۵.۱ مسایل

۱. در هر یک از سیستم‌های زیر بردارهای مسیر مینیمال و بردارهای قطع کننده مینیمال را تعیین کنید.

الف: یک سیستم متوالی با ۳ جزء

ب: یک سیستم موازی با ۳ جزء

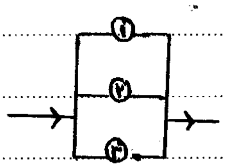
ج: یک سیستم ۲ از ۳

حل: الف:

مجموعه مسیر مینیمال (P)	بردار مسیر مینیمال (X)
$P_1=\{1,2,3\}$	$X_1=\{1,1,1\}$

مجموعه قطع کننده مینیمال (C)	بردار قطع کننده مینیمال (X)
$C_1=\{1\}$	$X_1=(0,1,1)$
$C_2=\{2\}$	$X_2=\{1,0,1\}$
$C_3=\{3\}$	$X_3=\{1,1,0\}$

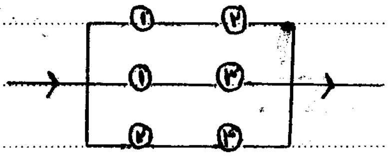
ب:



بردار مسیر مینیمال (X)	مجموعه مسیر مینیمال (P)
$X_1=(1,0,0)$	$P_1=\{1\}$
$X_2=(0,1,0)$	$P_2=\{2\}$
$X_3=(0,0,1)$	$P_3=\{3\}$

بردار قطع کننده مینیمال (X)	مجموعه قطع کننده مینیمال (C)
$X_1=(0,0,0)$	$C_1=\{1,2,3\}$

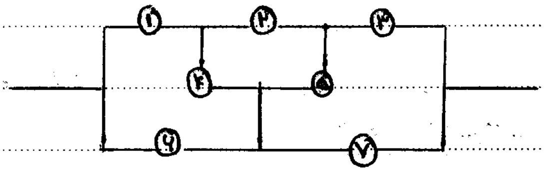
ج:



بردار مسیر مینیمال (X)	مجموعه مسیر مینیمال (P)
$X_1=(1,1,0)$	$P_1=\{1,2\}$
$X_2=(1,0,1)$	$P_2=\{1,3\}$
$X_3=(0,1,1)$	$P_3=\{2,3\}$

بردار قطع کننده مینیمال (X)	مجموعه قطع کننده مینیمال (C)
$X_1=(1,0,0)$	$C_1=\{2,3\}$
$X_2=(0,1,0)$	$C_2=\{1,3\}$
$X_3=(0,0,1)$	$C_3=\{1,2\}$

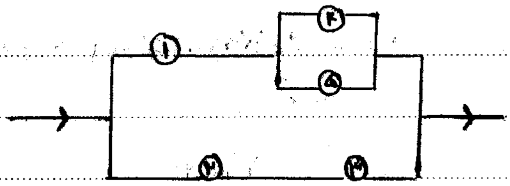
۲. بردارهای مسیر مینیمال و بردارهای قطع کننده مینیمال سیستم‌هایی با نمودارها زیر را تعیین کنید.



حل:

بردار مسیر مینیمال (X)	مجموعه مسیر مینیمال (P)
$X_1=(1,1,1,0,0,0,0)$	$P_1=\{1,2,3\}$
$X_2=(0,0,0,0,0,1,1)$	$P_2=\{6,7\}$
$X_3=(1,0,1,1,1,0,0)$	$P_3=\{1,3,4,5\}$
$X_4=(1,0,0,1,0,0,1)$	$P_4=\{1,4,7\}$
$X_5=(0,0,1,0,1,1,0)$	$P_5=\{3,5,6\}$
$X_6=(1,1,0,0,1,0,1)$	$P_6=\{1,2,5,7\}$

بردار قطع کننده مینیمال (X)	مجموعه قطع کننده مینیمال (C)
$X_1=(0,1,1,1,1,0,1)$	$C_1=\{1,6\}$
$X_2=(1,1,0,1,1,1,0)$	$C_2=\{3,7\}$
$X_3=(1,0,1,0,1,0,1)$	$C_3=\{2,4,6\}$
$X_4=(0,1,1,1,1,1,0)$	$C_4=\{1,7\}$
$X_5=(1,0,1,1,0,1,0)$	$C_5=\{2,5,7\}$
$X_6=(1,1,0,1,0,1,0)$	$C_6=\{3,5,7\}$
$X_7=(1,1,0,0,1,1,0)$	$C_7=\{3,4,7\}$

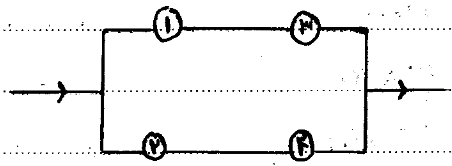


حل:

بردار مسیر مینیمال (X)	مجموعه مسیر مینیمال (P)
$X_1=(1,0,0,1,0)$	$P_1=\{1,4\}$
$X_2=(1,0,0,0,1)$	$P_2=\{1,5\}$
$X_3=(0,1,1,0,0)$	$P_3=\{2,3\}$

بردار قطع کننده مینیمال (X)	مجموعه قطع کننده مینیمال (C)
$X_1=(0,0,1,1,1)$	$C_1=\{1,2\}$
$X_2=(1,1,0,0,0)$	$C_2=\{3,4,5\}$
$X_3=(0,1,0,1,1)$	$C_3=\{1,3\}$
$X_4=(1,0,1,0,0)$	$C_4=\{2,4,5\}$

۳. بردارهای مسیر مینیمال و بردارهای قطع کننده مینیمال سیستم های زیر را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. تابع ساختار هر یک از دو سیستم را مشخص کنید.

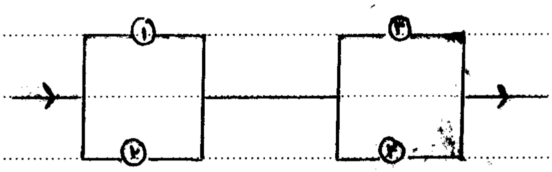


حل:

مجموعه مسیر مینیمال (P)	بردار مسیر مینیمال (X)
$P_1=\{1,3\}$	$X_1=(1,0,1,0)$
$P_2=\{2,4\}$	$X_2=(0,1,0,1)$

مجموعه قطع کننده مینیمال (C)	بردار قطع کننده مینیمال (X)
$C_1=\{1,2\}$	$X_1=(0,0,1,1)$
$C_2=\{3,4\}$	$X_2=(1,1,0,0)$
$C_3=\{2,3\}$	$X_3=(1,0,0,1)$
$C_4=\{1,4\}$	$X_4=(0,1,1,0)$

$$\varphi(\underline{X})=1-(1-x_1x_3)(1-x_2x_4)$$



حل:

مجموعه مسیر مینیمال (P)	بردار مسیر مینیمال (X)
$P_1=\{1,3\}$	$X_1=(1,0,1,0)$
$P_2=\{2,4\}$	$X_2=(0,1,0,1)$
$P_3=\{1,4\}$	$X_3=(1,0,0,1)$
$P_4=\{2,3\}$	$X_4=(0,1,1,0)$

ادامه

بردار قطع کننده مینیمال (X)	مجموعه قطع کننده مینیمال (C)
$X_1=(0,0,1,1)$	$C_1=\{1,2\}$
$X_2=(1,1,0,0)$	$C_2=\{3,4\}$
$X_3=(0,1,0,0)$	$C_3=\{1,3,4\}$
$X_4=(1,0,0,0)$	$C_4=\{2,3,4\}$

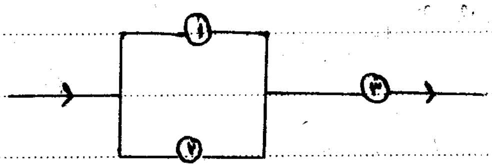
$$\varphi(\underline{x})=[1-(1-x_1)(1-x_2)]\times[1-(1-x_3)(1-x_4)]$$

---

۴. فرض کنید φ تابع ساختار سیستمی با نمودار زیر باشد، (در قضیه ۱.۳)

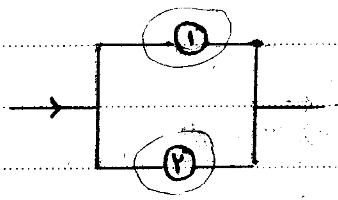
الف: نمودار $\varphi(\underline{X}\cup\underline{Y})$ و $\varphi(\underline{X})\cup\varphi(\underline{Y})$ را مشخص کنید.

ب: نمودار $\varphi(\underline{X}.\underline{Y})$ و $\varphi(\underline{X}).\varphi(\underline{Y})$ را مشخص کنید.



حل: الف:

$\varphi(X)$

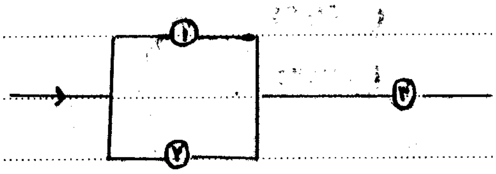


$\Rightarrow \varphi(X\cup Y)$

$\varphi(Y)$ $\Rightarrow \varphi(X)\cup\varphi(Y)$

ب:

$\varphi(x.y)$



① $\Rightarrow \varphi(x)$; ② $\varphi(y)$ $\Rightarrow \varphi(x).\varphi(y)$

Subject: Year: Month: Day :

۵. در قضیه ۱.۳ ثابت کنید که در قسمت (الف) تساوی اتفاق می افتد اگر و تنها اگر سیستم موازی باشد و در قسمت (ب) تساوی برقرار است اگر و تنها اگر سیستم متوالی باشد.

الف: $\varphi(\underset{\sim}{x} \sqcup \underset{\sim}{y}) = \varphi(\underset{\sim}{x}) \sqcup \varphi(\underset{\sim}{y})$

حل:

$$\varphi(\underset{\sim}{x} \sqcup \underset{\sim}{y}) = \coprod_{i=1}^{n} (x_i \sqcup y_i) = (\coprod_{i=1}^{n} x_i) \sqcup (\coprod_{i=1}^{n} y_i) = \varphi(\underset{\sim}{x}) \sqcup \varphi(\underset{\sim}{y})$$

ب: $\varphi(\underset{\sim}{x} \cdot \underset{\sim}{y}) = \varphi(\underset{\sim}{x})\varphi(\underset{\sim}{y})$

حل:

$$\varphi(\underset{\sim}{x} \cdot \underset{\sim}{y}) = \prod_{i=1}^{n} x_i y_i = \prod_{i=1}^{n} x_i \cdot \prod_{i=1}^{n} y_i = \varphi(\underset{\sim}{x})\varphi(\underset{\sim}{y})$$

---

۶. ثابت کنید در یک سیستم منسجم با تابع ساختار φ، $\varphi(1,1,\dots,1)=1$ و $\varphi(0,0,\dots,0)=0$

حل: ★قضیه: فرض کنید φ تابع ساختار یک سیستم منسجم با n جزء باشد آنگاه

$$\prod_{i=1}^{n} x_i \leq \varphi(x) \leq \coprod_{i=1}^{n} x_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - x_i)$$

طبق قضیه ★: اگر $x_1 = \dots = x_n = 0$ آنگاه $0 \leq \varphi(x) \leq 0 \Rightarrow \varphi(x) = 0$

طبق قضیه ★: اگر $x_1 = \dots = x_n = 1$ آنگاه $1 \leq \varphi(x) \leq 1 \Rightarrow \varphi(x) = 1$

طبق تعریف متوالی: $\varphi(x) = \prod_{i=1}^{n} x_i$ ، $\varphi(0,0,\dots,0) = \prod_{i=1}^{n} 0 = 0 \times 0 \times 0 \times \dots \times 0 = 0$

طبق تعریف موازی: $\varphi(x) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - x_i)$ ، $\varphi(0,0,\dots,0) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-0) = 1 - [(1-0) \times \dots \times (1-0)] = 1 - 1 = 0$

AZIN

SUBJECT: Sa Su Mo Tue Wed Thu Fri DATE: / /

۷. نمادهای زیر را در نظر بگیرید.

$(1_i, \underline{X}) = (x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$

$(0_i, \underline{X}) = (x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$

و ثابت کنید تابع ساختار φ را می توان به صورت زیر نمایش داد.

$\varphi(\underline{X}) = x_i\, \varphi(1_i, \underline{X}) + (1-x_i)\, \varphi(0_i, \underline{X})$

$$\varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) = \begin{cases} \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) \\ \text{یا} \\ \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \end{cases}$$

$\varphi(x_1, \dots, x_n) = \alpha\, \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) + \beta\, \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$

$\varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) = \alpha\, \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) + 0 \quad (1)$

$\varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) = 0 + \beta\, \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \quad (2)$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} \alpha = 1 \quad \text{بطوریکه } x_i = 1 \rightarrow \alpha = x_i \\ \\ \beta = 1 \quad \text{بطوریکه } x_i = 0 \rightarrow \beta = 1 - x_i \end{cases}$$

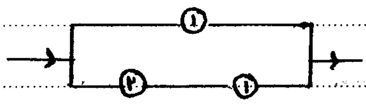
$\Rightarrow \varphi(\underline{X}) = x_i\, \varphi(1_i, \underline{X}) + (1-x_i)\, \varphi(0_i, \underline{X})$

	$\varphi(\underline{X}) = x_i\, \varphi(1_i, \underline{X}) + (1-x_i)\, \varphi(0_i, \underline{X})$
$x_i = 1$	$1 = 1 \times 1 + 0$
	$0 = 1 \times 0 + 0$
$x_i = 0$	$1 = 0 + 1 \times 1$
	$0 = 0 + 1 \times 0$

VEKTA

۸. مثالی از یک سیستم ارائه کنید که در آن یک جزء نامربوط وجود داشته باشد.

حل:



مولفه ۲ جزء نامربوط است.

۹. فرض کنید C_1، C_2، C_3، C_4 و C_5 به طور مستقل از یکدیگر عمل می‌کنند. همچنین فرض کنید سیستم i که با R_i نمایش می‌دهیم به صورت زیر ساخته شده باشد.

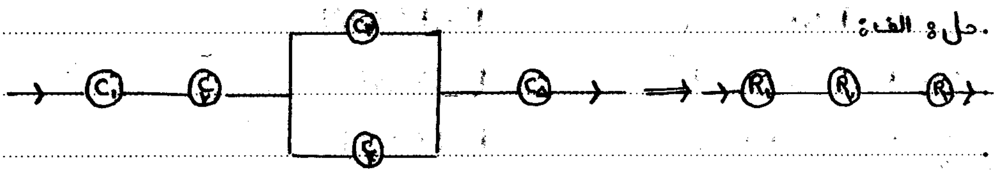
R_1 شامل اجزای C_1 و C_2 است که متوالی اند. R_2 شامل اجزای C_3 و C_4 است که موازی اند.

R_3 شامل C_5 است. اگر سیستم R متشکل از R_1 و R_2 و R_3 باشند که متوالی اند.

الف: نمودار سیستم R را رسم کنید.

ب: بردارهای مسیر مینیمال و بردارهای قطع کننده مینیمال R را تعیین کنید.

حل: الف:



ب:

مجموعه مسیر مینیمال (P)	بردار مسیر مینیمال (X)
$P_1=\{1,2,3,5\}$	$X_1=(1,1,1,0,1)$
$P_2=\{1,2,4,5\}$	$X_2=(1,1,0,1,1)$

مجموعه قطع کننده مینیمال (C)	بردار قطع کننده مینیمال (X)
$C_1=\{1\}$	$X_1=(0,1,1,1,1)$
$C_2=\{2\}$	$X_2=(1,0,1,1,1)$
$C_3=\{5\}$	$X_3=(1,1,1,1,0)$
$C_4=\{3,4\}$	$X_4=(1,1,0,0,1)$