numeric	8	2		None	None
4							

شکل ۳-۱: نحوه‌ی تعریف متغیرهای مثال ۳-۱ در SPSS

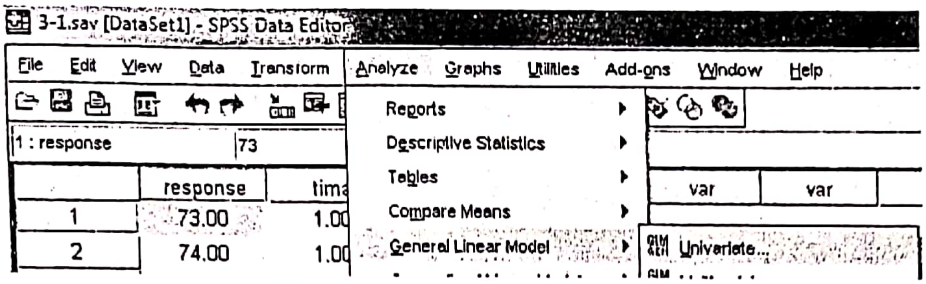
	response	timar	block
1	73.00	1.00	1.00
2	74.00	1.00	2.00
3	.	1.00	3.00
4	71.00	1.00	4.00
5	.	2.00	1.00
6	75.00	2.00	2.00
7	67.00	2.00	3.00
8	72.00	2.00	4.00
9	73.00	3.00	1.00
10	75.00	3.00	2.00
11	68.00	3.00	3.00
12	.	3.00	4.00
13	75.00	4.00	1.00
14	.	4.00	2.00
15	72.00	4.00	3.00
16	75.00	4.00	4.00

شکل ۳-۲: داده‌های مثال ۳-۱ در SPSS

حال برای انجام آزمون برابری میانگین‌های تیماری از مسیر

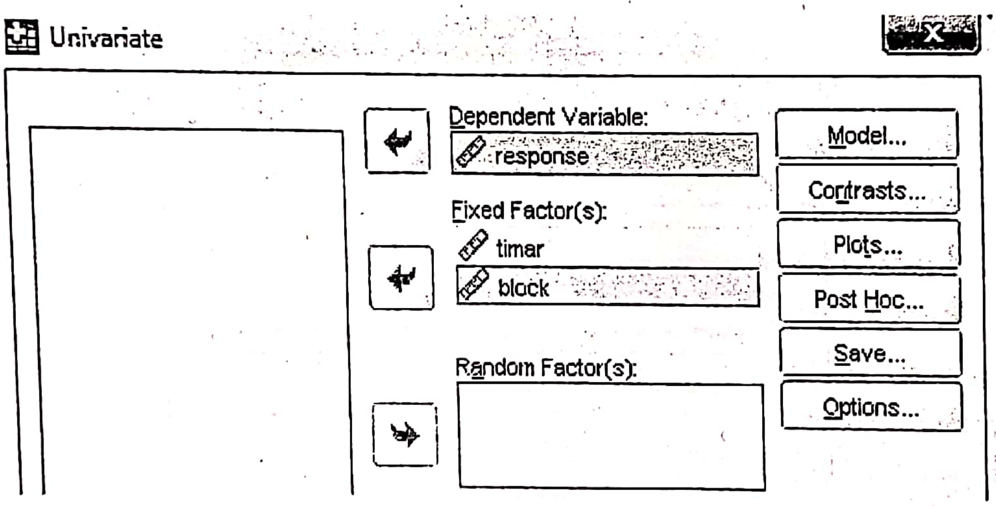
Analyze>General Linear Model>Univariate...

استفاده می‌کنیم (شکل ۳-۳).



شکل ۳–۳: مسیر اجرای تحلیل واریانس برای مثال ۳-۱

پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده مشاهدات (response) را در قسمت Dependent Variable و تیمارها و بلوک‌ها را در Fixed Factor(s) هماننـد شـکل ۳–۴ وارد می‌کنیم. مجداد فرض شده است که هر دو اثر تیمار و بلوک ثابت هستند.

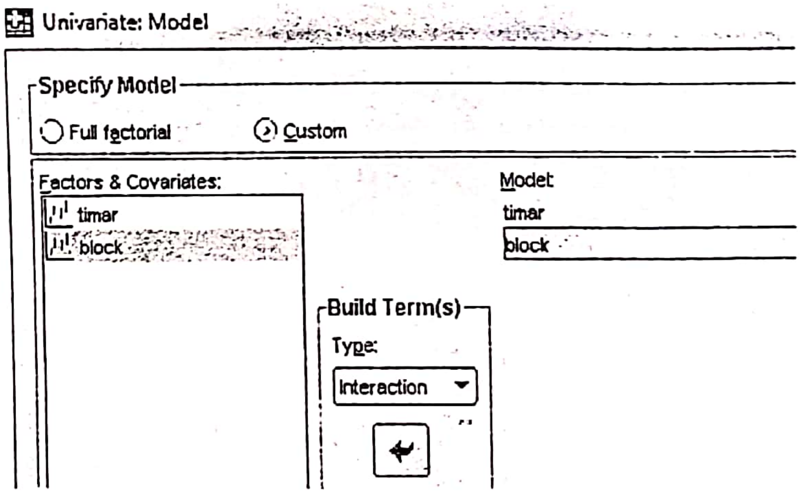


شکل ۳–۴: نحوه‌ی وارد کردن متغیرهای مثال ۳-۱ در SPSS

سپس بر روی کلیـد Model کلیـک کـرده و در پنجـره Model گزینـه Custom را فعـال مـی‌کنـیم. حـال هماننـد شـکل ۳–۵ متغیرهـای timar و block را از کـادر Factors&Covariates به کادر Model انتقال مـی‌دهـیم. بـا زدن کلیـد Continue بـه پنجره‌ی Univariate در شکل ۳–۴ باز می‌گردیم. در این مرحله با زدن کلیـد OK خروجـی جدول تحلیل واریانس را می‌توان مشاهده کرد.

همان‌طور که قبلا نیز شرح داده شد، در پنجره Univariate از کلید Post Hoc بـرای انجـام آزمون مقایسات چندگانه و از قسمت Options می‌توان برای رسم نمـودار مانـده‌هـا اسـتفاده کرد. حال با زدن کلید Ok خروجی مـورد نظـر از جملـه جـدول تحلیـل واریـانس را مشـاهده می‌کنید (جدول ۳–۲).

Scanned by CamScanner



شکل ۳–۵: مشخص کردن مدل مثال ۳-۱ در SPSS

خروجی مثال۳-۱ با استفاده از SPSS

جدول ۳–۲: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۳-۱ با SPSS

Dependent Variable:response

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	77.750a	6	12.958	19.936	.002
Intercept	63075.000	1	63075.000	9.704E4	.000
timar	22.750	3	7.583	11.667	.011
block	66.083	3	22.028	33.889	.001
Error	3.250	5	.650		
Total	63156.000	12			
Corrected Total	81.000	11			

R Squared = .960 (Adjusted R Squared = .912) .a

خروجی مربوط به تحلیل واریانس در جدول ۳–۲ نشان داده شده است. چون $F. = ۱۱/۶۶ > F_{./۰۵,۳,۵} = ۵/۴۱$ نتیجه می‌گیریم که کاتالیزور به کار رفته اثری معنی‌دار بر زمان واکنش دارد. با استفاده از مقدار P-value در ستون .Sig نیز می‌توانیم به این نتیجه برسیم. این مقدار برای آزمون برابری میانگین‌های تیماری برابر ۰/۰۱۱ است که از ۰/۰۵ کوچکتر است. پس فرض صفر در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود.

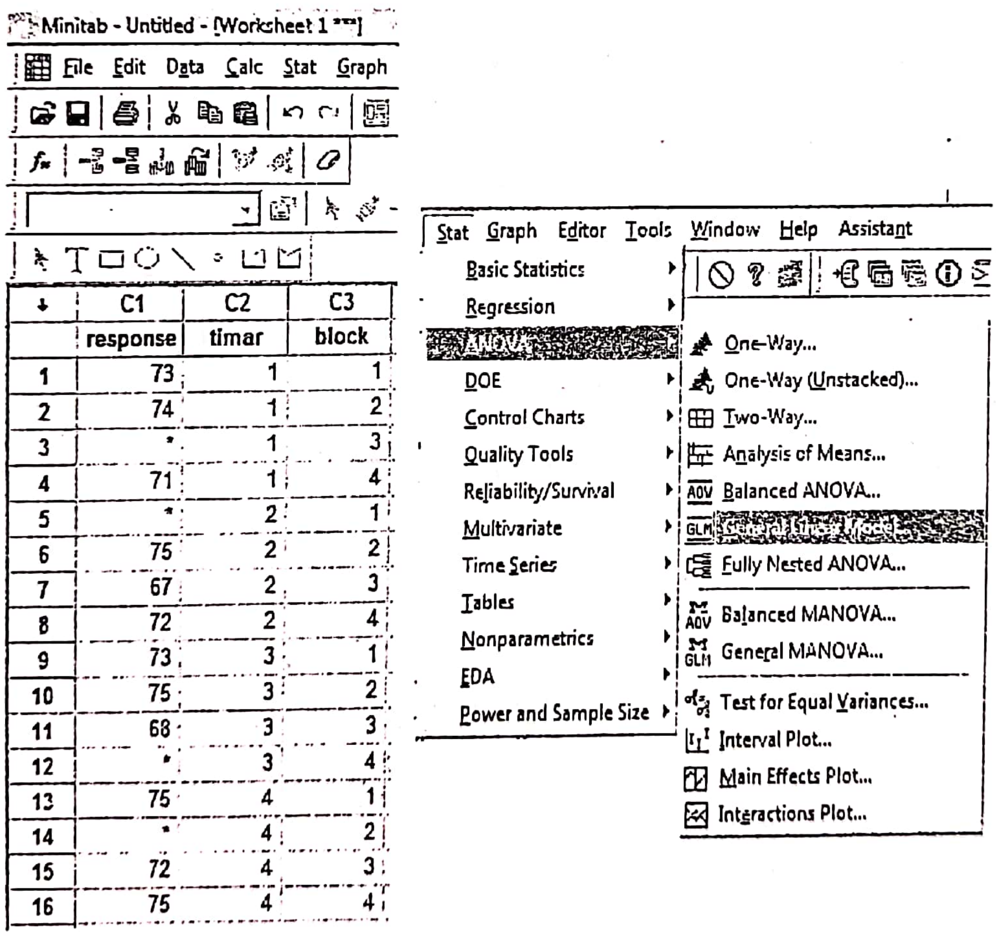
دقت کنید که در خروجی SPSS در جدول ۳–۲ جمع مربعات تیمار و بلوک تعدیل شده هستند و مجموع آن‌ها همراه با جمع مربعات خطا لزوماً برابر جمع مربعات کل تصحیح شده (Corrected Total) نیست ([۱-۳] و [۵] را مشاهده کنید).

۳-۱-۲ تحلیل طرح بلوکی ناکامل با استفاده از MINITAB

ابتدا، داده‌ها را مطابق شکل ۳–۶ در یک صفحه Worksheet نرم افزار MINITAB وارد می‌کنیم. سپس از مسیر

Stat> ANOVA > General Linear Model...

آزمون برابری اثرات تیماری را بررسی می‌کنیم.

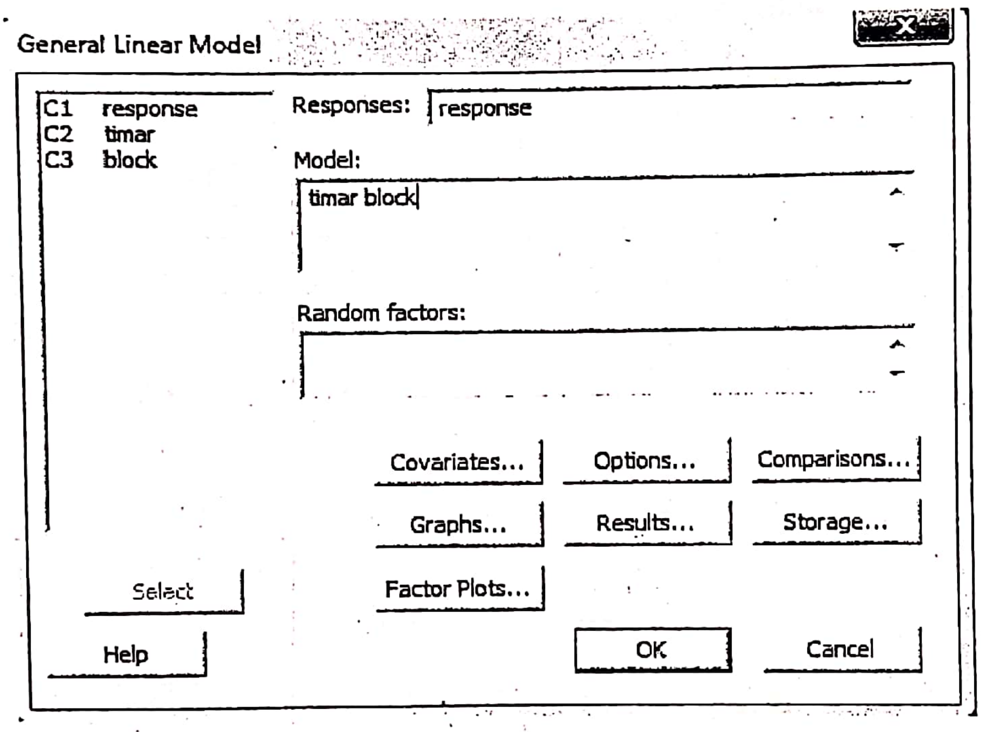


شکل ۳–۶: داده‌های مثال ۳-۱ و مسیر اجرای آزمون در MINITAB

پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده، در پنجره‌ی باز شده‌ی شکل ۳–۷، متغیر پاسخ یا همان مشاهدات را که با اسم response ذخیره شده، با دو بار کلیک کردن بر روی آن وارد کادر Response می‌کنیم. سپس متغیرهای مربوط به تیمارها و بلوک‌ها را همانند شکل ۳–۷ در

کادر Model وارد می‌کنیم. اگر اثری تصادفی باشد آنّ را باید درکادر Random factors نیز وارد کرد. در عمل بلوک‌ها اغلب تصادفی هستند.

در همین پنجره و در قسمت ...Comparisons می‌توانیم آزمون مقایسات چندگانه را انجام دهیم. در قسمت ...Graphs می‌توانیم نمودارهای احتمال نرمال، نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده و نسبت به زمان را رسم کنیم. در نهایت با کلیک بر روی OK خروجی مورد نظر را مشاهده می‌کنید.



شکل ۳–۷: وارد کردن مدل مثال ۳-۱ در MINITAB

خروجی مربوط به تحلیل واریانس را در جدول ۳–۳ مشاهده می‌کنید. برای آزمون فرض برابری میانگین‌های تیماری مقدار مشاهده شده آماره F برابر ۱۱/۶۷ است. چون

$F_. = ۱۱/۶۷ > F_{./۰۵,۳,۵} = ۵/۴۱$ نتیجه می‌گیریم که کاتالیزور به کار رفته اثر معنی‌داری بر زمان واکنش دارد. مقدار P-value برای آزمون برابری میانگین‌های تیماری برابر ۰/۰۱۱ است و این مقدار از ۰/۰۵ کوچکتر است پس فرض صفر رد می‌شود.

دقت کنید خروجی جدول ۳–۳ شامل جمع مربعات دنباله‌ای (Seq SS) و تعدیل شده (Adj SS) است. نرم افزار MINITAB برای آزمون فرضیات از جمع مربعات تعدیل شده استفاده می‌کند.

جدول ۳-۳: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۳-۱ در MINITAB

```
General Linear Model: response versus timar, block

Factor  Type   Levels  Values
timar   fixed       4  1, 2, 3, 4
block   fixed       4  1, 2, 3, 4

Analysis of Variance for response, using Adjusted SS
for Tests

Source  DF  Seq SS  Adj SS  Adj MS      F      P
timar    3  11.667  22.750   7.583  11.67  0.011
block    3  66.083  66.083  22.028  33.89  0.001
Error    5   3.250   3.250   0.650
Total   11  81.000

S = 0.806226   R-Sq = 95.99%   R-Sq(adj) = 91.17%
```

۳-۱-۳ تحلیل طرح بلوکی ناکامل با استفاده از R

ابتدا بردار مشاهدات و عامل ها را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

```
response<-c(73, 74, 71, 75, 67, 72, 73, 75, 68, 75, 72, 75)

timar<-factor(c(1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4))

block<-factor(c(1, 2, 4, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 1, 3, 4))
```

مقادیر پاسخ به ترتیب از مقادیر پاسخ برای تیمار ۱ وارد شده‌اند. نحوه تعریف بردار تیمار و بلوک باید متناظر وارد کردن مقادیر پاسخ باشد. دقت کنید در هر بلوک همه‌ی تیمارها حضور ندارند، پس در تعریف بردار تیمارها و بلوک‌ها باید این مساله مورد توجه قرار گیرد.

حال داده‌ها را با استفاده از تابع data.frame() به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

```
g<-data.frame(timar,block, response)
```

و در صورت فراخوانی g داده‌ها را به صورت جدول ۳-۴ مشاهده می‌کنید.

جدول ۳–۴: داده‌های مثال ۳-۱ در R

```
> g
   timar block response
1      1     1       73
2      1     2       74
3      1     4       71
4      2     2       75
5      2     3       67
6      2     4       72
7      3     1       73
8      3     2       75
9      3     3       68
10     4     1       75
11     4     3       72
12     4     4       75
```

برای انجام تحلیل واریانس از تابع anova() یا aov() به طریق زیر می‌توان استفاده کرد.

۱. با استفاده از تابع lm() مدل خطی مشاهدات را تعریف و سپس از تابع anova() به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

```
lm.response<-lm(response ~ block +timar ,data=g)
anova(lm.response)
```

خروجی مربوط به تحلیل را در جدول ۳–۵ مشاهده می‌کنید. دقت کنید در خروجی این دستور جمع مربعات بلوک تعدیل نشده است. همچنین، ترتیب نوشتن جملات block و timar در تابع lm() مهم است.

جدول ۳–۵: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۳-۱ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
          Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
block      3  55.00 18.3333  28.205 0.001468 **
timar      3  22.75  7.5833  11.667 0.010739 *
Residuals  5   3.25  0.6500
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

۲. مدل را به عنوان شناسه تابع aov() به صورت زیر تعریف و با استفاده از دستور summary() خروجی جدول تحلیل واریانس را مشاهده می‌کنیم (جدول ۳-۶).

```
summary(aov(response~timar+block+Error(block),g))
```

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در مقابل خروجی مربوط به آزمون برابری میانگین‌های تیماری علامت * قرار دارد. یعنی فرض برابری میانگین‌ها در سطح ۰/۰۵ رد می‌شود.

جدول ۳-۶: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۳-۱ در R

```
> summary(aov(response~timar+block+Error(block),g))

Error: block
      Df Sum Sq Mean Sq
timar  3     55   18.33

Error: Within
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
timar      3  22.75   7.583   11.67 0.0107 *
Residuals  5   3.25   0.650
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

دستور زیر در R مثال ۳-۱ را به صورت خلاصه‌تر انجام می‌دهد. توجه کنید که در این روش به جای مشاهداتی که نداریم از NA استفاده می‌کنیم.

```
response <- c(73,NA,73,75,74,75,75,NA,NA,67,68,72,71,72,NA,75)
g <- data.frame(response,timar=factor(rep(1:4,4)),
block=factor(rep(1:4,each=4)))
summary(aov(response~timar+block+Error(block),g))
```

۳-۲ مربع‌های یودن

اگر در یک مربع لاتین، تعداد ستون‌ها برابر تعداد سطرها و تیمارها نباشد، طرح حاصل را مربع یودن می‌گویند. در مثال زیر یک نمونه ازکاربرد مربع یودن را مشاهده می‌کنید.

مثال ۳-۲. [۱]. یک مهندس صنایع اثر پنج سطح اصلاح را در پیامد معایب حاصل از عمل مونتاژ مطالعه می‌کند. به دلیل اینکه زمان می‌تواند عاملی در این آزمایش باشد، وی تصمیم می‌گیرد که در پنج بلوک که در آن هر بلوک یک روز هفته است آزمایش را اجرا کند. اما، بخشی که آزمایش در آن انجام می‌شود دارای چهار کارگاه است، و این کارگاه‌ها منبع بالقوه‌ی تغییر پذیری‌اند. مهندس تصمیم می‌گیرد یک مربع یودن با پنج سطر (روزها)، چهار ستون (کارگاه‌ها) و پنج تیمار (سطوح اصلاح) را اجرا کند. داده‌ها کد شده در جدول ۳-۷ آمده‌اند.

جدول ۳–۷: داده‌های مثال ۳-۲

کاتالیزور	بسته‌ی ماده خام ۱	۲	۳	۴
۱	$A=۳$	$B=۱$	$C=-۲$	$D=۰$
۲	$B=۰$	$C=۰$	$D=-۱$	$E=۷$
۳	$C=-۱$	$D=۰$	$E=۵$	$B=۰$
۴	$D=-۱$	$E=۶$	$A=۴$	$B=۰$
۵	$E=۵$	$A=۲$	$B=۱$	$C=-۱$

۳-۲-۱ تحلیل طرح مربع یودن با استفاده از SPSS

ابتدا، متغیرها را مطابق شکل ۳–۸ در پنجره‌ی Variable View تعریف می‌کنیم.

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values
1	response	Numeric	8	2		None
2	row	Numeric	8	2		None
3	column	Numeric	8	2		None
4	timar	String	8	0		None
5						

شکل ۳–۸: تعریف کردن متغیرهای مثال ۳-۲ در SPSS

حال داده‌ها را در پنجره‌ی Data View به‌صورت شکل ۳–۹ وارد می‌کنیم. متغیر response مشاهدات حاصل از انجام آزمایش‌ها در مثال ۳-۲ هستند، سطرها یا روزها را با row، کارگاه‌ها یا ستون‌ها را با column و پنج تیمار یا سطوح اصلاح را با timar نشان می‌دهیم. به این ترتیب، به طور مثال اولین مقدار response مربوط به سطر و ستون اول و تیمار حرف A است.

روش انجام تحلیل شبیه روش طرح مربع لاتین است. از مسیر زیر برای آزمون برابری میانگین‌های تیماری استفاده می‌کنیم.

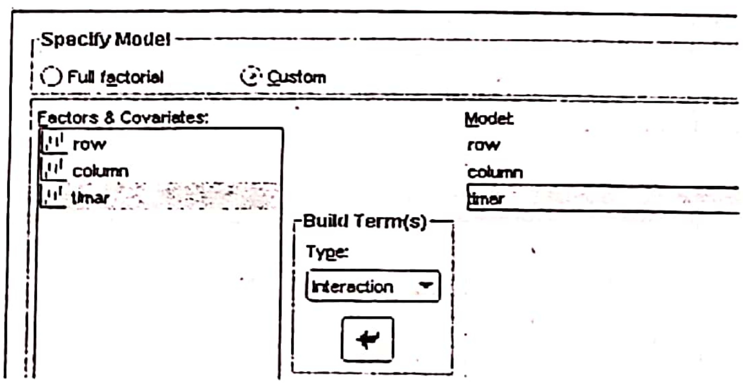
Analyze>General Linear Model>Univariate...

پس از وارد شدن به مسیر بالا در پنجره‌ی باز شده در قسمت Dependent Variable

متغیر response، و بقیه‌ی متغیرها را در قسمت Fixed factor(s) وارد می‌کنیم، سپس بر روی Model کلیک می‌کنیم. در پنجره باز شده گزینه Custom را فعال کرده و مطابق شکل ۳–۱۰ مدل مناسب را تعریف می‌کنیم.

	response	row	column	timar
1	3.00	1.00	1.00	A
2	1.00	1.00	2.00	B
3	-2.00	1.00	3.00	C
4	0.00	1.00	4.00	D
5	0.00	2.00	1.00	B
6	0.00	2.00	2.00	C
7	-1.00	2.00	3.00	D
8	7.00	2.00	4.00	E
9	-1.00	3.00	1.00	C
10	0.00	3.00	2.00	D
11	5.00	3.00	3.00	E
12	3.00	3.00	4.00	A
13	-1.00	4.00	1.00	D
14	6.00	4.00	2.00	E
15	4.00	4.00	3.00	A
16	0.00	4.00	4.00	B
17	5.00	5.00	1.00	E
18	2.00	5.00	2.00	A
19	1.00	5.00	3.00	B
20	-1.00	5.00	4.00	C

شکل ۳–۹ داده‌های مثال ۳-۲ در SPSS



شکل ۳–۱۰: مشخص کردن مدل برای مثال ۳-۲ در SPSS

حال، برروی کلید Continue کلیک کرده و به پنجره Univariate برمی‌گردیم. در این پنجره‌ی با کلیک کردن برروی OK خروجی مورد نظر حاصل می‌شود. جدول تحلیل واریانس در جدول ۳-۸ نشان داده شده است.

جدول ۳-۸: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۳-۲ در SPSS

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	128.417a	11	11.674	14.295	.000
Intercept	48.050	1	48.050	58.837	.000
row	.867	4	.217	.265	.892
column	1.350	3	.450	.551	.662
timar	120.367	4	30.092	36.847	.000
Error	6.533	8	.817		
Total	183.000	20			
Corrected Total	134.950	19			

۳-۲-۲ تحلیل طرح مربع یودن با استفاده از MINITAB

شیوه انجام تحلیل مثال ۳-۲ را بوسیله نرم‌افزار MINITAB شرح خواهیم داد. ابتدا، داده‌ها را مطابق شکل ۳-۱۱ در یک صفحه Worksheet نرم افزار وارد می‌کنیم.

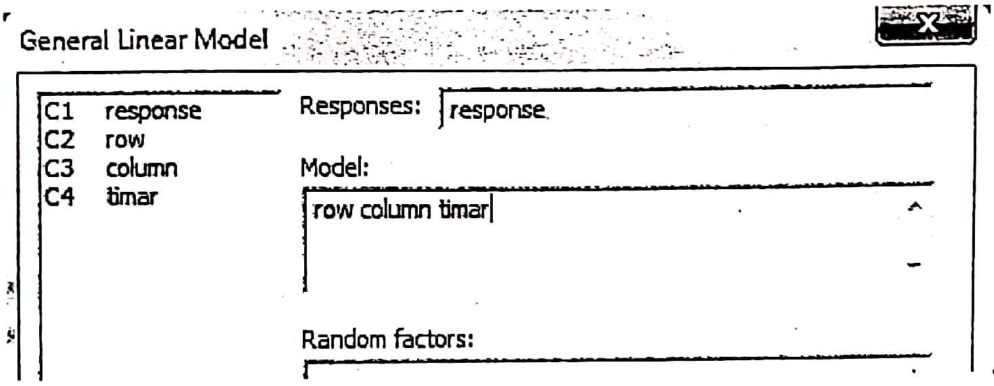
	response	row	column	timar
1	3	1	1	A
2	1	1	2	B
3	-2	1	3	C
4	0	1	4	D
5	0	2	1	B
6	0	2	2	C
7	-1	2	3	D
8	7	2	4	E
9	-1	3	1	C
10	0	3	2	D
11	5	3	3	E
12	3	3	4	A
13	-1	4	1	D
14	6	4	2	E
15	4	4	3	A
16	0	4	4	B
17	5	5	1	E
18	2	5	2	A
19	1	5	3	B
20	-1	5	4	C

شکل ۳-۱۱: داده‌های مثال ۳-۲ در MINITAB

برای انجام تحلیل واریانس از مسیر

Stat>ANOVA>General Linear Model...

عمل می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده همانند شکل ۳–۱۲، متغیر پاسخ را در کادر Responses و مدل مناسب طرح را در کادر Model وارد می‌کنیم.



شکل ۳–۱۲: مشخص کردن مدل مثال ۳-۲ در MINITAB

حال با کلیک کردن برروی OK خروجی مربوط به تحلیل واریانس را مشاهده می‌کنید (جدول ۳–۹).

جدول ۳–۹: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۳-۲ در MINITAB

```
Factor   Type    Levels  Values
row      fixed        5  1,  2,  3,  4,  5
column   fixed        4  1,  2,  3,  4
timar    fixed        5  A,  B,  C,  D,  E

Analysis of Variance for response, using Adjusted SS
for Tests

Source   DF   Seq SS    Adj SS    Adj MS      F      P
row       4    6.700     0.867     0.217   0.27  0.892
column    3    1.350     1.350     0.450   0.55  0.662
timar     4  120.367   120.367    30.092  36.85  0.000
Error     8    6.533     6.533     0.817
Total    19  134.950

S = 0.903696   R-Sq = 95.16%   R-Sq(adj) = 88.50%
```

۳-۲-۳ تحلیل طرح مربع یودن با استفاده از R

روش انجام آزمون مشابه مثال ۳-۱ است. دستورات مربوط به اجرای تحلیـل واریـانس در زیـر آورده شده‌اند.

```
response <- c(3, 1, -2, 0, 0, 0, -1, 7, -1, 0, 5, 3, -1, 6, 4, 0, 5, 2, 1, -1)

row=factor(rep(1:5, each=4))

column=factor(rep(1:4, 5))

timar=c("A", "B", "C", "D", "B", "C", "D", "E", "C", "D", "E", "A", "D",
"E", "A", "B", "E", "A", "B", "C")

g <- data.frame(response,row,column,timar)

lm.response<-lm(response ~ row+column +timar ,data=g)

anova(lm.response)
```

جدول ۳–۱۰: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۳-۲ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
          Df  Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)    
row        4   6.700  1.6750   2.051    0.1797    
column     3   1.350  0.4500   0.551    0.6615    
timar      4 120.367 30.0917  36.847 3.368e-05 ***
Residuals  8   6.533  0.8167                      
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

خروجی تحلیل واریانس با اجرای دستورات بالا در نرم افزار R در جدول ۳–۱۰ داده شده است. با توجه به این که مقابل مقدار P-value مربوط به آزمون برابری میانگین‌ها علامت *** آمده پس سطوح اصلاح در سطح ۰/۰۰۱ معنی‌دار هستند.

۴ طرح‌های عاملی کامل

۱-۴ طرح‌های عاملی با دو عامل

در طرح‌های عاملی اثر دو یا بیشتر از دو عامل به طور هم زمان روی متغیر پاسخ بررسی می‌شود. منظور از یک طرح عاملی کامل این است که در هر امتحان یا تکرار آزمایش تمام ترکیب‌های ممکن سطوح عامل‌ها بررسی شوند. ساده‌ترین انواع طرح‌های عاملی شامل تنها دو عامل است. فرض کنید a سطح برای عامل A و b سطح برای عامل B وجود دارند. هر تکرار آزمایش شامل کلیه‌ی ab ترکیب مختلف تیمارها است. همچنین فرض کنید آزمایش n بار تکرار می‌شود. مدل خطی آماری که برای این طرح در نظر گرفته می‌شود به صورت زیر است.

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = ۱,۲, \ldots, a \\ j = ۱,۲, \ldots, b \\ k = ۱,۲, \ldots, n \end{cases}$$

که در آن y_{ijk} مقدار پاسخ برای تیمار (i و j) در تکرار kام، μ میانگین کل، τ_i اثر سطح iام عامل A، β_j اثر سطح jام عامل B، $(\tau\beta)_{ij}$ اثر متقابل تیمار i و j، و ϵ_{ijk} مؤلفه‌ی خطای تصادفی است. همچنین در مدل با اثرات ثابت فرض می‌شود که

$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0$ و $\sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0$ و اثرهـای متقابـل نیـز بـه صـورتی تعریـف مـی‌شـوند کـه $\sum_{i=1}^{a} (\tau\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^{b} (\tau\beta)_{ij} = 0$. چـون آزمــایش n بـار تکـرار شـده لـذا جمعـاً abn مشاهده وجود دارند.

در طرح عاملی با دو عامل، هردو عامل به یک اندازه مورد توجه‌اند. به ویژه به آزمون فرض‌هایی

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_a = 0$$
$$H_1: \tau_i \neq 0 \quad \text{حداقل یک}$$

در مورد مساوی بودن اثرهای تیماری عامل A، مانند

و مساوی بودن اثرهای تیماری عامل B، مانند

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$$
$$H_1: \beta_j \neq 0 \quad \text{حداقل یک}$$

علاقه‌مندیم. همچنین تعیین این که آیا دو عامل دارای اثر متقابل هستند یـا خیـر مـورد نظـر است. پس آزمون زیر نیز مورد توجه است.

$$H_0: (\tau\beta)_{ij} = 0 \quad i,j \ \text{برای تمام}$$
$$H_1: (\tau\beta)_{ij} \neq 0 \quad \text{حداقل یک}\ (i \text{ و } j)\ \text{زوج}$$

حال درباره‌ی چگونگی انجام آزمون این فرض‌هـا بـا اسـتفاده از تحلیـل واریـانس دو عـاملی بـا تشریح مثال توسط نرم افزارهای SPSS، MINITAB و R بحث می‌کنیم.

مثـال ۴-۱. [۱]. مهندسـی بـاطری را بـرای اسـتفاده در دسـتگاهی کـه دسـتخوش برخـی تغییـرات فـرین دماست، طـرح کـرده است. تنهـا پـارامتر طـرح کـه وی مـی‌توانـد در ایـن مرحله انتخاب کند مـواد صـفحه بـاطری اسـت، و او سـه انتخـاب ممکـن دارد. وقتـی بـاطری سـاخته و بـه محـل نصـب ارسـال مـی‌شـود، مهنـدس هـیچ‌گونـه کنترلـی روی دمـایی کـه باطری با آن مواجه خواهـد شـد نـدارد، و بنـابر تجربیـات گذشـته مـی‌دانـد کـه احتمـالاً دمـا در طـول عمـر بـاطری مـوثر اسـت. امـا، در آزمایشـگاه مـی‌توانـد بـه منظـور آزمـون، دمـا را کنتـرل کنـد. مهنـدس تصـمیم مـی‌گیـرد کـه تمـامی سـه مـواد صـفحه را در سـه سـطح بـا دماهـای ۱۵، ۷۰ و ۱۲۵ درجـه فارنهایـت آزمـون کنـد، کـه ایـن سـطوح دمـا، بـا دمـای محیط اسـتفاده‌ی نهـایی از محصـول سـازگارند. چهـار بـاطری را در هـر یـک از ترکیـب‌هـای مواد صفحه و دما آزمـون کـرده‌انـد و تمـامی ۳۶ آزمـون بـه ترتیـب تصـادفی اجـرا شـده‌انـد.

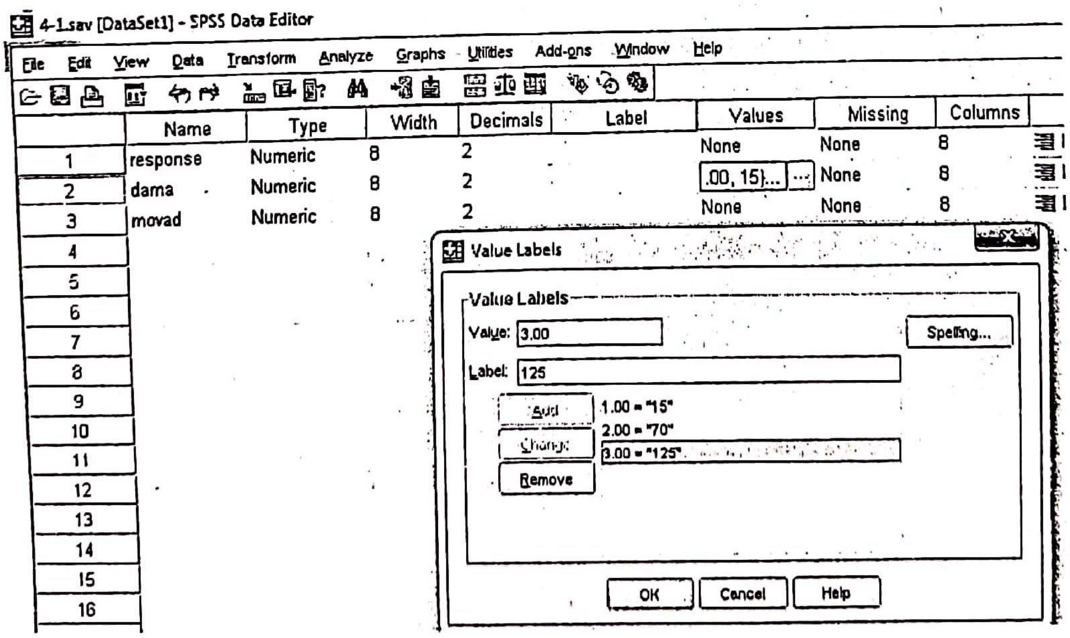
داده‌ها در جدول ۴–۱ خلاصه شده‌اند.

جدول ۴–۱: داده‌های مثال ۴-۱

نوع مواد	درجه حرارت ۱۵		۷۰		۱۲۵	
۱	۱۵۵	۱۳۰	۴۰	۳۴	۷۰	۲۰
	۱۸۰	۷۴	۷۵	۸۰	۵۸	۸۲
۲	۱۸۸	۱۵۰	۱۲۲	۱۲۶	۷۰	۲۵
	۱۲۶	۱۵۹	۱۱۵	۱۰۶	۴۵	۵۸
۳	۱۱۰	۱۳۸	۱۲۰	۱۷۴	۱۰۴	۹۶
	۱۶۰	۱۶۸	۱۳۹	۱۵۰	۶۰	۸۲

۴-۱-۱ تحلیل واریانس دو عاملی با استفاده از SPSS

برای وارد کردن داده‌ها ابتدا لازم است که مشابه تحلیل واریانس یک‌راهه، متغیرها را در پنجره‌ی Variable View تعریف کنیم (شکل ۴–۱).



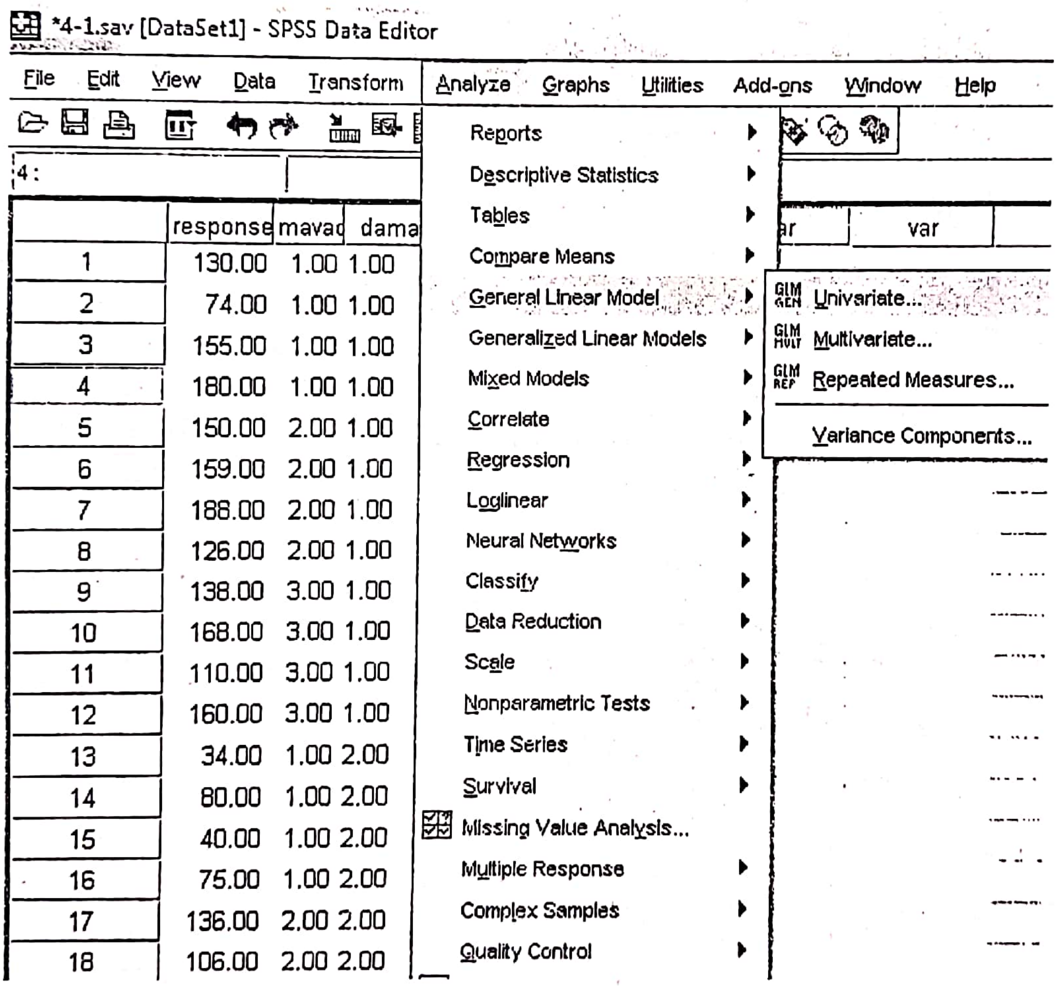
شکل ۴–۱: تعریف کردن متغیرهای مثال ۴-۱ در SPSS

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، متغیر پاسخ با اسم response و دو عامل دما و مواد به ترتیب با dama و mavad نام‌گذاری شده‌اند. برای متغیر دما سه برچسب مشخص کردیم، که عدد

۱ دمای ۱۵ درجه، ۲ دمای ۷۰ و ۳ دمای ۱۲۵ درجه را نشان می‌دهد. حال به پنجره‌ی Data View برمی‌گردیم و داده‌ها را مطابق شکل ۴–۲ وارد می‌کنیم. از مسیر

Analyze>General Linear Model>Univariate...

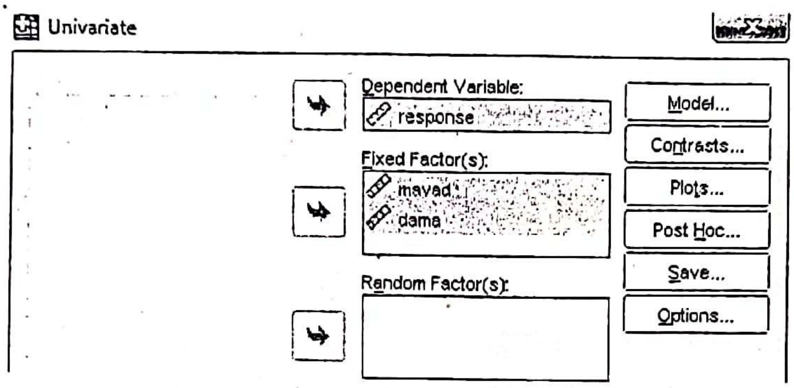
برای انجام تحلیل واریانس دو عاملی استفاده می‌کنیم (شکل ۴–۲).



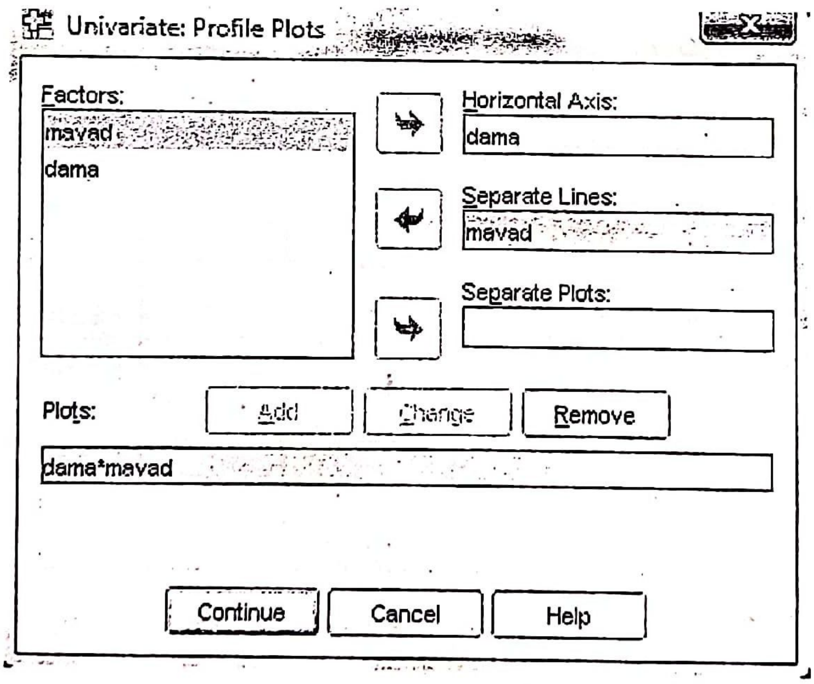
شکل ۴–۲: مسیر انجام تحلیل واریانس برای مثال ۴-۱ در SPSS

در پنجره‌ی باز شده متغیر پاسخ را درکادر Dependent Variable و عامل‌ها را در کادر Fixed Factor(s) وارد می‌کنیم (شکل ۴–۳). فرض شده است هر دو عامل با اثر ثابت در مدل حضور دارند. اگر اثر عاملی در مدل به صورت تصادفی باشد، آنرا باید در کادر Random Factor(s) وارد کنیم. در این مرحله با کلیک کردن روی کلید OK خروجی جدول تحلیل واریانس دو راهه را مشاهده می‌کنید (جدول ۴–۲).

نمودار متوسط پاسخ‌ها در هر ترکیب تیماری یکی از نمودارهای مفید در طرح‌های دوعاملی است. این نمودار در تفسیر اثرات متقابل مفید است. برای رسم این نوع نمودار در شکل ۴–۳ بر روی ...Plots کلیک می‌کنیم تا پنجره‌ی شکل ۴–۴ باز شود.



شکل ۴–۳: پنجره مربوط به تحلیل واریانس برای مثال ۴–۱



شکل ۴–۴: رسم نمودار متوسط پاسخ‌ها

در شکل ۴–۴ برای رسم نمودار در قسمت Horizontal Axis متغیر مربوط به دما (dama) و در قسمت Separate Lines متغیر مربوط به نوع مواد (mavad) را وارد می‌کنیم و بر روی Add کلیک می‌کنیم تا در کادر Plots در قسمت پایین پنجره وارد شوند. با زدن کلید Continue به پنجره‌ی شکل ۴–۳ برمی‌گردیم. حال با زدن کلید OK خروجی مورد نظر را

مشاهده می‌کنید.

در پنجره Univariate شکل ۴–۳ از سایر گزینه‌ها مشابه تحلیل واریانس یک راهه می‌توان استفاده نمود. برای انجام مقایسات چندگانه از گزینه ...Post Hoc و رسم نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده از گزینه ...Option استفاده می‌کنیم. همچنین، انواع مانده‌ها را با استفاده از گزینه ...Save در پنجره Data Editor می‌توان ذخیره کرد.

خروجی تحلیل واریانس دو عاملی مثال ۴–۱

جدول ۴–۲ تحلیل واریانس برای مثال ۴–۱ را نشان می‌دهد، چون برای آزمون معنی‌داری اثرات متقابل مقدار Sig=۰/۰۱۹، نتیجه می‌گیریم که اثر متقابل معنی‌داری بین انواع مواد و دما در سطح ۰/۰۵ وجود دارد. به علاوه چون $Sig_{\text{مواد}} = ۰$ و $Sig_{\text{دما}} = ۰/۰۰۲$، بنابراین اثرهای اصلی نوع مواد و دما نیز معنی‌دار هستند.

جدول ۴–۲: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴–۱ در SPSS

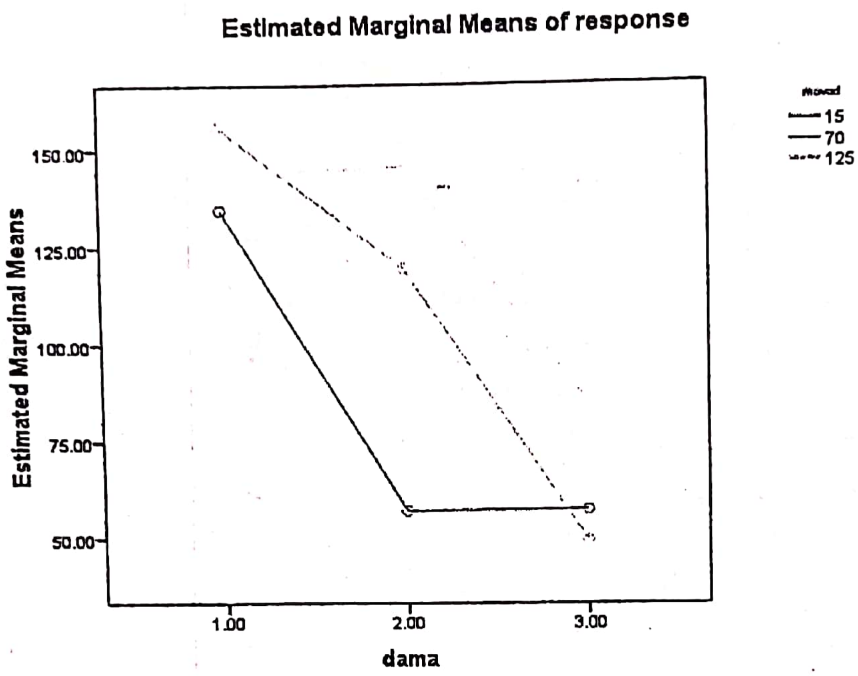
Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:response

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	59416.222a	8	7427.028	11.000	.000
Intercept	400900.028	1	400900.028	593.739	.000
Mavad	10683.722	2	5341.861	7.911	.002
dama	39118.722	2	19559.361	28.968	.000
mavad * dama	9613.778	4	2403.444	3.560	.019
Error	18230.750	27	675.213		
Total	478547.000	36			
Corrected Total	77646.972	35			

شکل ۴–۵ نمودار متوسط پاسخ‌ها در هر ترکیب تیماری را نشان می‌دهد. معنی‌دار بودن اثر متقابل با موازی نبودن خطوط مشهود است. محور افقی سطوح عامل دما و محور عمودی مقدار میانگین برای هر ترکیب تیماری دما و نوع مواد را نشان می‌دهد. هر کدام از خطوط میانگین

ترکیبات تیماری را برای سطح ثابتی از نوع مواد نشان می‌دهد. از این نمودار می‌توان برای انتخاب ترکیب تیماری بهینه کمک گرفت.



شکل ۴–۵: نمودار دما- مواد برای مثال ۴-۱ در SPSS

۴-۱-۲ تحلیل واریانس دو عاملی با استفاده از MINITAB

ابتدا داده‌ها را به صورت شکل ۴–۶ در پنجره Worksheet وارد می‌کنیم. توجه داشته باشید که در شکل ۴–۶ همه‌ی داده‌ها نشان داده نشده‌اند. ستون C1 مشاهدات یا همان متغیر پاسخ هستند، ستون C2 سطوح مربوط به دما هستند که از کدهای ۱، ۲ و ۳ به جای دماهای ۱۵، ۷۰ و ۱۲۵ استفاده کرده‌ایم و ستون C۳ مربوط به نوع مواد است. به این ترتیب مشاهده‌ی شماره یک که برابر ۱۳۰ است مربوط به دمای ۱۵ درجه از مواد نوع یک است.

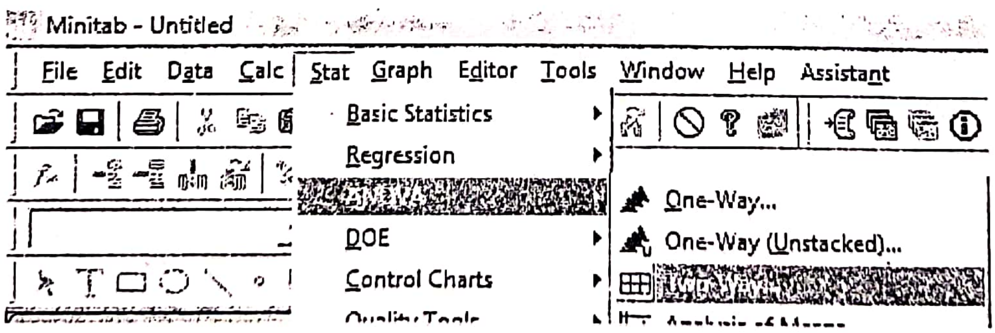
پس از وارد کردن داده‌ها برای انجام تحلیل واریانس دو عاملی از مسیر

Stat>ANOVA>Two-Way...

استفاده می‌کنیم (شکل ۴–۷). در صورت وارد شدن به مسیر ذکر شده پنجره‌ی شکل ۴–۸ باز می‌شود، در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۴–۸، متغیرهای response، mavad و dama را در کادرهای مناسب قرار می‌هیم. در این مرحله با زدن کلید OK خروجی جدول تحلیل وارایانس را مشاهده می‌کنیم.

↓	C1	C2	C3
	response	mavad	dama
1	130	1	1
2	74	1	1
3	155	1	1
4	180	1	1
5	150	2	1
6	159	2	1
7	188	2	1
8	126	2	1
9	138	3	1
10	168	3	1
11	110	3	1
12	160	3	1
13	34	1	2
14	80	1	2
15	40	1	2
16	75	1	2
17	136	2	2
18	106	2	2
19	122	2	2
20	115	2	2
21	174	3	2

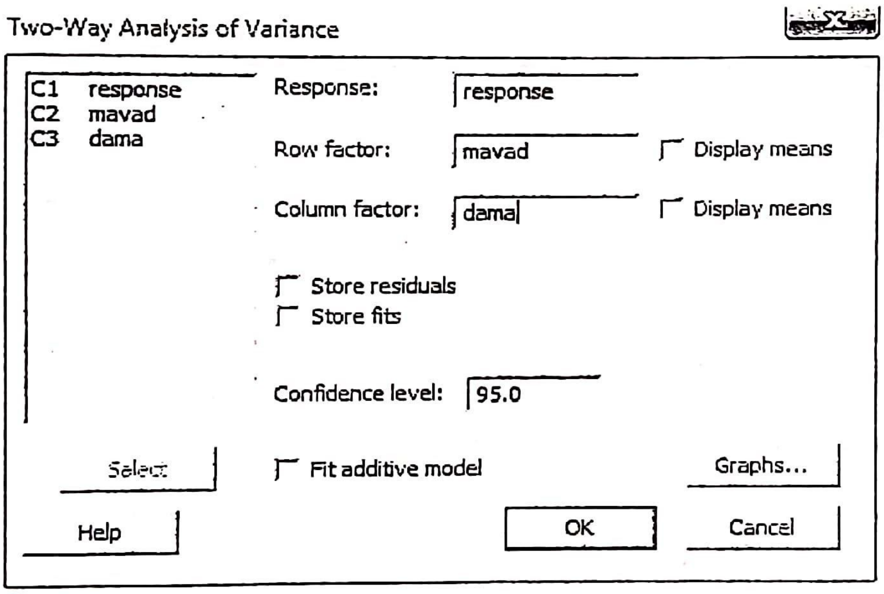
شکل ۴–۶: وارد کردن داده‌ها در MINITAB



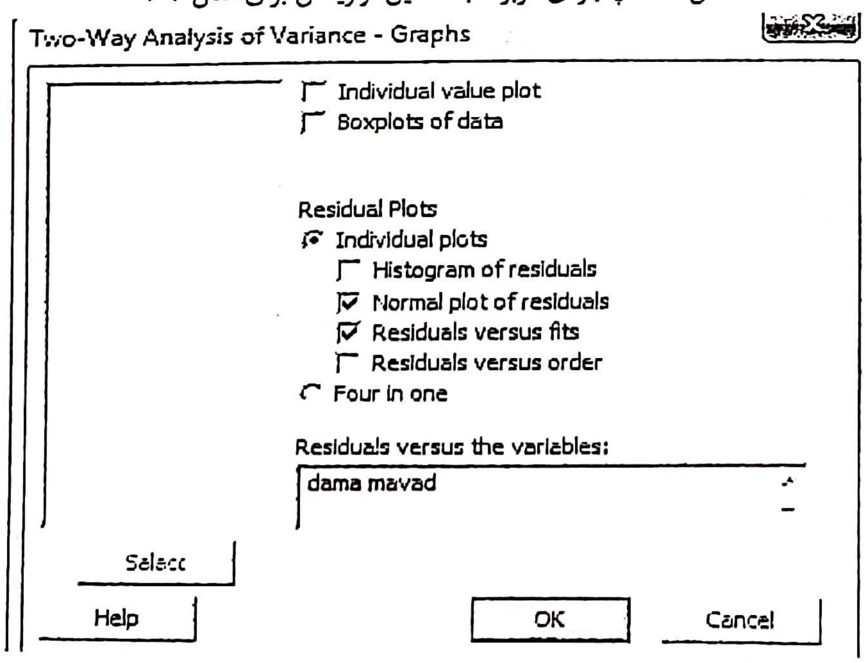
شکل ۴–۷: مسیر اجرای تحلیل واریانس برای مثال ۴-۱ در MINITAB

توجه کنید در پنجره‌ی شکل ۴-۸ با انتخاب گزینه‌های Store residuals و Store fits به ترتیب مانده‌ها و مقادیر برازش داده شده را می‌توان در دو ستون مجزا در صفحه Worksheet داده‌ها ذخیره کرد. همچنین، برای رسم نمودارهای لازم برای بررسی کفایت

مدل بر روی ...Graphs، واقع در گوشه‌ی پایین سمّت راست پنجره‌ی شکل ۴–۸ کلیک می‌کنیم. حال، در پنجره‌ی باز شده (شکل ۴–۹) برای رسم نمودار احتمال نرمال مانده‌ها ونمودار مانده‌ها نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده گزینه‌های Normal plot of residuals و Residuals versus fits را فعال می‌کنیم. همچنین برای رسم نمودار مانده‌ها نسبت به دما و نوع مواد در قسمت Residuals versus the variables متغیرهای نوع مواد و دما را مطابق شکل ۴–۹ وارد می‌کنیم. سپس بر روی Ok کلیک کرده و خروجی مورد نظر را مشاهده می‌کنید.



شکل ۴–۸: پنجره‌ی مربوط به تحلیل واریانس برای مثال ۴-۱



شکل ۴–۹: رسم نمودارهای بازبینی کفایت مدل برای مثال ۴-۱

جدول ۴–۳ خروجی مربوط به تحلیل واریانس دو عاملی را نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر P-value نتیجه می‌گیریم که اثر متقابل و همچنین اثرهای اصلی نوع مواد و دما در سطح ۰/۰۵ معنی‌دارند.

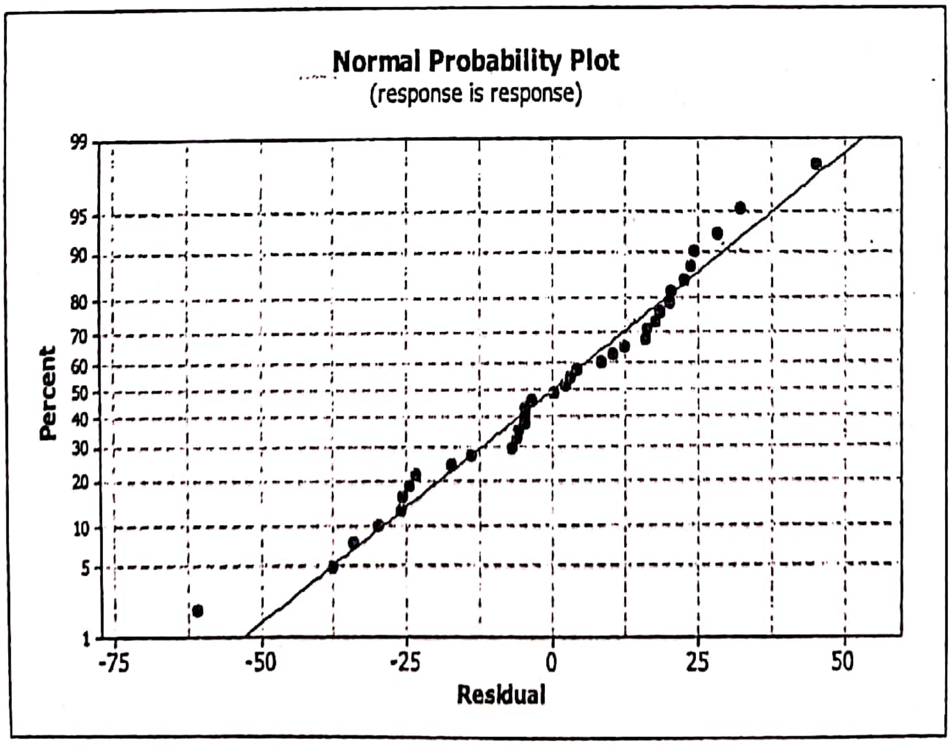
جدول ۴–۳: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴-۱ با استفاده از MINITAB

Two-way ANOVA: response versus dama, mavad

Source	DF	SS	MS	F	P
mavad	2	10683.7	5341.9	7.91	0.002
dama	2	39118.7	19559.4	28.97	0.000
Interaction	4	9613.8	2403.4	3.56	0.019
Error	27	18230.7	675.2		
Total	35	77647.0			

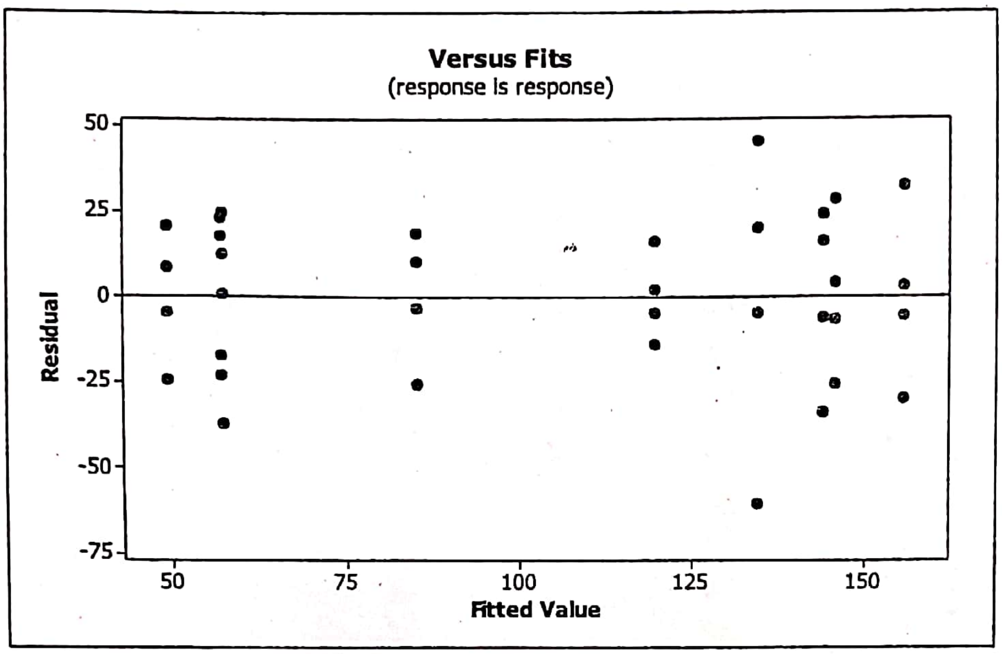
S = 25.98 R-Sq = 76.52% R-Sq(adj) = 69.56%

شکل ۴–۱۰ نمودار احتمال نرمال مانده‌ها را در MINITAB نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید داده‌ها تقریباً برروی یک خط راست واقع شده‌اند، پس فرض نرمال بودن خطاها پذیرفته می‌شود.



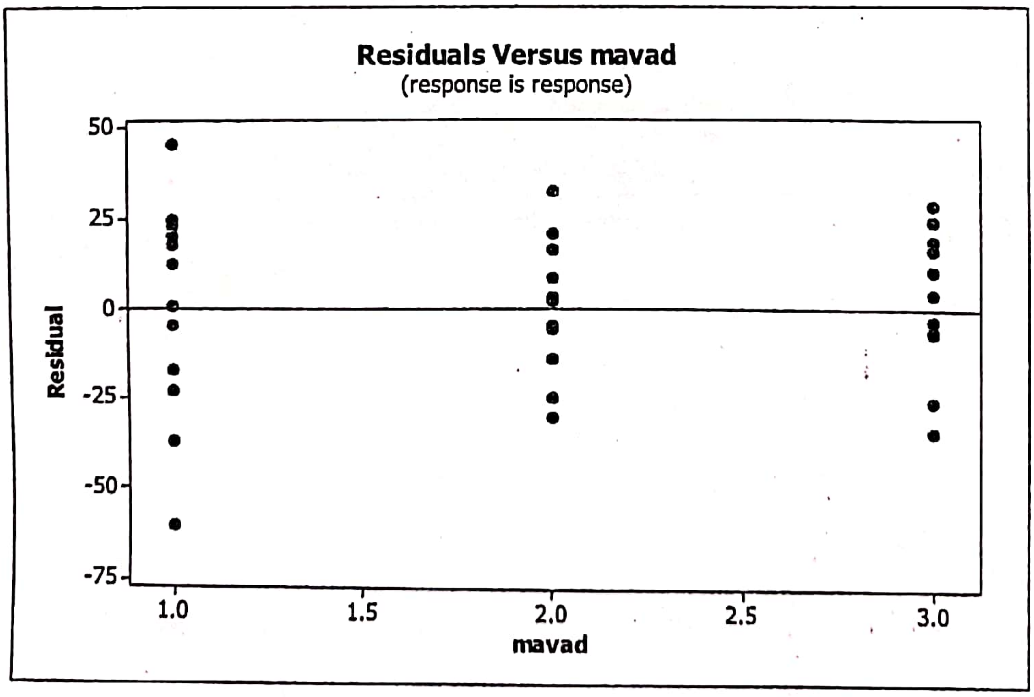
شکل ۴–۱۰: نمودار احتمال نرمال مانده‌ها برای مثال ۴-۱ در MINITAB

شکل ۴–۱۱ نمودار مانده‌ها نسبت به مقدار پیش‌بینی را نشان می‌دهد. در این نمودار به نظر می‌رسد که با افزایش طول عمر، واریانس مانده‌ها افزایش می‌یابد.

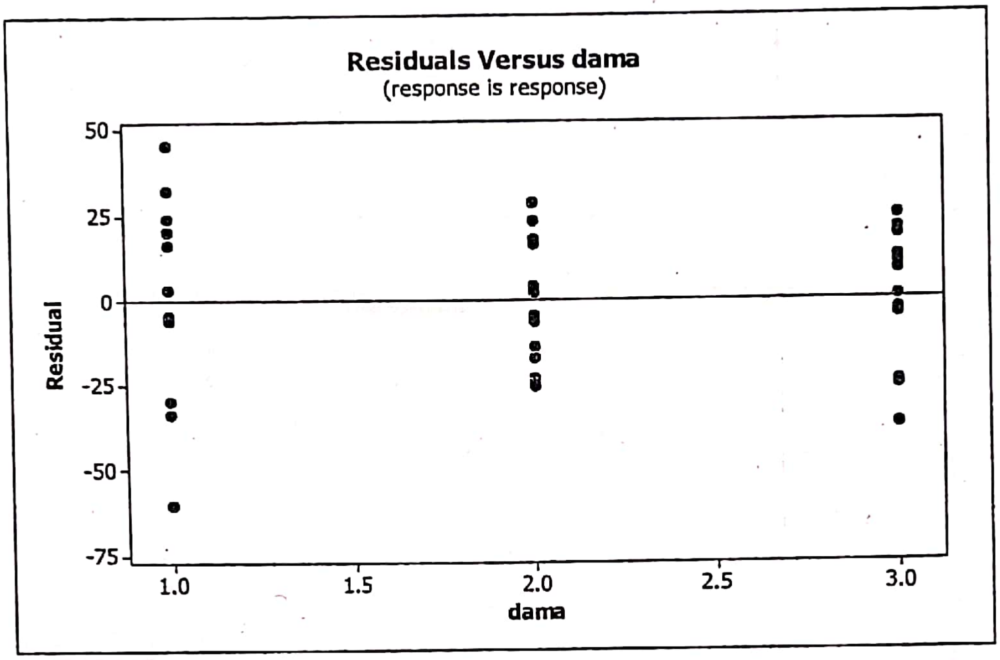


شکل ۴–۱۱: نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر پیش‌بینی برای مثال ۴-۱ در MINITAB

شکل ۴–۱۲ نمودار مانده‌ها نسبت به نوع مواد و شکل ۴–۱۳ نمودار مانده‌ها نسبت به دما را نشان می‌دهند، هر دو نمودار نابرابری ضعیف واریانس را نشان می‌دهند.



شکل ۴–۱۲: نمودار مانده‌ها در برابر نوع مواد برای مثال ۴-۱ در MINITAB



شکل ۴-۴-۱۳: نمودار مانده‌ها در برابر دما برای مثال ۴-۱ در MINITAB

لازم به ذکر است در MINITAB از مسیر های

Stat>ANOVA>General Linear Model...

Stat>ANOVA> Balanced ANOVA...

نیز برای تحلیل واریانس دو راهه می‌توان استفاده کرد.

۴-۱-۳ تحلیل واریانس دو عاملی با استفاده از R

ابتدا مشاهدات را توسط دستور زیر به‌صورت یک بردار در نرم‌افزار وارد و با اسم response ذخیره می‌کنیم.

```
response<-c(130, 74, 155, 180, 150, 159, 188, 126, 138, 168, 110, 160, 34, 80, 40, 75,
136, 106, 122, 115, 174, 150, 120, 139, 20, 82, 70, 58, 25, 58, 70, 45, 96, 82, 104, 60)
```

در ادامه بردارهای دما (dama) و نوع مواد (mavad) را به‌صورت مناسب و متناظر با مقادیر پاسخ در بردار response با استفاده از دستور factor تعریف می‌کنیم.

```
mavad<-factor(rep(1:3, 3,each=4))

dama<-factor(rep(1:3, each=12))
```

دستور data.frame داده‌ها را به‌صورت جدول در R تعریف می‌کند.

```
g<-data.frame(response, dama, mavad)
```

در صورت فراخوانی g در نرم افزار R خروجی جدول ۴–۴ را مشاهده می‌کنید.

جدول ۴–۴: داده‌های مثال ۴-۱ در R

```
> g
   response dama mavad
1       130    1     1
2        74    1     1
3       155    1     1
4       180    1     1
5       150    1     2
6       159    1     2
7       188    1     2
8       126    1     2
9       138    1     3
10      168    1     3
11      110    1     3
12      160    1     3
13       34    2     1
14       80    2     1
15       40    2     1
16       75    2     1
17      136    2     2
18      106    2     2
19      122    2     2
20      115    2     2
21      174    2     3
22      150    2     3
```

با استفاده از تابع ()lm مدل خطی مشاهدات را برای نرم افزار تعریف می‌کنیم، سپس با استفاده از تابع ()anova تحلیل واریانس را انجام می‌دهیم.

```
lm.response<-lm(response ~ dama+mavad+dama*mavad ,data=g)
anova(lm.response)
```

خروجی Rدر صورت وارد کردن کد ذکر شده در

```
interaction.plot(dama,mavad,response,xlab="dama" ,ylab=" متوسط طول عمر ")
```

جدول ۴–۵ را مشاهده می‌کنید. با توجه به اینکه علامت * در مقابل همه‌ی اثرات تیماری آورده شده، پس نتیجه می‌گیریم که همه‌ی اثرات در سطح مورد نظر معنی‌دار هستند.

برای رسم نمودار متوسط پاسخ‌ها در هر ترکیب تیماری از تابع interaction.plot() به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

```
interaction.plot(dama,mavad,response,xlab="dama" ,ylab=" متوسط طول عمر ")
```

جدول ۴–۵: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴-۱ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
dama        2  39119 19559.4 28.9677 1.909e-07 ***
mavad       2  10684  5341.9  7.9114  0.001976 **
dama:mavad  4   9614  2403.4  3.5595  0.018611 *
Residuals  27  18231   675.2
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

شکل ۴–۱۴ نمودار متوسط پاسخ‌ها در هر ترکیب تیماری را نشان می‌دهد، چون خطوط نمودار موازی نیستند می‌توان نتیجه گرفت که اثر متقابل معنی‌دار است.

برای رسم نمودار احتمال نرمال از دستورهای زیر استفاده می‌کنیم.

```
qqnorm(response)

qqline(response)
```

تابع qqnorm() نمودار احتمال نرمال را رسم می‌کند و سپس با استفاده از تابع qqline() خط نرمال را نیز بر روی نمودار رسم می‌کنیم. شکل ۴–۱۵ نمودار احتمال نرمال را نشان می‌دهد.

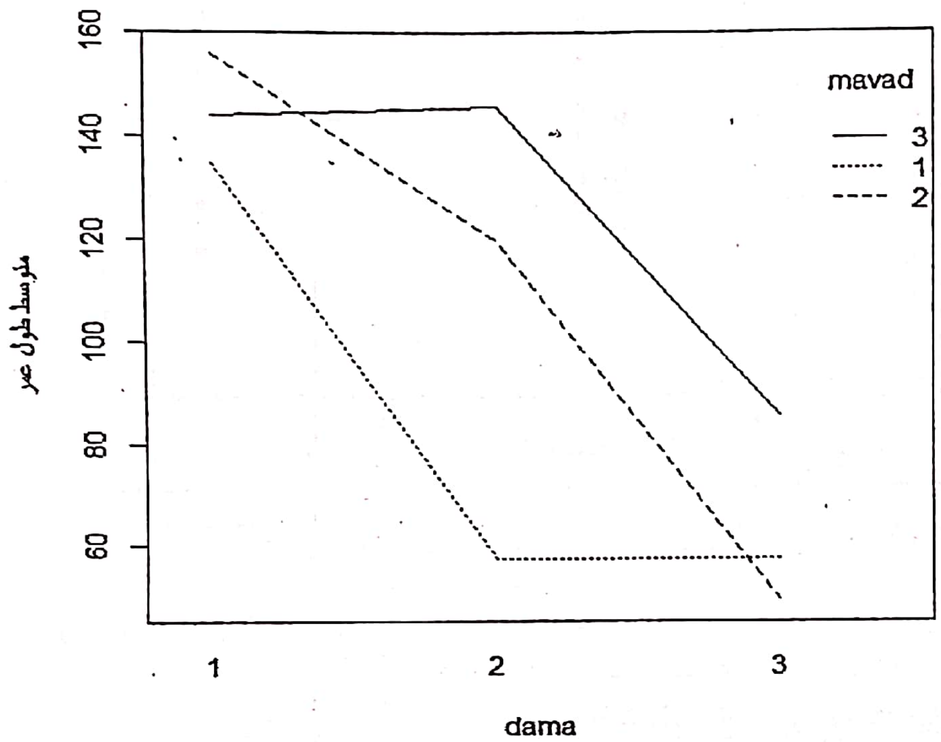
برای رسم نمودار مانده‌ها نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده در R ابتدا مقادیر پیش‌بینی و مانده‌ها را به‌صورت زیر به ترتیب در دو متغیر pred و res ذخیره می‌کنیم.

```
pred <- lm.response $  fitted.values
```

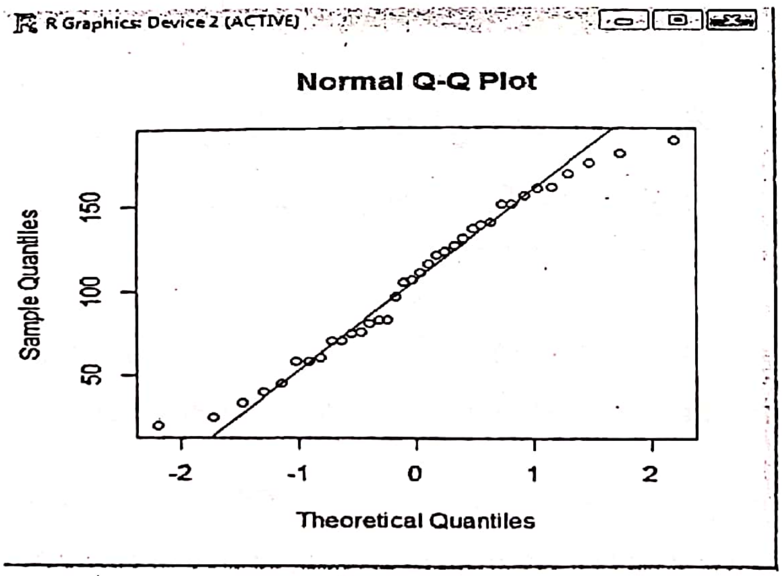
```
res<- lm.response $ residuals
```

سپس با استفاده از دستور plot نمودار را رسم می‌کنیم (شکل ۴–۱۶).

```
plot(pred,res)
```



شکل ۴–۱۴: نمودار دما-نوع مواد برای مثال ۴-۱ در MINITAB

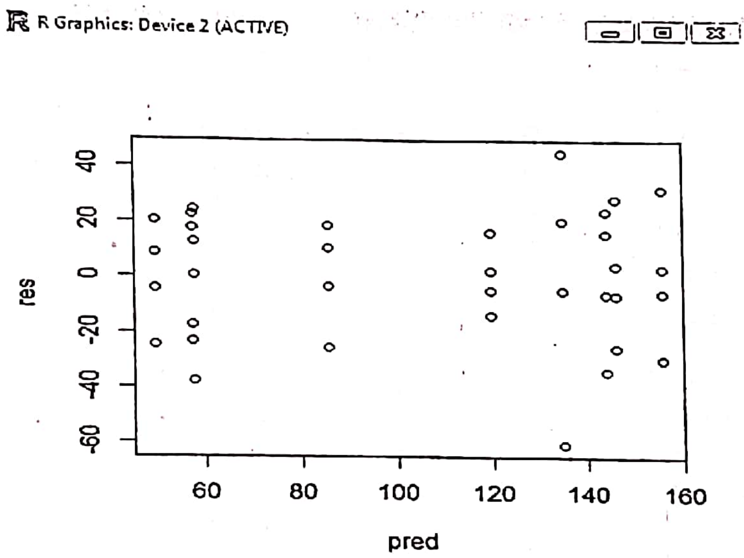


شکل ۴–۱۵: نمودار احتمال نرمال برای مثال ۴-۱ در MINITAB

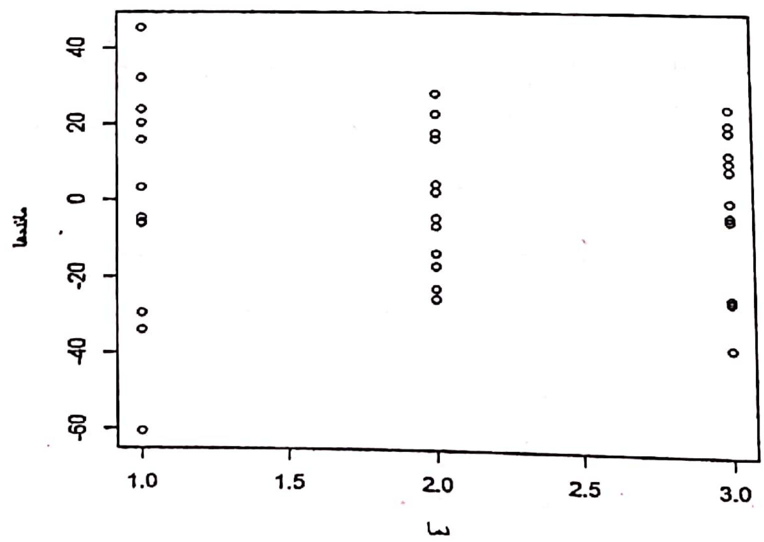
برای رسم نمودار مانده‌ها نسبت به دما و نوع مواد نیز از دستور plot استفاده می‌کنیم. اما با

توجه به اینکه قبلاً نوع مواد و دما را به صورت فاکتور برای نرم افزار تعریف کردیم در صورتی که نمودار را رسم کنیم نرم افزار نمودار نقطه‌ای داده‌ها را به ما نمی‌دهد. برای رفع این مشکل ابتدا متغیرهای دما و مواد را به‌صورت عددی تبدیل می‌کنیم . سپس از دستور plot استفاده می‌کنیم. دستورات در زیر داده شده‌اند.

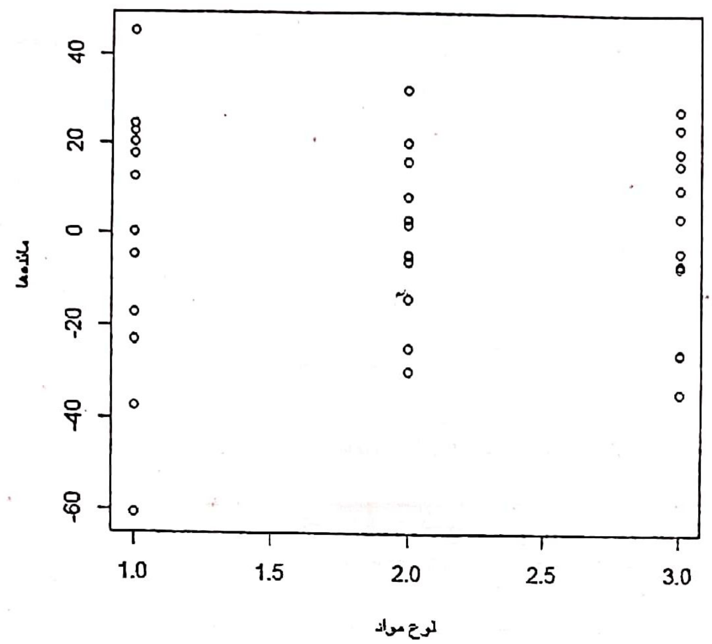
```
plot(as.numeric(dama),res,xlab="دما",ylab="مانده‌ها")

plot(as.numeric(mavad),res,xlab="نوع مواد",ylab="مانده‌ها")
```



شکل ۴–۱۶: نمودار مانده‌ها نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده در MINITAB



شکل ۴–۱۷: نمودار مانده‌ها دربرابر دما برای مثال ۴-۱ در R



شکل ۴–۱۸: نمودار مانده‌ها دربرابر نوع مواد برای مثال ۴–۱ در R

۴-۲ طرح‌های عاملی کلی

نتایج طرح دو عاملی را می‌توان به حالت کلی، وقتی که در یک آزمایش عاملی a سطح برای عامل A، b سطح برای عامل B، c سطح برای عامل C و الی آخر وجود دارند، تعمیم داد. مثلاً مدل خطی آماری تحلیل واریانس سه عاملی به‌صورت

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \epsilon_{ijkl} \begin{cases} i = ۱,۲,\dots,a \\ j = ۱,۲,\dots,b \\ k = ۱,۲,\dots,c \\ l = ۱,۲,\dots,n \end{cases}$$

است. در ادامه نحوه‌ی تحلیل واریانس برای طرح عاملی را با استفاده از نرم‌افزارهای SPSS، MINITAB و R تشریح می‌کنیم.

مثال ۴-۲. [۱]. مسأله‌ی پر کردن شیشه‌های نوشابه

مسئول یک شرکت نوشابه پرکنی علاقه‌مند به یکنواخت کردن ارتفاع نوشابه در داخل شیشه‌هایی است که در کارخانه پر می‌شوند. ماشین پر کن هر شیشه را به‌طور نظری در یک خط نشان صحیح پر می‌کند، اما عملاً تغییراتی حول این خط نشان وجود دارد. مهندس فرایند می‌تواند سه متغیر را طی فرایند پر کردن شیشه‌ها کنترل کند،

درصد گاز کربنیک (A)، فشار دستگاه پرکن (B) و سرعت تسمه نقاله یا نرخ شیشه‌های پر شده در دقیقه. مهندس فرایند گاز کربنیک را در سه سطح ۱۰، ۱۲ و ۱۴ درصد کنترل می‌کند. وی دو سطح را برای فشار و دو سطح برای سرعت نقاله در نظر گرفته است. او تصمیم می‌گیرد که با این سه عامل یک طرح عاملی با دو تکرار را اجرا کند، به گونه‌ای که تمامی ۲۴ اجرا تصادفی باشند. داده‌های حاصل از این آزمایش در جدول ۴-۶ خلاصه شده‌اند. انحراف‌های مثبت ارتفاع بالاتر از خط نشان‌اند و ارتفاع‌های منفی ارتفاع پایین‌تر از خط نشان‌اند.

جدول ۴-۶: داده‌های مثال ۴-۲

فشار ۳۰ پوند بر اینچ مربع (B)		فشار ۲۵ پوند بر اینچ مربع(B)		
سرعت ۲۵۰ (C)	سرعت ۲۰۰ (C)	سرعت ۲۵۰ (C)	سرعت ۲۰۰ (C)	درصد گازکربنیک (A)
۱ ۱	−۱ ۰	−۱ ۰	−۳ −۱	۱۰
۶ ۵	۲ ۳	۲ ۱	۰ ۱	۱۲
۱۰ ۱۱	۷ ۹	۷ ۶	۵ ۴	۱۴

۴-۲-۱ تحلیل واریانس سه عاملی با استفاده از SPSS

داده‌های مثال ۴-۲ را مطابق شکل ۴-۱۹ در نرم افزار وارد می‌کنیم. توجه کنید که ابتدا در پنجره‌ی Variable View متغیرها را با نام‌های darsad، feshar، sorat و response تعریف کرده‌ایم.

برای انجام تحلیل واریانس همانند طرح دو عاملی عمل می‌کنیم، ابتدا وارد مسیر

Analyze>General Linear Model>Univariate...

می‌شویم. سپس در پنجره Univariate متغیر response را در قسمت Dependent Variable و سایر متغیرها را در کادر Fixed factor(s) وارد می‌کنیم. اگر اثری در مدل تصادفی باشد آن را باید در کادر Random factor(s) وارد کرد. حال با زدن کلید OK خروجی مربوط به تحلیل واریانس را مشاهده می‌کنید. توجه کنید در برازش مدل عاملی کامل SPSS به طور پیش فرض مدل کامل را در نظر می‌گیرد و نیازی به تعریف مدل نیست. کلیه نمودارهای لازم، آزمون مقایسات چندگانه و سایر موارد مشابه طرح دو عاملی از طریق گزینه‌های موجود در

پنجره Univariate قابل انجام هستند.

response	darsad	feshar	sorat	va
-3.00	10.00	25.00	200.00	
-1.00	10.00	25.00	200.00	
-1.00	10.00	25.00	250.00	
0.00	10.00	25.00	250.00	
-1.00	10.00	30.00	200.00	
0.00	10.00	30.00	200.00	
1.00	10.00	30.00	250.00	
1.00	10.00	30.00	250.00	
0.00	12.00	25.00	200.00	
1.00	12.00	25.00	200.00	
2.00	12.00	25.00	250.00	
1.00	12.00	25.00	250.00	
2.00	12.00	30.00	200.00	
3.00	12.00	30.00	200.00	
6.00	12.00	30.00	250.00	
5.00	12.00	30.00	250.00	
5.00	14.00	25.00	200.00	
4.00	14.00	25.00	200.00	
7.00	14.00	25.00	250.00	
6.00	14.00	25.00	250.00	
7.00	14.00	30.00	200.00	
9.00	14.00	30.00	200.00	
10.00	14.00	30.00	250.00	
11.00	14.00	30.00	250.00	

شکل ۴-۱۹: داده‌های مثال ۴-۲ در SPSS

جدول ۴-۷ خروجی جدول تحلیل واریانس را برای مثال ۴-۲ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید مقدار P-value برای درصد گاز کربنیک، فشار و سرعت نقاله از ۰/۰۵ کمتر است، پس این سه عامل بر حجم نوشابه‌ی داخل شیشه موثر هستند. همچنین اثر متقابل گاز کربنیک و فشار در سطح ۱۰ درصد معنی دار است که نشان می‌دهد اثر متقابل ضعیفی بین این دو عامل وجود دارد.

۴-۲-۲ تحلیل واریانس سه عاملی با استفاده از MINITAB

ابتدا داده‌ها را مشابه طرح دو عاملی در یک صفحه Worksheet نرم‌افزار وارد می‌کنیم. متغیرها را با نام‌های darsad، feshar، sorat و response تعریف کرده‌ایم. سپس برای انجام تحلیل واریانس از مسیر

جدول ۴–۷: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴-۲ در SPSS

Tests of Between-Subjects Effects

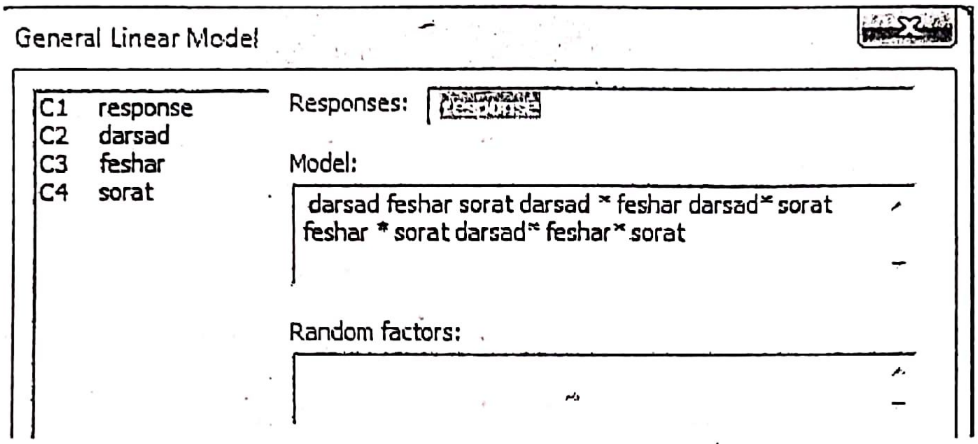
Dependent Variable:response

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	328.125a	11	29.830	42.112	.000
Intercept	234.375	1	234.375	330.882	.000
darsad	252.750	2	126.375	178.412	.000
feshar	45.375	1	45.375	64.059	.000
sorat	22.042	1	22.042	31.118	.000
darsad * feshar	5.250	2	2.625	3.706	.056
darsad * sorat	.583	2	.292	.412	.671
feshar * sorat	1.042	1	1.042	1.471	.249
darsad * feshar * sorat	1.083	2	.542	.765	.487
Error	8.500	12	.708		
Total	571.000	24			
Corrected Total	336.625	23			

a. R Squared = .975 (Adjusted R Squared = .952)

Stat>ANOVA>Genral Linear Model...

استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۴–۲۰ عمل می‌کنیم. دقت کنید جمله اثر متقابل سه عاملی بوسیله علامت * بین سه عامل مربوط با darsad*feshar*sorat تعریف می‌شود. یاد آوری می‌شود که اگر عاملی با اثر تصادفی در مدل حضور داشته باشید علاوه بر ذکر آن در کادر Model، باید در کادر Random factors نیز وارد شود. حال، با زدن کلید OK خروجی تحلیل واریانس جدول ۴–۸ را مشاهده می‌کنید.



شکل ۴-۲۰: روش تحلیل واریانس برای مثال ۴-۲ در MINITAB

جدول ۴-۸: خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۴-۲ در MINITAB

```
General Linear Model: response versus darsad, feshar, sorat

Factor  Type   Levels  Values
darsad  fixed       3  10, 12, 14
feshar  fixed       2  25, 30
sorat   fixed       2  200, 250


Analysis of Variance for response, using Adjusted SS for Tests

Source               DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS       F      P
darsad                2  252.750  252.750  126.375  178.41  0.000
feshar                1   45.375   45.375   45.375   64.06  0.000
sorat                 1   22.042   22.042   22.042   31.12  0.000
darsad*feshar         2    5.250    5.250    2.625    3.71  0.056
darsad*sorat          2    0.583    0.583    0.292    0.41  0.671
feshar*sorat          1    1.042    1.042    1.042    1.47  0.249
darsad*feshar*sorat   2    1.083    1.083    0.542    0.76  0.487
Error                12    8.500    8.500    0.708
Total                23  336.625


S = 0.841625   R-Sq = 97.47%   R-Sq(adj) = 95.16%
```

کلیه نمودارهای مربوط به بررسی کفایت مدل مشابه مثال ۴-۱ انجام می شود. این تحلیل را با استفاده از مسیر Balanced ANOVA نیز می‌توان انجام داد.

۴-۲-۳ تحلیل واریانس سه عاملی با استفاده از R

باتوجه به اینکه روش آزمون مشابه مثال ۴-۱ است در اینجا فقط کدهای مربوط به تحلیل واریانس برای مثال ۴-۲ را ذکر می‌کنیم. برای توضیحات بیشتر در مورد کدها به مثال ۴-۱ مراجعه کنید.

```
response<-c(-3, -1, -1, 0, -1, 0, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 2, 3, 6, 5, 5, 4, 7, 6, 7, 9, 10, 11)
```

```
darsad<-factor(rep(1:3, each=8))

feshar<-factor(rep(1:2, 3, each=4))

sorat<-factor(rep(1:2, 2, each=8))

g<-data.frame(response, darsad, feshar, sorat)

lm.response<-lm(response ~ darsad*feshar*sorat ,data=g)

anova(lm.response)
```

پس از اجرای کدهای فوق در نرم افزار خروجی جدول ۴-۹ را مشاهده می‌شود.

با توجه به اینکه در مقابل درصد گاز کربنیک، فشار و سرعت نقاله علامت *** آورده شده است، پس این سه عامل در سطح یک درصد معنی‌دار هستند. همچنین در مقابل اثر متقابل درصد و فشار علامت '.' دیده می‌شود که نشان می‌دهد این اثر در سطح ۱۰ درصد معنی‌دار است.

جدول ۴-۹: خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۴-۲ در R

```
Analysis of Variance Table

Response: response
                    Df  Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)    
darsad               2 252.750 126.375 178.4118 1.186e-09 ***
feshar               1  45.375  45.375  64.0588 3.742e-06 ***
sorat                1  22.042  22.042  31.1176 0.0001202 ***
darsad:feshar        2   5.250   2.625   3.7059 0.0558081 .  
darsad:sorat         2   0.583   0.292   0.4118 0.6714939    
feshar:sorat         1   1.042   1.042   1.4706 0.2485867    
darsad:feshar:sorat  2   1.083   0.542   0.7647 0.4868711    
Residuals           12   8.500   0.708                       
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

۴-۳ بلوک‌های تصادفی شده و مربعات لاتین در طرح‌های عاملی

در فصل ۲ استفاده از بلوک‌بندی جهت حذف خطای سیستماتیک ناشی از یک متغیر مزاحم را در تحلیل واریانس یک‌راهه بررسی کردیم. بطور مشابه، در طرح‌های عاملی نیز چنین حالتی می‌تواند در عمل رخ دهد. در این بخش حالتی را بررسی می‌کنیم که در آن همه ترکیبات تیماری در داخل یک بلوک قابل اجرا هستند. با این فرض

تحلیل طرح سر راست و تقریبا مشابه طرح‌های عاملی کُلی است.

یک آزمایش عاملی شامل دو عامل A و B به ترتیب با a و b سطح را در نظر بگیرید. فرض کنید لازم است طرح در c بلوک، بلوک‌بندی شود به طوری که داخل هر بلوک بتوان همه ab تیمار ممکن را به صورت کاملا تصادفی شده انجام داد.

مدل خطی مناسب برای این آزمایش

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \delta_k + \epsilon_{ijk} \qquad \begin{cases} i = ۱,۲,\dots,a \\ j = ۱,۲,\dots,b \\ k = ۱,۲,\dots,c \end{cases}$$

است، که در آن y_{ijk} مقدار پاسخ برای تیمار (i,j) در بلوک k ام، τ_i معرف اثرعامل A، β_j معرف اثر عامل B، $(\tau\beta)_{ij}$ اثر متقابل، δ_k اثر بلوک و ϵ_{ijk} مؤلفه‌ی خطای تصادفی با مفروضات معمول است. در ادامه شیوه تحلیل طرح‌های ذکر شده را با استفاده از مثال توسط نرم افزار تشریح می‌کنیم.

مثال ۴-۳ [۱]. مهندسی درباره‌ی روش‌های اصلاح توان آشکار سازی هدف‌ها در حوزه‌ی یک رادار مطالعه می‌کند. دو عاملی که او آن‌ها را مهم می‌داند عبارت‌اند از میزان نوفه‌ی زمینه یا شلوغی میدان در حوزه‌ی رادار و نوع صافی است که روی صفحه‌ی مشبک رادار قرار دارد. آزمایشی با استفاده از سه سطح شلوغی و دو نوع صافی طرح کرده‌ایم. آزمایش با انتخاب تصادفی ترکیب‌های تیماری (سطح شلوغی میدان و نوع صافی) انجام شده و سپس علامتی که هدف را در حوزه‌ی رادار مشخص کند مخابره کرده‌ایم. بعد از آن شدت این هدف را تا مشاهده‌ی آن به وسیله‌ی متصدی افزایش داده‌ایم. بالاخره با آشکار شدن هدف، سطح شدت را به عنوان متغیر پاسخ اندازه‌گیری کرده‌ایم. به دلیل در اختیار بودن متصدی، مناسب بوده است که با انتخاب یک متصدی او را تا اتمام کلیه‌ی اجراهای لازم در حوزه‌ی رادار نگه داریم. بعلاوه، متصدیان در مهارت و توانایی استفاده از حوزه تفاوت دارند. در نتیجه منطقی به نظر می‌رسد که متصدیان را به عنوان بلوک‌ها در نظر بگیریم. چهار متصدی را به تصادف انتخاب کرده‌ایم. با انتخاب یک متصدی، ترتیبی که شش ترکیب تیماری باید اجرا شوند به‌طور تصادفی تعیین شده است. پس یک آزمایش عاملی ۲ × ۳ داریم که در بلوک تصادفی شده‌ی کامل اجرا می‌شود. داده‌ها در جدول ۴-۱۰ داده شده‌اند.

جدول ۴-۱۰: داده‌های مثال ۴-۳

متصدیان	۱		۲		۳		۴	
نوع صافی	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۲
شلوغی میدان								
کم	۹۰	۸۶	۹۶	۸۴	۱۰۰	۹۲	۹۲	۸۱
متوسط	۱۰۲	۸۷	۱۰۶	۹۰	۱۰۵	۹۷	۹۶	۸۰
زیاد	۱۱۴	۹۳	۱۱۲	۹۱	۱۰۸	۹۵	۹۸	۸۳

۴-۳-۱ تحلیل واریانس دو عاملی بلوکی با استفاده از SPSS

برای تحلیل مثال ابتدا داده‌های را به صورت شکل ۴-۲۱ طبق معمول در یک صفحه Data Editor نرم‌افزار SPSS وارد می‌کنیم. یک ستون به هرکدام از متغیرها تخصص داده شده است. متغیرهای مسئله با اسامی motasadi، safi، shloghi و Response تعریف شده‌اند. برای سه سطح کم، متوسط و زیاد شلوغی میدان به‌ترتیب از کدهای ۱، ۲ و ۳ استفاده کرده‌ایم.

	motasadi	safi	shloghi	Response
1	1.00	1.00	1.00	90.00
2	1.00	1.00	2.00	102.00
3	1.00	1.00	3.00	114.00
4	1.00	2.00	1.00	86.00
5	1.00	2.00	2.00	87.00
6	1.00	2.00	3.00	93.00
7	2.00	1.00	1.00	96.00
8	2.00	1.00	2.00	106.00
9	2.00	1.00	3.00	112.00
10	2.00	2.00	1.00	84.00
11	2.00	2.00	2.00	90.00
12	2.00	2.00	3.00	91.00
13	3.00	1.00	1.00	100.00
14	3.00	1.00	2.00	105.00
15	3.00	1.00	3.00	108.00
16	3.00	2.00	1.00	92.00
17	3.00	2.00	2.00	97.00
18	3.00	2.00	3.00	95.00
19	4.00	1.00	1.00	92.00
20	4.00	1.00	2.00	96.00
21	4.00	1.00	3.00	98.00
22	4.00	2.00	1.00	81.00
23	4.00	2.00	2.00	80.00
24	4.00	2.00	3.00	83.00

شکل ۴-۲۱: داده‌های مثال ۴-۳ در SPSS

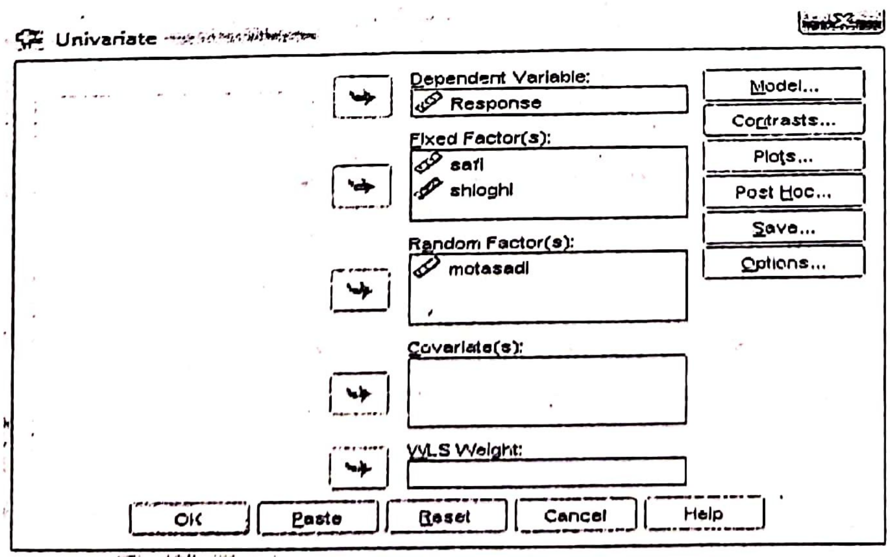
برای اجرای تحلیل واریانس از مسیر

Analyze>General Linear Model>Univariate...

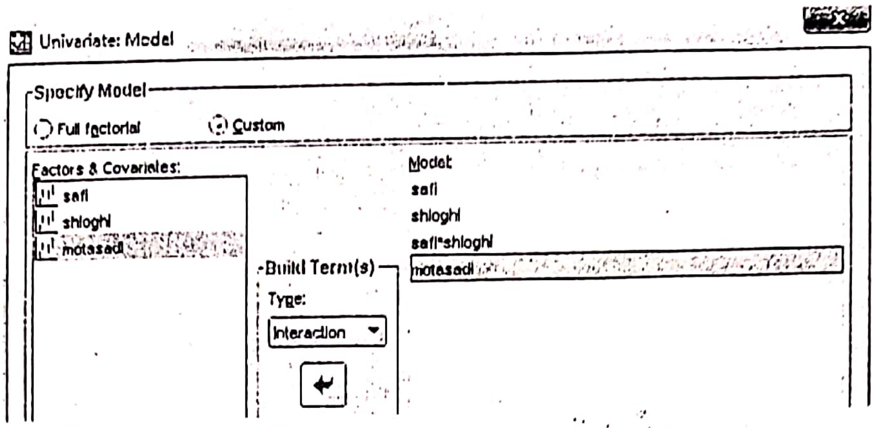
استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده مطابق شکل ۴–۲۲ متغیر پاسخ را در قسمت Dependent Variable و متغیرهای نوع صافی (safi) و شلوغی میدان (shloghi) را در قسمت Fixed factor(s) وارد می‌کنیم. با توجه به این‌که اثر بلوک (motasadi) تصادفی است، این متغیر را در قسمت Random Factor(s) وارد می‌کنیم.

برای مشخص کردن مدل برروی Model کلیک می‌کنیم. پس از وارد شدن به پنجره‌ی Model قسمت Custom را فعال کرده و سپس در کادر Factors and Covariates ابتدا اثرهای اصلی (safi,shloghi) را وارد کادر Model می‌کنیم. همچنین برای وارد کردن اثر متقابل شلوغی و نوع صافی با استفاده از کلید کنترل یا شیفت این دو متغیر را به صورت هم زمان انتخاب کرده و در قسمت Build Term(s)، Type: را روی Interaction یا All two way قرار داده و روی علامت فلش کلیک می‌کنیم تا جمله safi*shloghi در کادر Model ظاهر شود. سپس متغیر motasadi را وارد کادر Model می‌کنیم (شکل ۴–۲۳). دقت ترتیب وارد کردن متغیرها تنها ترتیب ظاهر شدن متغیرها در خروجی جدول تحلیل واریانس را تعیین می‌کند و تاثیری روی نتایج ندارد.

بر روی کلید Continue کلیک می‌کنیم و به پنجره‌ی قبلی باز می‌گردیم. حال با کلیک کردن برروی OK خروجی تحلیل واریانس را مشاهده می‌کنید.



شکل ۴–۲۲: وارد کردن متغیرها در پنجره‌ی Univariate برای مثال ۴-۳



شکل ۴–۲۳: مشخص کردن مدل برای مثال ۴-۳ در SPSS

جدول ۴–۱۱ خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۴-۳ را در SPSS نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، خروجی تحلیل واریانس در SPSS بدلیل وجود عامل تصادفی متصدیان اندکی با حالت اثرات ثابت که قبلا مشاهده کردیم تفاوت دارد. در این خروجی بعد از هر اثر بلافاصله خطای متناظر که در مخرج آماره F آزمون آن اثر استفاده می‌شود، ظاهر شده است.

جدول ۴–۱۱: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴-۳ در SPSS

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:Response

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
safi * shloghi	Hypothesis	77.083	2	38.542	3.476	.058
	Error	166.333	15	11.089[a]		
safi	Hypothesis	1066.66	1	1066.667	96.192	.000
	Error	166.333	15	11.089[a]		
shloghi	Hypothesis	335.583	2	167.792	15.132	.000
	Error	166.333	15	11.089[a]		
motasadi	Hypothesis	402.167	3	134.056	12.089	.000
	Error	166.333	15	11.089[a]		

a. MS(Error)

۴-۳-۲ تحلیل واریانس دو عاملی بلوکی با استفاده از MINITAB

برای اجرای تحلیل واریانس در MINITAB ابتدا داده‌ها را مطابق شکل ۴-۲۴ در پنجره‌ی Worksheet نرم‌افزار وارد می‌کنیم. سپس با توجه با این که مدل در نظر گرفته شده برای این آزمایش خطی است از مسیر

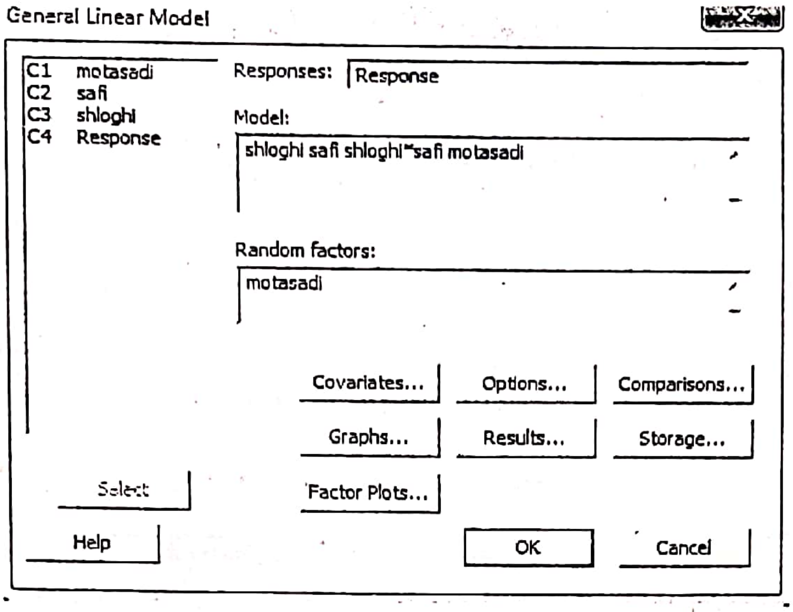
Stat>ANOVA>General Linear Model...

وارد پنجره‌ی General Linear Model می‌شویم. در پنجره‌ی باز شده، متغیر پاسخ را که در اینجا با اسم Response نام‌گذاری کرده‌ایم، در کادر Responses وارد می‌کنیم. سپس در کادر Model، مدل مناسب را به صورت شکل ۴-۲۵ وارد می‌کنیم. با توجه به اینکه اثر عامل متصدیان در مدل تصادفی است، آن را در قسمت Random factors نیز باید وارد کنیم (شکل ۴-۲۵). حال، با کلیک کردن OK خروجی آزمون را مشاهده می‌کنیم.

↓	C1 motasadi	C2 safi	C3 shloghi	C4 Response
1	1	1	1	90
2	1	1	2	102
3	1	1	3	114
4	1	2	1	86
5	1	2	2	87
6	1	2	3	93
7	2	1	1	96
8	2	1	2	106
9	2	1	3	112
10	2	2	1	84
11	2	2	2	90
12	2	2	3	91
13	3	1	1	100
14	3	1	2	105
15	3	1	3	108
16	3	2	1	92
17	3	2	2	97
18	3	2	3	95
19	4	1	1	92
20	4	1	2	96
21	4	1	3	98
22	4	2	1	81
23	4	2	2	80
24	4	2	3	83

شکل ۴-۲۴: داده‌های مثال ۴-۳ در MINITAB

جدول ۴-۱۲ خروجی جدول تحلیل واریانس را نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر P-Value هر دو اثر شلوغی و صافی در سطح یک درصد معنی دارند و اثر متقابل این دو نیز در سطح ده درصد معنی‌دار است.



شکل ۴–۲۵: روش اجرای تحلیل واریانس برای مثال ۴–۳ در MINITAB

جدول ۴–۱۲: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴–۳ در MINITAB

General Linear Model: Response versus shloghi, safi, motasadi

```
Factor     Type     Levels  Values
shloghi    fixed         3  1, 2, 3
safi       fixed         2  1, 2
motasadi   random        4  1, 2, 3, 4

Analysis of Variance for Response, using Adjusted SS
for Tests

Source          DF   Seq SS    Adj SS    Adj MS       F      P
shloghi          2   335.58    335.58    167.79   15.13  0.000
safi             1  1066.67   1066.67   1066.67   96.19  0.000
shloghi*safi     2    77.08     77.08     38.54    3.48  0.058
motasadi         3   402.17    402.17    134.06   12.09  0.000
Error           15   166.33    166.33     11.09
Total           23  2047.83
S = 3.33000   R-Sq = 91.88%   R-Sq(adj) = 87.55%

Unusual Observations for Response

Obs  Response      Fit  SE Fit  Residual  St Resid
  3   114.000  108.417   2.039     5.583    2.12 R
R denotes an observation with a large standardized
residual.
```

۴-۳-۳ تحلیل واریانس دو عاملی بلوکی با استفاده از R

کدهای زیر تحلیل واریانس برای مثال ۴-۳ را با استفاده از نرم‌افزار R انجام می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید برای وارد کردن متغیر متصدیان در مدل، که تصادفی است، از دستور Error(motasadi) استفاده کرده‌ایم، بقیه‌ی دستورها در فصل‌های قبل شرح داده شده‌اند.

```
response <- c(90, 102, 114, 86, 87, 93, 96, 106, 112, 84, 90, 91, 100, 105, 108, 92 ,97, 95,
92, 96, 98, 81, 80, 83)
motasadi<-factor(rep(1:4,each=6))
safi<-factor(rep(1:2,4,eac=3))
shloghi<-factor(rep(1:3,8))
g <- data.frame(response,motasadi,safi,shloghi)
summary( aov( response~safi+shloghi+ Error(motasadi) +safi*shloghi,
g))
```

پس از وارد کردن دستورهای فوق در R خروجی تحلیل واریانس را مطابق جدول ۴-۱۳ مشاهده می‌کنید. همان‌طور که مشاهده می‌کنید اثر شلوغی و صافی در سطح یک درصد معنی‌دار هستند و اثر متقابل این دو نیز در سطح ده درصد معنی دار است.

جدول ۴-۱۳: خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۴-۳ در R

```
> summary(aov(response~safi+shloghi+Error(motasadi)+safi*shloghi,g))

Error: motasadi
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  3  402.2   134.1

Error: Within
             Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
safi          1 1066.7  1066.7  96.192 6.45e-08 ***
shloghi       2  335.6   167.8  15.132 0.000253 ***
safi:shloghi  2   77.1    38.5   3.476 0.057507 .
Residuals    15  166.3    11.1
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

در صورتی که در یک طرح عاملی بیش از یک عامل مزاحم وجود داشته باشد، جهت کنترل آنها مشابه آنالیز واریانس یک راهه می‌توان از یک طرح مربع لاتین استفاده کرد. اگر تعداد ترکیبات تیماری دقیقا برابر تعداد سطوح متغیرهای مزاحم باشد می‌-توان طرح عاملی را در یک مربع لاتین اجرا کرد. جهت روش انجام طرح و تحلیل آن به مثال زیر توجه نمایید.

مثال ۴-۴.[۱]. آزمایش اصلاح آشکارسازی هدف رادار در مثال ۴-۳ را در نظر بگیرید. در این آزمایش عوامل، نوع صافی، شلوغی میدان، و متصدیان هستند که آن‌ها را به عنوان بلوک در نظر گرفته‌ایم. حال فرض کنید، به دلیل نیاز به زمان استقرار تنها بتوان در هر روز شش اجرا را انجام داد. پس روزها دومین محدودیت تصادفی‌کردن هستند، در نتیجه طرح مربع لاتین ۶×۶ است، که آن را در جدول ۴-۱۴ نشان داده‌ایم. در این جدول از حروف کوچک f_i و g_j به‌ترتیب برای نشان دادن iامین و jامین سطوح نوع صافی و شلوغی میدان استفاده شده است. یعنی $f_۱g_۲$ مشخص کننده‌ی صافی نوع ۱ و شلوغی متوسط میدان است.

جدول ۴-۱۴: داده‌های مثال ۴-۴

	متصدی					
روز	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	$A(f_۱g_۱ = ۹۰)$	$B(f_۱g_۲ = ۱۰۶)$	$C(f_۱g_۳ = ۱۰۸)$	$D(f_۲g_۱ = ۸۱)$	$F(f_۲g_۳ = ۹۰)$	$E(f_۲g_۲ = ۸۸)$
۲	$C(f_۱g_۳ = ۱۱۴)$	$A(f_۱g_۱ = ۹۶)$	$B(f_۱g_۲ = ۱۰۵)$	$F(f_۲g_۳ = ۸۳)$	$E(f_۲g_۲ = ۸۶)$	$D(f_۲g_۱ = ۸۴)$
۳	$B(f_۱g_۲ = ۱۰۲)$	$E(f_۲g_۲ = ۹۰)$	$F(f_۲g_۳ = ۹۵)$	$A(f_۱g_۱ = ۹۲)$	$D(f_۲g_۱ = ۸۵)$	$C(f_۱g_۳ = ۱۰۴)$
۴	$E(f_۲g_۲ = ۹۳)$	$D(f_۲g_۱ = ۸۴)$	$A(f_۱g_۱ = ۱۰۰)$	$B(f_۱g_۲ = ۹۶)$	$C(f_۱g_۳ = ۱۱۰)$	$F(f_۲g_۳ = ۹۱)$
۵	$F(f_۲g_۳ = ۹۳)$	$C(f_۱g_۳ = ۱۱۲)$	$D(f_۲g_۱ = ۹۲)$	$E(f_۲g_۲ = ۸۰)$	$A(f_۱g_۱ = ۹۰)$	$B(f_۱g_۲ = ۹۸)$
۶	$D(f_۲g_۱ = ۸۶)$	$F(f_۲g_۳ = ۹۱)$	$E(f_۲g_۲ = ۹۷)$	$C(f_۱g_۳ = ۹۸)$	$B(f_۱g_۲ = ۱۰۰)$	$A(f_۱g_۱ = ۹۲)$

مدل خطی آماری برای این طرح

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \tau_j + \beta_k + (\tau\beta)_{ik} + \theta_l + \epsilon_{ijkl} \quad \begin{cases} i = ۱,۲,\ldots,۶ \\ j = ۱,۲,۳ \\ k = ۱,۲ \\ l = ۱,۲,\ldots,۶ \end{cases}$$

است، که در آن τ_j و β_k به‌ترتیب اثرهای شلوغی میدان و نوع صافی‌اند، α_i و θ_l به‌ترتیب

محدودیتهای تصادفی‌کردن روزها و متصدیان را نشان می‌دهد.

۴-۳-۴ تحلیل واریانس دو عاملی مربع لاتین با استفاده از SPSS

برای انجام تحلیل واریانس در SPSS ابتدا داده‌ها را مطابق شکل ۴–۲۶ در نرم افزار وارد می‌کنیم. یک ستون به هرکدام از عامل‌های روز، متصدی، نوع صافی، شلوغی و متغیر پاسخ تخصیص داده شده است. در این مثال برای وارد کردن داده‌ها به جای حروف A، B، C، D، E و F به ترتیب از کدهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ استفاده کرده‌ایم. همچنین برای سطوح کم، متوسط و زیاد شلوغی میدان به ترتیب از اعداد ۱، ۲ و ۳ استفاده می‌کنیم.

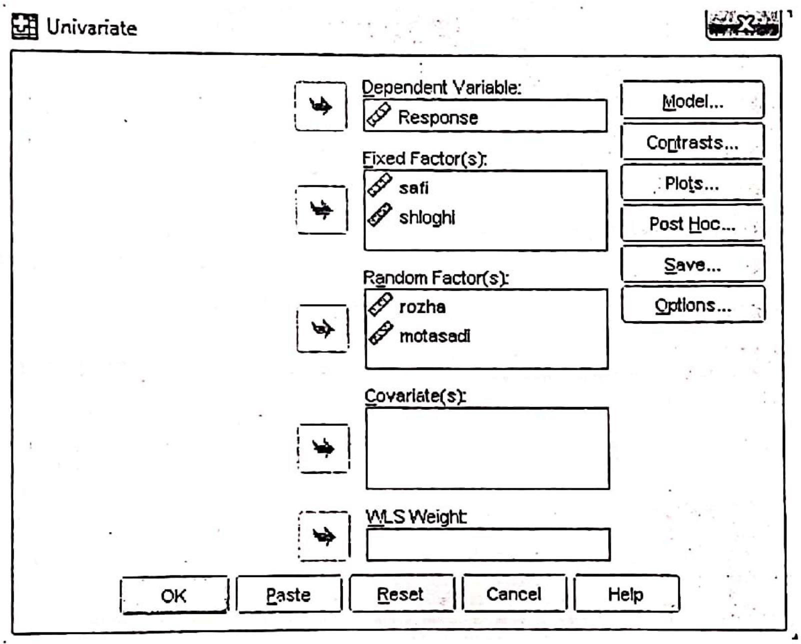
	rozha	motasadi	safi	shloghi	Response
1	1.00	1.00	1.00	1.00	90.00
2	2.00	1.00	1.00	3.00	114.00
3	3.00	1.00	1.00	2.00	102.00
4	4.00	1.00	2.00	2.00	87.00
5	5.00	1.00	2.00	3.00	93.00
6	6.00	1.00	2.00	1.00	86.00
7	1.00	2.00	1.00	2.00	106.00
8	2.00	2.00	1.00	1.00	96.00
9	3.00	2.00	2.00	2.00	90.00
10	4.00	2.00	2.00	1.00	84.00
11	5.00	2.00	1.00	3.00	112.00
12	6.00	2.00	2.00	3.00	91.00
13	1.00	3.00	1.00	3.00	108.00
14	2.00	3.00	1.00	2.00	105.00
15	3.00	3.00	2.00	3.00	95.00
16	4.00	3.00	1.00	1.00	100.00
17	5.00	3.00	2.00	1.00	92.00
18	6.00	3.00	2.00	2.00	97.00
19	1.00	4.00	2.00	1.00	81.00
20	2.00	4.00	2.00	3.00	83.00
21	3.00	4.00	1.00	1.00	92.00
22	4.00	4.00	1.00	2.00	96.00
23	5.00	4.00	2.00	2.00	80.00
24	6.00	4.00	1.00	3.00	98.00
25	1.00	5.00	2.00	3.00	90.00
26	2.00	5.00	2.00	2.00	86.00
27	3.00	5.00	2.00	1.00	85.00
28	4.00	5.00	1.00	3.00	110.00
29	5.00	5.00	1.00	1.00	90.00
30	6.00	5.00	1.00	2.00	100.00
31	1.00	6.00	2.00	2.00	88.00
32	2.00	6.00	2.00	1.00	84.00
33	3.00	6.00	1.00	3.00	104.00
34	4.00	6.00	2.00	3.00	91.00
35	5.00	6.00	1.00	2.00	98.00
36	6.00	6.00	1.00	1.00	92.00

شکل ۴–۲۶: داده‌های مثال ۴-۴ در SPSS

پس از وارد کردن داده‌ها در SPSS برای انجام تحلیل واریانس از مسیر زیر استفاده می‌کنیم:

Analyze>General Linear Model>Univariate...

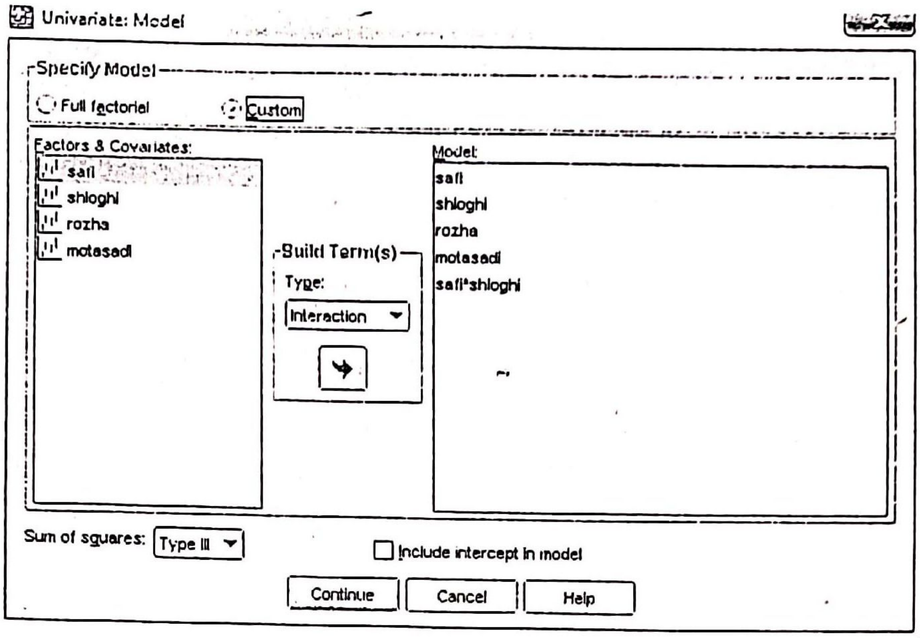
در پنجـره‌ی Univariate، متغیـر پاسـخ را در قسـمت Dependent Variable وارد کـرده، در قسـمت Fixed factor(s) نـوع صـافی (safi) و شـلوغی میـدان (shloghi) را وارد مـی‌کنـیم. در قسـمت Random factor(s) اثرهـای مربـوط بـه روزهـا (rozha) و متصـدیان (motasadi) را کـه تصـادفی هسـتند، وارد مـی‌کنـیم (شـکل ۴-۲۷). سـپس برای مشخص کردن نوع مدل برروی Model کلیک می‌کنیم.



شکل ۴-۲۷: وارد کردن متغیرها در پنجره‌ی Univariate برای مثال ۴-۴

در پنجـره‌ی Model گزینـه Custom را فعـال کـرده و مطـابق شـکل ۴-۲۸ متغیرهـا را در کـادر Model وارد مـی‌کنـیم. دقـت کنیـد بـرای تعریـف کـردن جملـه safi*shloghi دو متغیـر safi و shloghi را بـا نگـه داشـتن کلیـد کنتـرل یـا شـیفت همزمـان انتخـاب و بـا قـرار دادن Type در حالـت Interaction روی فلـش کلیـک مـی‌کنـیم. بـر روی Continue کلیـک مـی‌کنـیم و بـه پنجـره‌ی Univariate برمـی‌گـردیم (شکل ۴-۲۷). حال بـا کلیـک بـرروی OK مـی‌تـوانیم خروجـی مربـوط بـه تحلیـل واریـانس را مشاهده کنیم.

جـدول ۴-۱۵ خروجـی تحلیـل واریـانس بـرای مثـال ۴-۴ را در SPSS نشـان مـی‌دهـد. همـان‌طـور کـه مشـاهده مـی‌کنیـد اثرهـای متصـدیان، شـلوغی میـدان، نـوع صـافی و همچنین اثر متقابل شلوغی میدان و نوع صافی در سطح یک درصد معنی‌دار هستند.



شکل ۴–۲۸: مشخص کردن مدل مثال ۴-۴ در SPSS

جدول ۴–۱۵: خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۴-۴ در SPSS

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:Response

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
safi	Hypothesis	1469.444	1	1469.444	148.42	.000
	Error	198.000	20	9.900[a]		
shloghi	Hypothesis	571.500	2	285.750	28.864	.000
	Error	198.000	20	9.900[a]		
rozha	Hypothesis	4.333	5	.867	.088	.993
	Error	198.000	20	9.900[a]		
motasadi	Hypothesis	428.000	5	85.600	8.646	.000
	Error	198.000	20	9.900[a]		
safi * shloghi	Hypothesis	126.722	2	63.361	6.400	.007
	Error	198.000	20	9.900[a]		

۴-۳-۵ تحلیل واریانس دو عاملی مربع لاتین با استفاده از MINITAB

برای انجام تحلیل واریانس در MINITAB ابتدا داده‌ها را مطابق شکل ۴–۲۹ در یک پنجره‌ی Workesheet نرم افزار وارد می‌کنیم. برای انجام تحلیل واریانس از مسیر

Stat>ANOVA>General Linear Model...

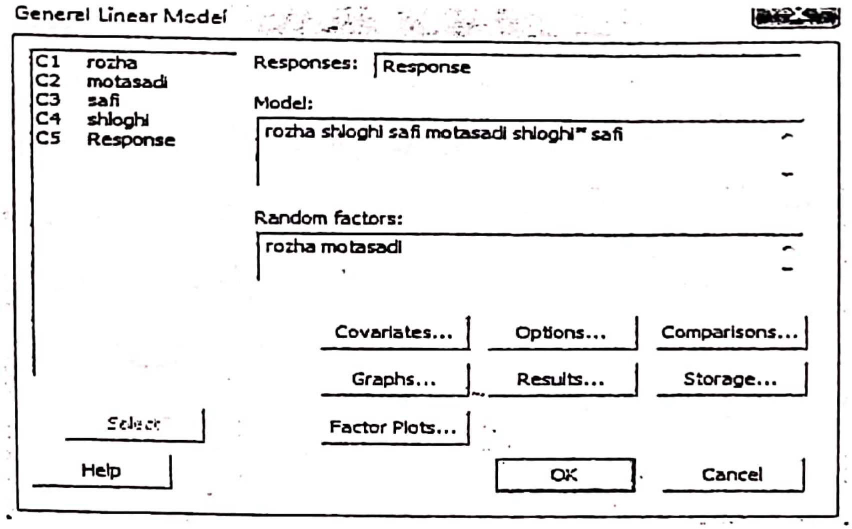
استفاده می‌کنیم.

+	C1	C2	C3	C4	C5
	rozha	motasadi	safi	shloghi	Response
1	1	1	1	1	90
2	2	1	1	3	114
3	3	1	1	2	102
4	4	1	2	2	87
5	5	1	2	3	93
6	6	1	2	1	86
7	1	2	1	2	106
8	2	2	1	1	96
9	3	2	2	2	90
10	4	2	2	1	84
11	5	2	1	3	112
12	6	2	2	3	91
13	1	3	1	3	108
14	2	3	1	2	105
15	3	3	2	3	95
16	4	3	1	1	100
17	5	3	2	1	92
18	6	3	2	2	97
19	1	4	2	1	81
20	2	4	2	3	83
21	3	4	1	1	92
22	4	4	1	2	96
23	5	4	2	2	80
24	6	4	1	3	98
25	1	5	2	3	90
26	2	5	2	2	86
27	3	5	2	1	85
28	4	5	1	3	110
29	5	5	1	1	90
30	6	5	1	2	100
31	1	6	2	2	88
32	2	6	2	1	84
33	3	6	1	3	104
34	4	6	2	3	91
35	5	6	1	2	98
36	6	6	1	1	92

شکل ۴–۲۹: داده‌های مثال ۴-۴ در MINITAB

مطابق شکل ۴–۳۰، متغیر پاسخ را در کادر Responses، مدل خطی آزمایش را در کادر Model و با توجه به اینکه متغیرهای روزها و متصدی تصادفی هستند، این دو متغیر را در قسمت Random Factors نیز وارد و برای مشاهده خروجی بر روی OK کلیک می‌کنیم.

جدول ۴–۱۶ خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴-۴ را نشان می‌دهد، همان‌طور که مشاهده می‌کنید اثرهای متصدیان، شلوغی میدان، نوع صافی و همچنین اثر متقابل شلوغی میدان و نوع صافی در سطح یک درصد معنی‌دار هستند.



شکل ۴–۳۰: انجام تحلیل واریانس برای مثال ۴-۴

جدول ۴–۱۶: خروجی جدول تحلیل واریانس مثال۴-۴ در MINITAB

General Linear Model: Response versus rozha, shloghi, safi, motasadi

Factor	Type	Levels	Values
rozha	random	6	1, 2, 3, 4, 5, 6
shloghi	fixed	3	1, 2, 3
safi	fixed	2	1, 2
motasadi	random	6	1, 2, 3, 4, 5, 6

Analysis of Variance for Response, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
rozha	5	4.33	4.33	0.87	0.09	0.993
shloghi	2	571.50	571.50	285.75	28.86	.000
safi	1	1469.44	1469.44	1469.44	148.43	0.000
motasadi	5	428.00	428.00	85.60	8.65	0.000
sh*safi	2	126.72	126.72	63.36	6.40	0.007
Error	20	198.00	198.00	9.90		
Total	35	2798.00				

S = 3.14643   R-Sq = 92.92%   R-Sq(adj) = 87.62%

Unusual Observations for Response

Obs	Response	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
2	114.000	109.000	2.098	5.000	2.13 R

۴-۳-۶ تحلیل واریانس دو عاملی مربع لاتین با استفاده از R

دستورهای زیر در R تحلیل واریانس برای مثال ۴-۳ را انجام می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌کنید برای وارد کردن متغیر متصدیان و روزها در مدل، که تصادفی هستند، از دستور Error(motasadi+rozha) استفاده کرده‌ایم. بقیه‌ی دستورها در فصل‌های قبل شرح داده شده‌اند.

```
response <- c(90, 114, 102, 87, 93, 86, 106, 96, 90, 84, 112, 91, 108, 105, 95, 100, 92, 97,
81, 83, 92, 96, 80, 98, 90, 86, 85, 110, 90, 100, 88, 84, 104, 91, 98, 92)
motasadi=factor(rep(۱:۶,each=۶))
rozha=factor(rep(۱:۶,۶))
safi=factor(c(1, 1, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 1,
2, 2, 1, 2, 1, 1))
shloghi=factor(c(1, 3, 2, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 2, 3, 3, 2, 1, 3,
1, 2, 2, 1, 3, 3, 2, 1))
g <- data.frame(response,motasadi,safi,shloghi,rozha)
summary(aov(response~safi+shloghi+Error(motasadi+rozha)+
safi*shloghi,g))
```

پس از وارد کردن دستورهای فوق در R خروجی تحلیل واریانس را به‌صورت زیر مشاهده می‌کنید. جدول ۴–۱۷ خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۴-۴ را نشان می‌دهد،

جدول ۴–۱۷: خروجی تحلیل واریانس مثال ۴-۴ در R

```
> summary(aov(response~safi+shloghi+Error(motasadi+rozha)+
+ safi*shloghi,g))

Error: motasadi
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  5    428    85.6

Error: rozha
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  5  4.333  0.8667

Error: Within
             Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
safi          1 1469.4  1469.4  148.43 1.04e-10 ***
shloghi       2  571.5   285.8   28.86 1.27e-06 ***
safi:shloghi  2  126.7    63.4    6.40   0.0071 **
Residuals    20  198.0     9.9
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

۵ تحلیل کوواریانس

۵-۱ مقدمه

اگر در یک در آزمایش عاملی با متغیر پاسخ y یک متغیر کمکی مانند x همراه باشد برای اصلاح دقت مقایسه‌ی بین تیمارها از تحلیل کوواریانس استفاده می‌کنیم. آزمایشی را در نظر بگیرید که در آن اثر یک عامل با a سطح روی متغیر پاسخ مورد نظر است. فرض کنید یک رابطه‌ی خطی بین پاسخ و متغیر کمکی وجود داشته باشد. مدل آماری مناسب

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(x_{ij} - \bar{x}_{..}) + \epsilon_{ij} \begin{cases} i = ۱,۲,\dots,a \\ j = ۱,۲,\dots,n \end{cases}$$

است، که y_{ij}، jامین مشاهده در iامین تیمار است، x_{ij} اندازه به‌دست آمده از متغیر کمکی متناظر با y_{ij}، $\bar{x}_{..}$ میانگین مقادیر x_{ij}، μ میانگین کل، τ_i اثر iامین تیمار، β ضریب رگرسیونی و ϵ_{ij} مؤلفه‌ی خطای تصادفی است. در این فصل تحلیل کوواریانس را توسط نرم‌افزارهای SPSS، MINITAB و R بررسی می‌کنیم.

مثال ۵-۱. [۱]. فرض کنید سه ماشین متفاوت الیافی تک رشته‌ای برای یک کارخانه‌ی نساجی تولید می‌کنند. مهندس فرآیند علاقه‌مند است بداند که آیا تفاوتی در مقاومت الیاف‌های تولید شده‌ی سه ماشین در برابر گسیختگی وجود دارد یا خیر. اما، مقاومت الیاف‌ها به قطر آنها نیز بستگی دارد، یعنی معمولا الیاف‌های ضخیم‌تر مقاوم‌تر از الیاف‌های نازک‌ترند. نمونه‌ای

تصادفی شامل پنج الیاف از هر ماشین انتخاب کرده‌ایم. برای هر نمونـه مقاومـت الیـاف (y) و قطر متناظر آن (x) را در جدول زیر آورده‌ایم.

جدول ۵–۱: داده‌های مثال ۵-۱

ماشین ۱		ماشین ۲		ماشین ۳	
y	x	y	x	y	x
۳۶	۲۰	۴۰	۲۲	۳۵	۲۱
۴۱	۵۲	۴۸	۲۸	۳۷	۲۳
۳۹	۲۴	۳۹	۲۲	۴۲	۲۶
۴۲	۲۵	۴۵	۳۰	۳۴	۲۱
۴۹	۳۲	۴۴	۲۸	۳۲	۱۵

۵-۲ تحلیل کوواریانس با استفاده از SPSS

برای وارد کردن داده‌های مثال ۵-۱ ابتدا در قسمت Variable View سه متغیر y x و نـوع ماشین (mashin) را تعریف می‌کنیم. سپس مطابق شکل ۵–۱ داده‌ها را در پنجـره‌ی Data View وارد می‌کنیم.

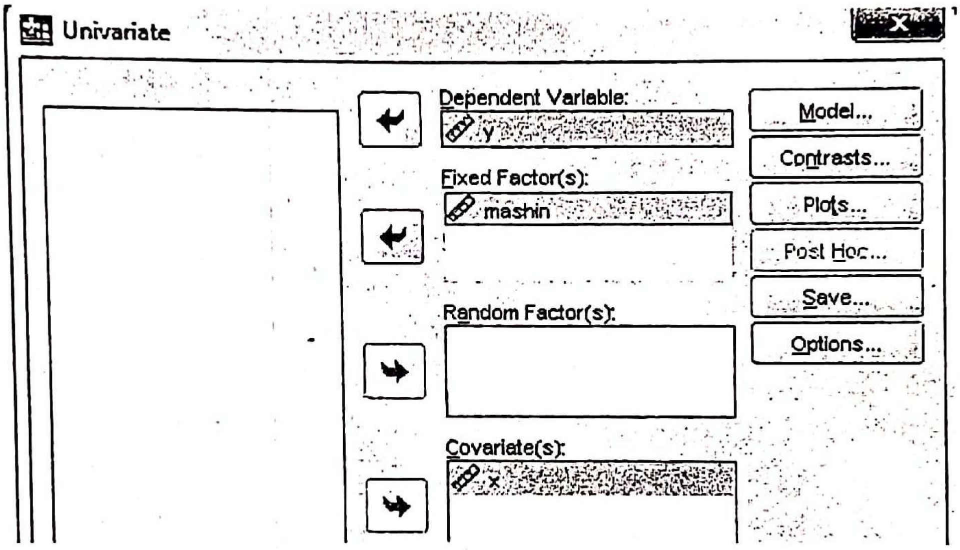
	y	x	mashin
1	36.00	20.00	1.00
2	41.00	25.00	1.00
3	39.00	24.00	1.00
4	42.00	25.00	1.00
5	49.00	32.00	1.00
6	40.00	22.00	2.00
7	48.00	28.00	2.00
8	39.00	22.00	2.00
9	45.00	30.00	2.00
10	44.00	28.00	2.00
11	35.00	21.00	3.00
12	37.00	23.00	3.00
13	42.00	26.00	3.00
14	34.00	21.00	3.00
15	32.00	15.00	3.00

شکل ۵–۱: وارد کردن داده‌های مثال ۵-۱ در SPSS

پس از وارد کردن داده‌ها برای انجام تحلیل از مسیر

Analyze>General Linear Model>Univariate...

استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده‌ی شکل ۵-۲ متغیر پاسخ (y) را در قسمت Dependent Variable، نوع ماشین (mashin) را در کادر Fixed Factor(s) و متغیر کمکی (x) را در کادر Covariate(s) وارد می‌کنیم.



شکل ۵-۲: نحوه انجام تحلیل کوواریانس در SPSS

پس از وارد کردن متغیرها در قسمت مربوط با زدن کلید OK خروجی مورد نظر را مشاهده می‌کنید.

جدول ۵-۲ خروجی آزمون تحلیل کوواریانس برای مثال ۵-۱ را نشان می‌دهد. در اینجا فرض مورد علاقه، برابری اثر سه نوع ماشین روی مقاومت کششی نخ است. با توجه به مقدار مشاهده شده آماره آزمون F=۲/۶۱۱ که باید با مقدار بحرانی $F_{\alpha,۲,۱۱}$ مقایسه شود، و همچنین P-value=۰/۱۱۸ فرض برابری اثر سه نوع ماشین را نمی‌توان رد کرد. یعنی الیاف تولید شده‌ی سه ماشین از نظر مقاومت کششی الیاف تفاوت معنی‌داری ندارند.

همچنین، فرض $H_۰:\beta=۰$ را نیز می‌توان آزمون کرد. مقدار آماره آزمون برابر ۶۹/۹۶۹ است که باید با مقدار بحرانی $F_{\alpha,۱,۱۱}$ مقایسه شود. مقدار P-value برابر صفر است. بنابراین مقاومت کششی الیاف و قطر آن رابطه خطی دارند.

جدول ۵-۲: خروجی SPSS برای مثال ۵-۱

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	318.414a	3	106.138	41.718	.000
Intercept	96.921	1	96.921	38.095	.000
x	178.014	1	178.014	69.969	.000
mashin	13.284	2	6.642	2.611	.118
Error	27.986	11	2.544		
Total	24587.000	15			
Corrected Total	346.400	14			

۵-۳ تحلیل کوواریانس با استفاده از MINITAB

داده‌های مثال ۵-۱ را مطابق شکل ۵-۳ در نرم افزار وارد می‌کنیم. ستون اول مربوط به متغیر پاسخ است، در ستون دوم متغیر کمکی را وارد کردیم و ستون سوم نوع ماشین را نشان می‌دهد.

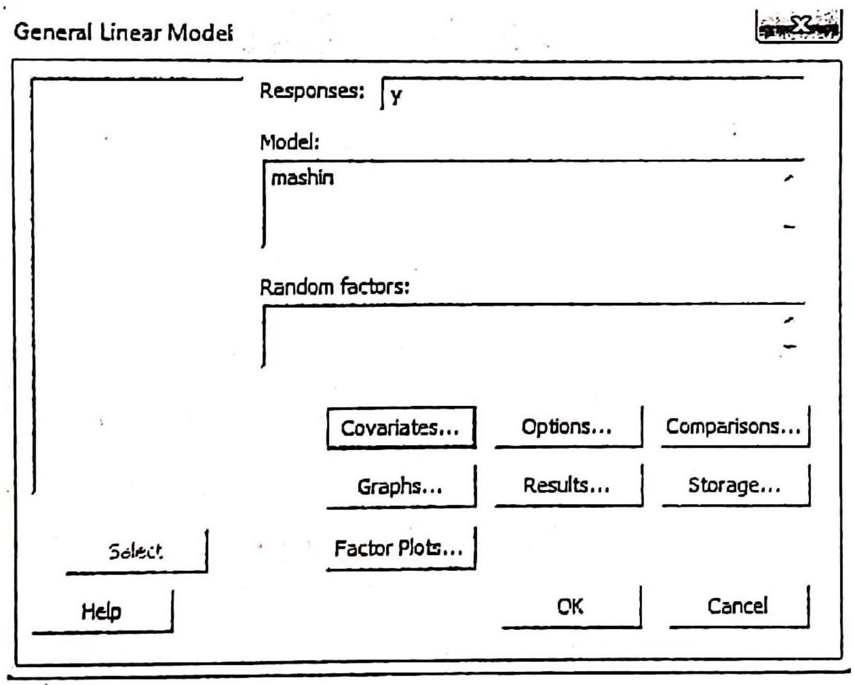
↓	C1	C2	C3
	y	x	mashin
1	36	20	1
2	41	25	1
3	39	24	1
4	42	25	1
5	49	32	1
6	40	22	2
7	48	28	2
8	39	22	2
9	45	30	2
10	44	28	2
11	35	21	3
12	37	23	3
13	42	26	3
14	34	21	3
15	32	15	3

شکل ۵-۳: وارد کردن داده‌های مثال ۵-۱ در MINITAB

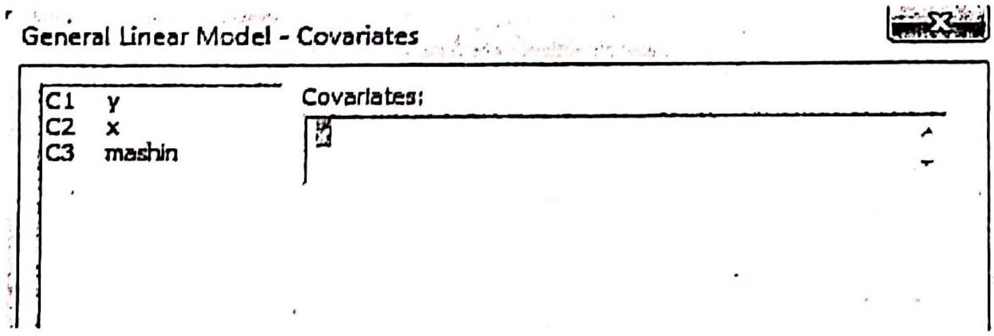
برای انجام تحلیل کوواریانس از مسیر

Stat> ANOVA> General Linear Model...

استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده متغیر پاسخ را در کادر Response و متغیر مربوط به نوع ماشین را در کادر Model وارد می‌کنیم (شکل ۵–۴). سپس برروی کلید ...Covariates کلیک می‌کنیم و در پنجره‌ی باز شده متغیر کمکی را در کادر Covariates وارد می‌کنیم (شکل ۵–۵). با کلیک کردن برروی Ok خروجی تحلیل را مشاهده می‌کنیم (جدول ۵–۳).



شکل ۵–۴: وارد کردن مدل مثال ۵-۱ در MINITAB



شکل ۵–۵: وارد کردن متغیر کمکی در پنجره‌ی Covariate

جدول ۵-۳: خروجی MINITAB برای مثال ۵-۱

```
General Linear Model: y versus mashin
Factor  Type    Levels  Values
mashin  fixed      3    1, 2, 3

Analysis of Variance for y, using Adjusted SS for
Tests

Source   DF  Seq SS   Adj SS   Adj MS      F      P
x         1  305.13   178.01   178.01   69.97  0.000
mashin    2   13.28    13.28     6.64    2.61  0.118
Error    11   27.99    27.99     2.54
Total    14  346.40
S = 1.59505   R-Sq = 91.92%   R-Sq(adj) = 89.72%
Term        Coef    SE Coef     T      P
Constant   17.177   2.783     6.17  0.000
x           0.9540  0.1140    8.36  0.000

Unusual Observations for y
Obs      y        Fit    SE Fit  Residual  St Resid
  7   48.0000  45.1080  0.7489    2.8920    2.05 R
R denotes an observation with a large standardized
residual.
```

۵-۴ تحلیل کوواریانس با استفاده از R

برای انجام آزمون تحلیل کوواریانس ابتدا بردارهای y، x و نوع ماشین‌ها را به‌صورت جداگانه در نرم افزار تعریف می‌کنیم.

```
y<-c(36, 41, 39, 42, 49, 40, 48, 39, 45, 44, 35, 37, 42, 34, 32)

x<-c(20, 25, 24, 25, 32, 22, 28, 22, 30, 28, 21, 23, 26, 21, 15)

mashin<-factor(rep(1:3,each=5))
```

با استفاده از دستور data.frame داده‌ها را به‌صورت جدول به نام g ذخیره می‌کنیم.

```
g<-data.frame(y, x, mashin)
```

فراخوانی g خروجی جدول ۵-۴ را می‌دهد.

جدول ۵-۴: وارد کردن داده‌های مثال ۵-۱ در R

```
> g
    y  x mashin
1  36 20      1
2  41 25      1
3  39 24      1
4  42 25      1
5  49 32      1
6  40 22      2
7  48 28      2
8  39 22      2
9  45 30      2
10 44 28      2
11 35 21      3
12 37 23      3
13 42 26      3
14 34 21      3
15 32 15      3
```

با استفاده از دستور lm مدل خطی مناسب را تعریف و در متغیر lm.mashin ذخیره می‌کنیم. در نهایت از دستور anova برای آزمون تحلیل کوواریانس استفاده می‌کنیم.

```
lm.mashin<-lm(y~x+mashin,data=g)
anova(lm.mashin)
```

جدول ۵-۵: خروجی آزمون تحلیل کوواریانس در R

```
> lm.mashin<-lm(y~x+mashin,data=g)
> anova(lm.mashin)
Analysis of Variance Table

Response: y
          Df  Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
x          1 305.130 305.130 119.9330 2.96e-07 ***
mashin     2  13.284   6.642   2.6106   0.1181
Residuals 11  27.986   2.544
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

همان‌طور که در جدول ۵-۵ مشاهده می‌کنید، مقدار P-value برای آزمون تحلیل کوواریانس برابر ۰/۱۱۸۱ به‌دست آمده است، پس فرض صفر رد نمی‌شود.

دقت کنید تابع anova() در نرم افزار R برای آزمون فرض از مجموع مربعات نوع III استفاده

می‌کند. پس ترتیب نوشتن جملات در مدل روی خروجی تحلیل کوواریانس تـاثیر گـذار اسـت. یعنی در جدول ۵-۵ مقدار ۱۱۹/۹۳۳ مقـدار درسـت آمـاره آزمـون بـرای فـرض $H_{\cdot}: \beta = \cdot$ نیست. برای آزمون اثر متغیر همراه (x) روی پاسخ باید در تعریف مدل توسط تابع ()lm، ابتـدا متغیر mashin و سپس x (قطر) معرفی شوند. یعنی:

```
lm.mashin<-lm(y~mashin+x,data=g)

anova(lm.mashin)
```

یا به صورت خلاصه از دستور

```
anova(lm(y~ mashin+ x,data=g))
```

استفاده می‌کنیم.

۶ طرح های عاملی دو سطحی

۶-۱ مقدمه

یک طرح عاملی با k عامل هر کدام در دو سطح را درنظر بگیرید. این سطوح می‌توانند کمی، مثل دو مقدار دما، فشار و یا کیفی مثل دو ماشین، دو عملگر، سطوح بالا و پایین یک عامل باشند. تکرار کامل چنین طرحی به $۲^k = ۲ \times ... \times ۲ \times ۲$، مشاهده نیاز دارد که آن‌را طرح عاملی ۲^k می‌گویند. این تعداد اجرا کمترین تعداد ممکن در یک طرح عاملی با k عامل است. این طرح معمولاً در طرح‌های غربال‌ساز وقتی که تعداد عامل‌های زیادی مورد بررسی است، استفاده می‌شود. در اینجا باید فرض خطی بودن اثر عوامل روی متغیر پاسخ را بپذیریم.

۶-۲ طرح $۲^۲$

ساده‌ترین طرح ۲^k طرحی تنها شامل دو عامل است. مثال زیر یک نمونه از طرح عاملی با دو عامل را نشان می‌دهد.

مثال ۶-۱.[۱]. در یک فرایند شیمیایی بررسی غلظت یک واکنش دهنده و میزان کاتالیزور را در زمان واکنش در نظر بگیرید. فرض کنید غلظت واکنش دهنده، عامل A باشد و در دو سطح مورد نظر ۱۵ درصد و ۲۵ درصد باشند.کاتالیزور، عامل B است که درسطح بالا معرف استفاده

از دو بسته کاتالیزور و در سطح پایین معرف استفاده از تنها یک بسته کاتالیزور است. آزمایش سه بار تکرار شده است و داده‌ها در جدول ۶–۱ آمده است.

جدول ۶–۱: داده‌های مثال ۶-۱

ترکیب تیماری	تکرار			
	۱	۲	۳	کل
A پایین، B بالا	۲۸	۲۵	۲۷	۸۰
A بالا، B پایین	۳۶	۳۲	۳۲	۱۰۰
A پایین، B بالا	۱۸	۱۹	۲۳	۶۰
A بالا، B پایین	۳۱	۳۰	۲۹	۹۰

۶-۲-۱ تحلیل طرح $۲^{۲}$ در SPSS

تحلیل این طرح در SPSS مشابه طرح‌های عاملی کلی بیان شده در فصل ۴ است.

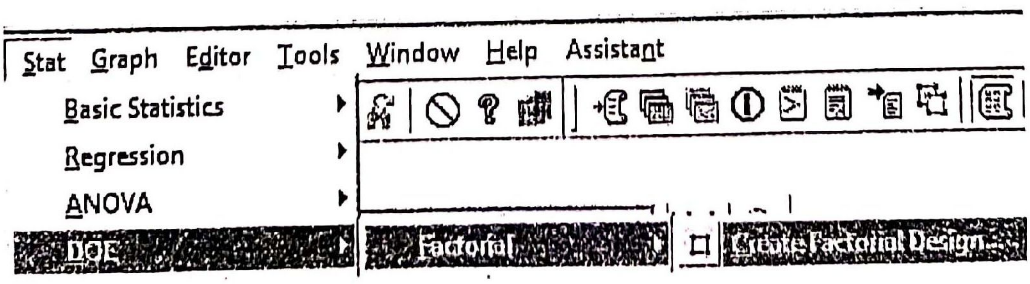
۶-۲-۲ ساخت طرح $۲^{۲}$ با استفاده از MINITAB

تحلیل واریانس طرح‌های ۲^{k} در MINITAB علاوه بر آنچه در فصل ۴ در مورد طرح‌های عاملی کلی تشریح شد، از مسیری دیگر که از بسیاری جهات مفیدتر است، می‌تواند انجام گیرد. استفاده از این روش تحلیل طرح‌های ۲^{k} را ساده‌تر می‌کند. به‌ویژه جهت ساخت و تحلیل طرح‌های عاملی کسری منظم و برخی طرح‌های کسری نامنظم مانند طرح‌های پلاکت-برمن بسیار مفید و دارای امکانات و ابزارهای مناسبی است.

برای ساخت یک طرح عاملی ۲^{k} در نرم‌افزار MINITAB از مسیر

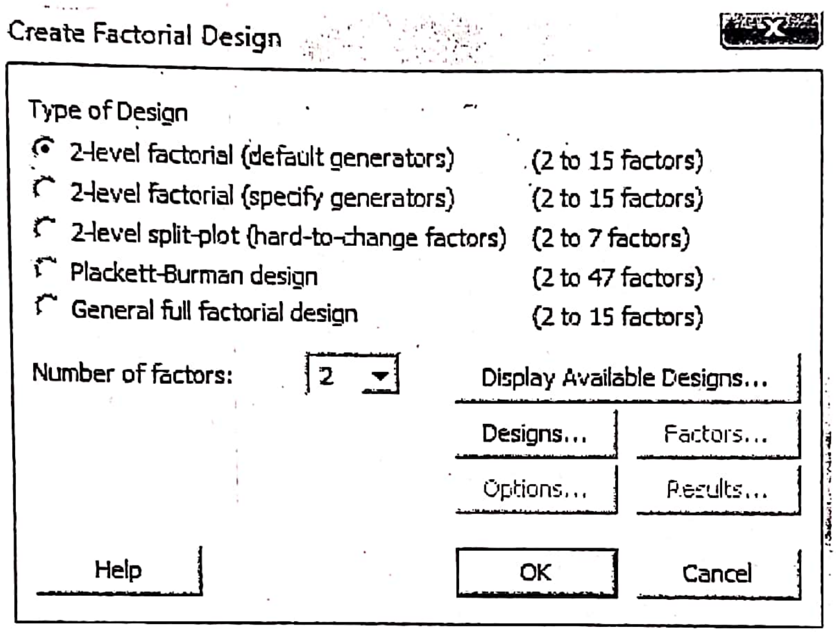
Stat>DOE>Factorial>Create Factorial Design...

استفاده می‌کنیم (شکل ۶–۱).



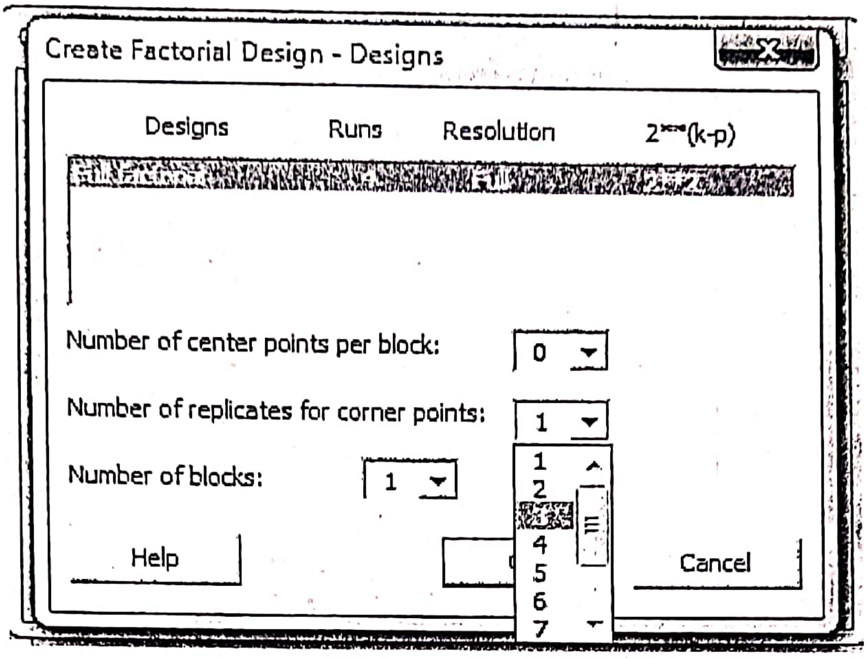
شکل ۶–۱: مسیر ساخت یک طرح ۲^{k} در MINITAB

در پنجره‌ی باز شده، شکل ۶-۲، در قسمت Type of Design نوع طرح را مشخص می‌کنیم. در مثال ۶-۱ نوع طرح یک آزمایش عاملی $۲^۲$ کامل است، پس اولین گزینه را فعال می‌کنیم. همچنین با توجه به اینکه تعداد عامل‌ها برابر ۲ است، در قسمت Number of factors مقدار ۲ را مشخص می‌کنیم.



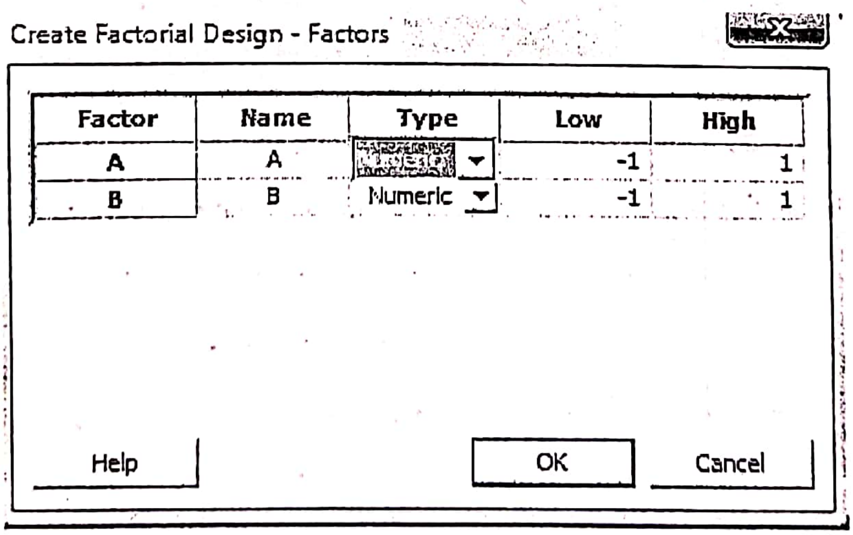
شکل ۶-۲: مشخص کردن نوع طرح در پنجره‌ی Create Factorial Design

همان‌طور که در شکل ۶-۲ مشاهده می‌کنید فقط دو گزینه‌ی Display Available Designs و Designs فعال هستند. بقیه‌ی گزینه‌ها زمانی فعال می‌شوند که قسمت مربوط به Designs کامل شود. با کلیک کردن بر روی Display Available Designs در پنجره‌ی باز شده کلیه‌ی طرح‌های ۲^k قابل دسترس در MINITAB را می‌توانید مشاهده کنید. برای ادامه کار برروی Designs کلیک کنید. در پنجره‌ی باز شده (شکل ۶-۳) در کادر بالایی شکل، طرح‌های در دسترس را مشاهده می‌کنید. در اینجا چون $k = ۲$ است تنها طرح ممکن قابل استفاده طرح $۲^۲$ است. برای مشخص کردن تعداد تکرارهای آزمایش در کادر Number of replicates... عدد مورد نظر را انتخاب می‌کنیم. در مثال ۶-۱ تعداد تکرارهای آزمایش ۳ است، پس در کادر مربوط عدد ۳ را انتخاب می‌کنیم. سپس بر روی OK کلیک می‌کنیم تا به پنجره‌ی اصلی (شکل ۶-۲) برگردیم. حال در شکل ۶-۲ سایر گزینه‌ها شامل ...Factors، ...Options و ...Results فعال می‌شوند.



شکل ۶–۳: انتخاب طرح مورد نظر در پنجره‌ی Designs

برای نام گذاری و تعیین نوع فاکتورها برروی Factors در پنجره‌ی اصلی (شکل ۶–۲) کلیک می‌کنیم، تا پنجره‌ی شکل ۶–۴ ظاهر شود.

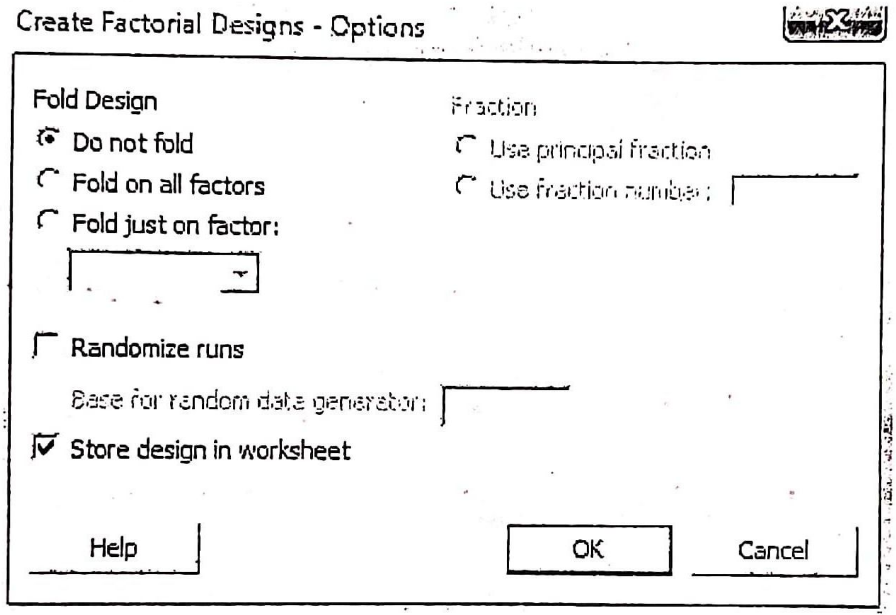


شکل ۶–۴: نام گذار ی و تعیین سطوح در MINITAB

همان‌طور که در شکل ۶–۴ مشاهده می‌شود در پنجره‌ی باز شده دو عامل A و B نشان داده شده است که می‌توان در قسمت Name اسم دلخواه برای عامل‌ها را وارد کنیم. در قسمت Type نوع عامل را مشخص می‌کنیم. در قسمت Low که مشخص کننده‌ی سطح پایین است مقدار ۱– و در قسمت High که سطح بالا را نشان می‌دهد مقدار ۱ را وارد می‌کنیم و برروی

OK کلیک می‌کنیم.

در پنجره‌ی اصلی (شکل ۶–۲) بر روی Options کلیک می‌کنیم و همانند شکل ۶–۵، Randomize runs را می‌توان غیر فعال کرد، تا طرح به‌صورت یک طرح منظم و استاندارد تولید شود. در صورتی که این گزینه فعال باشد ترتیب اجرای تیمارها به صورت کاملاً تصادفی خواهد بود، انچه که در عمل ضروری است. حال بر روی OK کلیک کرده تا به پنجره‌ی اصلی برگردیم.



شکل ۶–۵: پنجره‌ی Options

برای نمایش دادن خروجی‌های مورد نظر می‌توانیم در قسمت Results شکل ۶–۲ نوع نمایش خروجی را مشخص کنیم. حال با کلیک کردن بر روی OK در پنجره‌ی اصلی خروجی مورد نظر را می‌توانید مشاهده کنید. در پنجره‌ی Session اطلاعات کلی از طرح را مشاهده می‌کنید و اگر به پنجره‌ی Worksheet برگردید، طرح آزمایش مورد نظر ایجاد شده است (شکل ۶–۶). حال مقادیر متغیر پاسخ نظیر هر ترکیب تیماری را در ستون C7 وارد و آن را با response نام‌گذاری می‌کنیم (شکل ۶–۷).

بعد از ایجاد طرح مورد نظر و ذخیره آن در یک صفحه Worksheet، در صورت نیاز به تغییرات یا اصلاحاتی در طرح، از طریق مسیر زیر می‌توان آنها را اعمال کرد.

Stat > DOE > Modify Design

این تغییرات شامل دوباره نام‌گذاری کردن عوامل و تغییر در سطوح عامل، تکرار طرح و تصادفی

کردن طرح هستند.

↓	C1 StdOrder	C2 RunOrder	C3 CenterPt	C4 Blocks	C5 A	C6 B
1	1	1	1	1	-1	-1
2	2	2	1	1	1	-1
3	3	3	1	1	-1	1
4	4	4	1	1	1	1
5	5	5	1	1	-1	-1
6	6	6	1	1	1	-1
7	7	7	1	1	-1	1
8	8	8	1	1	1	1
9	9	9	1	1	-1	-1
10	10	10	1	1	1	-1
11	11	11	1	1	-1	1
12	12	12	1	1	1	1

شکل ۶–۶: طرح آزمایش 2^2 با ۳ تکرار برای مثال ۶-۱

↓	C1 StdOrder	C2 RunOrder	C3 CenterPt	C4 Blocks	C5 A	C6 B	C7 response
1	1	1	1	1	-1	-1	28
2	2	2	1	1	1	-1	36
3	3	3	1	1	-1	1	18
4	4	4	1	1	1	1	31
5	5	5	1	1	-1	-1	25
6	6	6	1	1	1	-1	32
7	7	7	1	1	-1	1	19
8	8	8	1	1	1	1	30
9	9	9	1	1	-1	-1	27
10	10	10	1	1	1	-1	32
11	11	11	1	1	-1	1	23
12	12	12	1	1	1	1	29

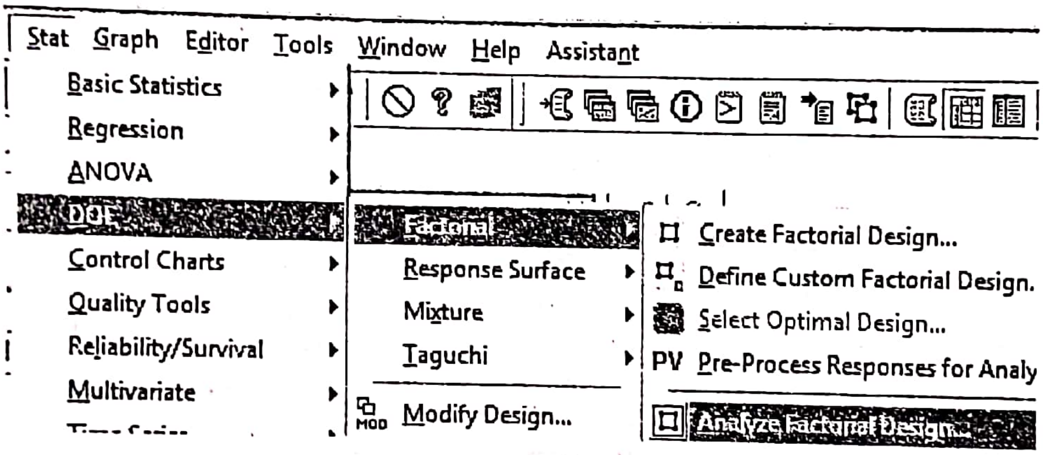
شکل ۶–۷: داده‌های مثال ۶-۱

۶-۲-۳ تحلیل طرح 2^2 با استفاده از MINITAB

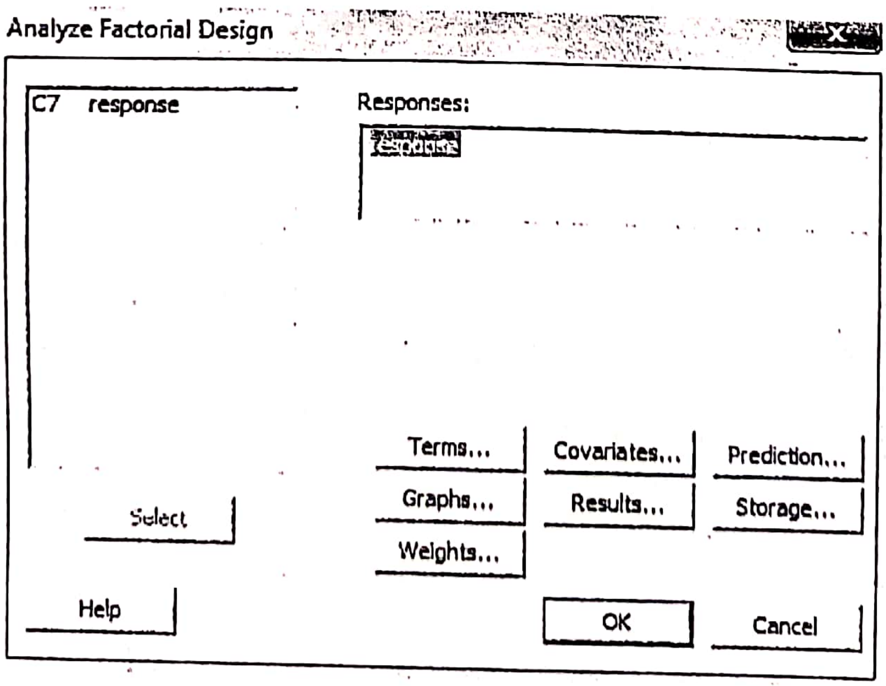
تاکنون طرح آزمایش مورد نظر برای مثال ۶-۱ را ایجاد کردیم و همچنین مقادیر متغیر پاسخ را وارد نرم‌افزار کردیم. برای تحلیل طرح از مسیر زیر عمل می‌کنیم (شکل ۶-۸):

Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design

پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده، متغیر پاسخ یا همان نتایج حاصل از آزمایش که در اینجا با اسم response ذخیره کردیم در کادر Responses وارد می‌کنیم (شکل ۶-۹). در این مرحله با زدن کلید OK خروجی جدول ۶-۲ مشاهده می‌شود.

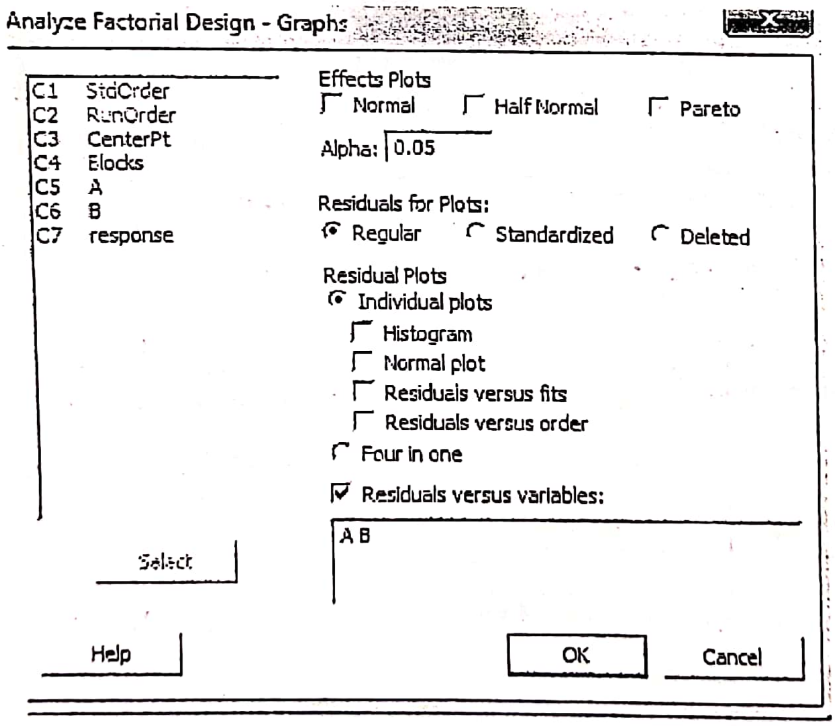


شکل ۶-۸: روش تحلیل یک طرح عاملی دو سطحی



شکل ۶-۹: پنجره‌ی مربوط به تحلیل طرح آزمایش مثال ۶-۱

برای رسم نمودارهای مانده‌ها در پنجره‌ی شکل ۶–۹ بر روی Graphs کلیک و نمودارهای مورد نیاز را انتخاب می‌کنیم. در قسمت بالایی پنجره، Effects Plots، نمودارهای احتمال نرمال اثرات و نصف نرمال را می‌توان انتخاب کرد. در قسمت Residuals for Plots نوع مانده‌های استفاده شده در نمودارها شامل مانده‌های معمولی یا استاندارد شده را می‌توان انتخاب کرد. نمودارهای مختلف مانده‌ها در قسمت Residuals Plots رسم می‌شوند. برای رسم نمودار مانده‌ها در مقابل متغیرهای دیگری مانند عوامل از کادر Residuals versus variables استفاده می‌کنیم. در همین پنجره می‌توانیم نمودارهای احتمال نرمال مانده‌ها و نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده را نیز فعال کنیم. سپس بر روی OK کلیک می‌کنیم تا خروجی مربوط به تحلیل و نمودارها نمایش داده شود. برای مثال در اینجا می‌خواهیم مانده‌ها در مقابل غلظت واکنش‌دهنده‌ها و میزان کاتالیزور را رسم کنیم. پس در پنجره‌ی Graphs مطابق شکل ۶–۱۰ گزینه Residuals versus variable را فعال و متغیرهای A و B را در کادر وارد می‌کنیم.



شکل ۶–۱۰: رسم نمودارهای مانده‌ها

خروجی دستورات ذکر شده در

جدول ۶–۲ داده شده است. در قسمت اول خروجی برآورد اثرات در ستون Effect و آماره t همراه با P-value های متناظر برای آزمون تکی اثرات آورده شده است. در

قسمت میانی خروجی آماره‌های PRESS، ضریب تعیین R-sq، ضریب تعیین تعدیل شده R-sq(adj) داده شده‌اند. در قسمت انتهایی خروجی جدول تحلیل واریانس کامل را مشاهده می‌کنید.

مقدار P-value برای هر دو اثر اصلی A و B از ۰/۰۵ کوچکتر هستند. پس هر دو اثر در سطح پنج درصد معنی دار هستند. همچنین شکل ۶–۱۱ و شکل ۶–۱۲ نمودار مانده‌ها در مقابل اثرهای اصلی را نشان می‌دهد. هر دو نمودار پراکندگی تقریبا ثابت مانده‌ها در سطوح مختلف عوامل A و B را نشان می‌دهند.

جدول ۶–۲: خروجی MINITAB تحلیل مثال ۶-۱

Factorial Fit: response versus A, B

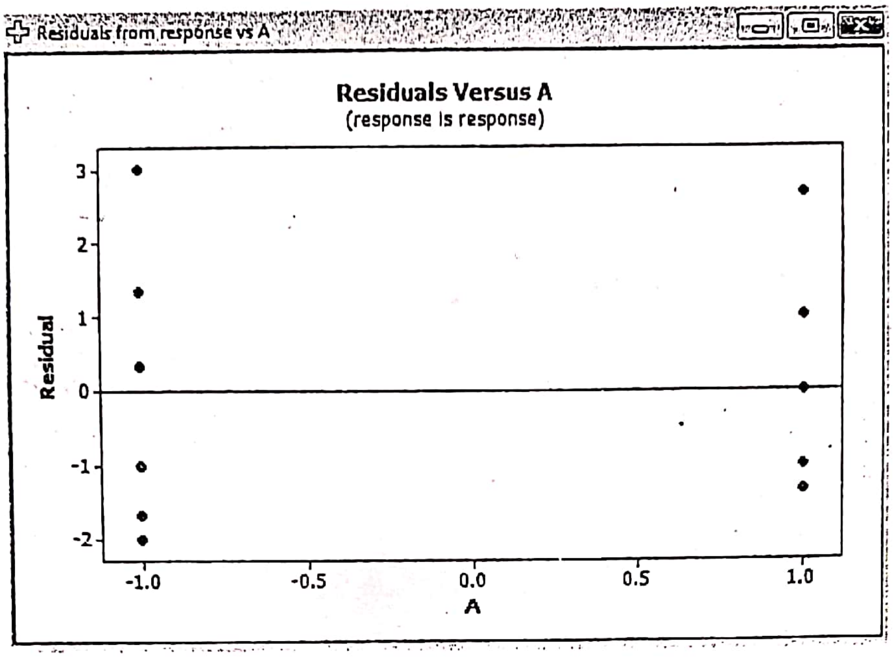
Estimated Effects and Coefficients for response (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		27.500	0.5713	48.14	0.000
A	8.333	4.167	0.5713	7.29	0.000
B	-5.000	-2.500	0.5713	-4.38	0.002
A*B	1.667	0.833	0.5713	1.46	0.183

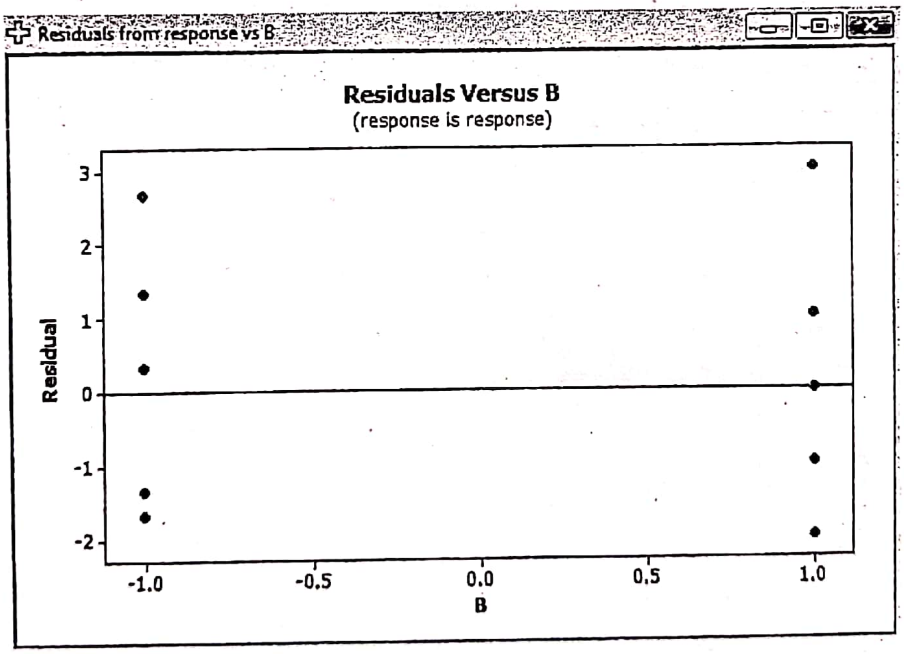
S = 1.97906   PRESS = 70.5
R-Sq = 90.30%   R-Sq(pred) = 78.17%   R-Sq(adj) = 86.66%

Analysis of Variance for response (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	2	283.333	283.333	141.667	36.17	0.000
A	1	208.333	208.333	208.333	53.19	0.000
B	1	75.000	75.000	75.000	19.15	0.002
2-Way Interactions	1	8.333	8.333	8.333	2.13	0.183
A*B	1	8.333	8.333	8.333	2.13	0.183
Residual Error	8	31.333	31.333	3.917		
Pure Error	8	31.333	31.333	3.917		
Total	11	323.000				



شکل ۶-۱۱: نمودار مانده‌ها در مقابل غلظت واکنش دهنده



شکل ۶-۱۲: نمودار مانده‌ها در مقابل میزان کاتالیزور

۶-۲-۴ تحلیل طرح $۲^۲$ با استفاده از R

دستور اجرای یک طرح $۲^۲$ در R شبیه به طرح عاملی کلی است. از این رو در ادامه فقط کدهای مربوط به تحلیل واریانس مثال ۶-۱ آمده است. برای توضیحات بیشتر در مورد هرکدام از دستورها به بخش طرح‌های عاملی کلی مراجعه کنید.

```
response<-c(28, 36, 18, 31, 25, 32, 19, 30, 27, 32, 23, 29)

A<-factor(c(-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1))

B<-factor(c(-1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1))

g<-data.frame(response,A,B)

lm.response<-lm(response ~ A+B+A*B ,data=g)

anova(lm.response)
```

خروجی تحلیل واریانس برای مثال ۶-۱ با استفاده از کدهای ذکر شده در جدول ۶-۳ آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، اثرهای اصلی A و B در سطح یک درصد معنی‌دار هستند.

جدول ۶-۳: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۶-۱ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
          Df  Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
A          1 208.333 208.333 53.1915 8.444e-05 ***
B          1  75.000  75.000 19.1489  0.002362 **
A:B        1   8.333   8.333  2.1277  0.182776
Residuals  8  31.333   3.917
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

۶-۳ طرح 2^3

مثال ۶-۲. [۵]. یک طرح عاملی 2^3 برای بررسی یک فرایند حکاکی نیترید روی یک ابزار حکاکی پلاسمای تک ویفری استفاده شده است. عوامل طرح، گاز بین الکترودها، گاز جاری و توان فرکانس رادیویی استفاده شده در کاتد هستند. طرح دو بار تکرار می‌شود. اطلاعات حاصل از اندازه گیری نرخ حکاکی برای نیترید سیلیکون در جدول ۶-۴ آمده است.

۶-۳-۱ ساخت طرح 2^3 با استفاده از MINITAB

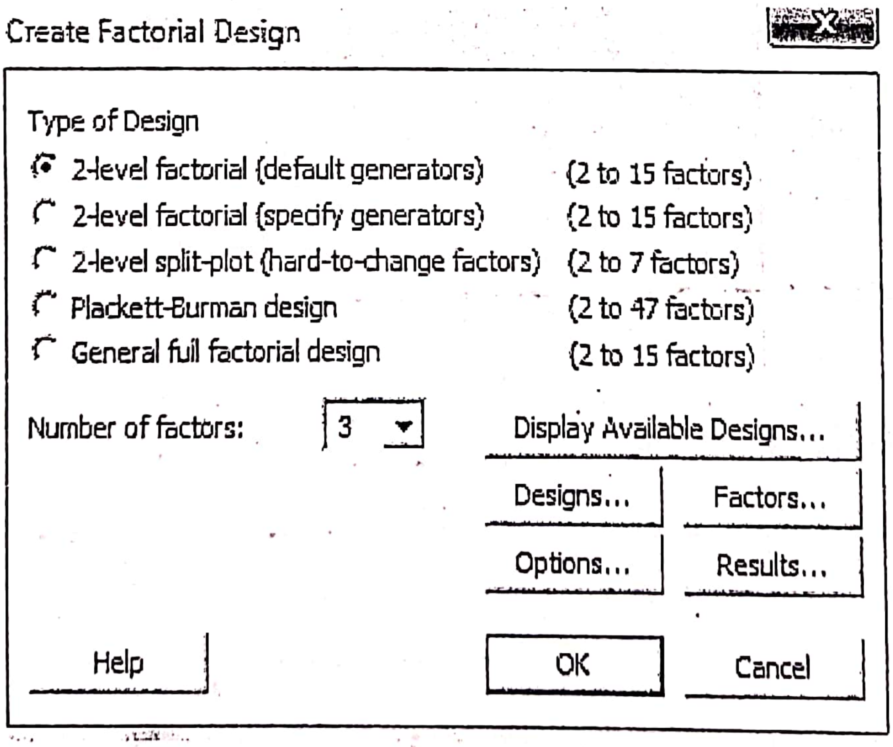
برای اجرا کردن طرح 2^3 مثال ۶-۲ همانند طرح 2^2 در مثال ۶-۱ عمل می‌کنیم. برای انجام این از مسیر زیر استفاده می‌کنیم:

Stat>DOE>Factorial>Create Factorial Design

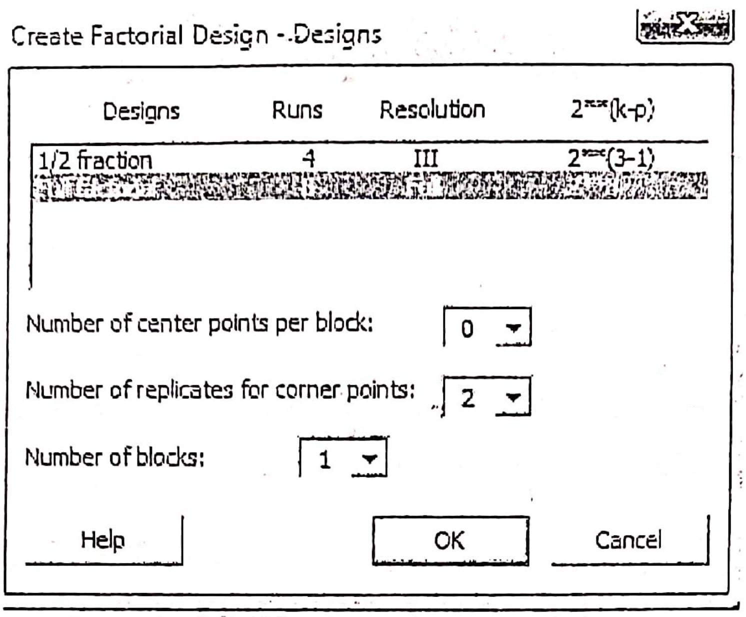
جدول ۶–۴: داده‌های مثال ۶-۲

A	B	C	تکرار اول	تکرار دوم
-	-	-	۵۵۰	۶۰۴
+	-	-	۶۶۹	۶۵۰
-	+	-	۶۳۳	۶۰۱
+	+	-	۶۴۲	۶۳۵
-	-	+	۱۰۳۷	۱۰۵۲
+	-	+	۷۴۹	۸۶۸
-	+	+	۱۰۷۵	۱۰۶۳
+	+	+	۷۲۹	۸۶۰

با توجه به این که در طرح سه عامل وجود دارد، در پنجره‌ی باز شده، شکل ۶–۱۳، در قسمت Number of Factors تعداد فاکتورها را برابر ۳ انتخاب می‌کنیم. سپس بر روی ...Designs کلیک کرده و در پنجره‌ی باز شده با توجه به این که در این مثال طرح آزمایش کامل است بر روی Full factorial کلیک می‌کنیم. همچنین چون تعداد تکرارها برابر ۲ است در قسمت ...Number of replicates عدد ۲ را وارد می‌کنیم (شکل ۶–۱۴).



شکل ۶–۱۳: تعیین نوع طرح در مثال ۶-۲



شکل ۶–۱۴: انتخاب طرح مربوط به مثال ۶-۲

سپس با زدن کلید OK به پنجره‌ی شکل ۶–۱۳ برمی‌گردیم. در ادامه بر روی ...Options کلیک کرده و در پنجره‌ی باز شده گزینه Randomize runs را غیر فعال می‌کنیم. سپس بر روی OK کلیک کرده تا خروجی طرح ایجاد شده را مشاهده کنید (شکل ۶–۱۵). در صفحه Worksheet ایجاد شده در ستونی مجزا مقادیر پاسخ را مطابق شکل ۶–۱۵ با اسم Response وارد می‌کنیم.

↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	Response
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	550
2	2	2	1	1	1	-1	-1	669
3	3	3	1	1	-1	1	-1	633
4	4	4	1	1	1	1	-1	642
5	5	5	1	1	-1	-1	1	1037
6	6	6	1	1	1	-1	1	749
7	7	7	1	1	-1	1	1	1075
8	8	8	1	1	1	1	1	729
9	9	9	1	1	-1	-1	-1	604
10	10	10	1	1	1	-1	-1	650
11	11	11	1	1	-1	1	-1	601
12	12	12	1	1	1	1	-1	635
13	13	13	1	1	-1	-1	1	1052
14	14	14	1	1	1	-1	1	868
15	15	15	1	1	-1	1	1	1063
16	16	16	1	1	1	1	1	860

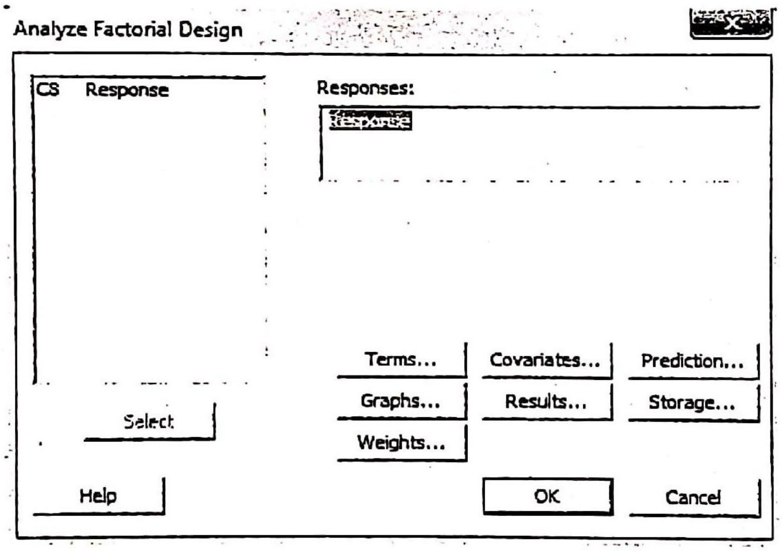
شکل ۶–۱۵: داده‌های مثال ۶-۲ در MINITAB

۶-۳-۲ تحلیل طرح $۲^۳$ با استفاده از MINITAB

پس از ساخت طرح و وارد کردن مقادیر متغیر پاسخ، برای انجام تحلیل واریانس از مسیر زیر استفاده می‌کنیم.

Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design...

در مثال ۶-۲، پس از وارد شدن به مسیر بالا در پنجره‌ی باز شده، متغیر پاسخ را که در اینجا با اسم Response ذخیره کردیم در کادر Responses وارد می‌کنیم (شکل ۶–۱۶). به منظور بررسی کفایت مدل و رسم نمودارهای مورد نیاز مانند نمودار احتمال نرمال و نمودار مانده‌ها در مقابل مقادیر برازش داده شده مشابه مثال ۶-۱ عمل می‌کنیم.



شکل ۶–۱۶: تحلیل طرح عاملی ایجاد شده در MINITAB

در حقیقت MINITAB مدل رگرسیونی

$$y = \beta_{۰} + \beta_{۱}x_A + \beta_{۲}x_B + \beta_{۳}x_C + \beta_{۱۲}x_Ax_B + \beta_{۱۳}x_Ax_c + \beta_{۲۳}x_Bx_c + \beta_{۱۲۳}x_Ax_Bx_C + \varepsilon$$

را برازش می‌دهد، که در آن x_A، x_B و x_c مقادیر ± 1 را اختیار می‌کنند و به ترتیب مربوط به اثرات A، B و C هستند.

براورد ضرایب رگرسیونی در ستون سوم، Coef، جدول ۶-۵ آمده اند. مقادیر آماره‌ی t و P-value نظیر در دو ستون آخر نشان داده شده است. قسمت پایینی جدول، جدول تحلیل واریانس را برای طرح کامل $۲^۳$ در مثال ۶-۲ نشان می‌دهد.

جدول ۶–۵: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۶–۲

Factorial Fit: Response versus A, B, C

Estimated Effects and Coefficients for Response (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		776.06	11.87	65.41	0.000
A	-101.62	-50.81	11.87	-4.28	0.003
B	7.37	3.69	11.87	0.31	0.764
C	306.12	153.06	11.87	12.90	0.000
A*B	-24.88	-12.44	11.87	-1.05	0.325
A*C	-153.63	-76.81	11.87	-6.47	0.000
B*C	-2.12	-1.06	11.87	-0.09	0.931
A*B*C	5.62	2.81	11.87	0.24	0.819

S = 47.4612 PRESS = 72082
R-Sq = 96.61% R-Sq(pred) = 86.44% R-Sq(adj) = 93.64%

Analysis of Variance for Response (coded units)

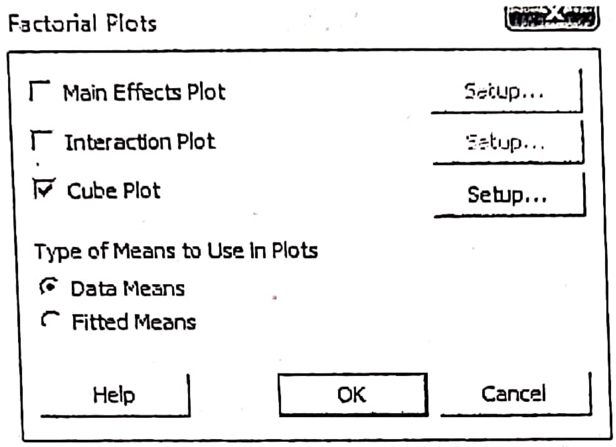
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	416378	416378	138793	61.62	0.000
A	1	41311	41311	41311	18.34	0.003
B	1	218	218	218	0.10	0.764
C	1	374850	374850	374850	166.41	0.000
۲-Way Interactions	3	96896	96896	32299	14.34	0.001
A*B	1	2475	2475	2475	1.10	0.325
A*C	1	94403	94403	94403	41.91	0.000
B*C	1	18	18	18	0.01	0.931
۳-Way Interactions	1	127	127	127	0.06	0.819
A*B*C	1	127	127	127	0.06	0.819
Residual Error	8	18020	18020	2253		
Pure Error	8	18021	18021	2253		
Total	15	531421				

برخی نمودارهای مفید در تفسیر نتایج یک طرح آزمایش را از مسیر

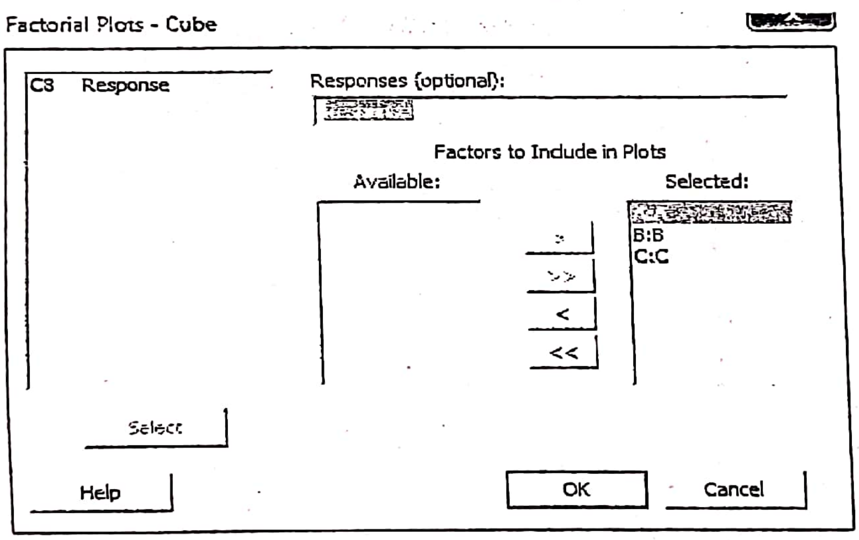
Stat>DOE>Factorial>Factorial Plots

می‌توان رسم کرد. این نمودارها شامل نمودار اثرات اصلی، متقابل و همچنین نمودار مکعبی هستند. در پنجره باز شده شکل ۶–۱۷، با فعال کردن گزینه Main Effects Plot نمودار اثرات اصلی و Interaction Plot نمودار اثرات متقابل بین عوامل مورد نظر را می‌توان رسم کرد. گزینه Cube plot نمودار مکعبی که در نمایش هندسی طرح مفید است، را خواهد داد. به طور مثال، جهت رسم نمودار مکعبی برای مثال ۶–۲ در پنجره‌ی Factorial Plots گزینه Cube plot را فعال می‌کنیم (شکل ۶–۱۷). سپس بر روی Setup کلیک می‌کنیم و در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۶–۱۸ عمل و عوامل شامل در رسم نمودار را در کادر

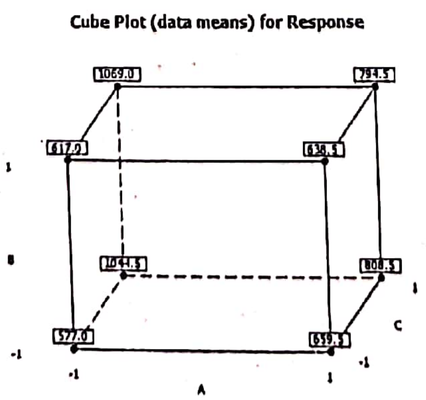
Selected واقع در سمت راست وارد می‌کنیم. خروجی حاصل از رسم نمودار در شکل ۶–۱۹ نشان داده شده است.



شکل ۶–۱۷: رسم نمودار مکعبی برای مثال ۶-۲



شکل ۶–۱۸: انتخاب اثرات برای رسم نمودار مکعبی



شکل ۶–۱۹: نمودار مکعبی برای مثال ۶-۲

۶-۳-۳ تحلیل طرح 2^3 با استفاده از R

دستور زیر تحلیل واریانس برای مثال ۶-۲ را در R انجام می‌دهد. با توجه به این که روش انجام آزمون مشابه یک طرح 2^2 است، در زیر فقط کدهای مربوط آورده شده است.

```
response<-c(550, 669, 633, 642, 1037,7 49, 1075, 729, 604, 650, 601, 635, 1052, 868,
1063, 860)
A<-factor(c(-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1))
B<-factor(c(-1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1,- 1, -1, 1, 1,- 1, -1, 1, 1))
C<-factor(c(-1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1))
g<-data.frame(response,A,B,C)
lm.response<-lm(response ~ A+B+C+A*B*C ,data=g)
anova(lm.response)
```

پس از وارد کردن دستورهای فوق در R خروجی جدول ۶-۶ را خواهیم داشت. همان‌طور که مشاهده می‌شود اثرهای A، C و AC در سطح یک درصد معنی‌دار هستند.

جدول ۶-۶: خروجی جدول تحلیل واریانس مثال ۶-۲ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
          Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
A          1  41311   41311  18.3394 0.0026786 **
B          1    218     218   0.0966 0.7639107
C          1 374850  374850 166.4105 1.233e-06 ***
A:B        1   2475    2475   1.0988 0.3251679
A:C        1  94403   94403  41.9090 0.0001934 ***
B:C        1     18      18   0.0080 0.9308486
A:B:C      1    127     127   0.0562 0.8185861
Residuals  8  18020    2253
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

۶-۴ تحلیل طرح تک تکراری 2^k

همان‌طور که مشاهده کردیم حتی برای تعداد عوامل کم، تعداد کل ترکیب‌های تیماری در یک طرح 2^k زیاد است. با توجه به منابع محدود آزمایشگاهی، هزینه‌ها و زمان ممکن است تکرار یک طرح عملی نباشد و تنها اجازه‌ی اجرای یک تکرار کامل را داشته باشیم. در این حالت از روش تحلیل واریانس نمی‌توان استفاده نمود. با ارائه یک مثال نحوه‌ی تحلیل این طرح‌ها را در MINITAB توضیح خواهیم داد.

مثال ۶-۳. [۱]. یک فرآورده‌ی شیمیایی در دیگ فشار تولید می‌شود. برای مطالعه‌ی عواملی که تصور می‌شود در نرخ تصفیه محصول موثرند. یک آزمایش عاملی در واحد صنعتی آزمایشگاهی انجام می‌شود. چهار عامل عبارتند از دما (A)، فشار (B)، غلظت فرمالدئید (C) و نرخ هم زدن (D). هر عامل در دو سطح اعمال می شود. ۱۶ اجرا به ترتیب تصادفی انجام شده‌اند. مهندس فرایند به ماکسیمم سازی نرخ تصفیه علاقه‌مند است.

توجه کنید که ساخت این طرح مشابه طرح 2^3 است. لذا روش ساخت طرح اینجا آورده نشده است. پس از ساختن طرح و وارد کردن متغیر پاسخ در صفحه Worksheet نرم افزار، شکل ۶-۲۰ را خواهیم داشت.

↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	D	Response
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	45
2	2	2	1	1	1	-1	-1	-1	71
3	3	3	1	1	-1	1	-1	-1	48
4	4	4	1	1	1	1	-1	-1	65
5	5	5	1	1	-1	-1	1	-1	68
6	6	6	1	1	1	-1	1	-1	60
7	7	7	1	1	-1	1	1	-1	80
8	8	8	1	1	1	1	1	-1	65
9	9	9	1	1	-1	-1	-1	1	43
10	10	10	1	1	1	-1	-1	1	100
11	11	11	1	1	-1	1	-1	1	45
12	12	12	1	1	1	1	-1	1	104
13	13	13	1	1	-1	-1	1	1	75
14	14	14	1	1	1	-1	1	1	86
15	15	15	1	1	-1	1	1	1	70
16	16	16	1	1	1	1	1	1	96

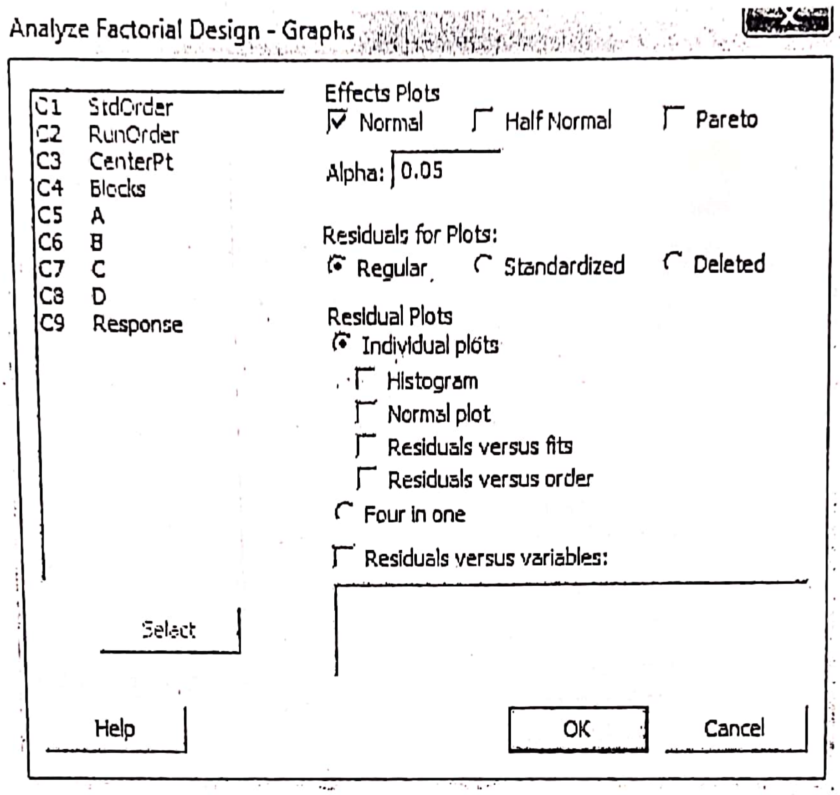
شکل ۶-۲۰: طرح ایجاد شده برای مثال ۶-۳

در طرح‌های تک تکراری چون خطا قابل اندازه‌گیری نیست، پس استفاده از جدول تحلیل واریانس معمول امکان‌پذیر نیست. یکی از راه‌های تحلیل این طرح استفاده از نمودار احتمال نرمال اثرات است. برای رسم نمودار احتمال نرمال اثرها در نرم افزار MINITAB از مسیر

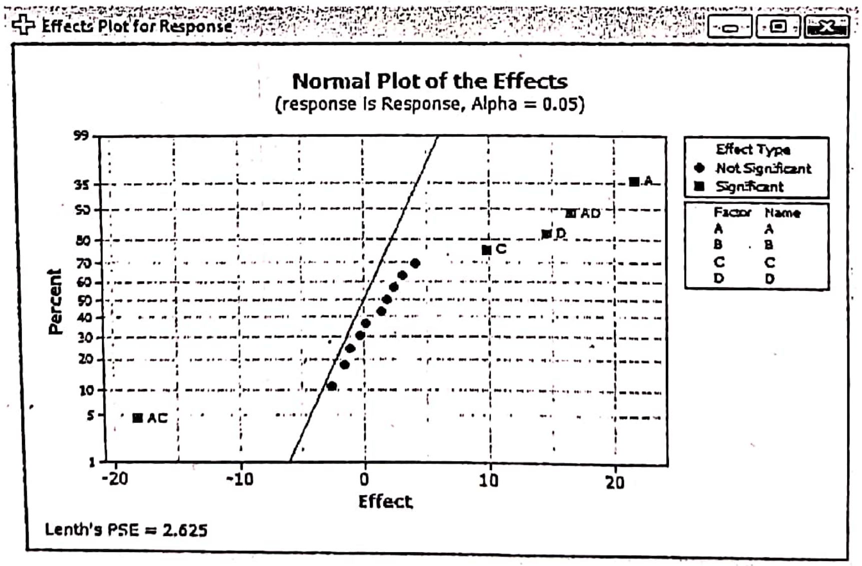
Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design

استفاده می‌کنیم. در پنجره‌ی باز شده متغیر پاسخ را در کادر Response وارد می‌کنیم. سپس بر روی Graphs کلیک کرد و در پنجره‌ی باز شده (شکل ۶-۲۱) در قسمت Effects plots گزینه Normal را همانند شکل فعال می‌کنیم. سپس بر روی OK کلیک کرده تا

خروجی مربوط به نمودار را مشاهده کنیم.



شکل ۶–۲۱: رسم نمودار احتمال نرمال اثرها



شکل ۶–۲۲: نمودار احتمال نرمال اثرهای برای مثال ۶-۳

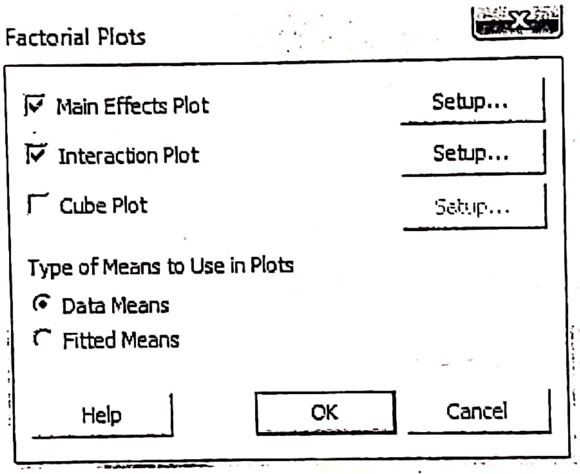
شکل ۶–۲۲ نمودار احتمال نرمال اثرها را برای مثال ۶-۳ نشان می‌دهد. تمام اثرهایی که در امتداد خط قرار دارند ناچیزند، و اثرهایی که دور از خط قرار دارند اثرات معنی‌دار را نشان می‌دهند. اثرهای مهمی که این تحلیل آشکار می‌کند اثرهای اصلی A، C و D اثرهای متقابل

AC و AD هستند.

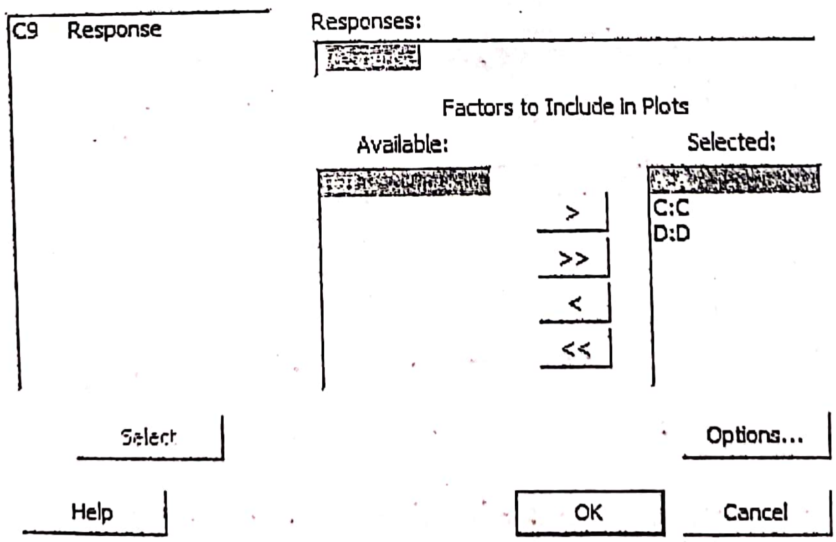
نمودار اثرهای اصلی و متقابل مهم را برای تحلیل بیشتر مسئله رسم می‌کنیم. برای اینکار وارد مسیر

Stat>DOE>Factorial>Factorial plots...

می‌شویم و در پنجره‌ی باز شده (شکل ۶–۲۳) گزینه Main Effects Plot را برای نمودار اثرهای اصلی و Interaction Plot را برای رسم نمودار اثرهای متقابل فعال می‌کنیم. سپس در هر قسمت بر روی Setup کلیک کرده و مطابق شکل ۶–۲۴ عمل می‌کنیم.

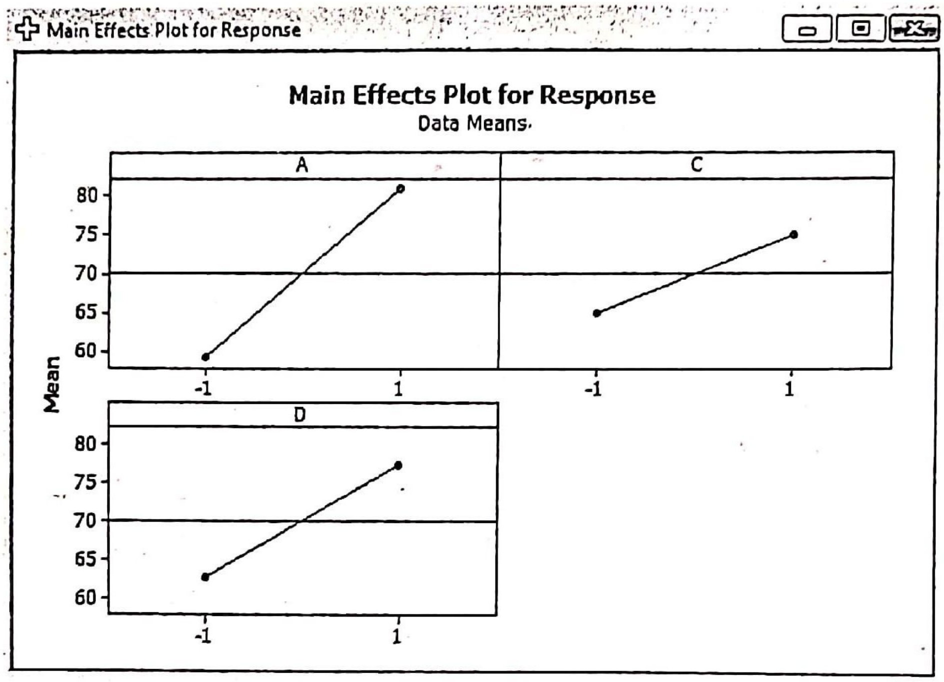


شکل ۶–۲۳: رسم نمودار اثرات اصلی و متقابل در MINITAB

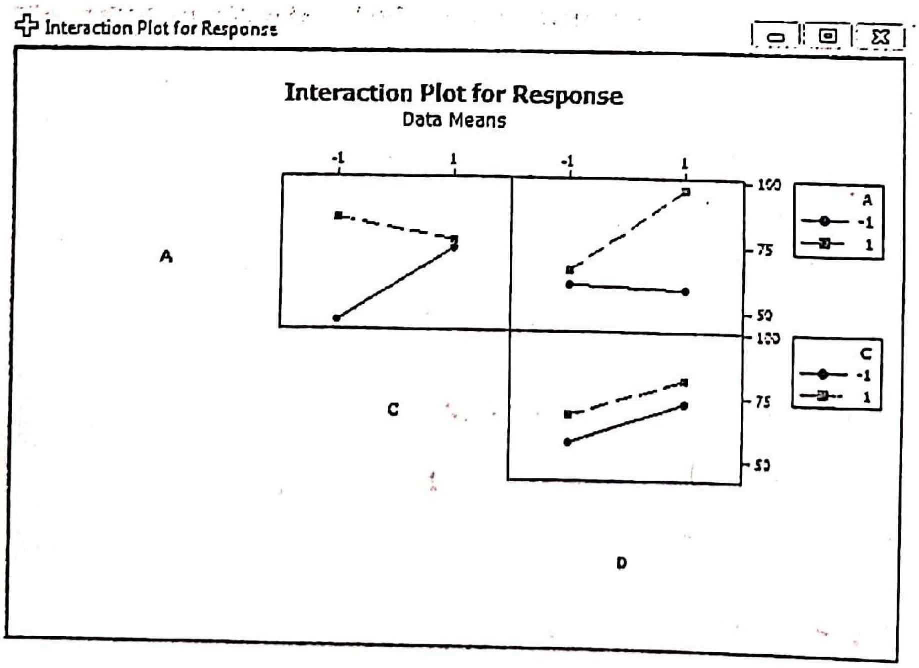


شکل ۶–۲۴: انتخاب اثرات مورد نظر برای رسم نمودار اثرات اصلی و متقابل

نمودار اثرهای اصلی در شکل ۶–۲۵ و همچنین نمودار اثرهای متقابل در شکل ۶–۲۶ نشان داده شده است. با توجه به نمودار معنی‌داری اثرات متقابل AC و AD مشهود است. با توجه به این نمودارها بهترین نرخ تصفیه وقتی A و D در سطح بالا و C در سطح پایین قرار دارد، حاصل می‌شود.



شکل ۶–۲۵: نمودار اثرهای اصلی برای مثال ۶-۳



شکل ۶–۲۶: نمودار اثرهای متقابل برای مثال ۶-۳

از نمودار احتمال نیم نرمال نیز مشابه نمودار احتمال نرمال برای تحلیل طرح‌های تک تکراری

استفاده می‌شود. این نمودار را با فعال کردن گزینه Half Normal در شکل ۶–۲۱ می‌توان رسم کرد.

۷ طرح‌های عاملی کسری دو سطحی

۱-۷ مقدمه

وقتی تعداد عامل‌ها در یک طرح ۲^k زیاد می‌شود، تعداد اجرهای طرح به سرعت افزایش می‌یابد. این مسئله، اجرای طرح های عاملی را در عمل علیرغم همه مزیت‌هایشان با مشکل روبرو خواهد کرد. اگر در آزمایش بتوان ناچیز بودن اثرهای متقابل مرتبه‌ی بالا را با توجه به دو اصل سلسله مراتبی و تنک‌بودن اثرات پذیرفت، آنگاه می‌توان با اجرای کسری از یک آزمایش عاملی اطلاعات مربوط به اثرهای اصلی و اثرهای متقابل مرتبه‌ی پایین را به‌دست آورد. در این فصل با استفاده از نرم‌افزار MINITAB ساخت و تحلیل طرح‌های کسری ۲^k را با ذکر چند مثال تشریح می‌کنیم.

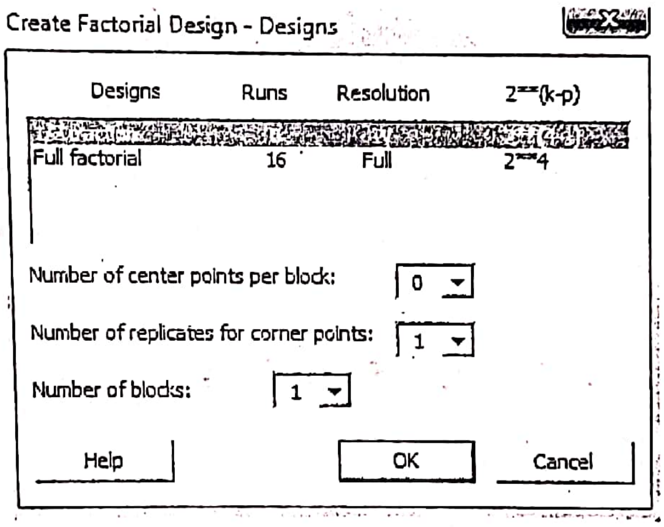
۲-۷ کسر یک‌دوم طرح ۲^k

مثال ۷-۱. [۱]. طرح تک تکراری $۲^۴$ آزمایش نرخ تصفیه در مثال ۶-۳ را درنظر بگیرید. در آن مثال دیدیم که اثرهای اصلی A، C و D و اثرهای متقابل AC و AD معنی‌دار هستند. در اینجا دوباره آزمایش را بررسی می‌کنیم و به این موضوع رسیدگی می‌کنیم اگر به‌جای یک طرح عاملی کامل، کسر یک دوم طرح $۲^۴$ را اجرا کنیم چه اتفاقی می‌افتد.

برای ساخت طرح در نرم‌افزار MINITAB از مسیر

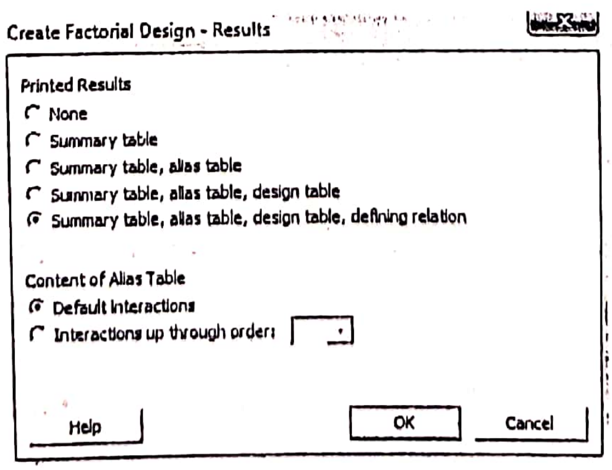
Stat>DOE>Factorial>Create Factorial Design

استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده Number of factors را برابر ۴ قرار می‌دهیم و بر روی گزینه ...Designs کلیک می‌کنیم تا پنجره شکل ۷–۱ باز شود. در این پنجره مطابق شکل ۷–۱ کسر یک‌دوم (1/2fraction) را انتخاب کرده و برروی OK کلیک می‌کنیم تا به پنجره‌ی اصلی برگردیم.



شکل ۷–۱: انتخاب طرح مورد نظر برای مثال ۷–۱

در پنجره‌ی اصلی به قسمت ...Options رفته و قسمت Randomize runs را غیر فعال می‌کنیم. در مرحله‌ی آخر وارد قسمت ...Results شده و در شکل ۷–۲ نوع خروجی مورد نظر را انتخاب می‌کنیم.



شکل ۷–۲: مشخص کردن نوع خروجی در پنجره‌ی Results

پس از طی کردن مراحل فوق و زدن کلید OK خروجی مورد نظر و طرح ایجاد شده را مشاهده خواهید کرد. در پنجره‌ی Session خروجی جدول ۷–۱ را مشاهده خواهید کرد.

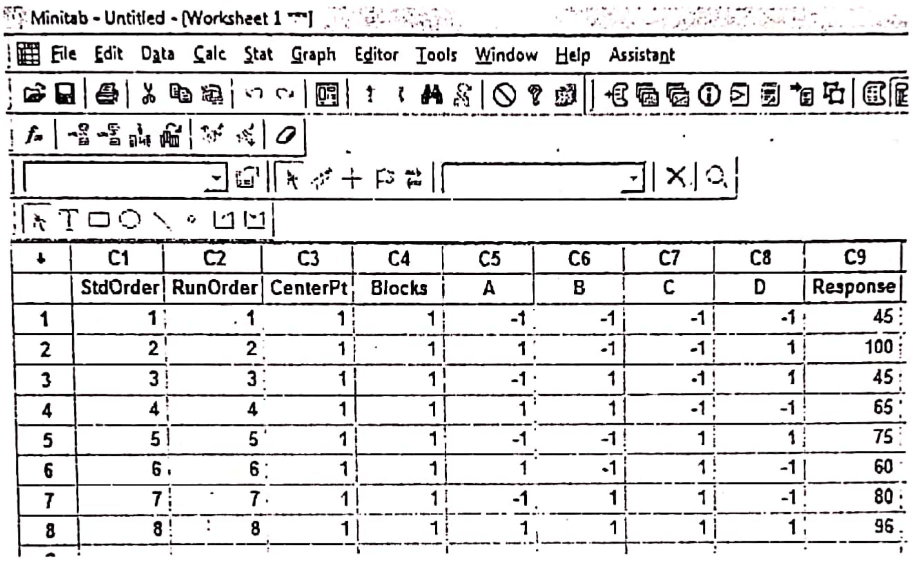
جدول ۷–۱: خروجی اجرای طرح کسری 2^{4-1}

```
Fractional Factorial Design
Factors:   4    Base Design: 4, 8    Resolution: IV
Runs:      8    Replicates:    1     Fraction:   1/2
Blocks:    1    Center pts (total):      0

Design Generators: D = ABC
Defining Relation:  I = ABCD

Alias Structure

I + ABCD

A + BCD
B + ACD
C + ABD
D + ABC
AB + CD
AC + BD
AD + BC

Design Table

Run  A  B  C  D
  1  -  -  -  -
  2  +  -  -  +
  3  -  +  -  +
  4  +  +  -  -
  5  -  -  +  +
  6  +  -  +  -
  7  -  +  +  -
  8  +  +  +  +
```

در قسمت اول جدول ۷-۱ اطلاعات مربوط به طرح را مشاهده می‌کنید،که شامل تعداد عامل-ها، تعداد اجراها، نوع کسر و وضوح[۶] آن است. قسمت Design generator: D = ABC مولد طرح را نشان می‌دهد. در قسمت بعد، رابطه معرف طرح که I = ABCD است را مشاهده می‌کنید. در قسمت Alias Structure ساختار هم‌اثری اثرات را مشاهده می‌کنید. برای مثال

[۶] Resolution

نماد $A + BCD$ نشان می‌دهد که A و BCD هم اثر هستند. در نهایت قسمت آخر جدول، Design Table، ماتریس طرح کسر یک دوم ایجاد شده را مشاهده می‌کنیم. برای مشاهده طرح ایجاد شده در پنجره‌ی Worksheet نیز ذخیره شده است. حال، در این پنجره مقادیر متغیر پاسخ را در ستونی مجزا متناظر با هر ترکیب تیماری وارد می‌کنیم (شکل ۷–۳).



↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	D	Response
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	45
2	2	2	1	1	1	-1	-1	1	100
3	3	3	1	1	-1	1	-1	1	45
4	4	4	1	1	1	1	-1	-1	65
5	5	5	1	1	-1	-1	1	1	75
6	6	6	1	1	1	-1	1	-1	60
7	7	7	1	1	-1	1	1	-1	80
8	8	8	1	1	1	1	1	1	96

شکل ۷–۳: طرح ایجاد شده برای مثال ۷-۱

برای براورد اثرها در مثال ۷-۱ از مسیر

Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design

استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده متغیر پاسخ (که در اینجا با اسم Response نام گذاری شده است) را در قسمت Response وارد کرده و بر روی OK کلیک می‌کنیم. خروجی مربوط به براورد اثرها در ستون Effect در جدول ۷-۲ آورده شده است.

جدول ۷–۲: خروجی برآورد اثرها برای مثال ۷-۱ در MINITAB

Estimated Effects and Coefficients for Response (coded units)

Term	Effect	Coef
Constant		70.750
A	19.000	9.500
B	1.500	0.750
C	14.000	7.000
D	16.500	8.250
A*B	-1.000	-0.500
A*C	-18.500	-9.250
A*D	19.000	9.500

۷-۳ طرح عاملی کسری کلی 2^{k-p}

طرح عاملی شامل 2^{k-p} اجرا از طرح 2^{k} را طرح عاملی کسری $\frac{1}{2^p}$ می‌نامند و آن را با 2^{k-p} نمایش می‌دهند. در ادامه با ارائه یک مثال از طرح کسری 2^{8-3} استفاده از نرم‌افزار MINITAB را برای ساخت و تحلیل آن توضیح خواهیم داد.

مثال ۷-۲. [۱]. از یک ماشین CNC پنج محوری در ماشینی‌کردن پروانه‌ی مورد استفاده در موتورهای توربین جت استفاده می‌شود. مقاطع نیمرخ تیغه‌ها مشخصه‌ی مهم کیفیت‌اند. به‌خصوص، انحراف مقطع نیمرخ از مقطع نیمرخ مشخص شده در نقشه‌کشی مهندسی مورد توجه است. آزمایشی برای تعیین اینکه کدام پارامترهای ماشین در انحراف مقطع نیمرخ مؤثرند اجرا شده است. هشت عامل منتخب طرح به‌صورت زیر است.

جدول ۷-۳: عامل‌های طرح

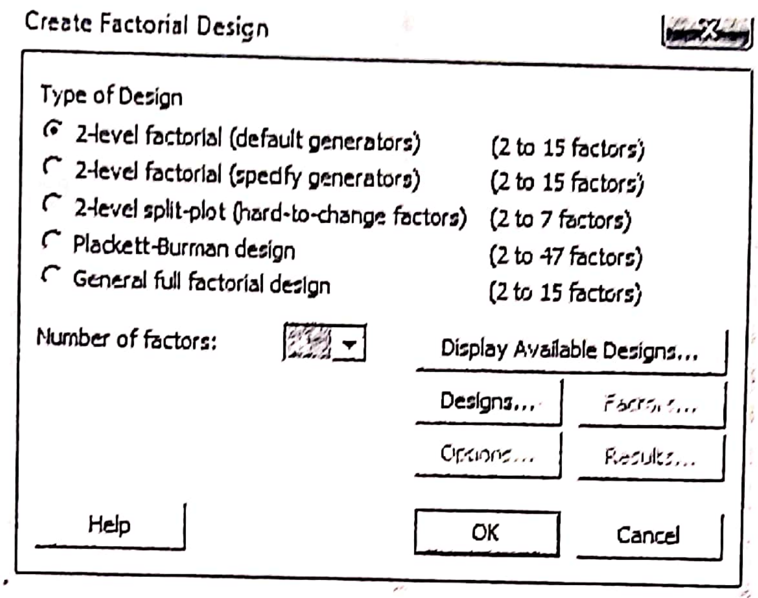
عامل		سطح پایین (−)	سطح بالا (+)
A	تغییر مکان محور x (۰/۰۰۱ اینچ)	۰	۱۵
B	تغییر مکان محور y (۰/۰۰۱ اینچ)	۰	۱۵
C	تغییر مکان محور z (۰/۰۰۱ اینچ)	۰	۱۵
D	نوع ابزار	۱	۲
E	تغییر مکان محور a (۰/۰۰۱ اینچ)	۰	۳۰
F	سرعت محور (درصد)	۹۰	۱۱۰
G	ارتفاع ثابت	۰	۱۵
H	نرخ تغذیه (درصد)	۹۰	۱۱۰

از هر قسمت، یک تیغه‌ی آزمایش برای بررسی انتخاب کرده‌ایم. انحراف مقطع نیمرخ را با استفاده از دستگاه اندازه‌گیری مختصات اندازه گیری کرده، و انحراف معیار تفاوت بین مقطع نیمرخ واقعی و مقطع نیمرخ مشخص شده را به عنوان متغیر پاسخ در نظر گرفته‌ایم. ماشین دارای چهار محور است. به دلیل امکان متفاوت بودن محورها، مهندسین فرایند بر این عقیده‌اند که باید محورها را به عنوان بلوک‌ها در نظر بگیریم، آزمایشگران تصمیم می‌گیرند که از طرح 2_{IV}^{8-3} در چهار بلوک استفاده کنند.

برای اجرای طرح از مسیر

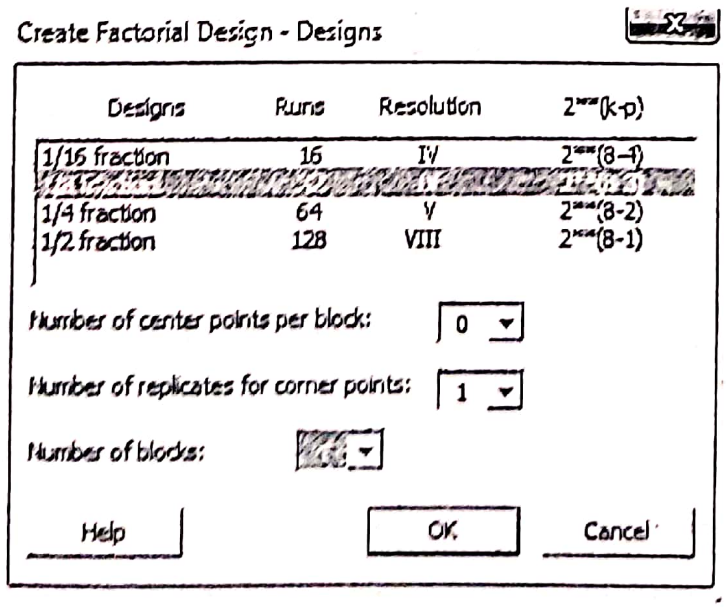
Stat>DOE>Factorial>Create Factorial Design

استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده پنجره‌ی شکل ۷–۴ باز می‌شود.



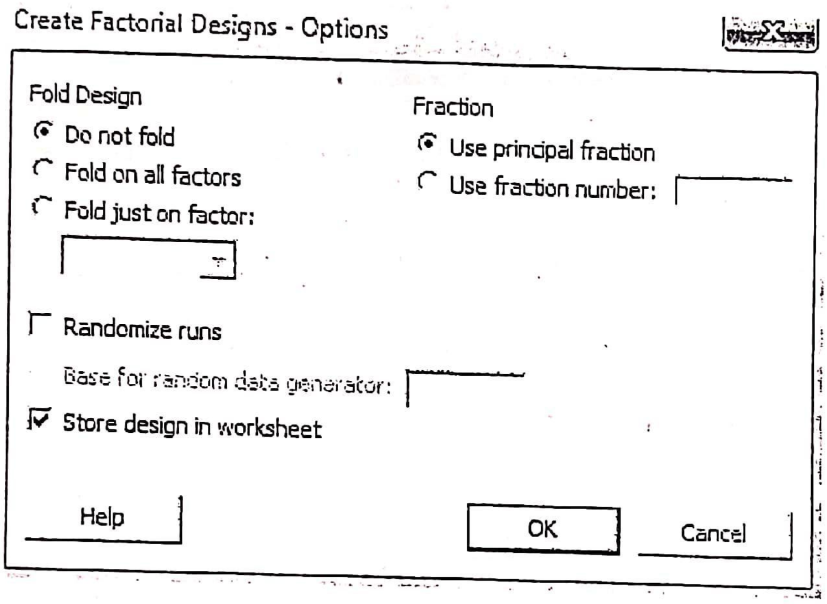
شکل ۷–۴: انتخاب طرح مورد نظر برای مثال ۷-۲

در پنجره‌ی مورد نظر Number of factors را برابر ۸ قرار می‌دهیم و بر روی Designs کلیک کرده تا طرح مورد نظر را انتخاب کنیم. مطابق شکل ۷–۵ طرح کسری 2_{IV}^{8-3} را انتخاب می‌کنیم و همچنین در این پنجره تعداد بلوک‌ها را نیز برابر ۴ قرار می‌دهیم. برروی OK کلیک می‌کنیم تا به پنجره‌ی اصلی برگردیم.

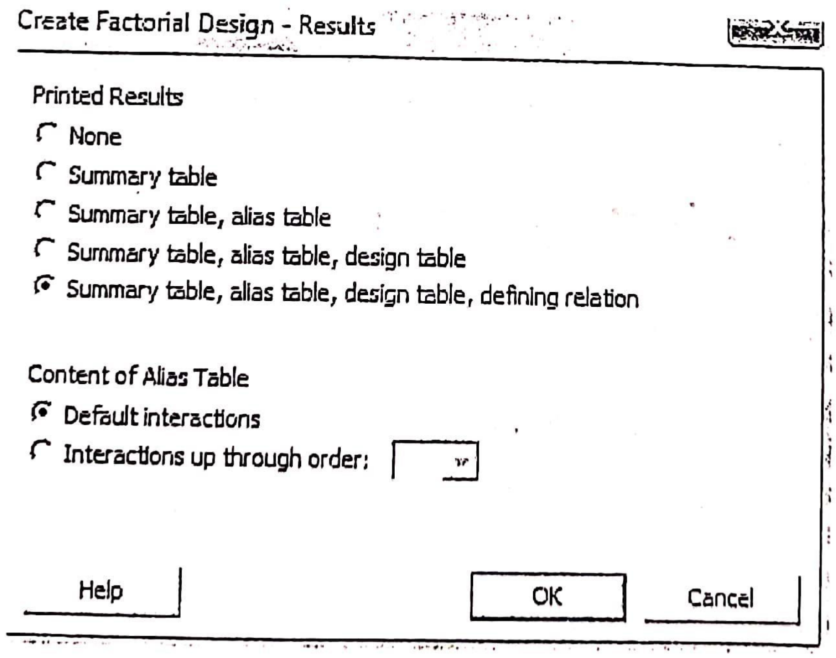


شکل ۷–۵: انتخاب طرح 1/8 برای مثال ۷-۲

در پنجره‌ی اصلی بر روی ..Options و ...Results کلیک کرده و مطابق شکل ۷–۶ در پنجره‌ی Options گزینه Randomize runs را غیر فعال می‌کنیم و در پنجره‌ی Results مطابق شکل ۷–۷ عمل می‌کنیم. در این پنجره می‌توان صورت خروجی و نوع اطلاعات شامل را تعیین کرد. با فعال کردن قسمت Interactions up through order می‌توان حداکثر مرتبه اثرات متقابل شامل در خروجی ساختار هم اثری را مشخص کرد. در اینجا از پیش فرض نرم افزار استفاده شده است.



شکل ۷–۶: پنجره‌ی Option



شکل ۷–۷: مشخص کردن نحوه‌ی خروجی مثال ۷–۲

خروجی حاصل از اجرای طرح 2^{8-3} که دارای ۳۲ اجرا است در ادامه آمده است. در این خروجی مولدهای طرح، ساختار هم‌اثری و ۳۲ ترکیب تیماری ایجاد شده را مشاهده می‌کنید.

```
Fractional Factorial Design

Factors:8   Base Design:8, 32   Resolution:IV
Runs:32    Replicates:1    Fraction:1/8
Blocks: 1    Center pts (total): 0

Design Generators: F = ABC, G = ABD, H = BCDE

Defining Relation:  I = ABCF = ABDG = BCDEH = CDFG =
ADEFH = ACEGH = BEFGH

Alias Structure (up to order 4)

I + ABCF + ABDG + CDFG

A + BCF + BDG + CEGH + DEFH
B + ACF + ADG + CDEH + EFGH
C + ABF + DFG + AEGH + BDEH
D + ABG + CFG + AEFH + BCEH
E + ACGH + ADFH + BCDH + BFGH
F + ABC + CDG + ADEH + BEGH
G + ABD + CDF + ACEH + BEFH
H + ACEG + ADEF + BCDE + BEFG
AB + CF + DG
AC + BF + EGH + ADFG + BCDG
AD + BG + EFH + ACFG + BCDF
AE + CGH + DFH + BCEF + BDEG
AF + BC + DEH + ACDG + BDFG
AG + BD + CEH + ACDF + BCFG
AH + CEG + DEF + BCFH + BDGH
BE + CDH + FGH + ACEF + ADEG
BH + CDE + EFG + ACFH + ADGH
CD + FG + BEH + ABCG + ABDF
CE + AGH + BDH + ABEF + DEFG
CG + DF + AEH + ABCD + ABFG
CH + AEG + BDE + ABFH + DFGH
DE + AFH + BCH + ABEG + CEFG
DH + AEF + BCE + ABGH + CFGH
EF + ADH + BGH + ABCE + CDEG
EG + ACH + BFH + ABDE + CDEF
EH + ACG + ADF + BCD + BFG
FH + ADE + BEG + ABCH + CDGH
GH + ACE + BEF + ABDH + CDFH
ABE + CEF + DEG + ACDH + AFGH + BCGH + BDFH
ABH + CFH + DGH + ACDE + AEFG + BCEG + BDEF
```

```
ACD + AFG + BCG + BDF + ABEH + CEFH + DEGH

Design Table
```

Run	A	B	C	D	E	F	G	H
١	−	−	−	−	−	−	−	+
٢	+	−	−	−	−	+	+	+
٣	−	+	−	−	−	+	+	−
٤	+	+	−	−	−	−	−	−
٥	−	−	+	−	−	+	−	−
٦	+	−	+	−	−	−	+	−
٧	−	+	+	−	−	−	+	+
٨	+	+	+	−	−	+	−	+
٩	−	−	−	+	−	−	+	−
١٠	+	−	−	+	−	+	−	−
١١	−	+	−	+	−	+	−	+
١٢	+	+	−	+	−	−	+	+
١٣	−	−	+	+	−	+	+	+
١٤	+	−	+	+	−	−	−	+
١٥	−	+	+	+	−	−	−	−
١٦	+	+	+	+	−	+	+	−
١٧	−	−	−	−	+	−	−	−
١٨	+	−	−	−	+	+	+	−
١٩	−	+	−	−	+	+	+	+
٢٠	+	+	−	−	+	−	−	+
٢١	−	−	+	−	+	+	−	+
٢٢	+	−	+	−	+	−	+	+
٢٣	−	+	+	−	+	−	+	−
٢٤	+	+	+	−	+	+	−	−
٢٥	−	−	−	+	+	−	+	+
٢٦	+	−	−	+	+	+	−	+
٢٧	−	+	−	+	+	+	−	−
٢٨	+	+	−	+	+	−	+	−
٢٩	−	−	+	+	+	+	+	−
٣٠	+	−	+	+	+	−	−	−
٣١	−	+	+	+	+	−	−	+
٣٢	+	+	+	+	+	+	+	+

طرح ایجاد شده را در پنجره‌ی Worksheet مشاهده می‌کنید. حال، مقادیر متغیر پاسخ متناظر با هر ترکیب تیماری را در ستون دیگری (response) وارد کنیم. چون متغیر پاسخ انحراف معیار است، معمولا تبدیل لگاریتم مناسب است [١].

لگاریتم طبیعی متغیر response را از مسیر

Calc<Calcurator...

می‌توان ایجاد کرد. با وارد شدن به مسیر در پنجره باز شده، در کادر Stor result in variable اسم دلخواه انتخابی برای متغیر تبدیل و در کادر Expression عبارت LN('response') وارد می‌کنیم. طرح ایجاد شده، مقادیر متغیر پاسخ (response) و تبدیل لگاریتمی(Ln) در شکل ۷–۸ آورده شده‌اند.

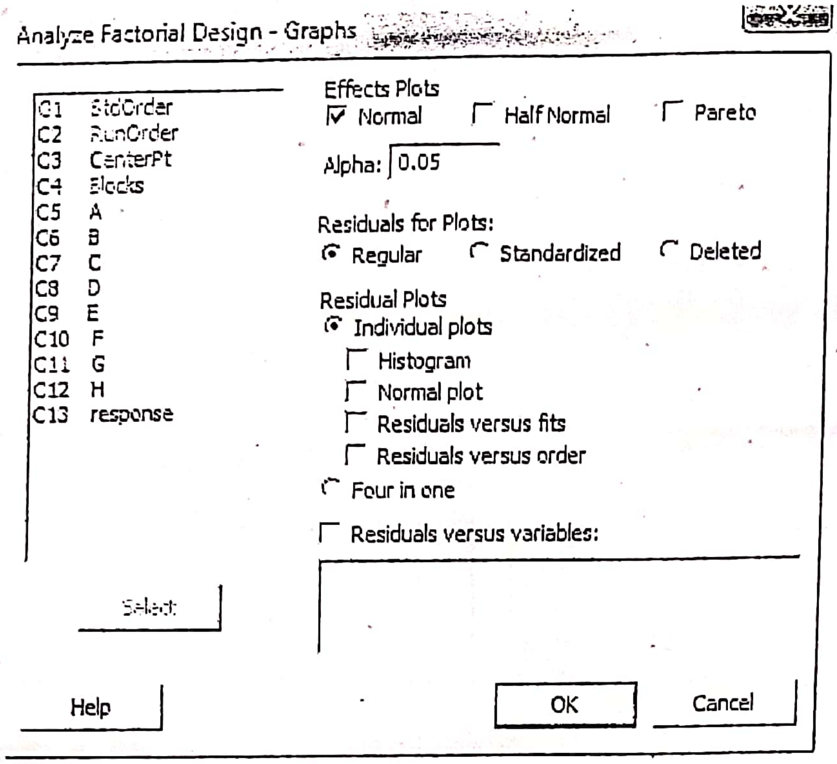
↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	D	E	F	G	H	response	Ln
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	2.76	1.01523
2	2	2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	6.18	1.82132
3	3	3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	2.43	0.88769
4	4	4	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4.01	1.38879
5	5	5	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	2.48	0.90826
6	6	6	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	5.91	1.77665
7	7	7	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	2.39	0.87129
8	8	8	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	3.35	1.20896
9	9	9	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	4.40	1.48160
10	10	10	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	4.10	1.41099
11	11	11	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	3.22	1.16938
12	12	12	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	3.78	1.32972
13	13	13	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	5.32	1.67147
14	14	14	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	3.87	1.35325
15	15	15	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	3.03	1.10856
16	16	16	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	2.95	1.08181
17	17	17	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	2.64	0.97078
18	18	18	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	5.50	1.70475
19	19	19	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	2.24	0.80648
20	20	20	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	4.28	1.45395
21	21	21	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	2.57	0.94391
22	22	22	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	5.37	1.68083
23	23	23	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	2.11	0.74669
24	24	24	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	4.18	1.43031
25	25	25	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	3.96	1.37624
26	26	26	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	3.27	1.18479
27	27	27	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	3.41	1.22671
28	28	28	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	4.30	1.45862
29	29	29	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	4.44	1.49065
30	30	30	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	3.65	1.29473
31	31	31	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	4.41	1.48387
32	32	32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3.40	1.22378

شکل ۷–۸: طرح $۲^{۸-۳}$ در چهار بلوک برای مثال ۷-۲

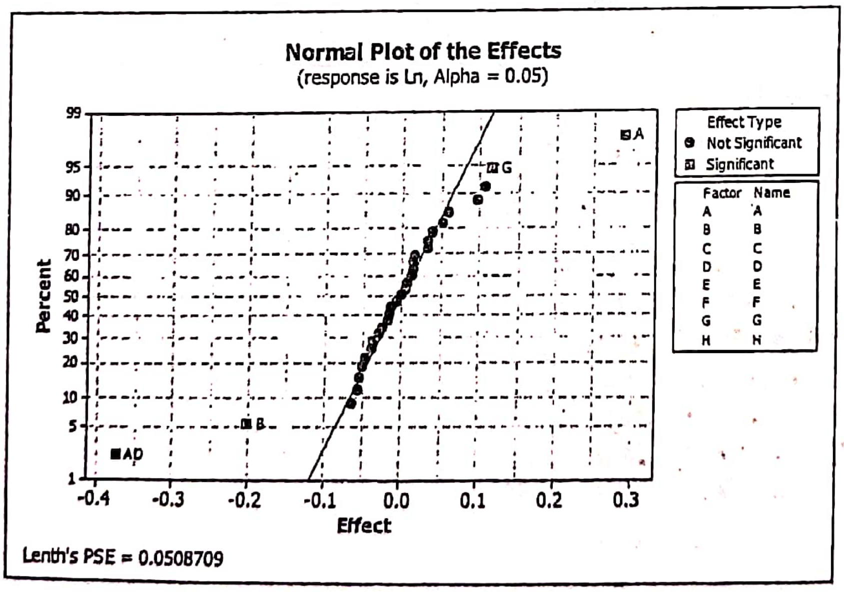
برای تحلیل طرح ذکر شده ابتدا نمودار احتمال نرمال برآورد اثرها را برای مثال ۷-۲ از مسیر

Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design

رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده متغیر لگاریتم پاسخ (Ln) را در کادر Response وارد می‌کنیم و بر روی Graphs کلیک می‌کنیم. در پنجره‌ی Graphs مطابق شکل ۷–۹ در قسمت Efects plots گزینه Normal را فعال می‌کنیم و بر روی OK کلیک کرده تا خروجی مورد نظر را مشاهده کنیم. شکل ۷–۱۰ نمودار احتمال نرمال اثرها را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که اثرهای A، B و AD معنی‌دار هستند.



شکل ۷–۹: رسم نمودار احتمال نرمال اثرها



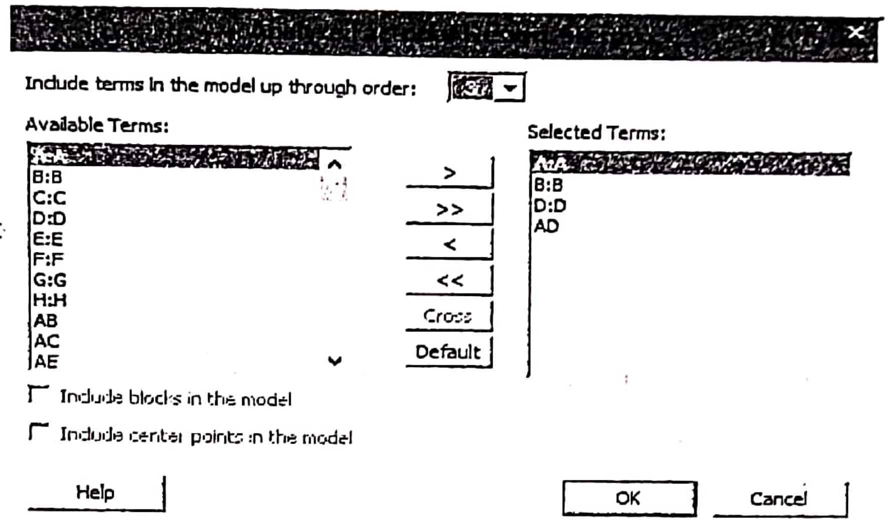
شکل ۷–۱۰: نمودار احتمال نرمال براورد اثرها برای مثال ۷–۲

حال براساس اثرهای معنی‌دار می‌توان یک جدول تحلیل واریانس را تشکیل داد. از مسیر

Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design

برای انجام این کار استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در قسمت Response متغیر پاسخ را وارد می‌کنیم. سپس بر روی گزینه‌ی Terms کلیک و اثراتی که

نمودار احتمال نرمال آن‌ها معنی‌دار اعلام کرده است را انتخاب می‌کنیم. در پنجره‌ی Terms مطابق شکل ۷-۱۱ عمل می‌کنیم. جدول ۷-۴ جدول تحلیل واریانس برای مثال ۷-۲ را نشان می‌دهد.



شکل ۷-۱۱: انتخاب اثرات معنی‌دار برای تحلیل مثال ۷-۲

جدول ۷-۴: خروجی MINITAB برای تحلیل مثال ۷-۲

Analysis of Variance for Ln (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	1.08929	1.08929	0.36310	22.80	0.000
A	1	0.67402	0.67402	0.67402	42.32	0.000
B	1	0.32173	0.32173	0.32173	20.20	0.000
D	1	0.09354	0.09354	0.09354	5.87	0.022
2-Way Interactions	1	1.11970	1.11970	1.11970	70.31	0.000
A*D	1	1.11970	1.11970	1.11970	70.31	0.000
Residual Error	27	0.43000	0.43000	0.01593		
Lack of Fit	3	0.13045	0.13045	0.04348	3.48	0.031
Pure Error	24	0.29955	0.29955	0.01248		
Total	31	2.63899				

۷-۴ طرح تاخورده

برای یک طرح عاملی کسری دو سطحی با وضوح III، کسری دومی که از عوض شدن علامت همه سطوح طرح اولیه ایجاد شده است را در نظر بگیرید. این تکنیک را تا کردن طرح گویند. اگر طرح تا شده را به طرح اولیه اضافه کنیم رشته هم اثری بین اثرات اصلی و اثرات متقابل دو عاملی پاره شده و می‌توان از آن جهت برآورد اثرات اصلی استفاده کرد. در ادامه با ذکر مثالی نحوه ساخت طرح تا خورده را در نرم افزار MINITAB شرح می‌دهیم.

مثال ۷-۳. [۱]. یک تحلیل‌گر رفتار انسانی آزمایشی را برای مطالعه‌ی زمان تمرکز چشم اجرا می کند. او دستگاهی ساخته است که می تواند عوامل مورد نظر را در طول آزمایش کنترل کند. عواملی که وی نخست آنها را مهم می گیرد سوی چشم (A)، فاصله‌ی چشم تا هدف (B)، شکل هدف (C)، میزان نور (D)، اندازه هدف (E)، چگالی هدف (F) و آزمودنی (G) هستند. برای هر عامل دو سطح را در نظر گرفته است و حدس می‌زند که تنها تعداد کمی از این هفت عامل اهمیت عمده دارند، و اثرهای متقابل مراتب بالا بین عوامل را ناچیز می‌داند. بر مبنای این پذیره تحلیل‌گر تصمیم می‌گیرد که آزمایشی را برای معلوم‌کردن مهم‌ترین عوامل اجرا کرده و پس از آن مطالعات بیشتر را روی آن عوامل متمرکز کند. برای جداکردن این هفت عامل، ترکیب‌های تیماری طرح 2_{III}^{7-4} را اجرا می‌کند. از این داده‌ها می‌توان هفت اثر اصلی و هم‌اثری آنها را برآورد کرد. به منظور جدا کردن اثرهای اصلی و اثرهای متقابل دو عاملی، یک طرح تاخورده را اجرا می‌کنیم. داده‌ها در جدول ۷-۵ خلاصه شده‌اند. هشت اجرا اول مربوط به طرح اولیه و هشت اجرای آخر مربوط به طرح تا خورده هستند.

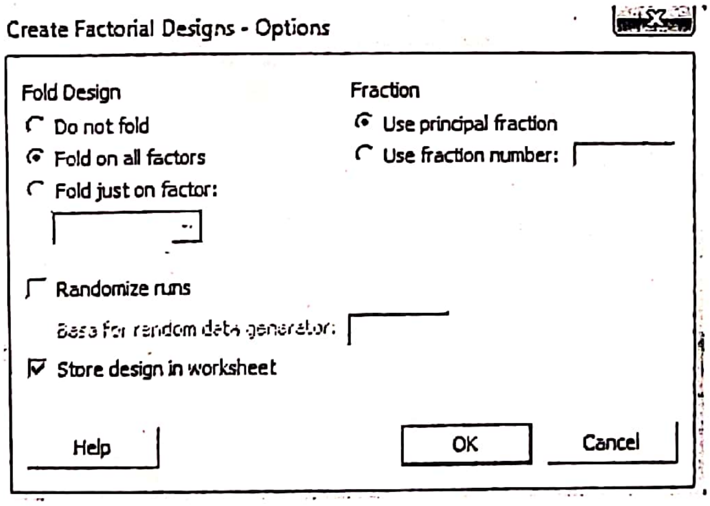
جدول ۷-۵: داده‌های مثال ۷-۳

زمان	اجرا	زمان	اجرا
۹۱/۳	۹	۸۵/۵	۱
۱۳۶/۷	۱۰	۷۵/۱	۲
۸۲/۴	۱۱	۹۳/۲	۳
۷۳/۴	۱۲	۱۴۵/۵	۴
۹۴/۱	۱۳	۸۳/۷	۵
۱۴۳/۸	۱۴	۷۷/۶	۶
۸۷/۳	۱۵	۹۵	۷
۷۱/۹	۱۶	۱۴۱/۸	۸

برای اجرای یک طرح تاخورده ابتدا وارد مسیر

Stat>DOE>Create Factorial Design...

می‌شویم. در قسمت Number of factors با توجه به این که در این مثال ۷ عامل داریم مقدار ۷ را انتخاب می‌کنیم. بر روی Designs کلیک کرده تا طرح مورد نظر که در این مثال 2^{7-4}_{III} است را انتخاب کنیم. سپس برای ایجاد طرح تاخورده مورد نظر بر روی Options کلیک می‌کنیم و مطابق شکل ۷–۱۲ گزینه Fold on all factors را فعال و گزینه Randomize runs را غیر فعال می‌کنیم. حال، بر روی OK کلیک می‌کنیم تا خروجی حاصل را مشاهده کنیم. در پنجره‌ی Session اطلاعات طرح تاخورده شامل وضوح، مولدهای طرح، رابطه معرف و ساختار هم اثری را مطابق جدول ۷–۶ مشاهده می‌کنید. در پنجره‌ی Worksheet طرح ایجاد شده را مشاهده کنید. در شکل ۷–۱۳ طرح ایجاد شده برای مثال ۷-۳ را مشاهده می‌کنید، که در یک ستون جدا (C۱۲) مقادیر متغیر پاسخ را برای انجام تحلیل‌های بعدی وارد کرده‌ایم.



شکل ۷–۱۲: پنجره‌ی Options

دقت کنید در مثال ۷-۳ طرح روی همه عوامل تا شده است. اگر هدف تا کردن طرح روی عامل خاصی باشد، باید در شکل ۷–۱۲ گزینه Fold just on factor را فعال و عامل مورد نظر را انتخاب کنیم. طرح ایجاد شده رشته هم اثری عامل و همه اثرات متقابل دو عاملی شامل آن عامل را از هم جدا می‌کند.

جدول ۷–۶: ساختار هم اثری طرح تاخورده مثال ۷–۳ در MINITAB

```
Fractional Factorial Design

Factors:      7    Base Design:          7, 8
Resolution:    IV
Runs:        16    Replicates:            1   Fraction:    1/8
Blocks:       1    Center pts (total):    0

Design Generators (before folding): D = AB, E = AC,
F = BC, G = ABC

Folded on Factors: A, B, C, D, E, F, G

Alias Structure

I + ABCG + ABEF + ACDF + ADEG + BCDE + BDFG + CEFG

A + BCG + BEF + CDF + DEG + ABCDE + ABDFG + ACEFG
B + ACG + AEF + CDE + DFG + ABCDF + ABDEG + BCEFG
C + ABG + ADF + BDE + EFG + ABCEF + ACDEG + BCDFG
D + ACF + AEG + BCE + BFG + ABCDG + ABDEF + CDEFG
E + ABF + ADG + BCD + CFG + ABCEG + ACDEF + BDEFG
F + ABE + ACD + BDG + CEG + ABCFG + ADEFG + BCDEF
G + ABC + ADE + BDF + CEF + ABEFG + ACDFG + BCDEG
AB + CG + EF + ACDE + ADFG + BCDF + BDEG + ABCEFG
AC + BG + DF + ABDE + AEFG + BCEF + CDEG + ABCDFG
AD + CF + EG + ABCE + ABFG + BCDG + BDEF + ACDEFG
AE + BF + DG + ABCD + ACFG + BCEG + CDEF + ABDEFG
```

↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	D	E	F	G	Response
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	85.5
2	2	2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	75.1
3	3	3	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	93.2
4	4	4	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	145.4
5	5	5	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	83.7
6	6	6	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	77.6
7	7	7	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	95.0
8	8	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	141.8
9	9	9	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	91.3
10	10	10	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	136.7
11	11	11	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	82.4
12	12	12	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	73.4
13	13	13	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	94.1
14	14	14	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	143.8
15	15	15	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	87.3
16	16	16	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	71.9

شکل ۷–۱۳: طرح تاخورده ایجاد شده در MINITAB

حال برای براورد اثرها از مسیر

Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design...

استفاده می‌کنیم، در پنجره‌ی باز شده متغیر پاسخ را در قسمت Responses وارد کرده و بر روی OK کلیک می‌کنیم، خروجی مربوط به براورد اثرها در جدول ۷–۷ آمده است.

جدول ۷–۷: براورد اثرها برای مثال ۷-۳

Factorial Fit: Response versus A,B,C,D,E,F,G

Estimated Effects and Coefficients for Response

Term	Effect	Coef
Constant		98.638
A	1.475	0.738
B	38.050	19.025
C	-1.800	-0.900
D	29.375	14.688
E	0.125	0.062
F	0.500	0.250
G	0.125	0/063
A*B	-0.500	-0.250
A*C	-0.400	-0.200
A*D	0.325	0.163
A*E	1.525	0.762
A*F	-2.550	-1.275
A*G	-1.125	-0.563
B*D	19.150	9.575
A*B*D	2.050	1.025

۸ طرح‌های عاملی سه سطحی

۸-۱ مقدمه

منظور از یک طرح عاملی ۳^k، طرح عاملی با k عامل هریک در سه سطح است. سه سطح عامل را پایین، متوسط و بالا در نظر می‌گیریم. این سطوح را با ارقام ۰ (پایین)، ۱ (متوسط)، و ۲ (بالا) نشان می‌دهیم. هر ترکیب تیماری را با k رقم مشخص می‌کنیم، که در آن اولین رقم سطح عامل A، دومین رقم سطح عامل B، ...، و kامین رقم سطح عامل K را نشان می‌دهد. در این فصل شیوه ساخت و تحلیل یک طرح ۳^k را با ذکر یک مثال به وسیله MINITAB و R توضیح خواهیم داد. تحلیل طرح در SPSS مشابه تحلیل طرح‌های عاملی کلی بیان شده در فصل ۴ است.

۸-۲ طرح $۳^۳$

مثال ۸-۱. [۱]. از دستگاهی برای پر کردن ظروف ۵ گالنی فلزی از نوشابه استفاده می‌شود. متغیر مورد نظر میزان کمی یا زیادی نوشابه در هر ظرف است. تصور می‌شود سه عامل در میزان کمی یا زیادی نوشابه مؤثر باشند. شکل سر لوله (A)، عملگر (B) و فشار عملگر (C). سه سر لوله، سه عملگر و سه فشار متفاوت انتخاب و دو تکرار آزمایش عاملی $۳^۳$ اجرا شده است. داده‌ها در جدول ۸-۱ نشان داده شده است.

جدول ۸–۱: داده‌های مثال ۸-۱

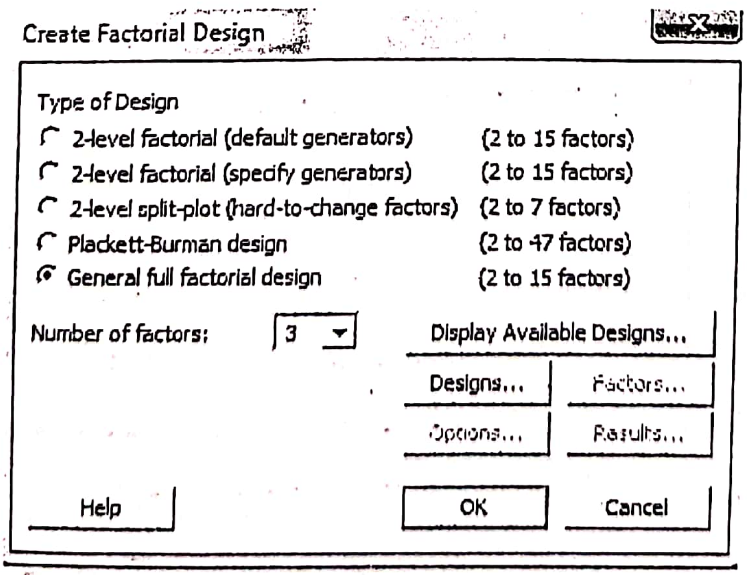
	(A) ۰			(A) ۱			(A) ۲		
	۰(B)	۱(B)	۲(B)	۰(B)	۱(B)	۲(B)	۰(B)	۱(B)	۲(B)
۰(C)	−۳۵	−۴۵	−۴۰	۱۷	−۶۵	۲۰	−۳۹	−۵۵	۱۵
	−۲۵	−۶۰	۱۵	۲۴	−۵۸	۴	−۳۵	−۶۷	−۳۰
۱(C)	۱۰۰	−۱۰	۸۰	۵۵	−۵۵	۱۱۰	۹۰	−۲۸	۱۱۰
	۷۵	۳۰	۵۴	۱۲۰	−۴۴	۴۴	۱۱۳	−۲۶	۱۳۵
۲(C)	۴	−۴۰	۳۱	−۲۳	−۶۴	−۲۰	−۳۰	−۶۱	۵۴
	۵	−۳۰	۳۶	−۵	−۶۲	−۳۱	−۵۵	−۵۲	۴

۸-۲-۱ تحلیل طرح 3^3 با استفاده از MINITAB

برای ساخت طرح در نرم‌افزار MINITAB وارد مسیر

Stat>DOE>Factorial>Create Factorial Design...

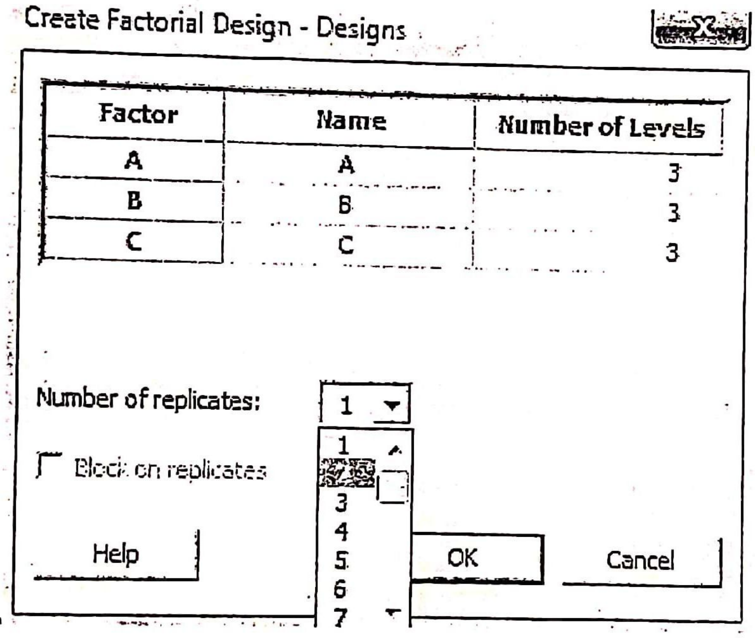
می‌شویم.



شکل ۸–۱: ساخت طرح 3^3 در MINITAB

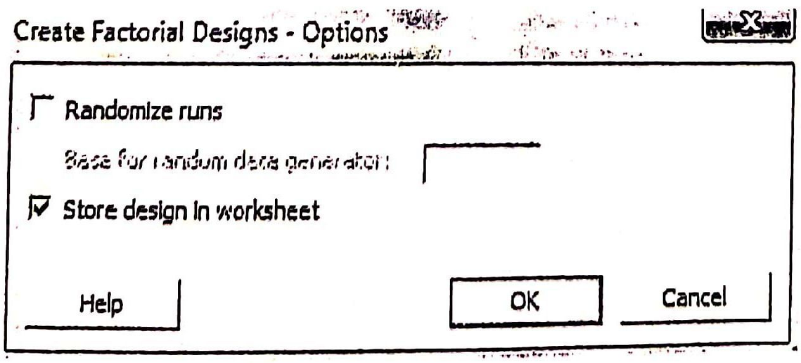
چون طرح دارای ۳ عامل سه سطحی است، در پنجره‌ی باز شده در قسمت Type of Design همانند شکل ۸–۱ گزینه General full factorial design را فعال کرده و Number of factors را برابر ۳ قرار می‌دهیم. سپس بر روی ...Designs کلیک می‌کنیم.

در پنجره‌ی Designs (شکل ۸–۲) با توجه به این که در این مثال برای هر عامل ۳ سطح داریم Number of levels را برای هر سه عامل برابر ۳ قرار می‌دهیم و همچنین در قسمت Number of replicates تعداد تکرارها را تعیین می‌کنیم، که در این مثال برابر ۲ است.



شکل ۸–۲: تعیین عوامل و سطوح آنها

حال برروی Ok کلیک می‌کنیم تا به پنجره‌ی شکل ۸–۱ برگردیم. در این قسمت برروی ...Options کلیک کرده و در پنجره‌ی باز شده (شکل ۸–۳) گزینه Randomize runs را غیر فعال می‌کنیم تا طرح سه عاملی به شکل استاندارد تولید شود.



شکل ۸–۳: نحوه ساخت طرح بصورت منظم

در ادامه‌ی برای تعیین مقادیر سطوح در پنجره Create Factorial Designs در شکل ۸–۱ بر روی کلید ...Factors کلیک کرده و مطابق شکل ۸–۴ در قسمت Level Values مقادیر ۰، ۱ و ۲ را به ترتیب برای سطوح پایین، متوسط و بالا وارد می‌کنیم و کلید OK را می‌زنیم. در اینجا اجرای طرح تمام شده است و با زدن کلید OK در پنجره‌ی شکل ۸–۱، طرح ساخته شده مورد نظر را در پنجره‌ی Worksheet مشاهده می‌کنید (شکل ۸–۵).

Create Factorial Design - Factors

Factor	Name	Type	Levels	Level Values		
A	A	Numeric	3	0	1	2
B	B	Numeric	3	0	1	2
C	C	Numeric	3	0	1	2

Help OK Cancel

شکل ۸–۴: مشخص کردن سطوح عامل‌ها برای مثال ۸-۱ در MINITAB

File Edit Data Calc Stat Graph Editor Tools Window Help Assistant

↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	StdOrder	RunOrder	PtType	Blocks	A	B	C	Response
1	1	1	1	1	0	0	0	-35
2	2	2	1	1	0	0	1	100
3	3	3	1	1	0	0	2	4
4	4	4	1	1	0	1	0	-45
5	5	5	1	1	0	1	1	-10
6	6	6	1	1	0	1	2	-40
7	7	7	1	1	0	2	0	-40
8	8	8	1	1	0	2	1	80
9	9	9	1	1	0	2	2	31
10	10	10	1	1	1	0	0	17
11	11	11	1	1	1	0	1	55
12	12	12	1	1	1	0	2	-23
13	13	13	1	1	1	1	0	-65
14	14	14	1	1	1	1	1	-55
15	15	15	1	1	1	1	2	-64
16	16	16	1	1	1	2	0	20
17	17	17	1	1	1	2	1	110
18	18	18	1	1	1	2	2	-20
19	19	19	1	1	2	0	0	-39
20	20	20	1	1	2	0	1	90
21	21	21	1	1	2	0	2	-30
22	22	22	1	1	2	1	0	-55
23	23	23	1	1	2	1	1	-28

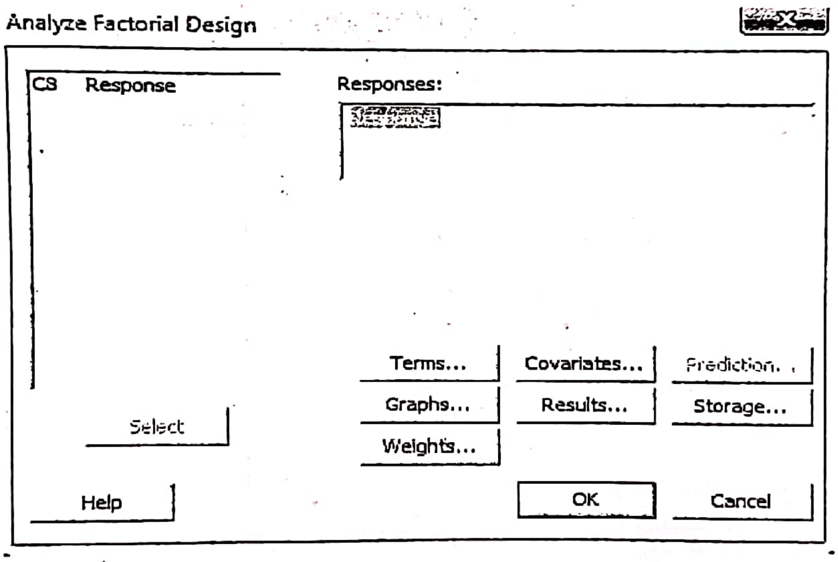
شکل ۸–۵: قسمتی از خروجی ساخت طرح $۳^۳$ و داده‌های مثال ۸-۱

در پنجره‌ی Worksheet مقدار متغیر پاسخ حاصل از اجرای آزمایش متناظر با هر ترکیب تیماری را در ستون C8 با نام Response وارد می‌کنیم. شکل ۸–۵ قسمتی از داده‌ها را نشان می‌دهد. به همین ترتیب ۵۴ مقدار پاسخ را در پنجره ایجاد شده وارد می‌کنیم.

برای انجام تحلیل واریانس وارد مسیر

Stat>DOE>Factorial>Analyze Factorial Design...

می‌شویم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده در پنجره‌ی باز شده (شکل ۸–۶) در قسمت Responses متغیر پاسخ را وارد و سپس بر روی Ok کلیک می‌کنیم. جدول ۸–۲ خروجی تحلیل واریانس را نشان می‌دهد.



شکل ۸–۶: تحلیل طرح ایجاد شده در مثال ۸-۱

۸-۲-۲ تحلیل طرح $۳^۳$ با استفاده از R

روش انجام تحلیل واریانس در طرح $۳^۳$ همانند طرح عاملی کلی است. بنابراین در اینجا فقط دستور مربوط به اجرای آزمون آورده شده است، برای توضیحات بیشتر در مورد هرکدام از دستورها به بخش ۴-۲ طرح‌های عاملی کلی مراجعه کنید.

```
response<-c(-35, 100, 4, -45, -10, -40, -40, 80, 31, 17, 55, -23, -65, -55, -64, 20, 110, -20,
-39, 90, -30, -55, -28, -61, 15, 110, 54, -25, 75, 5, -60, 30, -30, 15, 54, 36, 24, 120,-5, -58, -44,
-62, 4, 44, -31, -35, 113, -55, -67, -26, -52, -30, 135, 4)
A<-factor (rep(0:2, each=9, 2))
B<-factor (rep(0:2, each=3, 6))
```

```
C<-factor (rep(0:2, 18))
g<-data.frame (response,A,B)
lm.response<-lm (response ~ A*B*C, data=g)
anova (lm.response)
```

جدول ۸–۲: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۸-۱

```
General Linear Model: Response versus A, B, C

Factor   Type    Levels   Values
A        fixed        3   0, 1, 2
B        fixed        3   0, 1, 2
C        fixed        3   0, 1, 2

Analysis of Variance for Response, using Adjusted SS
for Tests

Source   DF    Seq SS     Adj SS     Adj MS      F       P
A         2     886.4      886.4      443.2     1.07   0.358
B         2   60848.5    60848.5    30424.2    73.24   0.000
C         2   68100.1    68100.1    34050.1    81.97   0.000
A*B       4    6379.4     6379.4     1594.9     3.84   0.013
A*C       4    7572.4     7572.4     1893.1     4.56   0.006
B*C       4   12400.6    12400.6     3100.2     7.46   0.000
A*B*C     8    4659.1     4659.1      582.4     1.40   0.240
Error    27   11215.5    11215.5      415.4
Total    53  172062.1
S = 20.3811     R-Sq = 93.48%    R-Sq(adj) = 87.20%
```

جدول ۸–۳: خروجی جدول تحلیل واریانس مثال ۸-۱ در R

```
> anova(lm.response)
Analysis of Variance Table

Response: response
          Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
A          2    886     443  1.0669 0.3581318
B          2  60848   30424 73.2428 1.240e-11 ***
C          2  68100   34050 81.9716 3.398e-12 ***
A:B        4   6379    1595  3.8394 0.0134986 *
A:C        4   7572    1893  4.5574 0.0060835 **
B:C        4  12401    3100  7.4633 0.0003484 ***
A:B:C      8   4659     582  1.4020 0.2404250
Residuals 27  11215     415
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

۹ طرح‌های آشیانی یا سلسله مراتبی

۹-۱ مقدمه

در بعضی از آزمایش‌ها عاملی با حالتی روبرو هستیم که در آن سطوح عوامل تقاطعی نیستند و سطح یک یا چند عامل به ظاهر مشابه ولی در سطوح عامل دیگر متفاوت هستند. یا بعبارتی دیگر علیرغم تشابه ظاهری، سطوح عاملی مختص سطحی خاص از عامل دیگر هستند. یعنی سطوح یک عامل در دیگری آشیانی هستند. چنین آرایشی که سطوح یک عامل مشابه‌اند اما در سطوح مختلف عوامل دیگر یکسان نیستند، را طرح آشیانی یا سلسله مراتبی گویند.

۹-۲ طرح آشیانی دو مرحله‌ای

فرض کنید در یک طرح آزمایش سطوح عامل B در سطوح عامل A آشیانه‌ای هستند. مدل خطی آماری برای این طرح به‌صورت

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \epsilon_{(ij)k} \qquad \begin{cases} i = ۱,۲,\ldots,a \\ j = ۱,۲,\ldots,b \\ k = ۱,۲,\ldots,n \end{cases}$$

است، یعنی a سطح برای عامل A، b سطح برای عامل B که تحت هر سطح عامل A آشیانی‌اند و n تکرار وجود دارند. زیرنویس $j(i)$ نشان می‌دهد که jامین سطح عامل B تحت iامین سطح عامل A آشیانی است. این یک طرح آشیانی متعادل است زیرا تعداد سطوح B

درون هر سطح A مساوی است و تعداد تکرارها نیز برابرند. چون هر سطح B با هر سطح عامل A با هم ظاهر نمی‌شوند، لذا اثر متقابل بین A و B می‌تواند موجود نباشد.

مثال ۹-۱. [۱]. شرکتی را در نظر بگیرید که مواد خام مورد نیاز خود را از سه تهیه کننده‌ی متفاوت خریداری می‌کند. شرکت می‌خواهد بررسی کند میزان خالصی مواد خام خریداری شده از تهیه کنندگان متفاوت چقدر مشابه است. هر تهیه کننده چهار دسته مواد خام را عرضه می‌کند. میزان خالصی این مواد خام به‌صورتی قابل ملاحظه در تغییر است و در نتیجه مسائلی را در ساخت محصولات شرکت به وجود آورده است. می‌خواهیم معلوم کنیم که آیا تغییر پذیری میزان خالصی مواد خام مربوط به تهیه‌کنندگان مختلف است یا نه. از هر تهیه کننده چهار دسته مواد خام را به تصادف انتخاب کرده، و از هر دسته سه بار میزان خالصی را تعیین می‌کنیم. داده‌ها در جدول ۹–۱ نشان داده شده‌اند.

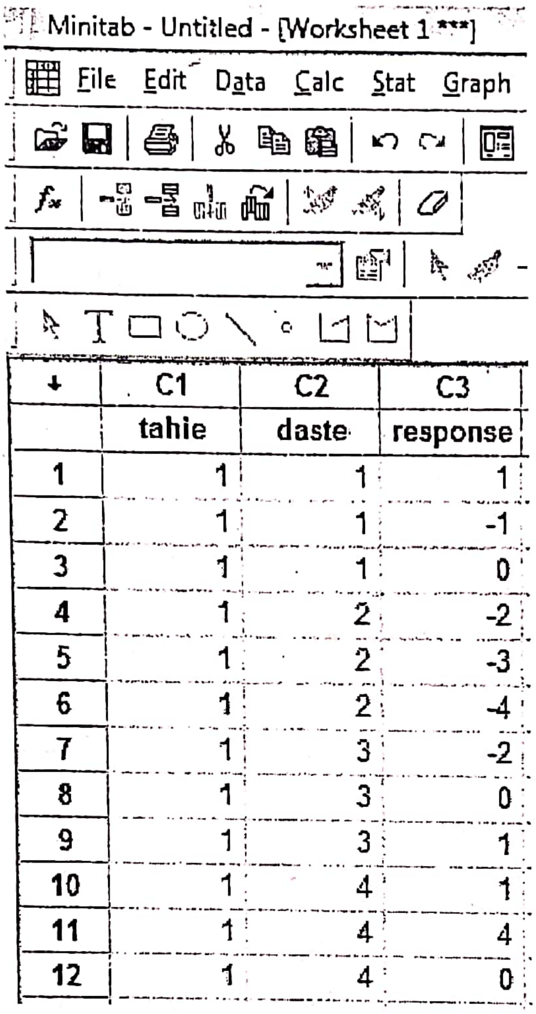
جدول ۹–۱: داده‌های کدبندی شده برای مثال ۹-۱

	تهیه کننده ۱				تهیه کننده ۲				تهیه کننده ۳			
دسته‌ها	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
	۱	-۲	-۲	۱	۱	۰	-۱	۰	۲	-۲	۱	۳
	-۱	-۳	۰	۴	-۲	۴	۰	۳	۴	۰	-۱	۲
	۰	-۴	۱	۰	-۳	۲	-۲	۲	۰	۲	۲	۱

در دید اول این طرح یک طرح دو عاملی با دو عامل تهیه کننده و دسته‌ها به نظر می‌رسد. ولی تفاوت این است که هر تهیه کننده چهار دسته مختص به خود را دارد که با سایر تهیه کنندگان یکسان نیست یا اصطلاحاً دسته‌های مواد خام داخل تهیه کنندگان آشیانه شده‌اند.

۹-۲-۱ تحلیل طرح آشیانی دو مرحله‌ای در MINITAB

برای انجام تحلیل واریانس آشیانی در نرم افزار MINITAB ابتدا داده‌ها را مطابق شکل ۹–۱ مشابه یک طرح دو عاملی معمولی دریک صفحه Worksheet نرم‌افزار وارد می‌کنیم. توجه داشته باشید. در شکل ۹–۱ فقط داده‌های مربوط به تهیه کننده ۱ نشان داده شده است، سایر مشاهدات نیز به‌طور مشابه باید در ستون‌های متناظر ایجاد شده وارد شوند.



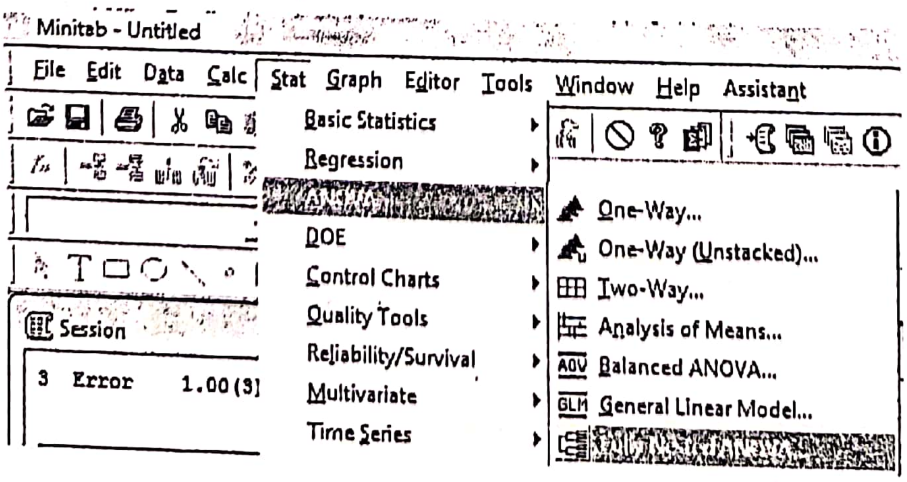
↓	C1	C2	C3
	tahie	daste	response
1	1	1	1
2	1	1	-1
3	1	1	0
4	1	2	-2
5	1	2	-3
6	1	2	-4
7	1	3	-2
8	1	3	0
9	1	3	1
10	1	4	1
11	1	4	4
12	1	4	0

شکل ۹–۱: داده‌های مثال ۹–۱ در MINITAB

جهت انجام تحلیل واریانس برای مثال ۹–۱ در نرم‌افزار MINITAB از مسیر

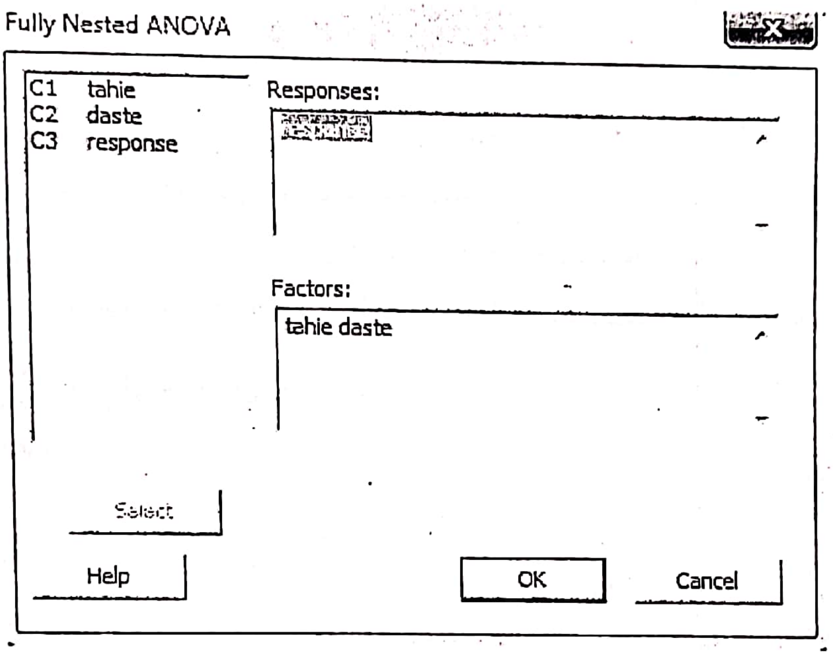
Stat>Anova>Fully Nested ANOVA...

استفاده می‌کنیم (شکل ۹–۲).



شکل ۹–۲: مسیر اجرای تحلیل واریانس طرح آشیانی

پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده مطابق شکل ۹–۳ عمل می‌کنیم. توجه داشته باشید در کادر Factors ترتیب وارد کردن متغیرها اهمیت دارد. بدین ترتیب، ابتدا عامل تهیه کنندگان (tahie) و سپس دسته‌ها (daste) که در عامل تهیه کنندگان آشیانه هستند، را وارد می‌کنیم. حال، بر روی OK کلیک کرده تا خروجی تحلیل واریانس را مشاهده کنیم.



شکل ۹–۳: تحلیل واریانس آشیانی

جدول ۹-۲ خروجی جدول تحلیل واریانس را برای مثال ۹-۱ نشان می‌دهد. مقدار P-value برای تهیه کنندگان و دسته‌ها به ترتیب ۰/۴۱۶ و ۰/۰۱۷است. پس میزان خالصی مواد خام از تهیه کنندگان مختلف تفاوت معنی‌داری ندارند، اما میزان خالصی دسته‌های مواد خام داخل تهیه‌کنندگان متفاوت است.

جدول ۹–۲: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۹-۱

Nested ANOVA: response versus tahie, daste

Analysis of Variance for response

Source	DF	SS	MS	F	P
tahie	2	15.0556	7.5278	0.969	0.416
daste	9	69.9167	7.7685	2.944	0.017
Error	24	63.3333	2.6389		
Total	35	148.3056			

۹-۲-۲ تحلیل طرح آشیانی دو مرحله‌ای در R

کدهای زیر تحلیل واریانس برای طرح آشیانی دو مرحله‌ای را مثال ۹-۱ در R انجام می‌دهد.

```
response <- c(1, -2, -2, 1, -1, -3, 0, 4, 0, -4, 1, 0, 1, 0, -1, 0, -2, 4, 0, 3, -3, 2, -2, 2, 2, -2, 1,
3, 4, 0, -1, 2, 0, 2, 2, 1)
tahie<-factor(rep(1:3, each=12))
daste<-factor(rep(1:4, 9))
g <- data.frame (response, tahie, daste)
summary (aov(response~ tahie+Error(daste%in%tahie),data=g))
```

جدول ۹-۳: خروجی جدول تحلیل واریانس برای طرح آشیانی دو مرحله‌ای در R

```
> summary(aov(response~ tahie+Error(daste%in%tahie),data=g))

Error: daste:tahie
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
tahie      2  15.06   7.528   0.969  0.416
Residuals  9  69.92   7.769

Error: Within
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals 24  63.33   2.639
```

جدول ۹-۳ خروجی R برای تحلیل واریانس را برای مثال ۹-۱ نشان می‌دهد. با استفاده از دستورات ذکر شده، R مقدار آماره F و P-value را فقط برای تهیه‌کنندگان محاسبه می‌کند و برای دسته‌ها صرفا میانگین مربعات را محاسبه می‌کند که به عنوان خطا برای آزمون برابری اثر تهیه‌کنندگان استفاده می‌شود. آماره F مربوط به دسته‌ها را از نسبت میانگین مربعات دسته‌ها (۷/۷۶۹) به میانگین مربعات خطای مدل (۲/۶۳۹) می‌توان محاسبه کرد.

۹-۳ طرح‌های با عوامل آشیانی و تقاطعی

در عمل ممکن است با شرایط آزمایشی روبرو شویم که در آن عاملی با یکی از عامل‌ها تقاطعی و با دیگری به صورت آشیانه‌ای باشد. در ادامه با ذکر مثالی از این حالت، روش انجام تحلیل آن را در نرم افزار MINITAB شرح خواهیم داد.

مثال ۹-۲. [۱]. یک مهندس صنایع برای اصلاح سرعت عمل مونتاژ در نصب قطعات

الکترونیکی روی فیبرهای مدار چاپی، جایگذاری دستی را مطالعه می‌کند. او سه وسیله‌ی مونتاژ و دو کارگاه را که به نظر امید بخش می‌رسند طرح‌ریزی کرده است. او برای انجام عمل مونتاژ به کارگر نیاز دارد و تصمیم گرفته است که برای هر ترکیب وسیله و کارگاه از چهار کارگر به تصادف استفاده کند. اما به دلیل اینکه کارگاه‌ها در مکان‌های متفاوتی درون کارخانه قرار گرفته‌اند، استفاده از یک دسته‌ی چهار کارگری برای هر دو کارگاه مشکل بوده است. بنابراین، چهار کارگر منتخب برای کارگاه شماره ۱ با چهار کارگر منتخب برای کارگاه شماره ۲ متفاوت بوده‌اند. در این طرح ترکیب‌های تیماری به ترتیب تصادفی اجرا شده و دو تکرار منظور شده است. زمان‌های مونتاژ برحسب ثانیه اندازه‌گیری و آن‌ها در جدول ۹-۴ نشان داده‌ایم. در این آزمایش کارگران درون کارگاه‌ها آشیانی‌اند، در صورتی که وسائل و کارگاه‌ها تقاطعی‌اند.

جدول ۹-۴: داده‌های مثال ۹-۲

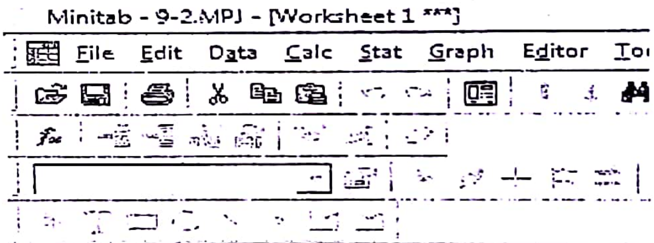
	کارگاه ۱				کارگاه ۲			
کارگر	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
وسیله۱	۲۲	۲۳	۲۸	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۴
	۲۴	۲۴	۲۹	۲۳	۲۸	۲۵	۲۵	۲۳
وسیله۲	۳۰	۲۹	۳۰	۲۷	۲۹	۳۰	۲۴	۲۸
	۲۷	۲۸	۳۲	۲۵	۲۸	۲۷	۲۳	۳۰
وسیله۳	۲۵	۲۴	۲۷	۲۶	۲۷	۲۶	۲۴	۲۸
	۲۱	۲۲	۲۵	۲۳	۲۵	۲۴	۲۷	۲۷

برای انجام تحلیل واریانس در مثال فوق ابتدا داده‌ها را مطابق شکل ۹-۴ در یک صفحه Worksheet در نرم‌افزار MINITAB وارد می‌کنیم. توجه داشته باشید تنها قسمتی از داده‌های وارد شده نشان داده شده‌اند، بقیه‌ی داده‌ها را نیز به طور مشابه وارد می‌کنیم. دقت کنید نحوه وارد کردن داده‌ها مشابه یک طرح عاملی با سه عامل است.

برای انجام تحلیل واریانس در این مثال از مسیر

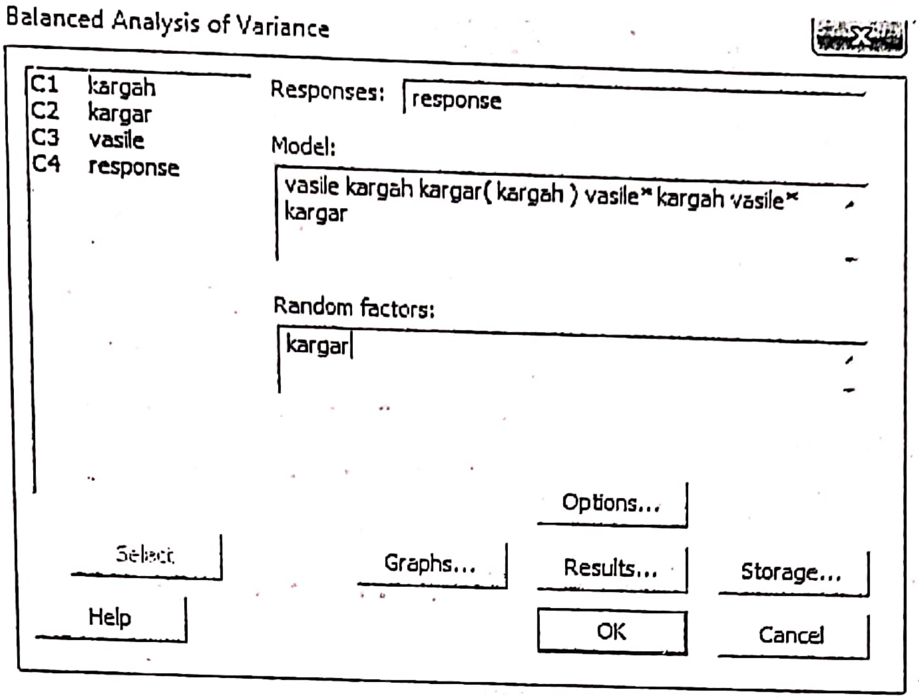
Stat>ANOVA>Balanced Analysis of Variance...

استفاده می‌کنیم. در پنجره‌ی باز شده متغیر پاسخ را در قسمت Responses وارد می‌کنیم. سپس در قسمت Model مدل خطی مورد نظر را مطابق شکل ۹-۵ وارد می‌کنیم. با توجه به این که در این آزمایش کارگران درون کارگاه‌ها آشیانی‌اند، در قسمت مدل برای مشخص کردن این موضوع عامل‌های مربوط را به صورت kargar(kargah) می‌نویسیم. همچنین دقت کنید که در این طرح تنها اثر متقابل وسیله- کارگاه و وسیله-کارگر می‌تواند وجود داشته باشد که در کادر مدل بوسیله جملات vasile*kargah و vasile*kargar مشخص شده‌اند. در اینجا چون اثر عامل کارگر تصادفی است آن را کادر Random factors نیز وارد می‌کنیم (شکل ۹-۵).



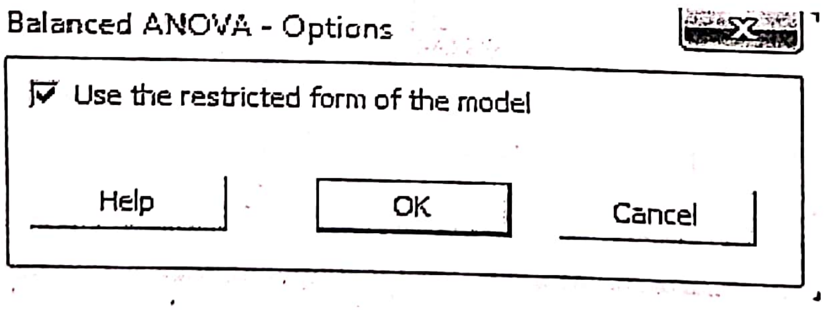
↓	C1 kargah	C2 kargar	C3 vasile	C4 response
1	1	1	1	22
2	1	1	1	24
3	1	1	2	30
4	1	1	2	27
5	1	1	3	25
6	1	1	3	21
7	1	2	1	23
8	1	2	1	24
9	1	2	2	29
10	1	2	2	28
11	1	2	3	24
12	1	2	3	22
13	1	3	1	26
14	1	3	1	29
15	1	3	2	30
16	1	3	2	32
17	1	3	3	27
18	1	3	3	25
19	1	4	1	25
20	1	4	1	23

شکل ۹-۴: داده‌های مثال ۹-۲ در MINITAB



شکل ۹–۵: مشخص کردن مدل مثال ۹-۲ در MINITAB

حال برای بدست آوردن مقادیر درست آماره F در جدول تحلیل واریانس، در پنجره شکل ۹–۵ بر روی ...Options کلیک کرده و در پنجره باز شده Use the restricted from of the model را فعال می‌کنیم (شکل ۹–۶). با کلیک کردن روی OK به پنجره شکل ۹-۵ بر می-گردیم.



شکل ۹–۶: پنجره‌ی Options

حال، با کلیک کردن روی OK خروجی جدول تحلیل واریانس را مشاهده می‌کنید.

جدول ۹–۵ جدول تحلیل واریانس برای مثال ۹-۳ را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید عامل وسیله مونتاژ معنی‌دار است (P-value=۰/۰۰۸) و اثر کارگران درون کارگاه‌ها (P-value=۰/۰۰۲) و اثر متقابل بین وسیله- کارگران (P-value=۰/۰۳۶) نیز در سطح ۵ درصد معنی‌دار هستند.

جدول ۹–۵: خروجی MINITAB برای مثال ۹-۲

ANOVA: response versus vasile, kargah, kargar

Factor	Type	Levels	Values
vasile	fixed	3	1, 2, 3
kargah	fixed	2	1, 2
kargar(kargah)	random	4	1, 2, 3, 4

Analysis of Variance for response

Source	DF	SS	MS	F	P
vasile	2	82.792	41.396	7.55	0.008
kargah	1	4.083	4.083	0.34	0.581
kargar(kargah)	6	71.917	11.986	5.14	0.002
vasile*kargah	2	19.042	9.521	1.74	0.218
vasile*kargar(kargah)	12	65.833	5.486	2.35	0.036
Error	24	56.000	2.333		
Total	47	299.667			

S = 1.52753   R-Sq = 81.31%   R-Sq(adj) = 63.40%

تحلیل این مثال از مسیر

Stat>ANOVA>General Linear Model...

نیز قابل انجام است. به ویژه اگر طرح نامتعادل باشد مسیر Balanced Analysis of Variance قابل استفاده نیست. نحوه تعریف مدل مشابه روش قبل است. کلیه نمودارهای لازم برای بررسی کفایت مدل مشابه یک طرح عاملی کلی ازطریق کلید Graphs... در شکل ۹–۷ قابل اجرا هستند.

لازم است ذکر شود، نرم افزار SPSS تحلیل طرح‌های آشیانه‌ای را به صورت مستقیم انجام نمی‌دهد. اما می‌توان از روش‌های انجام تحلیل واریانس طرح‌های عاملی کلی جمع مربعات لازم را محاسبه کرد و آماره‌های F را با محاسبات اندکی به صورت دستی به دست آورد. جهت مشاهده جزئیات نظری جدول تحلیل واریانس طرح‌های آشیانه‌ای و تقاطعی- آشیانه‌ای به یکی از کتاب‌های مونتگمری [۱-۳] و [۵] ذکر شده در مراجع مراجعه نمایید.

۱۰ طرح‌های کرت خردشده

۱۰-۱ مقدمه

در فصل ۴ طرح‌های عاملی بلوکی کاملا تصادفی شده بحث شد که در آن ترتیب اجرای ترکیبات تیماری در داخل بلوک‌ها به طور کاملا تصادفی بود. بعضی اوقات در عمل به دلایلی ممکن است آزمایش‌ها با محدودیت‌های تصادفی کردن روبرو شوند، به طوری که نمی‌توان ترکیب‌های تیماری را به طریق کاملاً تصادفی به واحدهای آزمایشی در داخل بلوک‌ها اختصاص داد. در این حالت آزمایش‌ها را معمولا با استفاده از طرح‌های عاملی خاصی که طرح کرت خرد شده نامیده می‌شوند، طراحی و تحلیل می‌کنند. در یک طرح کرت خرد شده، هر بلوک به چند قسمت تقسیم می‌شود که آنها را کرت‌های تام می‌نامند. عاملی که تغییر سطح آن دشوار است معمولا به کرت تام تخصیص می‌یابد. هر کرت تام به چند قسمت که آنها را زیرکرت می‌نامند، تقسیم می‌شوند. جزئیات بیشتر در باره این طرح‌ها را در منابع [۱-۳] و [۵] می‌توان یافت. در این فصل شیوه تحلیل این طرح‌ها توسط نرم افزار توضیح داده خواهد شد.

مثال ۱۰-۱. [۱]. یک کارخانه‌ی کاغذ سازی را در نظر بگیرید که علاقه‌مند به مطالعه‌ی سه

روش متفاوت تهیه‌ی خمیر کاغذ و چهار دمای متفاوت پخت برای خمیر کاغذ است و می‌خواهد اثر این دو عامل را در مقاومت کششی کاغذها مطالعه کند. هر تکرار آزمایش عاملی نیاز به ۱۲ مشاهده دارد، و آزمایشگر تصمیم به اجرای سه تکرار می‌گیرد. اما واحد کوچک آزمایشگاهی کارخانه در هر روز تنها توانایی انجام ۱۲ اجرا را دارد، بنابراین آزمایشگر تصمیم به اجرای یک تکرار در هر یک از سه روز گرفته و روزها یا تکرارها را به عنوان بلوک‌ها در نظر می‌گیرد. در هر روز وی آزمایش را به‌صورت زیر انجام می‌دهد. یک پخت خمیر کاغذ به وسیله‌ی یکی از سه روش تحت مطالعه تولید می‌شود. پس از آن دومین پخت خمیر کاغذ را با استفاده از یکی دیگر از سه روش تهیه می‌کنند. این دومین پخت نیز به چهار نمونه تقسیم شده که هر یک از آن‌ها تحت چهار دما آزمون می‌شوند. بعد از آن فرایند با استفاده از یک پخت خمیر کاغذ که با سومین روش تولید شده است تکرار می‌شود. داده‌ها در جدول ۱۰–۱ خلاصه شده‌اند.

جدول ۱۰–۱: داده‌های مثال ۱۰-۱

	بلوک ۱			بلوک ۲			بلوک ۳		
روش تهیه خمیر	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳
دما									
۲۰۰	۳۰	۳۴	۲۹	۲۸	۳۱	۳۱	۳۱	۳۵	۳۲
۲۲۵	۳۵	۴۱	۲۶	۳۲	۳۶	۳۰	۳۷	۴۰	۳۴
۲۵۰	۳۷	۳۸	۳۳	۴۰	۴۲	۳۲	۴۱	۳۹	۳۹
۲۷۵	۳۶	۴۲	۳۶	۴۱	۴۰	۴۰	۴۰	۴۴	۴۵

مدل خطی برای طرح کرت‌های خرد شده مثال ۱۰۱۰-۱

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \gamma_k + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = ۱,۲,۳ \\ j = ۱,۲,۳ \\ k = ۱,۲,۳,۴ \end{cases}$$

است، که در آن τ_i، β_j و $(\tau\beta)_{ij}$ کرت تام را نشان می‌دهند و به‌ترتیب متناظر با بلوک‌ها

(روز)، تیمارهای اصلی (خمیر) و خطای کرت تام (اثر متقابل روز- خمیر) هستند. γ_k، $(\tau\gamma)_{ik}$، $(\beta\gamma)_{jk}$ و $(\tau\beta\gamma)_{ijk}$ زیرکرت‌ها را نشان می‌دهند و به ترتیب متناظر با تیمار زیر کرت (دما)، اثرهای متقابل بلوک – دما، خمیر-دما و اثر متقابل سه عاملی هستند. در این نوع آزمایش خطای کرت تام، اثر متقابل اثر متقابل روز- خمیر و خطای زیر کرت اثر متقابل سه عاملی است.

۱۰-۱-۱ تحلیل طرح کرت خرد شده در SPSS

ابتدا داده‌ها را مطابق شکل ۱۰–۱ در نرم‌افزار وارد می‌کنیم. نحوه وارد کردن داده‌ها دقیقا مانند یک طرح سه عاملی با یک تکرار است. ستون اول بلوک‌ها، ستون دوم روش تهیه خمیر، ستون

page 550.sav [DataSet1] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Add-ons

41 :

	blok	rawesh	dama	Response
1	1.00	1.00	1.00	30.00
2	1.00	1.00	2.00	35.00
3	1.00	1.00	3.00	37.00
4	1.00	1.00	4.00	36.00
5	1.00	2.00	1.00	34.00
6	1.00	2.00	2.00	41.00
7	1.00	2.00	3.00	38.00
8	1.00	2.00	4.00	42.00
9	1.00	3.00	1.00	29.00
10	1.00	3.00	2.00	26.00
11	1.00	3.00	3.00	33.00
12	1.00	3.00	4.00	36.00
13	2.00	1.00	1.00	28.00
14	2.00	1.00	2.00	32.00
15	2.00	1.00	3.00	40.00
16	2.00	1.00	4.00	41.00
17	2.00	2.00	1.00	31.00
18	2.00	2.00	2.00	36.00
19	2.00	2.00	3.00	42.00
20	2.00	2.00	4.00	40.00
21	2.00	3.00	1.00	31.00
22	2.00	3.00	2.00	30.00
23	2.00	3.00	3.00	32.00
24	2.00	3.00	4.00	40.00
25	3.00	1.00	1.00	31.00

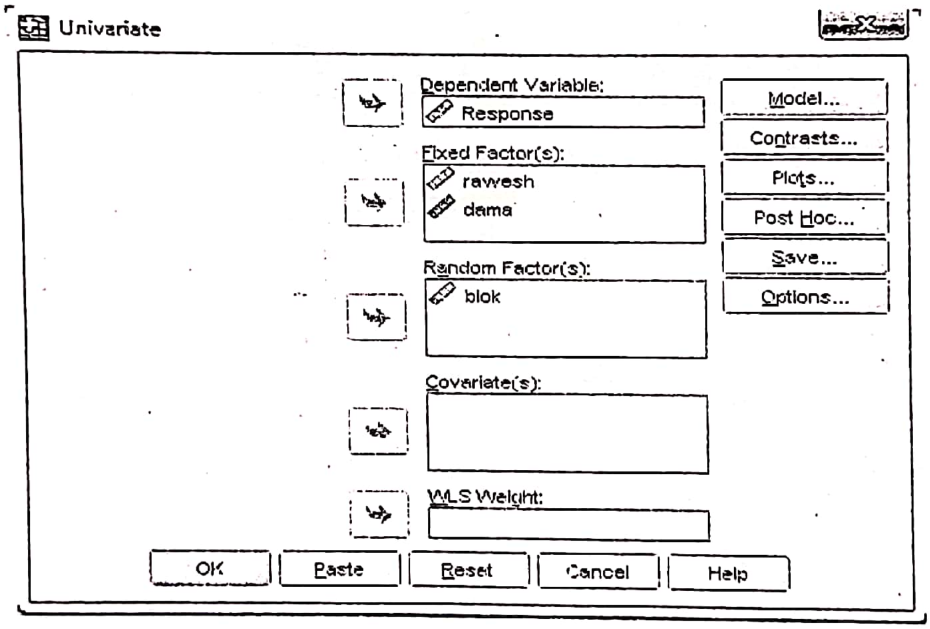
شکل ۱۰–۱: وارد کردن داده‌های مثال ۱۰-۱ در SPSS

سوم دما و ستون آخر متغیر پاسخ را نشان می‌دهند. دقت کنید که شکل ۱۰–۱ تنها قسمتی از داده‌های مثال ۱۰-۱ را نشان می‌دهد.

پس از وارد کردن داده‌ها، در SPSS از مسیر

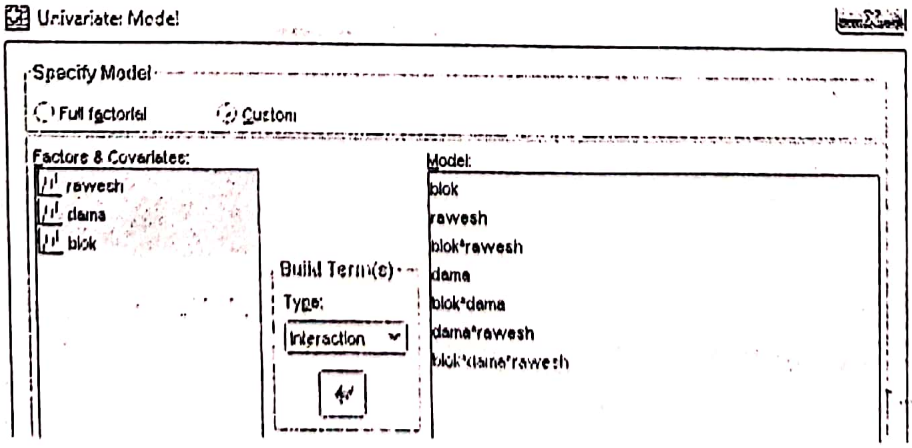
Analyze>General Linear Model>Univariate...

برای انجام تحلیل واریانس استفاده می‌کنیم. پس از وارد شدن به مسیر ذکر شده متغیرها مطابق شکل ۱۰–۲ در قسمت مربوط وارد می‌کنیم و برای مشخص کردن مدل بر روی کلید Model... کلیک می‌کنیم.



شکل ۱۰–۲: وارد کردن متغیرها در پنجره‌ی Univariate برای مثال ۱۰-۱

پس از وارد شدن به پنجره‌ی Model مطابق شکل ۱۰–۳ نوع مدل را وارد می‌کنیم.



شکل ۱۰–۳: مشخص کردن مدل برای مثال ۱۰-۱

جدول ۱۰-۲: خروجی جدول تحلیل واریانس مثال ۱۰-۱ در SPSS

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:Response

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
blok	Hypothesis	77.556	2	38.778	4.685	.126
	Error	23.598	2.851	8.278[a]		
rawesh	Hypothesis	128.389	2	64.194	7.078	.049
	Error	36.278	4	9.069[b]		
rawesh * blok	Hypothesis	36.278	4	9.069	2.141	.138
	Error	50.833	12	4.236[c]		
dama	Hypothesis	434.083	3	144.694	42.008	.000
	Error	20.667	6	3.444[d]		
dama * blok	Hypothesis	20.667	6	3.444	.813	.580
	Error	50.833	12	4.236[c]		
rawesh * dama	Hypothesis	75.167	6	12.528	2.957	.052
	Error	50.833	12	4.236[c]		
rawesh * dama * blok	Hypothesis	50.833	12	4.236	.	.
	Error	.000	0	.[e]		

a. MS(rawesh * blok) + MS(dama * blok) - MS(rawesh * dama * blok)

b. MS(rawesh * blok)

c. MS(rawesh * dama * blok)

d. MS(dama * blok)

e. MS(Error)

۱۰-۱-۲ تحلیل طرح کرت خرد شده در MINITAB

ابتدا داده‌ها را مطابق شکل ۱۰-۴ درصفحه Worksheet نرم‌افزار وارد می‌کنیم. ستون اول بلوک‌ها (blok)، ستون دوم روش تهیه (rawesh)، ستون سوم دما (dama) و ستون آخر متغیر پاسخ (Response) را نشان می‌دهند.

↓	C1 blok	C2 rawesh	C3 dama	C4 Response
1	1	1	1	30
2	1	1	2	35
3	1	1	3	37
4	1	1	4	36
5	1	2	1	34
6	1	2	2	41
7	1	2	3	38
8	1	2	4	42
9	1	3	1	29
10	1	3	2	26
11	1	3	3	33
12	1	3	4	36
13	2	1	1	28
14	2	1	2	32
15	2	1	3	40
16	2	1	4	41
17	2	2	1	31
18	2	2	2	36
19	2	2	3	42
20	2	2	4	40
21	2	3	1	31
22	2	3	2	30
23	2	3	3	32
24	2	3	4	40
25	3	1	1	31
26	3	1	2	37
27	3	1	3	41
28	3	1	4	40
29	3	2	1	35
30	3	2	2	40
31	3	2	3	39
32	3	2	4	44
33	3	3	1	32
34	3	3	2	34
35	3	3	3	39
36	3	3	4	45

شکل ۱۰-۴: وارد کردن داده‌های مثال ۱۰-۱ در MINITAB

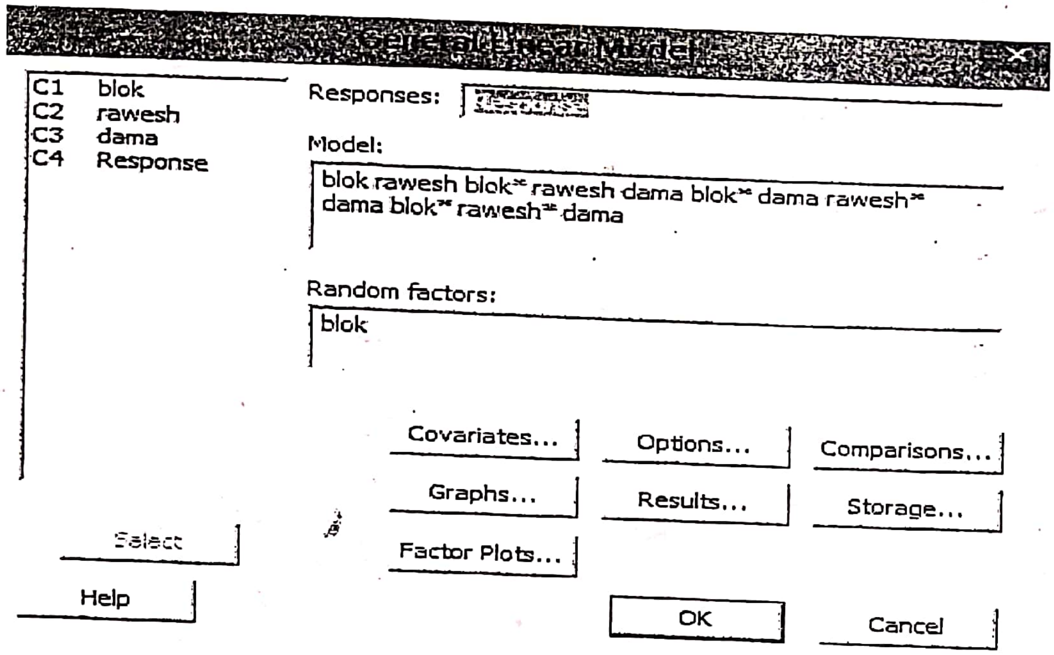
برای انجام تحلیل واریانس مثال ۱۰-۱ وارد مسیر

Stat>ANOVA>General Linear Model...

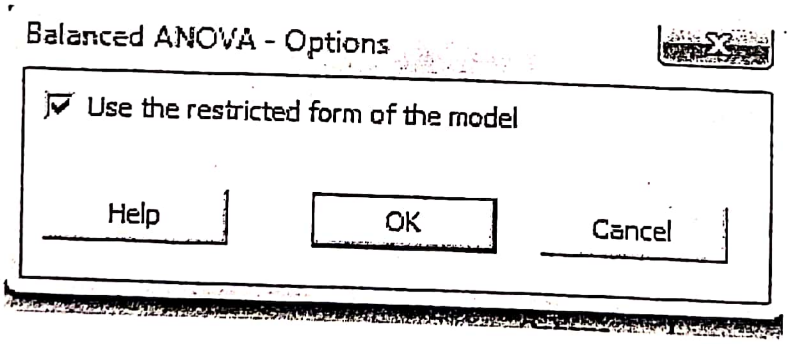
می‌شویم. در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۱۰-۵ متغیرها و نوع مدل را وارد می‌کنیم. توجه کنید که در این طرح بلوک‌ها تصادفی هستند و در قسمت Random factors نیز باید متغیر مربوط به بلوک‌ها (blok) را وارد می‌کنیم. حال، بر روی Options کلیک کرده و در پنجره‌ی باز شده مطابق شکل ۱۰-۶ قسمت Use the restricted from the model را فعال می‌کنیم. سپس بر روی OK کلیک می‌کنیم تا خروجی جدول تحلیل واریانس را مشاهده

کنیم.

جدول ۱۰–۳ جدول تحلیل واریانس برای مثال ۱۰-۱ را نشان می‌دهد. با توجه بـه مقـادیر P-value روش تهیه و دما روی مقاومت کششی اثر معنی‌دار دارند.



شکل ۱۰–۵: مشخص کردن مدل مثال ۱۰-۱ در SPSS



شکل ۱۰–۶: پنجره Options

۱۰-۱-۱ تحلیل طرح کرت خرد شده در R

کدهای زیر در R تحلیل واریانس برای مثال ۱۰-۱ را انجام می‌دهد. همـان‌طـور کـه مشـاهده می‌کنید، برای وارد کردن متغیر بلوک در مدل کـه تصـادفی اسـت، از تـابع ()Error اسـتفاده کرده‌ایم. بقیه‌ی دستورها در فصل‌های قبل شرح داده شده‌اند.

```
response <- c(30, 35, 37, 36, 34, 41, 38, 42, 29, 26, 33, 36, 28, 32, 40, 41, 31, 36, 42, 40,
```

31, 30, 32, 40, 31, 37, 41, 40, 35, 40, 39, 44, 32, 34, 39, 45)

جدول ۱۰–۳: خروجی جدول تحلیل واریانس برای مثال ۱۰-۱ با استفاده از MINITAB

```
General Linear Model: Response versus blok, rawesh, dama

Factor  Type    Levels  Values
blok    random       3  1, 2, 3
rawesh  fixed        3  1, 2, 3
dama    fixed        4  1, 2, 3, 4


Analysis of Variance for Response, using Adjusted SS for Tests

Source             DF   Seq SS   Adj SS   Adj MS      F      P
blok                2   77.556   77.556   38.778   4.68  0.126 x
rawesh              2  128.389  128.389   64.194   7.08  0.049
blok*rawesh         4   36.278   36.278    9.069   2.14  0.138
dama                3  434.083  434.083  144.694  42.01  0.000
blok*dama           6   20.667   20.667    3.444   0.81  0.580
rawesh*dama         6   75.167   75.167   12.528   2.96  0.052
blok*rawesh*dama   12   50.833   50.833    4.236     **
Error               0        *        *        *
Total              35  822.972

x Not an exact F-test.
** Denominator of F-test is zero or undefined
```

```
blok=factor(rep(1:3,each=12))

rawesh=factor(rep(1:3,each=4,3))

dama=factor(rep(1:4,9))

g <- data.frame(response,blok,rawesh,dama)

summary(aov(response~blok*rawesh*dama+Error(blok/rawesh/dama),data=g))
```

پس از وارد کردن دستورهای فوق در R خروجی تحلیل واریانس را به‌صورت جدول ۱۰–۴ ملاحظه می‌کنید. همان‌طور که مشاهده می‌کنید نرم‌افزار R مقدار آماره F را محاسبه نمی‌کند. این مقادیر با اندکی محاسبه به صورت دستی حاصل می‌شوند.

جدول ۱۰–۴: خروجی جدول تحلیل وآریانس مثال ۱۰-۱ در R

```
> summary(aov(response~blok*rawesh*dama+Error(blok/rawesh/dama),data=g))

Error: blok
     Df Sum Sq Mean Sq
blok  2  77.56   38.78

Error: blok:rawesh
            Df Sum Sq Mean Sq
rawesh       2 128.39   64.19
blok:rawesh  4  36.28    9.07

Error: blok:rawesh:dama
                 Df Sum Sq Mean Sq
dama              3  434.1  144.69
blok:dama         6   20.7    3.44
rawesh:dama       6   75.2   12.53
blok:rawesh:dama 12   50.8    4.24
```

بعضی از نویسندگان از مدل زیر برای طرح کرت خرد شده مثال ۱۰-۱ استفاده می‌کنند:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \gamma_k + (\beta\gamma)_{jk} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i = ۱,۲,۳ \\ j = ۱,۲,۳ \\ k = ۱,۲,۳,۴ \end{cases}$$

برای مشاهده جدول تحلیل واریانس و جزئیات بیشتر به [۱-۳] و [۵] مراجعه کنید.

دستور زیر در نرم افزار R جدول تحلیل واریانس را برای این مدل فراهم می‌کند:

summary(aov(response~rawesh*dama+Error(blok/rawesh),data=g))

جدول ۱۰–۵ خروجی مربوط به جدول تحلیل واریانس برای این مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۱۰–۵: خروجی جدول تحلیل واریانس مثال ۱۰-۱ مدل دوم

```
> summary(aov(response~rawesh*dama+Error(blok/rawesh),data=g))

Error: blok
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  2  77.56   38.78

Error: blok:rawesh
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
rawesh     2 128.39   64.19   7.078 0.0485 *
Residuals  4  36.28    9.07
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Error: Within
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
dama         3  434.1  144.69  36.427 7.45e-08 ***
rawesh:dama  6   75.2   12.53   3.154   0.0271 *
Residuals   18   71.5    3.97
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```