به نام خـــــدا

رویکرد بیم‌سنجی به نظام‌های سلامت

به همراه کدهای R مثال‌های حل‌شده

نویسنده:

امیرتیمور پاینده نجف‌آبادی

مؤسسه عالی پژوهش تأمین اجتماعی

۱۴۰۱

بیمه‌های اجتماعی و محاسبات

سرشناسه: پاینده نجف‌آبادی، امیرتیمور، ۱۳۵۵ -
عنوان و نام پدیدآور: رویکرد بیم‌سنجی به نظام‌های سلامت (به همراه کدهای R مثال‌های حل شده)/نویسنده امیرتیمور پاینده نجف‌آبادی ؛ ویراستار ناهیده کاظم‌زاده گنجی.
مشخصات نشر: تهران : موسسه عالی پژوهش تامین اجتماعی ، ۱۴۰۱.
مشخصات ظاهری: ل، ۳۷۸ ص.: نمودار (رنگی).
شابک: ۲-۶۵-۶۳۰۶-۶۲۲-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی: فیپا
یادداشت: واژه‌نامه.
یادداشت: کتابنامه: ص. ۳۷۲- ۳۷۸.
یادداشت: نمایه.
موضوع: کارشناسی محاسبات بیمه
Actuarial science
بیمه -- ریاضیات
Insurance -- Mathematics
سلامت‌پروری
Health promotion
شناسه افزوده: موسسه عالی پژوهش تامین اجتماعی
رده بندی کنگره: HG۸۷۸۱
رده بندی دیویی: ۳۶۸/۰۱
شماره کتابشناسی ملی: ۹۰۸۷۹۱۷
اطلاعات رکورد کتابشناسی: فیپا

رویکرد بیم‌سنجی به نظام‌های سلامت (به همراه کدهای R مثال‌های حل‌شده)

نویسنده: امیرتیمور پاینده نجف‌آبادی (استادتمام گروه بیم‌سنجی دانشگاه شهید بهشتی)
ویراستار: ناهیده کاظم‌زاده گنجی
طراحی جلد: شبنم ترابی‌پاریزی
لیتوگرافی، چاپ و صحافی: آران
چاپ اول: ۱۴۰۱
شمارگان: ۱۰۰ نسخه
شابک: ۲-۶۵-۶۳۰۶-۶۲۲-۹۷۸
قیمت: ۵۰۰,۰۰۰ ریال

تهران، میدان آرژانتین، خیابان احمد قصیر، خیابان دهم، پلاک ۲۰
تلفن: ۰۲۱۸۸۷۵۳۲۴۵ - فکس: ۰۲۱۸۸۵۰۷۴۲۱
کدپستی: ۱۵۱۴۷۳۴۳۱۱- ایمیل : info@ssor.ir

پیشگفتار مؤسسه

نظام‌های سلامت یکی از کانون‌های اصلی تمرکز سیاست‌گذاران هستند؛ موضوعاتی از این قبیل که دسترسی آحاد جامعه به خدمات ضروری سلامت چگونه است، کارایی و هزینهٔ ارائهٔ این خدمات به چه شکل است، و یا هزینهٔ اعمال هر تغییر پیشنهادی در نظام سلامت به چه میزان است، همواره از دغدغه‌های اصلی دولتمردان و سیاست‌گذاران است. پاسخ به این پرسش‌های کلی و بسیاری از پرسش‌های جزئیِ ذیل آن‌ها با اتکا به دانش اکچوئریال (بیم‌سنجی) ممکن است که نیازمند درک درستی از چندین حوزهٔ مرتبط شامل آمار، اقتصاد، مدیریت ریسک، حسابداری، جمعیت‌شناسی و ریاضیات مالی و نیز اصول مدل‌سازی، ارزیابی و طبقه‌بندی ریسک است. در واقع، تمام تصمیمات سیاست‌گذاران در مورد نظام‌های سلامت باید مبتنی بر جنبه‌های مقداریِ گزینه‌ها و سناریوهای ممکن و همچنین ارزیابی اثرات آنها اتخاذ شود. در این راستا، توصیف آماری وضعیت موجود و برآورد اثرات سیاست‌های پیشنهادی بر نظام سلامت لازمهٔ ایجاد یا اصلاح طرح‌های سلامت است.

به‌رغم اهمیت این موضوع و با وجود روند روبه‌رشد به‌کارگیری دانش و مهارت بیم‌سنجی در بخش مستمری‌ها و بیمه‌های تجاری، هنوز چنین روندی در بخش سلامت کشور مشاهده نمی‌شود: در بخش سلامت، کاربست علوم اکچوئریال و بیم‌سنجی در اتخاذ تصمیمات جدید و همچنین ارزیابی طرح‌های موجود با چالش‌های جدی ازجمله نبود اطلاعات آماری جامع مواجه است. کمبود منابع و کتب کاربردی در این زمینه از دیگر چالش‌های موجود برای تحلیلگران حوزهٔ سلامت جهت انجام ارزیابی‌های بیم‌سنجی است.

نظر به اینکه بخش درمان سازمان تأمین اجتماعی، به دلیل نقش کلیدی در نظام سلامت کشور، در معرض تغییرات و تصمیمات متنوع قرار دارد، نیاز به منابع مفید و کاربردی در این حوزه جهت ارتقای دانشِ انجام تحلیل‌های مقداری همواره توسط کارشناسان مرتبط در سازمان احساس می‌شود. در پاسخ به این نیاز اساسیِ پژوهشگران و کارشناسان بود که مؤسسه انتشار و چاپ گزارش‌ها و کتاب‌هایی را در این حوزه در دستور کار قرار داد. در این چهارچوب، گزارش «ادبیات ارزیابی اکچوئریال بیمهٔ درمان اجتماعی» و کتاب «تحلیل عدالت در سلامت با استفاده از داده‌های پیمایش خانوار: راهنمای کاربردی برای تکنیک‌ها

و اجـرای آنهـا» قبـلاً در مؤسسـه چـاپ و منتشـر شـد. در ادامـهٔ ایـن مسـیر، تألیف کتـاب پیش‌رو تحـت عنـوان «رویکـرد بیم‌سـنجی بـه نظام‌هـای سـلامت» در دسـتورکار مؤسسـه قـرار گرفـت.

نویسـندهٔ کتـاب، دکتـر امیرتیمـور پاینـده نجف‌آبـادی، اسـتاد دانشـگاه شـهید بهشـتی، کـه دارای تجـارب تحقیقاتـی و آموزشـی برجسـته در ایـن حـوزه اسـت، تـلاش کـرده اسـت در شـش فصـل، منبعـی کاربـردی را بـرای تحلیل‌هـا و ارزیابی‌هـای مقـداری در نظام‌هـای سـلامت عمومـی و خصوصـی مبتنـی بـر رویکـرد بیم‌سـنجی در اختیـار کارشناسـان و تحلیلگـران حـوزهٔ سـلامت قـرار دهـد. در ایـن خصـوص، کتـاب ضمـن ارائـهٔ مقدمـه‌ای بـر نظام‌هـای سـلامت، چگونگـی ارزیابـی آنهـا را بـه بحـث گذاشـته اسـت. مبحـث مهـم دیگـر کـه در ایـن کتـاب مـد نظـر قـرار گرفتـه بیمـهٔ مراقبت‌هـای بلندمـدت اسـت؛ موضوعـی کـه باتوجه‌بـه شـتاب بـالای پیرشـدن جمعیـت در ایـران و افزایـش احسـاس نیـاز بـه تـدارک ایـن نـوع خدمـات توسـط سـالمندان بی‌تردیـد بـه یکـی از دغدغه‌هـای مهـم سیاسـت‌گذاران در آینـده تبدیـل خواهـد شـد. علاوه‌برایـن، به‌منظـور کاربردی‌شـدن مباحـث مطرح‌شـده در کتـاب، چگونگـی اسـتفاده از نرم‌افـزار R و بسـته‌های اکچوئریـالِ مرتبـط بـا تحلیل‌هـای نظام‌هـای سـلامت در پیوسـت کتـاب ارائـه شـده اسـت.

ایـن کتـاب بـه تمامـی کارشناسـان، پژوهشـگران و تحلیلگـران عرصـهٔ سـلامت کشـور تقدیم می‌شـود. امیـد اسـت مطالعـهٔ ایـن کتـاب بتوانـد در ارتقـای دانـش بیم‌سـنجی به‌منظـور تحلیـل و ارزیابی‌هـای مؤثـر از نظام‌هـای سـلامت و همچنیـن اتخـاذ سیاسـت‌های مبتنـی بـر اصـول علمـی، به‌خصـوص در حـوزهٔ سـلامت سـازمان، مفیـد فایـده باشـد.

این اثر را تقدیم می‌کنم به:

به دوست عزیزم ابوالقاسم براتی که مظهر صفا و صمیمت بود ولی متاسفانه به دلیل کووید۱۹ ما را

برای همیشه ترک کرد، روحش شاد!

همچنین به کادر درمان که برای حفظ سلامت ملی کار می‌کنند، همان‌هایی که در دوران اپیدمی کووید۱۹

نیازمندی خود را به آن‌ها بیشتر از همیشه احساس کردیم.

سپاسگزاری

در تهیهٔ این اثر افراد بسیار زیادی مرا یاری داده‌اند؛ در اینجا کمال تشکر و سپاسگزاری را از آن‌ها ابراز می‌دارم.

از سرکار خانم دکتر مریم امیدی که زحمت مطالعهٔ دقیق پیش‌نویس اولیهٔ این اثر را متقبل شدند، از سرکار خانم سارا موسوی، سرکار خانم ثمین محبوب‌فر، سرکار خانم فاطمه فراهانی، سرکار خانم سارا لواسانی، سرکار خانم نیلوفر بختیاری، سرکار خانم حدیثه ناطقی و آقای احسان جهان‌بانی که با ارائه دیدگاه‌های خود، باعث برطرف شدن برخی از ابهامات شدند، از آقای عباس دیدار که زحمت نوشتن کدهای مثال‌های بخش دوم کتاب را کشیدند، کمال تشکر را دارم. سرانجام از ناهیده کاظم‌زاده گنجی که زحمت ویراستاری این اثر را قبول کرده و با نظرات ارزشمند خود باعث ارتقای کیفی این اثر شدند، کمال تشکر را دارم.

سخن مولف

نظام‌های سلامت یک کشور نقش بسزایی در رشد اقتصادی و بهره‌وری نیروی کار آن کشور ایفا می‌کنند. در هر کشور طیف وسیعی از نظام‌های سلامت وجود دارد هر یک از این نظام‌ها بر اساس جامعهٔ هدف، روش تأمین مالی، نوع خدمات و غیره از یکدیگر متمایز و ارزیابی می‌شوند. در هنگام طراحی و یا ارزیابی یک نظام سلامت باید به دقت ویژه‌های آن نظام سلامت و ارتباط آن با سایر نظام‌های سلامت مورد توجه قرار گیرد. متاسفانه در ایران، آن‌گونه که شایسته است، این بخش از علم بیم‌سنجی مورد توجه صنعت بیمه و محققان قرار نگرفته است. متاسفانه در بخش بیمه‌های تجاری هنوز بیمه‌های سلامت در قالب بیمه‌های یک‌ساله عرضه می‌شوند. این در حالی است که مطابق آخرین سرشماری‌ها و گزارش‌های سازمان ملل جمعیت ایران با سرعت بسیار زیاد به سمت سالخوردگی در حرکت است. بنابراین بیمه‌های تجاری بلندمدت و مراقبت‌های بلندمدت نیاز فوری جامعهٔ امروز ایران است. از طرف دیگر در بخش نظام‌های سلامت، نظیر سازمان سلامت و یا تأمین اجتماعی که بخش قابل توجهی از جمعیت ایران را تحت پوشش قرار می‌دهند، به خوبی هزینه‌های درمان مدل‌بندی و پیش‌گویی نشده است.

در این کتاب سعی شده است مبانی بیم‌سنجی نظام‌های سلامت عمومی، اختصاصی و خصوصی بررسی شوند. این کتاب بر اساس تجربیات نویسنده در تدریس دروس مختلف در بیمه (نظیر ریاضیات بیمه‌های درمان، نظریهٔ ریسک، مدل‌های زیان، مدل‌سازی تصادفی، استنباط آماری برای بیمه، نظریهٔ باورمندی، فرایندهای لوی، مبانی بیمه) و تحقیق در شاخه‌های مختلف بیمه تهیه شده است.

این کتاب علاوه بر آموزش بخش‌های مختلف نظام‌های سلامت، با ارائهٔ پروژه‌های کاربردی، سعی می‌کند، ذهن خواننده را درگیر چگونگی بکارگیری مفاهیم فراگرفته شده، در عمل کند. به همین دلیل برخی از پروژه‌ها، مسائل جدیدی هستند که اولین‌بار توسط نویسنده مطرح شده است و ممکن است حل دقیق آنها مستلزم انجام یک کار پژوهشی دقیق باشد.

در فصل اول کتاب، برخی از مفاهیم مقدماتی و پیش‌نیازهای سایر فصل‌ها، ارائه شده است. به‌همین دلیل مطالعه دقیق آن به تمامی خوانندگان توصیه می‌شود.

بخش اول این کتاب که شامل فصل‌های دوم و سوم می‌شود، بر نظام‌های سلامت عمومی متمرکز شده است. در فصل دوم نظام‌های سلامت با رویکردهای مختلف معرفی و دسته‌بندی شده‌اند. روش‌های ارزیابی (با رویکرد بیم‌سنجی) یک نظام سلامت عمومی در فصل سوم معرفی می‌شوند.

بخش دوم این کتاب به تحلیل بیم‌سنجی نظام‌های سلامت خصوصی می‌پردازد. در فصل چهارم بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمان (به دو صورت فردی و گروهی) معرفی و چگونگی تحلیل بیم‌سنجی آنها ارائه می‌شود. بیمه‌های ازکارافتادگی، بیماری‌های صعب‌العلاج و مراقبت‌های بلندمدت در فصل‌های پنجم و ششم معرفی و چگونگی تحلیل بیم‌سنجی آنها ارائه می‌شوند.

نهایتاً در یک پیوست نسبتاً مفصل، چگونگی استفاده از نرم‌افزار R و بسته‌های بیم‌سنجی آن که با تحلیل نظام‌های سلامت مرتبط هستند، شرح داده شده است. در برخی از موارد، برنامه‌هایی برای انجام محاسبات لازم توسعه یافته است. برای مثال، کدهای مورد استفاده در بخش دوم کتاب در این پیوست ارائه شده‌اند.

امیرتیمور پاینده نجف‌آبادی
استادتمام گروه بیم‌سنجی دانشگاه شهید بهشتی
بهار ۱۴۰۱

راهنمای اصطلاحات و نشانه‌گذاری‌ها

نمادهای بیم‌سنجی مورد استفاده در این کتاب در جدول زیر معرفی می‌شوند.

نکتهٔ ۰ـ۱. در آنالیز ریاضی، برای تعویض ترتیب انتگرال‌گیری در انتگرال‌های دو یا چندگانه، نیازمند شرایطی بر روی توابع انتگرالده یا اندازه‌ها هستیم. خوشبختانه، به دلیل نامنفی بودن انتگرالده‌ها و σمتناهی بودن اندازه‌های مورد استفاده در سراسر این کتاب، به استناد قضیهٔ تونلی، در تمامی محاسبات می‌توان (در صورت ضرورت) ترتیب انتگرال‌گیری را تغییر داد. این امر بدون اشاره به قضیهٔ تونلی در کتاب انجام شده است. برای آشنایی بیشتر با قضیهٔ تونلی به اکسلر (۲۰۲۰) مراجعه شود.

جدول ۱: نمادها و اصطلاحات مورد استفاده در این کتاب.

نماد	تعریف
$X_x(t)$	وضعیت یک فرد x ساله در سال t ام (بر اساس یک فرایند تصادفی)
$\mathcal{T}$	مجموعهٔ اندیس‌گذار یک فرایند تصادفی
$\mathcal{S}$	فضای وضعیت یک فرایند تصادفی
$Y_x(t)$	هزینه‌های فرد x ساله در سال t ام قرارداد
$Z_x(t)$	درجهٔ ازکارافتادگی فرد x ساله در سال t ام قرارداد
${}_{m\vert}\ddot{a}_{\overline{n}\vert}$	مستمری سرفصلی معوق
$\bar{a}_{\overline{n}\vert}$	مستمری پیوسته
$\ddot{a}_{\overline{n}\vert}$	مستمری سرفصلی
$a_{\overline{n}\vert}$	مستمری ته‌فصلی
$[x]$	جزء صحیح عدد x
${}_tp_x^{ij}$	احتمال آنکه فردی که در x سالگی در وضعیت i بوده است در $x+t$ سالگی در وضعیت j باشد
${}_tp_x^{\overline{ii}}$	احتمال آنکه فردی که در سن x سالگی در وضعیت i بوده است حداقل تا $x+t$ سالگی، وضعیت i را هرگز ترک نکند
δ^{ij}	تابع دلتای کرونکر، که $\delta^{ii} = ۱$ و $\delta^{ij} = ۰ \quad \forall\, i \neq j$
$\boldsymbol{P}_x(t)$	ماتریس احتمال انتقال فرآیند تصادفی $X_x(\cdot)$ در زمان t
$\boldsymbol{Q}_x$	ماتریس شدت انتقال فرآیند تصادفی $X_x(\cdot)$
μ_x^{ij}	شدت انتقال (یا نیروی انتقال) فرد x ساله از وضعیت i به وضعیت j
μ_x	نیروی مرگ‌ومیر برای T_x
${}_tp_x$	احتمال بقای فرد x ساله، تا $x+t$ سالگی
${}_tq_x$	احتمال فوت یک فرد x ساله، تا $x+t$ سالگی
${}_{u\vert t}q_x$	احتمال مرگ‌ومیر معوق (احتمال فوت فرد x ساله، تا $x+u+t$ سالگی، به شرط اینکه او تا $x+u$ سالگی زنده بوده باشد)
T_x	طول عمر آتی (یا مانده) یک فرد x ساله
$\mathring{e}_x = \mathbf{E}(T_x)$	امید به زندگی کامل
$T_{\overline{x:n}\vert} = \min\{T_x, n\}$	طول عمر آتی زمانی
$\mathring{e}_{\overline{x:n}\vert} = \mathbf{E}(T_{\overline{x:n}\vert})$	امید به زندگی زمانی
$K_x = [T_x]$	طول عمر آتی مختصرشده
$e_x = \mathbf{E}(K_x)$	امید به زندگی مختصرشده

جدول ۲: ادامه نمادها و اصطلاحات مورد استفاده در این کتاب.

نماد	تعریف
A_t	عامل انباشت در t دورهٔ زمانی بعد
ν_t	عامل تنزیل از t دورهٔ زمانی بعد
$P.V_t(x)$	ارزش زمانی آن مقدار x در زمان t
$A.V_t(X)$	ارزش بیم‌سنجی متغیر X در زمان t
δ_t	نیروی بهرهٔ یا نرخ بهره لحظه‌ای
${}_tL^{Prospective}_{\overline{[x]:T}\rceil}$	زیان تصادفی آینده‌نگر یک قرارداد T ساله
${}_tL^{Retrospective}_{\overline{[x]:T}\rceil}$	زیان تصادفی گذشته‌نگر یک قرارداد T ساله
${}_tJ_x^{[Ben]}$	شاخص تعدیل پسینی مزایا
${}_tJ_x^{[Res]}$	شاخص تعدیل پسینی ذخایر
${}_tJ_x^{[Prem]}$	شاخص تعدیل پسینی حق‌بیمه‌ها
${}_t\nu^{Prospective}_{\overline{[x]:T}\rceil}$	ارزش آینده‌نگر
${}_t\nu^{Retrospective}_{\overline{[x]:T}\rceil}$	ارزش گذشته‌نگر محصول

فهرست مطالب

فهرست تصاویر

فهرست جداول

فصل ۱
مقدمات و پیش‌نیازها

در این فصل سعی شده است که تمامی پیش‌نیازهای مورد نیاز سایر فصل‌ها به اختصار معرفی شوند. به همین دلیل توصیه می‌شود، محتویات این فصل به دقت مطالعه شود.

۱ــ۱ معنا و مفهوم ریسک

همانند سایر شاخه‌های علوم، علم بیم‌سنجی نیز ادبیات و واژه‌های تخصصی خود را دارد. غالباً مشاهده می‌شود که افراد مبتدی بدون توجه به معنی یک واژهٔ تخصصی از آن استفاده می‌کنند، یا در هنگام ترجمهٔ واژه‌های تخصصی بیم‌سنجی از معادل‌های آن در سایر علوم، به‌خصوص علم آمار استفاده می‌کنند. برای پرهیز از این اشتباه رایج، در این بخش برخی از مفاهیم اولیه و کلیدی علم بیم‌سنجی تعریف می‌شوند، همچنین سعی می‌شود، معادل درست فارسی آن‌ها ارائه شود. مسلماً معادل‌های ارائه‌شده کامل نیست و نیازمند پیشنهاد صاحب‌نظران است.

تعریف واحدی برای ریسک وجود ندارد. اقتصاددانان، دانشمندان علوم رفتاری، نظریه‌پردازان ریسک، آماردانان و بیم‌سنج‌ها برداشت خود را از ریسک داشته و بر اساس آن ریسک را تعریف می‌کنند. درحالی‌که از دیدگاه تاریخ‌شناختی، ریسک به‌عنوان عدم‌قطعیت

تعریف شده است. بر اساس این مفهوم ریسک به‌عنوان عدم قطعیت مربوط به وقوع یک زیان تعریف می‌شود. برای مثال، ریسک افتادن یک درس در کالج وجود دارد، زیرا عدم‌قطعیت برای این امر وجود دارد.

در ادبیات اقتصادی و مالی، اغلب نویسندگان بین واژهٔ ریسک و عدم‌قطعیت تمایز قائل می‌شوند. آن‌ها از واژه «ریسک» اغلب در موقعیت‌هایی استفاده می‌کنند که می‌توان احتمال وقوع نتایج را با دقتی برآورد کرد. درحالی‌که از «عدم‌قطعیت» در موقعیت‌هایی استفاده می‌کنند که چنین احتمالی را نتوان برآورد کرد. به همین‌صورت، بسیاری از نویسندگان، برداشت خودشان از ریسک را توسعه داده‌اند. بنابراین تعداد زیادی تعریف از ریسک در ادبیات حرفه‌ای وجود دارد، که برخی از آن‌ها عبارت‌ند از: (۱) تغییرپذیری در نتایج آینده، (۲) شانس وقوع زیان، (۳) امکان انحراف از نتیجهٔ مطلوب که مورد انتظار بوده و یا امیدوار به وقوع آن بوده‌ایم، (۴) تغییرپذیری در نتیجه‌های محتمل که در موقعیت‌های معلوم وجود داشته است، (۵) امکان آنکه یک موجود خیالی باعث وقوع زیان شود.

تعریف ۱ـ۱. در این کتاب، ریسک به معنی «شرایطی که در آن امکان انحراف از یک نتیجهٔ پیش‌بینی‌شده وجود دارد»، تعریف می‌شود.

چون واژهٔ ریسک، مبهم و دارای معانی متفاوت است، بسیاری از نویسندگان و شرکت‌های بیمه‌ای از واژهٔ «درمعرض‌زیان» برای مشخص کردن زیان‌های بالقوه استفاده می‌کنند.

نکتهٔ ۱ـ۱. واژهٔ Exposure یکی از واژه‌های بحث‌برانگیز در علم بیم‌سنجی است. این واژه با ترکیب با کلمات دیگر، واژه‌های با معنی و مفهوم کاملاً متفاوت تولید می‌کند.

در ادبیات بیم‌سنجی معمولاً از دو واژهٔ Risk Exposure و Exposure Unit استفاده می‌شود. البته در بسیاری از مواقع، برای سادگی به جای استفاده از واژهٔ Exposure Unit

از Exposure نیز استفاده می‌شود.

در ادامه تعریف دقیق دو واژهٔ Exposure Unit و Risk Exposure از کلارک (۲۰۰۱: ۱۳۹) ، ورنر و مودلین (۲۰۱۰: ۲) و رجدا (۲۰۱۴: ۲۲) ارائه می‌شود.

تعریف ۱ـ۲. «درمعرض‌ریسک» یا «درمعرض‌خطر» که ترجمه (معادل) دو واژهٔ Loss Exposure و Risk Exposure هستند، به موقعیت یا شرایطی اطلاق می‌شود که در آن فرد یا اموال بیمه‌شده در معرض یک زیان بالقوه قرار می‌گیرند.

واژهٔ Exposure Unit یا مخفف آن Exposure قبلاً توسط برخی از محققان با عناوین «بیم‌رس» یا «ریسک‌نما» ترجمه شده است، در این کتاب به تبعیت از آیین‌نامه توانگری بیمه مرکزی، از واژه «ریسک‌نما» استفاده کرده و آن‌را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

تعریف ۱ـ۳. کوچک‌ترین واحد هر ریسک را که بر اساس آن حق‌بیمه تعیین می‌شود، «ریسک‌نما» گویند.

لازم به ذکر است: مفهوم «ریسک‌نما» با توجه به نوع رشتهٔ بیمه‌ای (می‌تواند) متفاوت باشد. برای مثال در بیمهٔ منازل، هر خانه یک «ریسک‌نما» است. در حالی‌که برای بیمه‌نامهٔ ازکارافتادگی، مقدار مستمری یک «ریسک‌نما» است.

دو واژهٔ علت خطر و مخاطره نباید با مفهوم ریسک اشتباه گرفته شوند. علت خطر را به‌عنوان دلیل به وجود آمدن زیان تعریف می‌کنیم. برای مثال، اگر خانهٔ شما بر اثر آتش بسوزد، «آتش» علت خطر است. مخاطره شرایطی است که باعث به وجود آمدن یا افزایش فراوانی یا شدت یک زیان می‌شود. چهار نوع مخاطرهٔ عمده وجود دارد.

۱. **مخاطرهٔ فیزیکی**، شرایطی فیزیکی است که باعث افزایش فراوانی یا شدت یک زیان شود. مثلاً یخ‌زدگی یک جاده مخاطره‌ای فیزیکی است.

۲. **مخاطرهٔ اخلاقی (کژمنشی)**، عدم صداقت یا نقص شخصیتی یک فرد است که باعث افزایش فراوانی یا شدت زیان می‌شود. جعل انجام یک عمل جراحی برای گرفتن پول از بیمه‌گر، ادعای وقوع یک خسارت دروغین، مثال‌هایی از کژمنشی هستند.

۳. **مخاطرهٔ نگرشی (مخاطرهٔ روحی)**، هر نوع بی‌دقتی یا بی‌اعتنایی نسبت به زیان است، که باعث افزایش فراوانی یا شدت زیان شود. عدم توجه به سبک زندگی و سلامت خود، مثال‌هایی از مخاطرهٔ نگرشی هستند.

۴. **مخاطرهٔ قانونی** به مشخصه‌هایی از سیستم قانونی یا محیط نظارتی اشاره می‌کند که باعث افزایش فراوانی یا شدت زیان‌ها می‌شوند. مقرراتی که بیمه‌گران را ملزم به در نظر گرفتن پوشش هزینه‌های خاص برای برخی از بیمه‌گذاران می‌کند، مثالی از مخاطرهٔ قانونی است.

روش‌های طبقه‌بندی ریسک‌ها

ریسک‌ها را می‌توان با رویکردهای متفاوتی طبقه‌بندی کرد. در ادامه دو رویکرد طبقه‌بندی ارائه می‌شود.

۱. **ریسک خالص در مقابل ریسک سوداگرایانه**: ریسک خالص به‌مثابهٔ موقعیتی تعریف می‌شود که تنها دو امکان وقوع یا عدم وقوع زیان وجود دارد. تنها نتایج ممکن برای این ریسک زیان و عدم زیان (خنثی) هستند. مرگ زودرس، حوادث مرتبط با شغل، هزینه‌های مربوط به خسارت‌های فاجعه‌آمیز و یا خسارت‌های بزرگ، مثال‌هایی از این ریسک هستند.[۱] ریسک سوداگرایانه به موقعیتی اطلاق

[۱] در ادبیات بیم‌سنجی به هر حادثه‌ای که وقوع آن باعث به وجود آمدن مجموعه‌ای از حوادث پی‌درپی شود، حادثهٔ فاجعه‌آمیز می‌گویند. ولی حادثه‌ای که شدت خسارت آن بزرگ‌تر از یک مقدار معین است، حادثهٔ با خسارت بزرگ گویند. لازم به ذکر است که بسیاری از حوادث فاجعه‌آمیز به خسارت‌های بزرگ منجر می‌شوند.

می‌شود که در آن زیان یا سود محتمل هستند. برای مثال، اگر شما تعدادی سهم از سهام یک شرکت را خریداری کرده باشید، اگر ارزش سهام آن شرکت افزایش یابد، شما سود خواهید کرد، اما اگر ارزش سهام آن شرکت کاهش یابد، شما ضرر خواهید کرد. به دلایل زیر تمایز بین دو ریسک خالص و ریسک سوداگرایانه بسیار پراهمیت است.

(آ) بیمه‌گران (تجاری یا اجتماعی) تنها ریسک‌های خالص را بیمه می‌کنند و ریسک‌های سوداگرایانه را بیمه نمی‌کنند.

(ب) قانون قوی اعداد بزرگ را به‌صورت ساده‌تر می‌توان برای ریسک‌های خالص استفاده کرد. در صورتی که، عموماً به‌کارگیری قانون قوی اعداد بزرگ برای پیشگویی زیان آتی ریسک‌های سوداگرایانه بسیار مشکل است.

(ج) برخی از اعضای یک جامعه ممکن است از یک ریسک سوداگرایانه، با اینکه از زیان واقع شده است، نفع ببرند. اما اگر در یک ریسک خالص، زیان واقع شود، هیچ یک از اعضای آن جامعه از آن زیان منتفع نمی‌شوند. برای مثال، هیچ یک از اعضای یک جامعه از وقوع ریسک خالص سیل یا زلزله که یک ناحیه را ویران کرده است، منفعتی نمی‌برند.

۲. **ریسک جداپذیر در مقابل ریسک جداناپذیر**: ریسک جداپذیر (یا ریسک غیرسیستماتیک یا ریسک خاص) ریسکی است که تنها افراد یا گروه‌های کوچکی را تحت تأثیر قرار می‌دهد و تأثیری بر کل اقتصاد نمی‌گذارد. برای مثال، ریسک سرقت یک ریسک جداپذیر است. زیرا تنها افراد و یا شرکت‌های تجاری را که چنین زیان‌هایی را تجربه کردند، تحت تأثیر قرار می‌دهد و کل اقتصاد تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد. در مقابل، ریسک جداناشدنی (یا ریسک سیستماتیک یا ریسک اساسی) ریسکی است که کل اقتصاد یا تعداد زیادی از افراد یا گروه‌های درون

اقتصاد را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. برای مثال، ریسک تورم افسارگسیخته، بیکاری، توفان، سیل و زلزله ریسک‌های جداناشدنی هستند. تمایز بین دو ریسک جداشدنی و ریسک جداناشدنی بسیار اهمیت دارد، زیرا معمولاً دولت‌ها در امر بیمه کردن و پوشش ریسک جداناشدنی همکاری نزدیکی با شرکت‌های بیمه‌ای دارند؛ یا خود در قالب برنامه‌های بیمه‌های اجتماعی و یا بیمه‌های دولتی راساً به امر بیمه و پوشش این ریسک‌ها اقدام می‌کنند.

روش‌های مواجهه با ریسک عبارت‌اند از:

۱. **کنترل ریسک:** کنترل ریسک به روش‌هایی اشاره می‌کنند که فراوانی و شدت زیان‌ها را کاهش می‌دهند. روش‌های عمده کنترل ریسک عبارت‌اند از: (۱) اجتناب از ریسک، (۲) کاهش احتمال فراوانی وقوع زیان و (۳)کاهش احتمال شدت وقوع زیان است.

۲. **تأمین مالی ریسک:** تأمین مالی ریسک به روش‌هایی اشاره می‌کنند که زیان‌ها را قبل از وقوع، تامین مالی می‌کنند. روش‌های عمدهٔ تأمین مالی ریسک عبارت‌اند از: (۱) نگه‌داشت (نگه‌داشتن آگاهانه یا غیرآگاهانه بخشی تا تمامی یک ریسک نزد خود و عدم انتقال آن به دیگری)، (۲) انتقال‌های غیربیمه‌ای از طریق قراردادها یا بازارهای مالی دیگر و (۳) بیمه.

۱ـ۲ بیمه و انواع آن

همان‌گونه که در بالا گفته شد، بیمه یکی از روش‌های انتقال (تمام یا بخشی از) ریسک از بیمه‌گذار به بیمه‌گر است. بیمه‌ها معمولاً به دو صورت بیمه‌های اجتماعی و بیمه‌های بازرگانی (یا تجاری) عرضه می‌شوند.

بیمه‌های اجتماعی، معمولاً اجباری، ناشی از قانون و هدف آن‌ها ارتقای سطح رفاه جامعه هستند. طرح‌های نظیر بیمه سلامت، بیمه‌های بازنشستگی، صندوق بیمه محصولات کشاورزی و غیره، مصداق‌هایی از این نوع بیمه‌ها هستند. در این نوع بیمه‌نامه‌ها، بیمه‌گذاران تنها بخشی از حق‌بیمه را پرداخت می‌کنند و مابقی حق‌بیمه توسط دولت یا کارفرما پرداخت می‌شود. در حالی که در بیمه‌های بازرگانی (یا تجاری) بیمه‌گذاران تمامی حق‌بیمه را پرداخت می‌کنند.

بیمه‌نامه‌ها معمولاً به‌صورت بیمه اشخاص و غیراشخاص (غیرزندگی) دسته‌بندی می‌شوند. بر اساس این دسته‌بندی هر بیمه‌نامه‌ای که موضوع آن سلامت فرد (یا افراد بیمه‌شده) باشد، بیمه‌نامه اشخاص در غیر این‌صورت بیمه‌نامه غیرزندگی خواهد بود. بر اساس این تعریف، برخی از مصداق‌های بیمه‌های اشخاص عبارت‌اند از:

۱. **بیمه‌های سلامت**: بیمه‌هایی هستند که بر اساس آن‌ها بیمه‌گر متعهد می‌شود تمام یا بخشی از هزینه‌های درمانی (یا درآمدهای) بیمه‌شده را که به دلیل بیماری یا ازکارافتادگی حاصل شده (یا از دست رفته) است، براساس شرایط قرارداد و با رعایت فرانشیز توافق شده، پرداخت کند.

۲. **بیمه‌های حوادث**: این نوع بیمه‌نامه‌ها ریسک‌های (انسانی) ناشی از حوادث غیرعمدی را تحت پوشش قرار می‌دهند. برخی از ریسک‌های این نوع بیمه‌ها فوت، نقص عضو، ازکارافتادگی (دائم یا موقت)، هزینه‌های درمان و غیره هستند.

۳. **بیمه‌های زندگی**: بیمه‌هایی هستند که بر اساس حیات یا فوت بیمه‌شده، مبلغی به‌عنوان سرمایه بیمه‌نامه (به‌صورت یکجا یا مستمری) به بیمه‌شده یا ورثه قانونی او پرداخت می‌کنند.

نکتهٔ ۱ـ۲. لازم به ذکر است محصولات بیمه‌های سلامت و حوادث بر اساس اصول بیمه‌های غیرزندگی طراحی، ارزیابی و بازنگری می‌شوند. بنابراین دانستن اصول بیم‌سنجی

حاکم بر محصولات بیمه‌های غیرزندگی برای بیم‌سنج‌های این دو حوزه ضروری است.

با توجه به دسته‌بندی بالا، بسیاری از بیمه‌های موجود در صنعت بیمه، جزء بیمه‌های غیرزندگی طبقه‌بندی می‌شوند. بیمه‌های آتش‌سوزی، اتومبیل (شخص‌ثالث و بدنه)، مهندسی، باربری، نفت و انرژی و غیره از مصداق‌های این بیمه‌ها هستند.

نکتهٔ ۱ـ۳. این کتاب تنها بر بیمه‌های سلامت (اجتماعی و تجاری) متمرکز می‌شود. خوانندگان علاقه‌مند به بیمه‌های غیرزندگی را به پاینده (۱۳۹۹) ارجاع می‌دهیم.

۱ـ۳ مروری اجمالی بر فرایندهای تصادفی

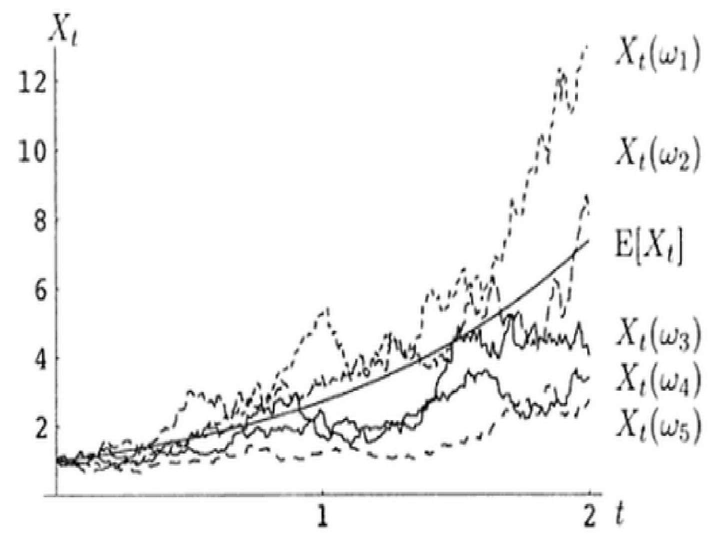
فرایندهای تصادفی به‌عنوان یک ابزار احتمالاتی، نقش پراهمیتی در مدل‌بندی پدیده‌های بیم‌سنجی ایفا می‌کنند. در این بخش به معرفی اجمالی زنجیرهای مارکف، به‌عنوان یکی از پرکاربردترین فرایندهای تصادفی می‌پردازیم.

تعریف ۱ـ۴. فرض کنید $\mathcal{T}$ یک مجموعه‌ی اندیس‌گذار و بازای هر $t \in \mathcal{T}$، $X(t)$ یک متغیر تصادفی است. در این صورت به رده‌ی $\{X(t): \ t \in \mathcal{T}\}$ یک فرایند تصادفی گویند (راس، ۲۰۱۴).

معمولاً بازای تمام $t \in \mathcal{T}$ متغیرهای تصادفی $X(t)$ هم‌خانواده هستند. به‌عبارت‌دیگر توزیع همگی یکسان، ولی پارامترهای آن‌ها (می‌تواند) متفاوت باشند. در ادبیات فرایندهای تصادفی، به مجموعه مقادیری که یک فرایند تصادفی می‌تواند اختیار کند، فضای وضعیت گفته و آن‌را با S نشان می‌دهند. فضای وضعیت و مجموعه اندیس‌گذار یک فرایند تصادفی می‌توانند شمارا یا ناشمارا باشند.

به کوچک‌ترین سیگمامیدانی که $X(t)$ نسبت به آن یک فرایند تصادفی است، یک پالایه گویند و آن‌را با نماد $\mathcal{F}_{t\in T}$ نمایش می‌دهند. در واقع پالایه یک فرایند تصادفی، حاوی تمامی اطلاعات مربوط به آن فرایند تصادفی است.

به مقادیر $X(t;\omega)$ بازای هر مقدار ω عضو فضای نمونهٔ Ω یک مسیر نمونه‌ای از فرایند تصادفی $X(t)$ گویند. شکل (۱ـ۱) مسیر نمونه‌ای یک فرایند براونی‌هندسی را بازای پنج نقطه از فضای نمونه را نمایش می‌دهد.



شکل ۱ـ۱: مسیر نمونه‌ای یک فرایند براونی‌هندسی بازای پنج نقطه از فضای نمونه به همراه امید ریاضی فرایند

مفهوم پیوستگی مسیر نمونه‌ای یک فرایند تصادفی با مفهوم پیوستگی مجموعه اندیس‌گذار فرایند متفاوت است. برای مثال فرایند پوآسون یک فرایند زمان پیوسته است، ولی مسیر نمونه‌ای آن پیوسته نیست. مفهوم‌های متفاوتی از پیوستگی مسیر نمونه‌ای یک فرایند تصادفی وجود دارد، در ادامه برخی از آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

تعریف ۱ـ۵. فرایند تصادفی $X(t \in \mathcal{T})$ تعریف شده بر مجموعه اندیس‌گذار $\mathcal{T}$ و فضای

احتمال پالایه‌شده $(\Omega, \mathcal{F}_{t\in\mathcal{T}}, P)$ را دارای مسیر نمونه‌ای پیوسته گویند، اگر

$$X(t^-) = \lim_{s\uparrow t} X(s) = \lim_{s\downarrow t} X(s) = X(t^+) = X(t).$$

جدول (۱ـ۱) مثال‌های برای این‌گونه فرایندهای تصادفی ارائه می‌کند.

جدول ۱ـ۱: مثال‌هایی از چند فرایند تصادفی

اندیس‌گذار	فضای وضعیت شمارا	فضای وضعیت ناشمارا
شمارا	فرایند پوآسون، مارکف گسسته	سری‌زمانی
ناشمارا	مارکف پیوسته، فرایندهای تجدید	فرایند وینر (حرکت براونی)، فرایندهای لوی

در ادامه برخی از فرایندهای تصادفی مورد استفاده در این کتاب بررسی می‌شوند.

تعریف ۱ـ۶. به فرایند تصادفی N_t که نشانگر تعداد پیشامدها در بازه زمانی $[۰, t)$ است، یک فرایند شمارشی گویند اگر و تنها اگر: (۱) فضای وضعیت آن، زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی $\mathbb{N}$ باشد، (۲) اگر $s < t$ آنگاه $N_t \geq N_s$ و (۳) اگر $s < t$ آنگاه $N_t - N_s$ برابر تعداد پیشامدها در بازه زمانی $[s, t)$ است.

تعریف ۱ـ۷. فرایند تصادفی $X(t \in \mathcal{T})$ تعریف‌شده بر مجموعهٔ اندیس‌گذار $\mathcal{T}$ و فضای احتمال پالایه‌شده $(\Omega, \mathcal{F}_{t\in\mathcal{T}}, P)$ را کدلگ گویند، اگر مسیر نمونه‌ای آن از راست پیوسته و حد چپ آن موجود باشد. به‌عبارت‌دیگر

$$\begin{aligned} X(t^+) &= \lim_{s\downarrow t} X(s) = X(t); \\ X(t^-) &= \lim_{s\uparrow t} X(s) \ \text{موجودباشد} \end{aligned}$$

لازم به ذکر است: هر فرایند کدلگ را می‌توان با یک تابع تکه‌ای ثابت، تقریب زد (کنت و تانکو، ۲۰۰۳).

یک فرایند تصادفی $X(t)$ دارای نموهای مستقل است اگر بازای $t > s$ دو فرایند $X(s)$ و $X(t) - X(s)$ مستقل باشند. به‌عبارت‌دیگر فرایندهای که بر روی دو مجموعه اندیس‌گذار مجزا تعریف می‌شوند، مستقل‌اند. مستقل بودن نموهای یک فرایند به معنی آن است که: نموهای گذشته، حال و آینده از همدیگر مستقل هستند. یک فرایند تصادفی دارای نموهای ماناست، اگر توزیع آن فرایند به طول بازه‌ای که فرایند بر روی آن تعریف می‌شود، مرتبط باشد. مثلاً در یک فرایند با نموهای مانا دو فرایند تصادفی $X(t_2)-X(t_1)$ و $X(t_2 + s) - X(t_1 + s)$، که در آن $t_2 > t_1$ است، هم‌توزیع هستند. به‌عبارت‌دیگر تابع چگالی نموهای یک فرایند با نموهای مانا، هم‌توزیع‌اند. در بخش بعدی به مطالعهٔ زنجیرهای مارکف گسسته و پیوسته می‌پردازیم.

۱ـ۳ـ۱ زنجیر مارکف گسسته همگن

زنجیر مارکف گسسته همگن که به اختصار از آن با عنوان زنجیر مارکف یاد خواهیم کرد، نقش پراهمیتی در مطالعهٔ بسیاری از مدل‌های بیم‌سنجی (غیرزندگی) ایفاء می‌کند. این بخش را با تعریف خاصیت مارکفی آغاز می‌کنیم.

تعریف ۱ـ۸. فرایند تصادفی $X(t)$ با فضای وضعیت شمارا S و مجموعه اندیس‌گذار $\mathcal{T}$ دارای خاصیت مارکفی است، اگر:

- ◇ برای مجموعه اندیس‌گذار شمارا

$$P(X(n+1)=j|X(0)=l_0,\cdots,X(n)=i) \;=\; P(X(n+1)=j|\ X(n)=i);$$

- ◇ برای مجموعه اندیس‌گذار ناشمارای $\mathcal{T}=\{0,1,2,\cdots\}$،

$$P(X(t+s)=j|X(s)=i_s, X(u)=i_u,\ 0\le u\le s) \;=\; P(X(t+s)=j|X(s)=i_s).$$

خاصیت مارکفی یک فرایند، این واقعیت را برای آن فرایند نشان می‌دهد که: گذشته دور فرایند در وضعیت آینده فرایند تأثیری نمی‌گذارد. بلکه این وضعیت فعلی فرایند است که بر روی وضعیت بعدی فرایند تأثیر می‌گذارد.

اکنون تعریف دقیق یک زنجیر مارکف را ارائه می‌کنیم.

تعریف ۱ـ۹. فرایند تصادفی زمان گسسته $X(t)$ با فضای وضعیت شمارا $\mathcal{S}$ را یک زنجیر مارکف گسسته می‌نامند، اگر فرایند دارای خاصیت مارکفی باشد.

تعریف ۱ـ۱۰. بازای هر $i,j \in \mathcal{S}$، احتمال شرطی $p^{ij} = P(X(n+1) = j|\, X(n) = i)$ احتمال انتقال یک‌مرحله‌ای نامیده می‌شود. احتمال‌های انتقال دارای دو ویژگی زیر هستند.

(۱) بازای هر $i,j \in \mathcal{S}$، $p^{ij} \geq 0$

(۲) بازای هر $i \in \mathcal{S}$، $\sum_{j\in\mathcal{S}} p^{ij} = 1$.

ماتریس $\mathbb{P} = [p^{ij}]$ که درآیه‌های آن، احتمال‌های انتقال یک‌مرحله‌ای است، را ماتریس احتمال انتقال یک‌مرحله‌ای می‌نامند. در هر ماتریس احتمال انتقال، مجموع درآیه‌های روی هر سطر، همیشه برابر با ۱ است. اگر در یک ماتریس احتمال انتقال، مجموع عناصر روی هر ستون هم برابر با ۱ باشد، به آن زنجیر مارکف دوگانه گویند.

به $\pi^i_\cdot = P(X(0) = i),\ \forall i \in \mathcal{S}$ احتمال آغازین زنجیر گویند.

تعریف ۱ـ۱۱. فرض کنید $X(n)$ یک زنجیر مارکف با فضای وضعیت شمارا $\mathcal{S}$ باشد. بازای هر $m,n \geq 1$

$$p^{ij(n)} = P(X(n+m) = j|\, X(m) = i) \qquad i,j \in \mathcal{S}$$

احتمال انتقال n مرحله‌ای نامیده می‌شود. ماتریس متناظر با این احتمال‌ها، ماتریس احتمال انتقال n مرحله‌ای نامیده می‌شود و با نماد $\boldsymbol{P}^{(n)}$ نشان داده می‌شود.

می‌توان نشان داد با به توان n رساندن ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}$، می‌توان ماتریس $P^{(n)}$ را به‌دست آورد.

تعریف ۱ـ۱۲. وضعیت j را یک وضعیت پایدار گویند، اگر

$$\lim_{n\to\infty} p^{ij(n)} = \pi^j, \quad \forall\ i \in \mathcal{S}.$$

به زبان ساده در یک وضعیت پایدار از گامی به بعد، نقطهٔ شروع فرایند بر احتمال مشاهده آن وضعیت تأثیری نمی‌گذارد. یک زنجیر مارکف را که تمامی وضعیت‌های آن پایدار است یک زنجیر مارکف با توزیع پایدار گویند.

اگر یک فرایند دارای توزیع پایدار باشد، به کمک آن می‌توان رفتار بلند مدت فرایند را بررسی قرار کرد. قضیه زیر چگونگی محاسبه توزیع پایدار یک زنجیر مارکف را نشان می‌دهد. برهان آن را می‌توان در راس (۲۰۱۴) ملاحظه کرد.

قضیهٔ ۱ـ۱. فرض کنید $X(n)$ یک زنجیر مارکف با فضای وضعیت شمارا S باشد. اگر $\pi^i,\ \ i \in \mathcal{S}$ توزیع پایدار وضعیت jام زنجیر مارکف باشد، آنگاه توزیع پایدار $\boldsymbol{\pi} = \big(\cdots, \pi^i, \pi^{i+1}, \cdots\big)'$ را می‌توان به یکی از روش‌های زیر پیدا کرد:

- حل دستگاه

$$\left\{\begin{array}{lcl} \boldsymbol{\pi}'\mathbb{P} & = & \boldsymbol{\pi}', \\ \sum\limits_{i\in\mathcal{E}} \pi^i & = & ۱ \end{array}\right.$$

- استفاده از معادله‌ی

$$\boldsymbol{\pi}' = e'(\mathbb{I} - \mathbb{P} + \mathbb{E})^{-۱},$$

که در آن $e = (۱, ۱, \cdots, ۱)'$ ، $\mathbf{E}$ یک ماتریس است که تمامی درآیه‌های آن ۱ است و $\mathbf{I}$ ماتریسی است که درآیه‌های قطر اصلی آن ۱ و مابقی درآیه‌های آن ۰ است.

⋄ با به توان رساندن مکرر ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}$ از توانی به بعد، سطرهای ماتریس به‌دست آمده برابر خواهند شد، این همان توزیع پایدار زنجیر است.

زمان ملاقات یا برخورد یک فرایند با مجموعه $A \subseteq \mathcal{S}$ را به‌صورت

$$\tau_A = \inf\{n : \quad X(n) \in A\}$$

تعریف می‌کنیم. بر اساس زمان ملاقات فرایند، می‌توان احتمال ملاقات فرایند را در افق زمانی نامتناهی $(۰, \infty)$ و متناهی $[۰, M)$ ، به ترتیب، به‌صورت

$$\begin{aligned} \rho_{i,A} &= P(\tau_A < \infty | X(۰) = i). \\ \rho_{i,A,T} &= P(\tau_A \leq M | X(۰) = i). \end{aligned}$$

تعریف کرد. برای محاسبهٔ احتمال‌های $\rho_{i,A}$ و $\rho_{i,A,M}$ کافی است روی اولین گام فرایند مشروط کرده و با استفاده از معادلات بازگشتی به‌دست آمده، مقدار احتمال‌های مورد نظر را به‌دست آورد.

۱ـ۳ـ۲ زنجیر مارکف گسسته ناهمگن

زنجیرهای مارکف گسسته ناهمگن که در برخی از منابع آن‌را با عنوان زنجیرهای مارکف گسسته ناهمگن‌زمانی نام‌گذاری کرده‌اند، نقش بسیار پررنگی در مدل‌های بیم‌سنجی (زندگی) ایفاء می‌کنند.

تعریف ۱ـ۱۳. به فرایند تصادفی $X_x(t)$ با فضای وضعیت شمارا $\mathcal{S}$ و مجموعهٔ اندیس‌گذار $\mathcal{T} \subseteq \mathbb{N}$ را که دارای خاصیت مارکفی است یک زنجیر مارکف گسسته ناهمگن گویند، اگر احتمال انتقال $p_x^{ij} = P(X_x(n+۱) = j | \, X_x(n) = i)$ به مقدار x بستگی داشته باشد.

همانند زنجیر مارکف گسسته (همگن) اگر درآیه‌های p_x^{ij} را در یک ماتریس قرار دهیم، ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x = [p_x^{ij}]$ حاصل می‌شود.

به $\pi^i_{\cdot x} = P(X_x(\cdot) = i),\ \forall i \in \mathcal{S}$ احتمال آغازین زنجیر گویند. بر خلاف زنجیر مارکف گسسته (همگن)، ماتریس احتمال انتقال مرحلهٔ n ام $\boldsymbol{P}_x^{(n)}$ برای زنجیر مارکف گسسته، به سادگی قابل محاسبه نیست. در بخش (۱ــ۷) به تفصیل در مورد روش محاسبه آن بحث خواهیم کرد.

۱ــ۳ــ۳ زنجیر مارکف پیوسته

فرایند تصادفی $X(t)$ با فضای وضعیت شمارا $\mathcal{S}$ و مجموعه اندیس‌گذار ناشمارای $\mathcal{T}$ را یک زنجیر مارکف پیوسته (همگن) گویند، اگر دارای خاصیت مارکفی باشد.

نکتهٔ ۱ــ۴. مفهوم انتقال در دو زنجیر مارکف گسسته و پیوسته متفاوت است.

- ◇ در زنجیر مارکف گسسته، در هر واحد زمانی (گام) یک انتقال انجام می‌گیرد. در هر انتقال زنجیر می‌توان وضعیت فعلی خود را دوباره ملاقات کند.

- ◇ در زنجیر مارکف پیوسته، فرایند برای مدت زمان پیوسته، در وضعیت موجود ایستاده و سپس در یک لحظه از زمان، از وضعیت موجود به وضعیت دیگری منتقل می‌شود.

با توجه به خاصیت مارکفی زنجیر مارکف پیوسته، اگر متغیر تصادفی T_i نشانگر مدت زمانی باشد که زنجیر در وضعیت iام خود می‌ایستد، توزیع T_i نمایی با پارامتر ν_i خواهد بود. با توجه به مفهوم انتقال در یک زنجیر مارکف پیوسته، برای تمام $i \in \mathcal{S}$ احتمال انتقال $p^{ii} = ۰$ است. به‌عبارت‌دیگر در زنجیرهای مارکف پیوسته، همواره قطر اصلی ماتریس احتمال انتقال زنجیر، صفر است.

در این کتاب تنها زنجیرهای مارکفی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم که منظم هستند.[۲] احتمال انتقال از وضعیت i به وضعیت j در t واحد زمانی را با نماد $p^{ij}(t)$ نمایش می‌دهیم. اگر این عناصر را درون یک ماتریس قرار دهیم، ماتریس احتمال انتقال در t واحد زمانی $\boldsymbol{P}(t)$ به‌دست می‌آید. قضیهٔ زیر از رأس (۲۰۱۴) با ارائهٔ یک دستگاه از معادلات دیفرانسیلی، چگونگی محاسبهٔ ماتریس $\boldsymbol{P}(t)$ را ارائه می‌کند.

قضیهٔ ۱ـ۲. فرض کنید $X(t)$ یک زنجیر مارکف پیوسته و منظم باشد که زمان توقف در وضعیت i دارای توزیع نمایی با پارامتر ν_i باشد. آنگاه

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{P}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{P}(t),$$

که در آن ماتریس $\mathbf{Q} = [q^i j]$ و درآیه‌های آن برابر $q^{ii} = -\nu^i$ و $q^{ij} = \nu^i p^{ij}$ هستند.

۱ـ۳ـ۴ زنجیر مارکف پیوسته ناهمگن

زنجیر مارکف پیوسته ناهمگن $X_x(t)$ که در برخی از منابع از آن با عنوان زنجیر مارکف پیوسته ناهمگن‌زمانی یاد می‌شود. در واقع یک زنجیر مارکف پیوسته است که احتمال انتقال p_x^{ij} به مقدار x بستگی دارد. در کاربردهای بیم‌سنجی، اندیس x معمولاً سن بیمه‌گذاران را نمایش می‌دهد. بر خلاف زنجیر مارکف پیوسته (همگن) محاسبه ماتریس احتمال انتقال در t واحد زمانی بعد، یعنی $\boldsymbol{P}(t)$، در زنجیرهای مارکف پیوسته ناهمگن، امری پیچیده است. بخش (۱ـ۵) به امر می‌پردازد. لازم به ذکر است بسیاری از مفاهیم تعریف‌شده برای زنجیرهای مارکف (گسسته یا پیوسته) همگن برای زنجیرهای ناهمگن برقرار نیست، برای آشنایی بیشتر به برمود (۲۰۱۳) مراجعه کنید.

[۲] فرایندی را منظم گویند، اگر در هر بازهٔ زمانی متناهی، با احتمال ۱ تعداد متناهی پیشامد مشاهده شود.

۱ـ۴ مدل‌های چندوضعیتی

بسیاری از قراردادهای بیمه‌های اشخاص بر اساس سوابق فرد پایه‌ریزی می‌شوند، این بیمه‌نامه‌ها اغلب شامل حوادث بسیار پیچیده‌تر از «زنده بودن» یا «فوت کردن» هستند. برای مثال در یک طرح بازنشستگی، ممکن است بیمه‌گذار به دلایلی به جز فوت (نظیر عدم پرداخت حق‌بیمه، انصراف خودخواسته و غیره) از طرح خارج شود. یا در یک بیمه سلامت بلندمدت، وضعیت سلامت فرد در زمان‌های قرارداد به‌صورت معنی‌داری تغییر پیدا کند. در بیمه تأمین درآمد (یا ازکارافتادگی) بیمه‌گر بنابر نوع ازکارافتادگی بیمه‌گذار، مبالغ متفاوتی به او پرداخت کند و یا در یک بیمه مراقبت‌های بلندمدت، بر اساس درجهٔ ازکارافتادگی، بیمه‌گذار خدمات متفاوتی دریافت کند.

اگر در مثال‌های بالا، فرض کنیم بیمه‌گذار هنگام عقدقرارداد در یک وضعیت سالم بوده است، می‌توان وضعیت آتی او را در قالب یک مدل چندوضعیتی، بیان کرد.

۱ـ۵ رویکرد مارکف پیوسته به مدل‌های چندوضعیتی

تعریف ۱ـ۱۴. فرض کنید بیمه‌گذاری در x سالگی اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند. همچنین فرض کنید فرایند تصادفی $X_x(t)$ وضعیت بیمه‌گذار در زمان t یا $x+t$ سالگی را نشان می‌دهد. اگر تعداد وضعیت‌های محتمل برای این بیمه‌گذار $n+۱$ باشد، که با ۰ ، ۱ ، $\cdots$ ، n شماره‌گذاری شده‌اند. با فرض اینکه با احتمال $۱-o(h)$ در بازه‌ای از زمان به طول h حداکثر یک انتقال اتفاق می‌افتد، همچنین تحت فرض مارکفی، $X_x(t)$ را یک مدل چندوضعیتی با فضای وضعیت $n+۱$ و ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x(t)$ گویند.

در یک مدل چندوضعیتی به $\mathrm{S}=\{۰,۱,۲,...,n\}$ فضای وضعیت گویند. زیرمجموعهٔ تمام زوج‌های مرتب (i,j) را که نشانگر مجموعهٔ تمامی انتقال‌های مستقیم است با Λ

نشان و به‌صورت

$$\Lambda \subseteq \{(i,j) \quad | \, i \neq j, \quad i,j \in \mathbf{S}\}$$

تعریف می‌کنیم.

درآیه‌های ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x(t)$ با نمادهای استاندارد نمایش و به‌صورت

$$ {}_tp_x^{ij} \;=\; P(X_x(t)=j|X_x(\cdot)=i) \qquad (۱\_۱)$$

$$ {}_tp_x^{\overline{ii}} \;=\; P(X_x(s)=i \;\; \forall s\in[\cdot,t]|X_x(\cdot)=i) \qquad (۱\_۲)$$

تعریف می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر ${}_tp_x^{ij}$ احتمال آن است که فردی که در x سالگی در وضعیت i بوده در $x+t$ سالگی در وضعیت j باشد. همچنین ${}_tp_x^{\overline{ii}}$ را احتمال آن است که فردی که در x سالگی در وضعیت i بوده است، حداقل تا $x+t$ سالگی، وضعیت i را هرگز ترک نکرده است.

همچنین ${}_xp_x^{ij}=\delta^{ij}$ در نظر می‌گیریم، که تابع دلتای کرونکر δ^{ij} بازای $i=j$ برابر ۱ و بازای $i\neq j$ برابر ۰ تعریف می‌شود.

نکتهٔ ۱_۵. لازم به ذکر است ${}_tp_x^{\overline{ii}}$ و ${}_tp_x^{ii}$ از نظر مفهومی کاملاً متفاوت‌اند. اگر بازگشت به وضعیت i بعد از ترک آن غیرممکن باشد، آنگاه ${}_tp_x^{ii}={}_tp_x^{\overline{ii}}$. در غیر این صورت، تا زمانی‌که نامساوی ${}_tp_x^{\overline{ii}}<$ ۱ برقرار است، ${}_tp_x^{\overline{ii}}<{}_tp_x^{ii}$ خواهد بود. این واقعیت از آنجا ناشی می‌شود که ماندن در وضعیت i تنها یکی از حالت‌هایی است که در دو سن x و $x+t$ سالگی واقع می‌شود.

مثال ۱_۱. نشان دهید برای وضعیت iاُم در یک فرایند چندوضعیتی (ارائه‌شده در تعریف ۱_۱۴) داریم ${}_{dt}\mathrm{p}_x^{ii}={}_{dt}\mathrm{p}_x^{\overline{ii}}+o(dt)$.

حل. اگر فردی در سنین x و $x+dt$ سالگی در وضعیت i باشد، او باید در زمان بین این دو سن یا (با احتمال ${}_t\mathrm{p}_x^{\overline{ii}}$) هیچ انتقالی انجام نداده باشد و یا (با احتمال $o(dt)$)

حداقل دو انتقال انجام داده باشد. چون این دو پیشامد از همدیگر مجزا هستند، بنابراین:

$$ {}_{dt}\mathrm{p}_x^{ii} = {}_{dt}\mathrm{p}_x^{\overline{ii}} + o(dt). $$

□

تمرین ۱ــ۱. نشان دهید در مدل چندوضعیتی (۱ــ۱۴) $\mathrm{p}_x^{\overline{ii}} = ۱$. است.

اگر بازای تمامی x و t ها، ${}_tp_x^{ij}$ تنها از طریق t به x و $x+t$ بستگی داشته باشد، به فرایند $X_x(t)$ زمان همگن، در غیر این‌صورت زمان ناهمگن گویند. واضح است که در بسیاری کاربردهای بیم‌سنجی، درآیه‌های ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x(t)$ با زمان، تغییر پیدا می‌کنند، بنابراین بهتر از فرایندهای زمان ناهمگن استفاده شود.

به پارامترهای x و t پارامترهای «ارشدیت» گویند. در بیم‌سنجی این پارامترهای معمولاً سن و فضای وضعیت، معمولاً وضعیت سلامت یا وضعیت‌های مبتنی بر مفاهیم جمعیت‌شناسی، بیمه‌گذاراست.

تعریف ۱ــ۱۵. برای مدل چندوضعیتی $X_x(t)$ تحت فرض مشتق‌پذیر بودن تمام درآیه‌های ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x(t)$ نسبت به t، شدت انتقال (یا نیروی انتقال)از وضعیت i به وضعیت j (تحت فرض $i \neq j$)، در $x+t$ سالگی، به‌صورت

$$ \mu_x^{ij} = \lim_{dt \to ۰^+} \frac{{}_{dt}p_x^{ij}}{dt}, \quad \forall\, i \neq j \qquad (۱ــ۳) $$

تعریف می‌شود.

شدت انتقال (یا نیروی انتقال) برای فواصل فشرده انتگرال‌پذیر در نظر گرفته می‌شود، همچنین در کاربردهای واقعی، معمولاً به دنبال استفاده از توابع شدت پیوسته و کراندار و یا حتی تکه‌ای ثابت هستیم، برای آشنایی بیشتر به هبرمن و پیتاکو (۲۰۱۸) مراجعه کنید.

به‌عبارت‌دیگر، $\mu_x^{ij}dt$ تقریباً برابر احتمال شرطی انتقال از وضعیت i به وضعیت j در یک بازه زمانی بسیار کوچک به طول dt است، به شرط آنکه در x سالگی فرایند در وضعیت i باشد.

چون در فرایندهای زمان همگن، احتمال انتقال تنها به طول بازه بستگی دارد، بنابراین شدت انتقال، ارائه‌شده در تعریف (۱ــ۱۵) به زمان بستگی نخواهد داشت. به‌عبارت‌دیگر $\mu_x^{ij} = \mu^{ij}$

مثال ۱ــ۲. نشان دهید برای یک مدل چندوضعیتی، معادله

$$ {}_hp_x^{\overline{ii}} = ۱ - h\sum_{j=۰, j\neq i}^{n} \mu_x^{ij} + o(h)$$

همواره برقرار است.

حل. کمیت ${}_hp_x^{\overline{ii}} - ۱$ نشانگر احتمال آن است که فرایند در زمان بین دو سن x و $x+h$ سالگی، وضعیت i را ترک کرده و ممکن است قبل از $x+h$ سالگی به وضعیت i بازگشته باشد. با توجه به فرض اینکه، فرایند $X_x(t)$ در لحظهٔ h حداکثر می‌تواند یک انتقال را تجربه کند، بنابراین اگر فرایند زمان بین دو سن x و $x+h$ سالگی، وضعیت i را ترک کرده باشد، در $x+h$ سالگی باید در وضعیت j، $(j\neq i)$، و اگر آن‌را ترک نکرده باشد در $x+h$ سالگی، در وضعیت i خواهد بود. بنابراین

$$\begin{aligned} ۱ - {}_hp_x^{\overline{ii}} &= {}_hp_x^{ii} + \sum_{j=۰, j\neq i}^{n} {}_hp_x^{ij} + o(h) \\ &= ۰ + \sum_{j=۰, j\neq i}^{n} \left[\mu_x^{ij}h + o(h)\right] + o(h) \\ &= h\sum_{j=۰, j\neq i}^{n} \mu_x^{ij} + o(h). \end{aligned}$$

□

مثال ۱ـ۳. شدت تنزیل از وضعیت i یک مدل چندوضعیتی به‌صورت $\mu_x^i = \sum_{j=\cdot,i\neq j}^{n} \mu_x^{ij}$ تعریف می‌شود. نشان دهید μ_x^i را می‌توان به‌عنوان احتمال شرطی خروج بیمه‌گذار از وضعیت i به شرط آنکه در x سالگی در وضعیت i باشد، تفسیر کرد.

حل. با توجه به تعریف شدت انتقال (تعریف، ۱ـ۱۵) و همچنین متناهی بودن تعداد جملات مجموع، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \mu_x^i &= \sum_{j=\cdot,i\neq j}^{n} \lim_{dt\to\cdot^+} \frac{{}_{dt}p_x^{ij}}{dt} \\ &= \lim_{dt\to\cdot^+} \sum_{j=\cdot,i\neq j}^{n} \frac{{}_{dt}p_x^{ij}}{dt} \\ &= \lim_{dt\to\cdot^+} \frac{\text{۱} - {}_{dt}p_x^{ii}}{dt}. \end{aligned}$$

□

با استفاده از خاصیت مارکفی فرایند $X_x(t)$ می‌توان معادلات چپمن‌کلموگروف

$$\boldsymbol{P}_x(t+s) = \boldsymbol{P}_x(t)\boldsymbol{P}_{x+t}(s), \qquad (\text{۱ـ۴})$$

را نتیجه گرفت. با توجه به خاصیت جابه‌جایی‌ناپذیری ضرب ماتریس‌ها، می‌توان

$$\boldsymbol{P}_{x+t}(s)\boldsymbol{P}_x(t) \neq \boldsymbol{P}_x(t)\boldsymbol{P}_{x+t}(s)$$

را نتیجه گرفت. به کمک معادله چپمن‌کلموگروف (۱ـ۴) می‌توان نتیجه گرفت: با دانستن $\boldsymbol{P}_x(t)$ می‌توان $\boldsymbol{P}_{\mathrm{y}}(t)$ را برای همه $\mathrm{y} > x$ به‌دست آورد.

همچنین معادلهٔ چپمن‌کلموگروف (۱ـ۴) را می‌توان به‌صورت

$${}_{t+s}p_x^{ij} = \sum_{k=\cdot}^{M} {}_tp_x^{ik}\, {}_sp_{x+t}^{kj}, \qquad (\text{۱ـ۵})$$

برای درآیه $i \times j$ ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x(t)$ بازنویسی کرد.

تمرین ۱ـ۲. نشان دهید ${}_{t+s}p_x^{\overline{ii}} = {}_tp_x^{\overline{ii}}\,{}_sp_{x+t}^{\overline{ii}}$.

در ادامه معادلات دیفرانسیلی پیشرو کلموگروف ارائه می‌شوند.

لم ۱ـ۱. در مدل چندوضعیتی ارائه‌شده در تعریف (۱ـ۱۴) داریم:

$$\frac{\partial}{\partial t}{}_tp_x^{ij} = \sum_{k=0,k\neq j}^{n} {}_tp_x^{ik}\mu_{x+t}^{kj} - {}_tp_x^{ij}\sum_{k=0,k\neq j}^{n}\mu_{x+t}^{jk};\ \ \forall\, i,j \in \{0,1,\cdots,n\}. \quad (۱ـ۶)$$

برهان. به کمک معادله چپمن‌کلموگروف (۱ـ۴) داریم:

$$\begin{aligned}
{}_{t+dt}p_x^{ij} - {}_tp_x^{ij} &= \sum_{k=0}^{n} {}_tp_x^{ik}\,{}_{dt}p_{x+t}^{kj} - {}_tp_x^{ij} \\
&= \sum_{k=0,k\neq j}^{n} {}_tp_x^{ik}\,{}_{dt}p_{x+t}^{kj} + {}_tp_x^{ij}\,{}_{dt}p_{x+t}^{jj} - {}_tp_x^{ij} \\
&= \sum_{k=0,k\neq j}^{n} {}_tp_x^{ik}\,{}_{dt}p_{x+t}^{kj} + {}_tp_x^{ij}\left(1 - \sum_{k=0,k\neq j}^{n} {}_{dt}p_{x+t}^{jk}\right) - {}_tp_x^{ij} \\
&= \sum_{k=0,k\neq j}^{n} {}_tp_x^{ik}(\mu_{x+t}^{kj}dt + o(dt)) - {}_tp_x^{ij}\sum_{k=0,k\neq j}^{n}(\mu_{x+t}^{jk}dt + o(dt)).
\end{aligned}$$

با تقسیم طرفین معادلات بالا بر dt و $dt \to 0^+$ نتیجه مطلوب حاصل می‌شود. □

تمرین ۱ـ۳. معادلات دیفرانسیلی پسرو کلموگروف را به‌صورت

$$\frac{\partial}{\partial t}{}_tp_x^{ij} = {}_tp_x^{ij}\sum_{k=0,k\neq j}^{n}\mu_{x+t}^{jk} - \sum_{k=0,k\neq j}^{n}\mu_{x+t}^{ik}\,{}_tp_x^{kj};\ \ \forall\, i,j \in \{0,1,\cdots,n\}$$

برای مدل چندوضعیتی ارائه‌شده در تعریف (۱ـ۱۴) اثبات کنید.

لازم به ذکر است در حالت مطرح شده در این بخش تفاوتی بین جواب‌های حاصل از معادلات دیفرانسیلی پسرو کلموگروف و معادلات دیفرانسیلی پیشرو کلموگروف وجود

ندارند. بلکه کاربر بر اساس شرایط اولیه یک مسئله استفاده از یکی از این معادلات را انتخاب می‌کند. به‌عبارت دقیق‌تر اگر کاربر شرایط نهایی یک معادله را دارد (مثلاً در مشتقات مالی که شما از بازده دارایی خود آگاهید، ولی به دنبال قیمت اولیه مشتقه هستید) در این گونه مواقع ناگزیر به استفاده از معادلات دیفرانسیلی پسرو کلموگروف هستید.

لم ۱ــ۲. نشان دهید در مدل چندوضعیتی (۱ــ۱۴)

$$ {}_tp_x^{\overline{ii}} = \exp\left(-\int_0^t \sum_{j\neq i} \mu_{x+s}^{ij} ds \right). $$

برهان. با استفاده از معادلات دیفرانسیلی پیشرو کلموگروف داریم:

$$ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} {}_tp_x^{ij} = -{}_tp_x^{ij} \sum_{k=0, k\neq j}^{n} \mu_{x+t}^{jk} \iff & \frac{\partial}{\partial t} \ln {}_tp_x^{ij} = -\sum_{k=0, k\neq j}^{n} \mu_{x+t}^{jk} \\ \iff & {}_tp_x^{\overline{ii}} = {}_0p_x^{\overline{ii}} \exp\left(-\int_0^t \sum_{j\neq i} \mu_{x+s}^{ij} ds \right). \end{aligned} $$

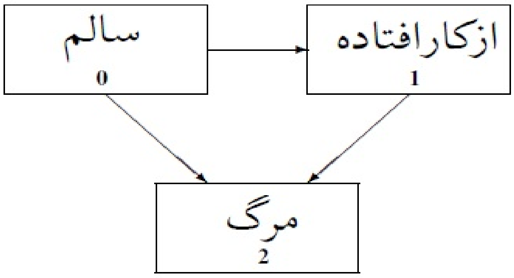
نتیجه مطلوب با استفاده از برابری ${}_0p_x^{\overline{ii}} = 1$ حاصل می‌شود. □

در ادامه با ارائه چند مثال چگونگی استفاده از معادلات دیفرانسیلی پیشرو کلموگروف را در عمل نشان می‌دهیم.

مثال ۱ــ۴. مدل ازکارافتادگی دائم ارائه‌شده در شکل (۱ــ۲) را در نظر بگیرید. نشان دهید

$$ {}_up_x^{01} = \int_0^u {}_tp_x^{\overline{00}} \mu_{x+t}^{01} {}_{u-t}p_{x+t}^{\overline{11}} dt. \qquad (۱ــ۷) $$

ارائه استدلال شهودی. برای درک بهتر جواب ارائه‌شده ابتدا با یک استدلال شهودی



شکل ۱ـ۲: مدل سه وضعیتی برای ازکارافتادگی دائم، ارائه‌شده در مثال (۱ـ۴)

درستی معادله (۱ـ۷) را نشان می‌دهیم. همان‌گونه که قبلاً گفته شد:

۱) ${}_tp_x^{\overline{00}}$ احتمال شرطی آن است که بیمه‌گذار تا $x+t$ سالگی در وضعیت سالم (۰) باقی بماند،

۲) $\mu_{x+t}^{01}dt$ احتمال شرطی آن است که بیمه‌گذاری که تا $x+t$ سالگی در وضعیت سالم بوده است، در یک بازهٔ زمانی بسیار کوچک به طول dt ازکارافتاده شود (به وضعیت ۱ منتقل شود)، و

۳) ${}_{u-t}p_{x+t}^{\overline{11}}$ احتمال شرطی آن است که بیمه‌گذاری که در $x+t$ سالگی ازکارافتاده شده است، تا $x+u$ سالگی، ازکارافتاده باقی بماند.

اکنون با استفاده از قانون احتمال کل، می‌توان درستی معادله (۱ـ۷) را نتیجه گرفت.

ارائهٔ استدلال تئوری. احتمال اینکه بیمه‌گذاری در $x+t+h$ سالگی ازکارافتاده باشد، (یعنی ${}_{t+h}p_x^{01}$) را می‌توان به‌صورت مجموع دو پیشامد مجزاء:

$\boldsymbol{A}_1$: بیمه‌گذار (با احتمال ${}_tp_x^{01}{}_h$) در $x+t$ سالگی ازکارافتاده و (با احتمال $p_x^{\overline{11}}$) تا $x+t+h$ سالگی در وضعیت ازکارافتادگی باقی‌مانده است

$\boldsymbol{A}_۲$: بیمه‌گذار (با احتمال ${}_tp_x^{\overline{۰۰}}$) تا $x+t$ سالگی سالم ولی (با احتمال $h\mu_{x+t}^{۰۱}+$ $o(h)$) در لحظه‌ای (به طول h) بعد از $x+t$ سالگی ازکارافتاده می‌شود.

بنابراین:

$$ {}_{t+h}p_x^{۰۱} \;=\; {}_tp_x^{۰۱}\,{}_hp_x^{\overline{۱۱}} + {}_tp_x^{\overline{۰۰}}h\mu_{x+t}^{۰۱} + o(h). $$

گذاشتن $۱ - h\mu_{x+t}^{۱۲}$ به جای $p_x^{\overline{۱۱}}$ در معادلهٔ بالا، به

$$ {}_{t+h}p_x^{۰۱} \;=\; {}_tp_x^{۰۱}{}_h(۱ - h\mu_{x+t}^{۱۲}) + {}_tp_x^{\overline{۰۰}}h\mu_{x+t}^{۰۱} + o(h). $$

منجر می‌شود. با تقسیم طرفین معادلهٔ اخیر بر h و $h \to ۰^+$ می‌توان معادلهٔ دیفرانسیلی

$$ \frac{\partial}{\partial t}{}_tp_x^{۰۱} + {}_tp_x^{۰۱}\mu_{x+t}^{۱۲} = {}_tp_x^{\overline{۰۰}}\mu_{x+t}^{۰۱} $$

را به‌دست آورد. پس از حل معادلهٔ دیفرانسیلی بالا، معادلهٔ (۱ــ۷) به‌دست می‌آید. □

مثال ۱ــ۵. (ادامهٔ مثال، ۱ــ۴) در مثال (۱ــ۴) اگر

(۱) $\mu_x^{۰۱} = ۰/۰۲۷۹$ ، $\mu_x^{۰۲} = ۰/۰۲۲۹$ و $\mu_x^{۰۲} = \mu_x^{۱۲}$ باشد، یا

(۲) $\mu_x^{۰۱} = a_۱ + b_۱e^{c_۱x}$ ، $\mu_x^{۰۲} = a_۲ + b_۲e^{c_۲x}$ و $\mu_x^{۰۲} = \mu_x^{۱۲}$ باشد،

احتمال‌های ${}_{۱۰}p_{۶۰}^{۰۰}$ و ${}_{۱۰}p_{۶۰}^{۰۱}$ را محاسبه کنید.

حل. چون در این مثال، امکان بازگشت به دو وضعیت ۰ و ۱ وجود ندارد. بنابراین ${}_tp_x^{ii} = {}_tp_x^{\overline{ii}}$ خواهد بود.

برای حالت (۱): بر اساس معادلهٔ ارائه‌شده در لم (۱ـ۲) داریم:

$$\begin{aligned} {}_tp_{60}^{00} = {}_tp_{60}^{\overline{00}} &= \exp\left(-\int_0^t (0/0279 + 0/0229)ds\right) \\ &= \exp\{-0/0508t\}. \end{aligned}$$

به همین ترتیب،

$${}_{10-t}p_{60+t}^{\overline{11}} = {}_{10-t}p_{60+t}^{11} = \exp\{-0/0229(10-t)\}$$

خواهد بود. بنابراین $_{10}p_{60}^{00} = 0/60170$. از طرف دیگر با استفاده از معادلهٔ (۱ـ۷) ارائه‌شده در مثال (۱ـ۴) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} {}_{10}p_{60}^{01} &= \int_0^{10} {}_tp_{60}^{\overline{00}}\mu_{60+t}^{01}\,{}_{10-t}p_{60+t}^{\overline{11}}dt \\ &= \int_0^{10} \exp\{-0/0508t\} \times 0/0279 \times \exp\{-0/0229(10-t)\}dt \\ &= 0/19363. \end{aligned}$$

برای حالت (۲):

$$\begin{aligned} {}_tp_{60}^{00} = {}_tp_{60}^{\overline{00}} &= \exp\left(-\int_0^t \left(\mu_{60+s}^{01} + \mu_{60+s}^{02}\right) ds\right) \\ &= \exp\left(-(a_1+a_2)t + \frac{b_1}{c_1}e^{60c_1}(e^{c_1t}-1) - \frac{b_2}{c_2}e^{60c_2}(e^{c_2t}-1)\right). \end{aligned}$$

و به همین ترتیب،

$$\begin{aligned} {}_tp_{60}^{11} = {}_tp_{60}^{\overline{11}} &= \exp\left(-\int_0^t mu_{60+s}^{12}ds\right) \\ &= \exp\left(-a_2t - \frac{b_2}{c_2}e^{60c_2}(e^{c_2t}-1)\right). \end{aligned}$$

بنابراین $ {}_{10}p_{60}^{00} = 0/58395$ خواهد بود. با استدلالی مشابه حالت (۱) مقدار $ {}_{10}p_{60}^{01} = 0/20577$ را می‌توان نتیجه گرفت.

نکتهٔ ۱ـ۶. مدل ضایعات چندگانه در واقع یک مدل چندوضعیتی است که تنها یکی وضعیت‌ها مربوط به ورود به فرایند و سایر وضعیت‌ها مربوط به خروج از فرایند هستند، به‌عبارت‌دیگر سایر وضعیت‌ها جاذب‌اند. به همین دلیل گاه این مدل‌ها با عناوین مدل‌های ریسک رقابتی یا مدل‌های جاذب چندگانه نیز نام‌گذاری شده‌اند.

۱ـ۶ روش‌های حل معادلات دیفرانسیلی کلموگروف

همان‌گونه که مشاهده کردید، پیدا کردن احتمال‌های انتقال در یک مدل چندوضعیتی (یا ضایعات چندگانه) مستلزم حل معادلات دیفرانسیلی کلموگروف است. در این بخش به دو صورت دقیق و تقریبی چگونگی حل این معادلات را بررسی می‌کنیم.

۱ـ۶ـ۱ روش دقیق

معادلات دیفرانسیلی کلموگروف پیشرو (ارائه‌شده در لم ۱ـ۱) را می‌توان به فرم ماتریسی

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{P}_x(t) = \boldsymbol{P}_x(t)\boldsymbol{Q}_x \qquad (۱ـ۸)$$

با شرط اولیه $\boldsymbol{P}_x(t) = \mathbf{I}$ بازنویسی کرد، که در آن $\boldsymbol{Q}_x = [\mu_x^{ij}]$ ماتریسی است که درآیه‌های آن شدت انتقال بوده و جمع سطری درآیه‌های آن همواره برابر صفر است. اکنون با استدلال اینکه جواب معادله دیفرانسیلی $f'(t) = f(t)c$ برابر $f(t) = f(0)e^c$ است، می‌توان جواب معادله دیفرانسیلی بالا را به‌صورت

$$\boldsymbol{P}_x(t) = \boldsymbol{P}_x(0)e^{\boldsymbol{Q}_x t} \qquad (۱ـ۹)$$

ارائه کرد. در معادلهٔ اخیر منظور از ماتریس $e^{\boldsymbol{Q}_x t}$ بسط تیلور

$$e^{\boldsymbol{Q}_x t} = \sum_{n=۰}^{\infty} \boldsymbol{Q}_x^n \frac{t^n}{n!}$$

است.

واضح است که در عمل نمی‌توان تمامی توان‌های ماتریس $\boldsymbol{Q}_x$ را محاسبه کرد، به همین دلیل ناگزیر به اتخاذ رویکرد محاسباتی دیگر هستیم. در ادامه رویکرد نسبتاً سادهٔ کاکس و میلر (۱۹۶۵) بررسی می‌شود.

رویکرد ۱ــ۱. (کاکس‌میلر) فرض کنید ماتریس $\boldsymbol{Q}_x$ در معادلهٔ (۱ــ۹) دارای دقیقاً $n+۱$ مقادیر ویژه متفاوت، متمایز و حقیقی $d_۰, d_۱, \cdots, d_n$ است، به طوری که آن‌را می‌توان به‌صورت

$$\boldsymbol{Q}_x = \mathbf{A}_x \mathbf{D}_x \mathbf{A}_x^{-۱}$$

بازنویسی کرد. که در آن $\mathbf{A}_x$ ماتریس بردارهای ویژه و $\mathbf{D}_x$ ماتریسی قطری که درآیه‌های قطری اصلی آن مقادیر ویژه ماتریس $\boldsymbol{Q}_x$ هستند (به‌عبارت‌دیگر $\boldsymbol{Q}_x = diag\{d_۰, d_۱, \cdots, d_n\}$) . آنگاه جواب معادله (۱ــ۹) برابر

$$\boldsymbol{P}_x(t) = \mathbf{A}_x diag\{e^{d_۰ t}, e^{d_۱ t}, \cdots, e^{d_n t}\} \mathbf{A}_x^{-۱}$$

خواهد بود.

درستی رویکرد (۱ــ۱) از آنجا حاصل می‌شود که $\boldsymbol{Q}_x = \mathbf{A}_x \mathbf{D}_x \mathbf{A}_x^{-۱}$ یک ماتریس خودتوان است، به‌عبارت‌دیگر، برای هر $k = ۱, ۲, \cdots$ داریم $\boldsymbol{Q}_x^k = \boldsymbol{Q}_x$.

اکنون با حل یک مثال چگونگی استفاده از رویکرد (۱ــ۱) بررسی می‌شود.

مثال ۱ــ۶. یک مدل دو وضعیتی را در نظر بگیرید که تنها دو حالت بقا (وضعیت ۱) و فوت (وضعیت ۲) دارد. با استفاده از رویکرد (۱ــ۱) احتمال انتقال این مدل را محاسبه

کنید.

حل. مدل ارائه‌شده یکی از ساده‌ترین مدل‌های چندوضعیتی است که در آن امکان انتقال از وضعیت ۱ به ۲ وجود دارد، ولی عکس آن مجاز نیست. به‌سادگی می‌توان فرم ماتریسی معادلات دیفرانسیل پیشرو کولموگروف برای این مدل را به‌صورت

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t}{}_tp_x^{11} & \frac{\partial}{\partial t}{}_tp_x^{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_tp_x^{11} & {}_tp_x^{12} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\mu_x^{12} & \mu_x^{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

نوشت. برای استفاده از رویکرد (۱ ـ ۱) ابتدا مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس $\boldsymbol{Q}_x$ را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم.

مقادیر ویژه از حل معادلهٔ زیر، که شامل عملگر دترمینان است، به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} 0 &= |\boldsymbol{Q}_x - \lambda \mathbf{I}| \\ &= \begin{vmatrix} -\mu_x^{12} - \lambda & \mu_x^{12} \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix} \\ &= \lambda\left(\mu_x^{12} + \lambda\right). \end{aligned}$$

بنابراین مقادیر ویژهٔ این ماتریس $\lambda_1 = -\mu_x^{12}$ و $\lambda_2 = 0$ هستند.

بردارهای ویژه متناظر با این دو مقدار ویژه از حل دو دستگاه

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} -\mu_x^{12} & \mu_x^{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= \lambda_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -\mu_x^{12} & \mu_x^{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} &= \lambda_2 \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

پیدا می‌شوند. که بردار ویژه متناظر با $\lambda_1 = -\mu_x^{12}$ برابر $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ و بردار ویژه متناظر با $\lambda_2 = 0$ برابر $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ است.

بنابراین:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_x &= \begin{pmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix} \\ \mathbf{A}_x^{-۱} &= \begin{pmatrix} ۱ & -۱ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

با توجه به برقراری شرایط رویکرد (۱ـ۱) با استفاده از این رویکرد، ماتریس احتمال انتقال به‌صورت

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} {}_tp_x^{۱۱} & {}_tp_x^{۱۲} \\ {}_tp_x^{۲۱} & {}_tp_x^{۲۲} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ۱ & ۱ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{\lambda_۱ t} & ۰ \\ ۰ & e^{\lambda_۲ t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ۱ & -۱ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} {}_tp_x^{۱۱} & {}_tp_x^{۱۲} \\ {}_tp_x^{۲۱} & {}_tp_x^{۲۲} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} e^{-\mu_x^{۱۲} t} & ۱ - e^{-\mu_x^{۱۲} t} \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix}\end{aligned}$$

محاسبه می‌شود. □

گاه ساده‌ترین و مناسب‌ترین برآورد برای تابع شدت انتقال یک تابع پله‌ای (یا تکه‌ای ثابت) است. در ادامه چگونگی محاسبه احتمال انتقال تحت این تابع شدت ارائه می‌شود.

رویکرد ۱ـ۲. (شدت تکه‌ای ثابت) فرض کنید تابع شدت انتقال در بازهٔ زمانی $(t_{m-۱}, t_m]$ ، برای $m = ۱, ۲, \cdots$ و $t_۰ = ۰$ ثابت است، به‌عبارت‌دیگر $\mu_x^{ij} = \mu^{ij}(m)$ که در آن $\mu^{ij}(m)$ احتمال انتقال از وضعیت i به وضعیت j در بازهٔ زمانی $(t_{m-۱}, t_m]$ است. تحت این فرض، بازای تمامی x و $x+t$ های که در $(t_{m-۱} < x < x+t \leq t_m)$ صدق می‌کنند، داریم ${}_tp_x^{ij} = p^{ij}(m)$, که در آن $p^{ij}(m)$ احتمال انتقال از وضعیت i به وضعیت j در بازهٔ زمانی $(t_{m-۱}, t_m]$ است.

اگر $\boldsymbol{Q}^{(m)} = [\mu^{ij}(m)]$ و $\boldsymbol{P}^{(m)} = [p^{ij}(m)]$ باشند، با استفاده از رویکرد (۱ـ۱) بازای تمام x های که در بازهٔ $(t_{m-۱}, t_m]$ هستند، داریم

$$\boldsymbol{P}_x^{(m)} = \mathbf{A}_x(m) diag\{e^{d_۰(m)t}, e^{d_۱(m)t}, \cdots, e^{d_n(m)t}\} \mathbf{A}_x^{-۱}(m).$$

اگر بازه $(x, x+t]$ را بتوان به r بازهٔ زمانی $(t_{m_l-۱}, t_{m_l}]$ افزار کرد، به‌عبارت‌دیگر:

$$(x, x+t] = \cup_{l=۱}^{r}(t_{m_l-۱}, t_{m_l}]$$

، به‌طوری‌که در هر افراز تابع شدت انتقال ثابت است، آنگاه درآیه‌های ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x(t)$ در رابطهٔ

$$_tp_x^{ij} = \sum_{h_۱=۰}^{n}\sum_{h_۲=۰}^{n}\cdots\sum_{h_r=۰}^{n} p_x^{ih}p^{hj}(m_۱)p_x^{ih}p^{hj}(m_۲)p_x^{ih}p^{hj}(m_r)$$

صدق می‌کنند.

در ادامه رویکردی که تحت فرض پیوستهٔ فاصله‌ای بودن تابع شدت انتقال، عمل می‌کند، ارائه می‌شود. برای مشاهده جزئیات این رویکرد به ولثویس (۲۰۰۳) مراجعه کنید.

رویکرد ۱ـ۳. (تابع شدت پیوستهٔ فاصله‌ای) فرض کنید بازای تمام $i, j \in \mathbb{S}$ ها، تابع شدت μ_x^{ij} در بازهٔ $[t_m, t_{m+۱})$ یک تابع پیوسته است.[۳] آنگاه بازای $m = ۰, ۱, \cdots$ داریم:

$$_tp_x^{ij} = \sum_{k=۰}^{\infty} {_tp_x^{ij;[k]}}, \quad \forall\ t_m \leq x < x+t \leq t_{m+۱},$$

که در آن $_tp_x^{ij;[k]}$ احتمال آن است که فرایندی که در x سالگی از وضعیت i شروع شده است، دقیقاً بعداز k انتقال در $x+t$ سالگی در وضعیت j باشد و معادله بازگشتی

$$_tp_x^{ij;[k]} = \sum_{h=۰, h\neq j}^{n} \int_x^{x+t} {_zp_x^{ih;[k-۱]}} \mu_z^{hj} {_up_z^{\overline{jj}}} dz$$

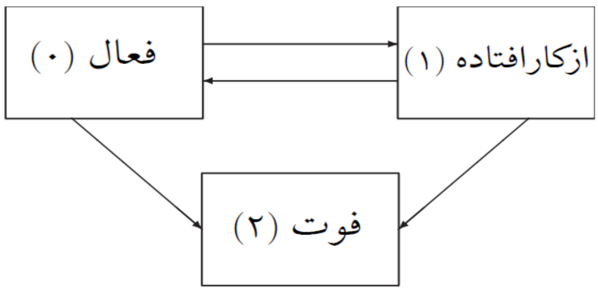
با مقدار اولیه $_tp_x^{ij;[۰]} = \delta^{ij} \exp\{-\sum_{h=۰, h\neq j}^{n} \int_x^{x+t} \mu_z^{jh} dz\}$ برقرار است.

[۳] در ادبیات آنالیز ریاضی به این تابع پیوسته‌ی فاصله‌ای نیز می‌گویند.

اکنون با ارائهٔ یک مثال چگونگی به‌کارگیری رویکرد (۱ـ۳) را بررسی می‌کنیم.

مثال ۱ـ۷. یک مدل ازکارافتادگی سه وضعیتی با قابلیت بازگشت به وضعیت فعال، مطابق شکل (۱ـ۳) را در نظر بگیرید.

همچنین فرض کنید در طول یک سال تابع شدت انتقال تابعی پیوسته است. به‌عبارت‌دیگر بازای تمام وضعیت‌ها در بازه‌های $[m, m+1)$ ، برای $m = 0, 1, \cdots$، پیوسته است. با استفاده از رویکرد (۱ـ۳) احتمال انتقال بین وضعیت‌های مختلف را پیدا کنید.



شکل ۱ـ۳: مدل سه وضعیتی برای ازکارافتادگی، ارائه‌شده در مثال (۱ـ۷)

حل. با توجه به مدل ارائه‌شده و با استناد به رویکرد (۱ـ۳) بازای هر $[x, x+t] \in [m, m+1)$ می‌توان

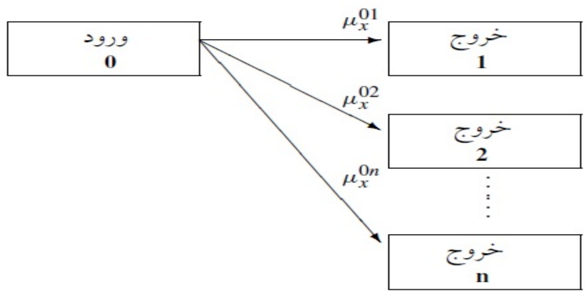
$$\begin{aligned}
{}_tp_x^{12} &= {}_tp_x^{12;[1]} + {}_tp_x^{12;[3]} \\
{}_tp_x^{11} &= {}_tp_x^{11;[0]} + {}_tp_x^{11;[2]} \\
{}_tp_x^{13} &= 1 - \left[{}_tp_x^{12} + {}_tp_x^{11}\right] \\
&\vdots
\end{aligned}$$

را نتیجه گرفت. اکنون با به‌کارگیری معادلات بازگشتی ارائه‌شده در رویکرد (۱ـ۳) به سادگی می‌توان نتیجه مطلوب را به‌دست آورد.

□

در نکتهٔ (۱ـ۶) به اختصار به مدل‌های ضایعات چندگانه اشاره شد. چون در این مدل‌ها به جزء وضعیت ورودی ۰ مابقی n وضعیت خروجی و جاذب هستند، بنابراین محاسبهٔ احتمال انتقال آن‌ها به‌سادگی قابل انجام است. در ادامه چگونگی محاسبهٔ این احتمال‌ها تحت این مدل بررسی می‌شوند.

رویکرد ۱ـ۴. (مدل‌های ضایعات چندگانه) مدل ضایعات چندگانه ارائه‌شده در شکل (۱ـ۴)



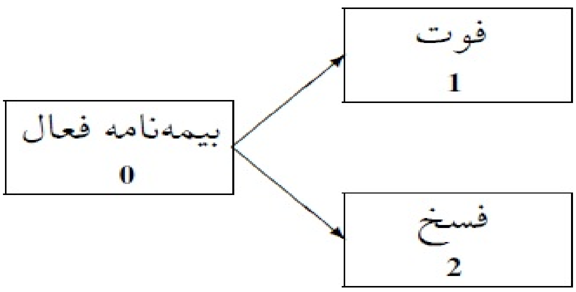
شکل ۱ـ۴: مدل ضایعات چندگانه ارائه‌شده در رویکرد (۱ـ۴)

را در نظر بگیرید. آنگاه:

$$
\begin{aligned}
{}_tp_x^{\cdot\cdot} = {}_tp_x^{\overline{\cdot\cdot}} &= e^{-\sum_{i=۱}^{n}\int_۰^t \mu_{x+s}^{\cdot i}ds} \\
{}_tp_x^{\cdot i} &= \int_۰^t \left[e^{-\sum_{i=۱}^{n}\int_۰^s \mu_{x+y}^{\cdot i}dy}\right]\mu_{x+s}^{\cdot i}ds \\
{}_tp_x^{ii} &= ۱ \\
{}_tp_x^{ij} &= ۰.
\end{aligned}
$$

مثال زیر چگونگی به‌کارگیری رویکرد (۱ــ۴) را بررسی می‌کند.

مثال ۱ــ۸. بیمه‌نامه‌ای را در نظر بگیرید که مطابق شکل (۱ــ۵) تنها در دو حالت «فوت» و «فسخ» منقضی می‌شود. اگر تابع شدت فوت بیمه‌گذار x ساله برابر $\mu_x^{\cdot ۱} = ۰/۰۰۰۵(x-۵۰) + ۰/۰۰۲$ و تابع شدت فسخ او $\mu_x^{\cdot ۲} = ۰/۰۵$ باشد، احتمال را برای بیمه‌گذاری که در ۵۰ سالگی این بیمه‌نامه را خریداری کرده است و تا $t + ۵۰$ سالگی هنوز بیمه‌نامه را دارد، محاسبه کنید.



شکل ۱ــ۵: مدل ضایعات چندگانه ارائه‌شده در مثال (۱ــ۸)

حل. با استفاده از معادلهٔ ارائه‌شده در رویکرد (۱ـ۴) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} {}_tp_{۵۰}^{۰۰} &= exp\{-\int_{۰}^{t}\left[\mu_{۵۰+s}^{۰۱}+\mu_{۵۰+s}^{۰۲}\right]ds\} \\ &= exp\{-\int_{۰}^{t}\left[۰/۰۰۲+۰/۰۰۰۵(s)+۰/۰۵\right]ds\} \\ &= exp\{-۰/۰۰۲t-۰/۰۰۰۲۵t^{۲}\}. \end{aligned}$$

□

۱ـ۶ـ۲ روش تقریبی

رویکردهای تقریبی بسیار زیادی برای محاسبه $\boldsymbol{P}_x(t)$ وجود دارد. در ادامه یکی از ساده‌ترین رویکردها از راس (۲۰۱۴) ارائه می‌شود.

رویکرد ۱ـ۵. اگر عدد k به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود، به‌گونه‌ای که اولاً تمام درآیه‌های ماتریس حاصله نامنفی باشد و ثانیاً با افزایش k تأثیر معنی‌داری در درآیه‌های ماتریس جواب حاصل نشود. آنگاه می‌توان تقریب

$$\boldsymbol{P}_x(t) \approx \left[\left(۱-\boldsymbol{Q}_x\frac{t}{۲^k}\right)^{-۱}\right]^{۲^k}$$

را برای محاسبهٔ ماتریس احتمال انتقال ارائه کرد.

استدلال منجر به رویکرد (۱ـ۵) به‌صورت زیر است.

می‌دانید بازای n های به اندازهٔ کافی بزرگ

$$e^{\boldsymbol{Q}_x t}\approx\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{Q}_x\frac{t}{n}\right)^{-n}$$

است. اکنون برای ساده‌سازی روند محاسباتی توان‌ها، از جایگذاری $n=۲^k$ استفاده کنید.

رویکرد دیگر کنته و دی‌بور (۱۹۸۱) است که بر اساس روش تقریبی اویلر، و تقریب

$$f(t+\Delta t) \approx f(t) + df(t)\Delta t$$

و بازنویسی مشتق

$$\frac{df(t)}{dt} = g(t, f(t))$$

به فرم تقریبی

$$f(t+\Delta t) \approx f(t) + g(t, f(t))\Delta t$$

حاصل می‌شود.

در ادامه این رویکرد ارائه می‌شود.

رویکرد ۱ــ۶. (کنته‌دی‌بور) برای حل معادلات دیفرانسیلی ناشی از معادلات دیفرانسیلی کلموگروف پیشرو (ارائه‌شده در لم ۱ــ۱) به ترتیب زیر عمل کنید:

(گام ۱): تمامی شرایط اولیه معادلات دیفرانسیلی را به دقت تبیین کنید،

(گام ۲): بازهٔ زمانی مورد بررسی را N بازهٔ کوچک با طول بسیار کوچک $\Delta t > 0$ افراز کنید و هر معادلهٔ دیفرانسیلی به‌صورت

$${}_{\Delta t}p_x^{ij} \approx {}_{0}p_x^{ij} + \left[\text{سمت‌راست معادلهٔ دیفرانسیلی انتخابی در } t = 0\right]\Delta t$$

تقریب بزنید،

(گام ۳): گام دوم را برای تمامی معادلات دیفرانسیلی انجام دهید،

(گام ۴): مقادیر اولیه را در معادلات تقریب زده‌شده حاصل از گام‌های دوم و سوم، جای‌گذاری و معادلات را تا حد امکان ساده‌سازی کنید،

(گام ۵): مجدداً معادله دیفرانسیلی انتخاب‌شده در گام دوم را انتخاب و بعدی را به‌صورت:

$$ {}_{\Delta t+\Delta t}p_x^{ij} \approx {}_{0++\Delta t}p_x^{ij} + \left[\text{سمت‌راست‌معادلهٔ‌دیفرانسیلی‌انتخابی‌در} t=\Delta t\right]\Delta t $$

تقریب بزنید،

(گام ۶): گام پنجم را برای تمامی معادلات دیفرانسیلی انجام دهید،

(گام ۷): مقادیر اولیه را در معادلات تقریب زده‌شده حاصل از گام‌های پنجم و ششم، جای‌گذاری و معادلات را با استفاده از نتایج گام‌های قبلی، تا حد امکان ساده‌سازی کنید،

(گام ۸): گام‌های چهارم تا هفتم را به تعداد $N-2$ مرتبه تکرار کنید.

لازم به ذکر است تعداد افرازهای در نظر گرفته‌شده باید به اندازه کافی بزرگ باشد، مثلاً اگر علاقه‌مند به انتخاب $\Delta = 0/001$ هستید، کافی است N را ۱۰۰۰ برابر طول بازه انتخاب کنید.

در ادامه مثال ساده‌ای برای رویکرد (۱ـ۶) ارائه می‌شود.

مثال ۱ـ۹. فرض کنید معادلات دیفرانسیلی

$$ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}{}_tp_x^{00} &= {}_tp_x^{01}\mu_{x+t}^{10} - {}_tp_x^{00}\mu_{x+t}^{01} \\ \frac{\partial}{\partial t}{}_tp_x^{01} &= {}_tp_x^{00}\mu_{x+t}^{01} - {}_tp_x^{01}\mu_{x+t}^{10} \end{aligned} $$

برای یک مدل چندوضعیتی با شرایط اولیه $1 = {}_0p_x^{11} = {}_0p_x^{00}$ و $0 = {}_0p_x^{10} = {}_0p_x^{01}$ حاصل شده است. با استفاده از رویکرد (۱ـ۶) جواب‌های این معادلات را به‌صورت تقریبی محاسبه کنید.

حل. بعد از به‌کارگیری گام‌های دوم، سوم و چهارم معادلات

$$
\begin{aligned}
{}_{\Delta t}p_x^{۰۰} &\approx {}_{۰}p_x^{۰۰} + ({}_{۰}p_x^{۰۱}\mu_x^{۱۰} - {}_{۰}p_x^{۰۰}\mu_x^{۰۱})\Delta t = ۱ - \mu_x^{۰۱}\Delta t \\
{}_{\Delta t}p_x^{۰۱} &\approx {}_{۰}p_x^{۰۱} + ({}_{۰}p_x^{۰۰}\mu_x^{۰۱} - {}_{۰}p_x^{۰۱}\mu_x^{۱۰})\Delta t = ۰ - \mu_x^{۰۱}\Delta t \\
{}_{\Delta t}p_x^{۱۰} &\approx {}_{۰}p_x^{۱۰} + ({}_{۰}p_x^{۱۱}\mu_x^{۱۰} - {}_{۰}p_x^{۱۰}\mu_x^{۰۱})\Delta t = ۰ - \mu_x^{۱۰}\Delta t \\
{}_{\Delta t}p_x^{۱۱} &\approx {}_{۰}p_x^{۱۱} + ({}_{۰}p_x^{۱۰}\mu_x^{۰۱} - {}_{۰}p_x^{۱۱}\mu_x^{۱۰})\Delta t = ۱ - \mu_x^{۱۰}\Delta t
\end{aligned}
$$

حاصل می‌شود. همچنین بعد از به‌کارگیری گام‌های پنجم، ششم و هفتم، معادلات

$$
\begin{aligned}
{}_{۲\Delta t}p_x^{۰۰} &\approx {}_{\Delta t}p_x^{۰۰} + ({}_{\Delta t}p_x^{۰۱}\mu_{x+\Delta t}^{۱۰} - {}_{\Delta t}p_x^{۰۰}\mu_{x+\Delta t}^{۰۱})\Delta t \\
{}_{۲\Delta t}p_x^{۰۱} &\approx {}_{\Delta t}p_x^{۰۱} + ({}_{\Delta t}p_x^{۰۰}\mu_{x+\Delta t}^{۰۱} - {}_{\Delta t}p_x^{۰۱}\mu_{x+\Delta t}^{۱۰})\Delta t \\
{}_{۲\Delta t}p_x^{۱۰} &\approx {}_{\Delta t}p_x^{۱۰} + ({}_{\Delta t}p_x^{۱۱}\mu_{x+\Delta t}^{۱۰} - {}_{\Delta t}p_x^{۱۰}\mu_{x+\Delta t}^{۰۱})\Delta t \\
{}_{۲\Delta t}p_x^{۱۱} &\approx {}_{\Delta t}p_x^{۱۱} + ({}_{\Delta t}p_x^{۱۰}\mu_{x+\Delta t}^{۰۱} - {}_{\Delta t}p_x^{۱۱}\mu_{x+\Delta t}^{۱۰})\Delta t
\end{aligned}
$$

حاصل می‌شود. البته با جای‌گذاری

$$
\begin{aligned}
{}_{\Delta t}p_x^{۰۰} &\approx ۱ - \mu_x^{۰۱}\Delta t \\
{}_{\Delta t}p_x^{۰۱} &\approx -\mu_x^{۰۱}\Delta t \\
{}_{\Delta t}p_x^{۱۰} &\approx -\mu_x^{۱۰}\Delta t \\
{}_{\Delta t}p_x^{۱۱} &\approx ۱ - \mu_x^{۱۰}\Delta t
\end{aligned}
$$

در معادلات اخیر، باید آن‌ها را ساده‌تر کنیم.

□

تمرین ۱ــ۴. برنامه‌ای در R بنویسید که تابع شدت μ_x^{ij} را گرفته، سپس محاسبات مربوط به مثال (۱ــ۹) با رویکرد (۱ــ۶) را برای بازهٔ زمانی $[۰, T]$ و سن مشخص x انجام

دهد.

متخصصان علم آنالیز عددی روش‌های تقریبی مبتنی بر روش اویلر را بسیار کارآمد ارزیابی نمی‌کنند، ولی این روش‌ها از نظر سرعت جواب‌دهی بسیار قابل قبول‌اند. برای بهبود کارایی و دقت تقریب، می‌توان از الگوریتم مرتبهٔ چهارم رانگ‌کوتا استفاده کرد.

چون در الگوریتم مرتبهٔ چهارم رانگ‌کوتا تقریب مرحلهٔ m ام، مشتق $\frac{df(t)}{dt} = g(t, f(t))$ به‌صورت:

$$f(t_{m+۱}) \approx f(t_m) + \left[k_m^{(۱)} + ۲k_m^{(۲)} + ۲k_m^{(۳)} + k_m^{(۴)}\right] \frac{\Delta t}{۶}$$

که در آن

$$\begin{aligned}
k_m^{(۱)} &= g(t_m, f(t_m)) \\
k_m^{(۲)} &= g(t_m + \frac{\Delta t}{۲}, f(t_m) + k_m^{(۱)} \frac{\Delta t}{۲}) \\
k_m^{(۳)} &= g(t_m + \frac{\Delta t}{۲}, f(t_m) + k_m^{(۲)} \frac{\Delta t}{۲}) \\
k_m^{(۴)} &= g(t_m + \Delta t, f(t_m) + k_m^{(۳)} \Delta t)
\end{aligned}$$

است، حاصل می‌شود، بر اساس می‌توان این الگوریتم را در قالب رویکرد زیر ارائه کرد.

رویکرد ۱ــ۷. (مرتبهٔ چهارم رانگ‌کوتا) برای حل تقریبی معادلهٔ دیفرانسیلی کلموگروف پیشرو (ارائه‌شده در لم ۱ــ۱) به‌صورت

$$\frac{\partial}{\partial t} {}_tp_x^{ij} = \sum_{k=۰, k\neq j}^{n} {}_tp_x^{ik} \mu_{x+t}^{kj} - {}_tp_x^{ij} \sum_{k=۰, k\neq j}^{n} \mu_{x+t}^{jk}; \quad \forall\, i, j \in \{۰, ۱, \cdots, n\}.$$

به ترتیب زیر عمل کنید:

(گام ۱): تمامی شرایط اولیه معادلات دیفرانسیلی را به دقت تبیین کنید،

(گام ۲): بازهٔ زمانی مورد بررسی را N بازه کوچک با طول بسیار کوچک $\Delta t > ۰$ افراز کنید، با در نظر گرفتن $t_۰ = ۰$ اولین تقریب را به‌صورت:

$$_{\Delta t + t_۰}p_x^{ij} \approx {}_۰p_x^{ij} + \left[k_۰^{(۱)} + ۲k_۰^{(۲)} + ۲k_۰^{(۳)} + k_۰^{(۴)}\right]\frac{\Delta t}{۶}$$

ارائه کنید،

(گام ۳): گام دوم را برای تمامی معادلات دیفرانسیلی انجام دهید،

(گام ۴): مقادیر اولیه را در معادلات تقریب زده‌شده حاصل از گام‌های دوم و سوم، جای‌گذاری کرده و معادلات را تا حد امکان ساده‌سازی کنید،

(گام $m + ۱$ ام): برای ارائهٔ تقریب مرحلهٔ $m + ۱$ ابتدا $t_{m+۱} = t_m + \Delta t$ قرار دهید، این تقریب به‌صورت:

$$_{t_{m+۱}}p_x^{ij} \approx {}_{t_m}p_x^{ij} + \left[k_m^{(۱)} + ۲k_m^{(۲)} + ۲k_m^{(۳)} + k_m^{(۴)}\right]\frac{\Delta t}{۶}.$$

که در آن‌ها

$$\begin{aligned}
k_m^{(۱)} &= \sum_{k=۰,k\neq j}^{n} {}_{t_m}p_x^{ik}\mu_{x+t_m}^{kj} - {}_{t_m}p_x^{ij}\sum_{k=۰,k\neq j}^{n}\mu_{x+t_m}^{jk}\\
k_m^{(۲)} &= \sum_{k=۰,k\neq j}^{n} {}_{t_m+\frac{\Delta t}{۲}}p_x^{ik}\mu_{x+t_m+\frac{\Delta t}{۲}}^{kj} - \left[{}_{t_m}p_x^{ij} + k_m^{(۱)}\frac{\Delta t}{۲}\right]\sum_{k=۰,k\neq j}^{n}\mu_{x+t_m+\frac{\Delta t}{۲}}^{jk}\\
k_m^{(۳)} &= \sum_{k=۰,k\neq j}^{n} {}_{t_m+\frac{\Delta t}{۲}}p_x^{ik}\mu_{x+t_m+\frac{\Delta t}{۲}}^{kj} - \left[{}_{t_m}p_x^{ij} + k_m^{(۲)}\frac{\Delta t}{۲}\right]\sum_{k=۰,k\neq j}^{n}\mu_{x+t_m+\frac{\Delta t}{۲}}^{jk}\\
k_m^{(۴)} &= \sum_{k=۰,k\neq j}^{n} {}_{t_m+\Delta t}p_x^{ik}\mu_{x+t_m+\Delta t}^{kj} - \left[{}_{t_m}p_x^{ij} + k_m^{(۳)}\Delta t\right]\sum_{k=۰,k\neq j}^{n}\mu_{x+t_m+\Delta t}^{jk}.
\end{aligned}$$

تمرین ۱ــ۵. معادلهٔ دیفرانسیلی ارائه‌شده در مثال (۱ــ۹) با استفاده از رویکرد (۱ــ۷) حل کنید.

تمرین ۱ـ۶. برنامه‌ای در R بنویسید که تابع شدت μ_x^{ij} را گرفته، سپس محاسبات مربوط به مثال (۱ـ۹) با رویکرد (۱ـ۷) را برای بازهٔ زمانی $[۰, T]$ و سن مشخص x انجام دهد. نتایج به‌دست‌آمده را برای یک مورد مشخص با رویکرد (۱ـ۶) مقایسه کنید، کدام روش را شما ترجیح می‌دهید.

۱ـ۶ـ۳ محاسبه احتمال‌های انتقال برای کسری از سال

در بالا به دو صورت دقیق و تقریبی چگونگی محاسبهٔ احتمال‌های انتقال بررسی شد. اکنون به این سؤال پاسخ می‌دهیم که احتمال‌های انتقال در کسری از سال چگونه محاسبه می‌شوند؟

در علم بیم‌سنجی چند رویکرد برای پاسخ به این سوال توسعه داده شده است. یکی از ساده‌ترین آن‌ها رویکرد یکنواخت است. در این رویکرد فرض می‌شود نرخ وقوع احتمال در هر کسری از سال متناسب با طول کسر تغییر پیدا می‌کند. بنابراین برای محاسبه احتمال انتقال در کسری از سال کافی است طول بخش سال را در احتمال انتقال در کل سال ضرب کنیم، به‌عبارت‌دیگر برای هر $۰ < s \leq ۱$ ، ${}_sp_x^{ij} = s\,{}_۱p_x^{ij}$ است.

روش دیگر بر اساس ثابت فرض کردن تابع شدت انتقال در کسرهای زمانی توسعه یافته است. این روش در رویکرد (۱ـ۲) شرح داده شده است.

تمرین ۱ـ۷. با مراجعه به رویکرد (۱ـ۲) و در نظر گرفتن فرض اینکه تابع شدت انتقال در کسرهای زمانی کمتر از ۱ سال، ثابت‌اند، احتمال انتقال ${}_tp_x^{ij}$ را برای $۰ < t < ۱$ محاسبه کنید.

۱ــ۷ رویکرد مارکف گسسته به مدل‌های چندوضعیتی

همانگونه که در بخش زنجیر مارکف گسسته (همگن) گفته شد، ماتریس احتمال انتقال t گام بعد، یعنی $\boldsymbol{P}_x(t)$، در زنجیرهای مارکف گسسته ناهمگن، به سادگی قابل محاسبه نیست. در ادامه در مورد روش‌های محاسبه درآیه‌های این ماتریس بحث خواهیم کرد.

یکی از مهم‌ترین گام‌ها در محاسبات بیم‌سنجی مرتبط با مدل‌های چندوضعیتی محاسبهٔ احتمال ${}_tp_x^{ij} = P(X_x(t) = j|X_x(۰) = i)$ است. این احتمال را می‌توان با استفاده از معادلهٔ چپمن‌کلموگروف

$$ {}_tp_x^{ij} = \sum_{h\in\Lambda} {}_wp_x^{ih}\,{}_{t-w}p_x^{hj} \qquad (۱ــ۱۰) $$

با توجه به پیچیدگی معادله چپمن‌کلموگروف، استفاده از آن‌را توصیه نمی‌کنیم. رویکرد ساده‌تر، که بر اساس معادله چپمن‌کلموگروف به‌دست می‌آید، در الگوریتم زیر ارائه می‌شود.

الگوریتم ۱ــ۱. (الگوریتم محاسبهٔ احتمال ${}_tp_x^{ij}$)

گام ۱: تمام وضعیت‌های زنجیر مارکف $X_x(s)$ را مشخص و انتقال‌های ممکن در واحد زمانی (یک سال) را دقیقاً مشخص کنید. اگر در مدلی، برای برخی از وضعیت‌ها بیش از انتقال در واحد زمانی (یک سال) مجاز است، به نکته (۱ــ۸) مراجعه کنید،

گام ۲: احتمال انتقال $p_x^{ij} = P(X_x(۱) = j|X_x(۰) = i)$ را برای تمام وضعیت‌ها محاسبه و بر اساس آن ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x = [p_x^{ij}]$ را تشکیل دهید.

گام ۳: احتمال ماندن در وضعیت h ، ${}_tp_x^{\overline{hh}}$ ، را با استفاده از ${}_tp_x^{\overline{hh}} = \prod_{k=0}^{t-1} p_{x+k}^{hh}$ محاسبه کنید.

گام ۴: به دلیل ناهمگن‌زمانی بودن فرایند مارکفی $X_x(t)$ با ضرب ماتریس‌ها در همدیگر ماتریس $\boldsymbol{P}_x(t) = \prod_{k=0}^{t} \boldsymbol{P}_{x+k}$ را محاسبه کنید،

گام ۵: چون ماتریس به فرم $\boldsymbol{P}(t) = [{}_tp_x^{ij}]$ است، بنابراین درآیه $i \times j$ از ماتریس $\boldsymbol{P}(t)$ مقدار احتمال ${}_tp_x^{ij}$ خواهد بود.

نکتهٔ ۱ـ۷. لازم به ذکر است بر اساس گام‌های چهارم و پنجم الگوریتم (۱ـ۱) تنها می‌توان احتمال ${}_tp_x^{ii}$ را محاسبه کرد. با توجه به معادلهٔ

$$ {}_2p_x^{ii} = \sum_{h \neq i} p_x^{ih} p_x^{hi} + {}_2p_x^{\overline{ii}} $$

این احتمال حتی برای ۲ سال متوالی با احتمال ${}_2p_x^{\overline{ii}}$ متفاوت است. به همین دلیل وجود گام سوم ضروری است.

۱ـ۷ـ۱ تعمیم مدل‌های مارکف گسسته به حداکثر دو انتقال در واحد زمانی

در برخی از موارد برای ساده‌سازی محاسبات مربوط به مدل‌های وضعیتی، فرض زمان گسسته بودن مدل‌های چندوضعیتی لحاظ می‌شود. این امر بدین معنی است که در هر واحد زمانی (معمولاً هر سال) حداکثر یک انتقال می‌تواند مشاهده شود. به‌عبارت‌دیگر در هر واحد زمانی تنها می‌توان وقوع یک واقعه (مرتبط با مدل چندوضعیتی) را ثبت کرد. البته این فرضیه در بسیاری از مواقع با واقعیت‌های کاربردی در تناقض است. مثلاً در مدل بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج بیمه‌گذار می‌تواند در ابتدای سال در وضعیت «فعال»

در اواسط سال در وضعیت «بیماری صعب‌العلاج» و قبل از اتمام سال فوت کند، و بر اساس شرایط بیمه‌نامه مشمول «سرمایه فوت» شود (به نکتهٔ ۵ـ۶ مربوط به مدل ۵ـ۶ مراجعه کنید).

در ادامه چگونگی مرتفع کردن این تناقض را بررسی می‌کنیم. برای شروع یک مدل گسسته زمان، یک مدل سه وضعیتی با فضای وضعیت $S = ۱,۲,۳$ را در نظر بگیرید. فرض کنید علاقه‌مند به محاسبهٔ احتمال

$$P(X_y(۱) = ۳ \ \& \ X_y(s) = ۲, \ \ \forall \ s \in (۰,۱) | X_y(۰) = ۱) \ \ = \ \ ? \qquad (۱۱ــ۱)$$

هستیم. در رویکرد مارکفی زمان گسسته ناهمگن، مقدار این احتمال برابر با ۰ است. اما در عمل این پدیده اتفاق می‌افتد. برای مرتفع کردن این محدودیت به مدل مارکفی زمان گسسته ناهمگن (۱ــ۱۳) ، مفروضات زیر اضافه می‌کنیم.

مدل ۱ــ۱. (مفروضات اضافی بر مدل‌های مارکفی گسسته ناهمگن برای کاربردهای بیم‌سنجی) مدل مارکف گسسته ناهمگن (۱ــ۱۳) را در نظر بگیرید. برای پوشش وضعیت‌های خاص، فرضیات زیر را به آن مدل اضافه می‌کنیم.

(۱) حداکثر دو انتقال در یک واحد زمانی قابل وقوع است،

(۲) زمان وقوع اولین پیشامد در واحد زمانی، از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند،

(۳) اگر در بخشی از واحد زمانی (سال) یک انتقال اتفاق بیفتد، احتمال وقوع دومین انتقال در نیمهٔ دوم آن واحد زمانی، برابر $\frac{۱}{۲}$ احتمال وقوع آن انتقال در تمامی واحد زمانی است.

بر اساس مفروضات (۱ــ۱) ، برای $\forall \ s \in (۰,۱)$ ، احتمال (۱ــ۱۱) به‌صورت زیر

قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned} P(X_y(1)=3 \;\&\; X_y(s)=2|X_y(0)=1) &= P(X_y(s)=2|X_y(0)=1) \\ &\quad \times P(X_y(1)=3|X_y(s)=2 \;\&\; X_y(0)=1) \\ &= {}_1p_y^{12}\frac{{}_1p_y^{23}}{2} \end{aligned}$$

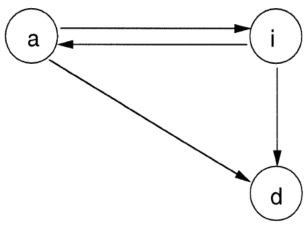
برای آشنایی با چگونگی بکارگیری مدل (۱ــ ۱) به مثال زیر توجه کنید.

مثال ۱ــ ۱۰. یک بیمهٔ ازکارافتادگی سه‌وضعیتی را در نظر بگیرید. اگر وضعیت «فعال» با نماد a ، وضعیت «ازکارافتاده» با نماد i و وضعیت «فوت» با نماد d نمایش داده شود. شکل (۱ــ ۶) انتقال‌های مجاز بین وضعیت‌های این بیمه‌نامه را نمایش می‌دهد. همچنین فرض کنید در یک سال، یک بیمه‌گذار می‌تواند تنها در دو حالت:

(۱) $a \to i \to d$

(۲) $i \to a \to d$

دو انتقال را تجربه کند. احتمال وقوع دو حالت بالا را برای بیمه‌گذاری که در سال t ام قرارداد در y سالگی است، محاسبه کنید.



شکل ۱ــ ۶: نمایش اجزای یک بیمه ازکارافتادگی، مربوط به مثال (۱ــ ۱۰)

حل. فرض کنید، فرایند تصادفی $X_x(t)$ وضعیت این بیمه‌گذار را در سال t ام قرارداد

نمایش دهد. نمادهای استاندارد بیمه‌های ازکارافتادگی به شکل زیر هستند.

$$\begin{aligned}
p_y^{aa} &= P(X_y(1) = a | X_y(0) = a) \\
p_y^{ai} &= P(X_y(1) = i | X_y(0) = a) \\
p_y^{ia} &= P(X_y(1) = a | X_y(0) = i) \\
p_y^{ii} &= P(X_y(1) = i | X_y(0) = i) \\
q_y^{aa} &= P(X_y(1) = d | X_y(0) = a) \\
q_y^{ii} &= P(X_y(1) = d | X_y(0) = i) \\
q_y^{ai} &= P(X_y(1) = d \ \& \ X_y(s) = i, \ \ \forall \ s \in (0,1) | X_y(0) = a) \\
q_y^{ia} &= P(X_y(1) = d \ \& \ X_y(s) = a, \ \ \forall \ s \in (0,1) | X_y(0) = i)
\end{aligned}$$

همچنین اگر p_y^a ، p_y^i ، ω_y و r_y به ترتیب احتمال «فعال» بودن، «ازکارافتاده» بودن، «ازکارافتاده» شدن و «فعال» شدن و دو احتمال q_y^a و q_y^i به ترتیب «فوت» کردن از وضعیت‌های «فعال» و «غیرفعال» را در بازهٔ $[0,1)$ در نظر بگیریم، به‌سادگی می‌توان معادلات

$$\begin{aligned}
p_y^a = p_y^{aa} + p_y^{ai} \quad &\& \quad p_y^i = p_y^{ia} + p_y^{ii} \\
q_y^a = q_y^{aa} + q_y^{ai} \quad &\& \quad q_y^i = q_y^{ia} + q_y^{ii} \\
1 = p_y^a + q_y^a \quad &\& \quad 1 = p_y^i + q_y^i \\
\omega_y = p_y^{ai} + q_y^{ai} \quad &\& \quad r_y = p_y^{ia} + q_y^{ia}
\end{aligned} \tag{۱ـ۱۲}$$

را نتیجه گرفت. بر اساس مفروضات (۱ـ۱) به‌سادگی می‌توان، احتمال‌های مورد علاقه در بندهای (۱) و (۲) این مثال را به ترتیب زیر محاسبه کرد.

$$\begin{aligned}
q_y^{ai} &= \omega_y \frac{q_y^{ii}}{2} \\
q_y^{ia} &= r_y \frac{q_y^{aa}}{2}
\end{aligned} \tag{۱ـ۱۳}$$

همچنین بر اساس نتایج بالا می‌توان نتایج زیر را به‌دست آورد.

$$p_y^{ai} = \omega_y - q_y^{ai} = \omega_y \left[۱ - \frac{q_y^{ii}}{۲} \right] \quad \& \quad p_y^{ia} = r_y - q_y^{ia} = r_y \left[۱ - \frac{q_y^{aa}}{۲} \right]$$

$$p_y^{aa} = p_y^a - p_y^{ai} = p_y^a - \omega_y \left[۱ - \frac{q_y^{ii}}{۲} \right] \quad \& \quad p_y^{ii} = p_y^i - p_y^{ia} = p_y^i - r_y \left[۱ - \frac{q_y^{aa}}{۲} \right]$$

$$q_y^{aa} = q_y^a - q_y^{ai} = q_y^a - \omega_y \frac{q_y^{ii}}{۲} \quad \& \quad q_y^{ii} = q_y^i - q_y^{ia} = q_y^i - r_y \frac{q_y^{aa}}{۲}$$

□

بعد از لحاظ کردن انتقال‌ها اضافی در درون یک‌سال، احتمال‌هایی برای افق بیش از یک‌سال با استفاده از الگوریتم (۱ـ۱) محاسبه می‌شوند.

همان‌گونه در متن مثال (۱ـ۱۰) گفته شد، برای لحاظ کردن فرضیات اضافی، ارائه‌شده در مدل (۱ـ۱) ، مواردی که حداکثر دو انتقال درون یک‌سال مجاز هستند، باید دقیقاً مشخص شوند. برای آشنایی بیشتر به مدل (۵ـ۶) ارائه‌شده فصل مربوط به بیمه بیماری‌های صعب‌العلاج و نکات تکمیلی بعد از آن مراجعه کنید.

نکتهٔ ۱ـ۸. اگر برای برخی از وضعیت‌ها، دو انتقال در واحد زمانی (یک‌سال) مجاز باشد، بر اساس آن باید ماتریس $\boldsymbol{P}(t)$ تصحیح شود. مثلاً برای حالت بررسی‌شده در مثال (۱ـ۱۰) چون این تغییر تنها بر وضعیت فوت تأثیر (که در آخرین گام بر روی اعمال می‌شود) می‌گذارد. بنابراین ابتدا درآیهٔ متناظر با احتمال‌های q_y^{ai} و q_y^{ia} را بر اساس معادلات (۱ـ۱۳) در ماتریس $\boldsymbol{P}_x$ تغییر داده و ماتریس تصحیح‌شده $\boldsymbol{P}_x^\star$ را تشکیل دهید. اکنون ماتریس

$$\boldsymbol{P}_x^\star(t) = \boldsymbol{P}_x(t-۱) \times \boldsymbol{P}_x^\star$$

محاسبه و بر اساس درآیه $i \times j$ در ماتریس $\boldsymbol{P}_x^\star(t)$ احتمال ${}_tp_x^{ij}$ را به‌دست آورید.

۱ـ۸ رویکرد نیم‌مارکفی به مدل‌های چندوضعیتی

می‌دانیم مدت زمان اقامت در هر وضعیت، در زنجیرهای مارکف همگن زمان پیوسته از توزیع نمایی پیروی می‌کند. حال اگر این فرضیه تغییر پیدا کند و مدت زمان اقامت در یک وضعیت از توزیع‌های متفاوت پیروی کند، به فرایند تصادفی حاصل از این تغییر

زنجیر نیم‌مارکفی گویند. در یک زنجیر مارکفی نرخ انتقال از وضعیت i به j وضعیت، به مدت زمانی که در وضعیت i مانده است ارتباط دارد، اما به گذشته فرایند قبل از ورود به وضعیت i ارتباطی ندارد.

مدل‌های چندوضعیتی زمان پیوسته همان زنجیرهای مارکف پیوسته هستند، بنابراین مدت زمان اقامت یک بیمه‌گذار در یک وضعیت باید مستقل از ویژگی‌های او باشد.این فرضیه به‌وضوح نادرست است، زیرا برای مثال، یک بیمه‌گذار مسن، مدت زمان کمتری در وضعیت «سلامت» باقی می‌ماند. بنابراین توزیع مدت زمان اقامت او در وضعیت «سلامت» به سن او بستگی دارد. برای آشنایی بیشتر با نظریه زنجیرهای نیم‌مارکفی به ساهنر (۲۰۱۲) مراجعه کنید. همچنین برای آشنایی بیشتر با چگونگی استفاده از زنجیرهای نیم‌مارکفی در بیمه‌های سلامت به هبرمن و پیتاکو (۲۰۱۸) یا بیسی (۲۰۱۵) مراجعه کنید.

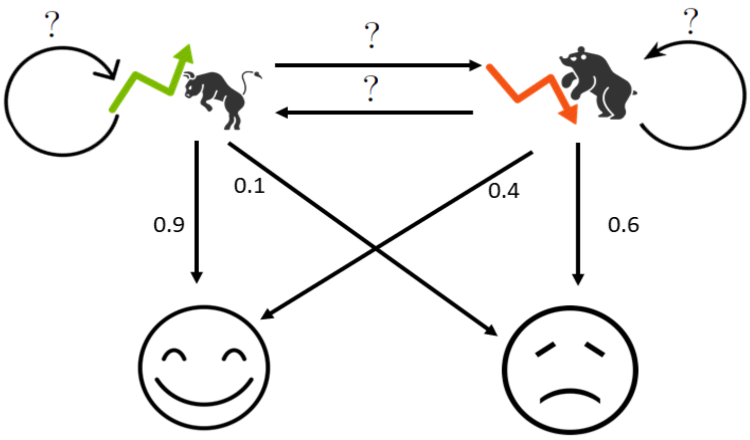
۱ــ۹ رویکرد مارکف پنهان به مدل‌های چندوضعیتی

توضیح مفهوم زنجیر مارکف پنهان کمی مشکل است، به همین دلیل بحث را با ارائهٔ یک مثال آغاز می‌کنیم.

مثال ۱ــ۱۱. دو دوست به نام‌های امیر و حسن را در نظر بگیرید. آن‌ها هر روز عصر همدیگر را در پارک ملاقات می‌کنند. حسن به‌صورت فعال در بازار بورس فعالیت می‌کند، اما امیر علاقهٔ به بورس ندارد. به همین دلیل آن‌ها هرگز در مورد بورس با هم صحبت نمی‌کنند. اما امیر می‌داند مود اخلاقی حسن به‌صورت درخور توجهی تحت تأثیر وضعیت بازار بورس در آن روز است. بر اساس تجربه به او ثابت شده است: (۱) اگر بورس در آن روز نزولی بوده باشد، با احتمال ٪۶۰ حسن ناراحت خواهد بود، (۲) با احتمال ٪۹۰ اگر بازار بورس در آن روز صعودی بوده باشد، او خوشحال خواهد بود. شکل (۱ــ۷) ارتباط میان بازار بورس و مود اخلاقی حسن را نشان می‌دهد.

حل. در این مثال با دو فرایند تصادفی روبه‌رو هستیم. یکی از این فرایندها آشکار (مود اخلاقی حسن) و دیگر پنهان (وضعیت بازار بورس) است. با فرض اینکه فرایند پنهان یک زنجیر مارکف دو وضعیتی (صعودی و نزولی) است که تأثیر درخور توجهی بر فرایند تصادفی آشکار می‌گذارد. امیر می‌تواند با مطالعه مود اخلاقی حسن (که دارای

دو وضعیت «خوشحال» و «ناراحت» است) فرایند مربوط به بازار بورس را کشف کند. به‌عبارت دقیق‌تر ماتریس احتمال انتقال زنجیر مارکف پنهان را برآورد کند. □



شکل ۱ــ۷: یک مثال برای زنجیر مارکف پنهان، مربوط به مثال (۱ــ۱۱)

برای آشنایی بیشتر با کاربرد زنجیر مارکف پنهان در بیمه‌های ازکارافتادگی به جی‌چه و لوف‌ده (۲۰۱۸) مراجعه کنید.

۱ــ۱۰ رویکرد مارکف تکه‌ای‌قطعی به مدل‌های چندوضعیتی

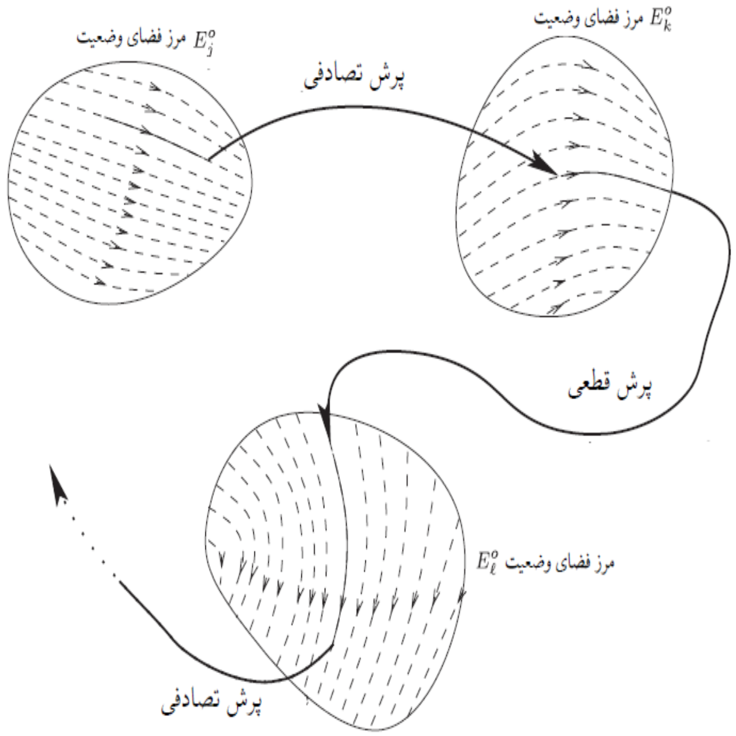
کلاس فرایندهای مارکف تکه‌ای‌قطعی، خانواده‌ای از فرایندهای کدلگ هستند که علاوه بر دارا بودن خاصیت مارکوفی، زمان وقوع رخدادها و موقعیت فرایند در زمان وقوع رخداد، تصادفی بوده و روندی که فرایند بین دو رخداد متوالی طی می‌کند، قطعی یا تصادفی است. برای مثال، وضعیت فرایند بعد از اولین پرش، تغییر پیدا می‌کند و تا زمان وقوع دومین پرش این وضعیت ثابت خواهد بود.

پرش‌های موجود در فرایندهای مارکف تکه‌ای‌قطعی عبارت‌اند از دو نوع

۱ــ **پرش‌های قطعی:** که نتیجهٔ برخورد مسیر فرایند با مرز فضای وضعیت هستند،

۲ـ پرش‌های تصادفی: که به‌صورت تصادفی واقع می‌شوند. این پرش‌ها در حقیقت ماهیت فرایند را تعیین می‌کنند و موجب تغییر وضعیت در سیستم مورد بررسی می‌شوند

شکل (۱ـ۸) انواع این پرش‌ها را نشان می‌دهد. سه پرش اول این فرایند قطعی ولی سایر پرش‌ها تصادفی هستند.



شکل ۱ـ۸: انواع پرش‌ها در یک فرایند مارکف تکه‌ای‌قطعی (منبع: کاریتزر، ۲۰۱۹)

برای آشنایی بیشتر با این فرایند و مشاهده کاربردهای بیم سنجی آن به کاریتزر (۲۰۱۹) مراجعه کنید.

۱ــ۱۱ مدل‌های چندوضعیتی پیشرو

مدل‌های پیشرو کاربردهای فراوانی در مدل‌بندی فرایند پیشرفت بیماری‌ها دارند. در بحث مدل‌بندی بیمه‌های سلامت از این مدل‌ها برای بیمه‌های ازکارافتادگی دائم یا بیمه‌های مراقبت بلندمدت (که در آن‌ها بازگشت به مراحل قبلی غیرمجاز است) می‌توان استفاده کرد. تعریف رسمی این مدل‌ها به‌صورت زیر است:

تعریف ۱ــ۱۶. یک مدل چندوضعیتی پیوسته را پیشرو گویند اگر تنها وضعیت‌های رو به جلو در آن امکان پذیر است.

مثلاً در مدل چهاروضعیتی تنها انتقال‌های ۲ $\to$ ۱، ۳ $\to$ ۱، ۴ $\to$ ۱، ۳ $\to$ ۲، ۴ $\to$ ۲ و ۴ $\to$ ۳ مجاز هستند.

برای معرفی یک مدل چندوضعیتی پیشرو فرض کنید: متغیر تصادفی T_{ij} مدت زمان لازم برای انتقال از وضعیت i به وضعیت

j باشد ($j > i$). با توجه به تعریف این متغیر تصادفی می‌توان

$$\begin{aligned} T_{ij} &= F_{ij}(t) = ۱ - e^{-\int_{\cdot}^{t} h_{ij}(u)du} \\ T_j &= \min_{i \in ۱,۲,\cdots,j-۱ | T_i < \infty} T_{ij} \end{aligned} \qquad (۱ــ۱۴)$$

نوشت. که در آن $F_{ij}(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی، $h_{ij}(\cdot)$ نیروی انتقال (یا تابع مخاطره) هستند.

لازم به ذکر است اگر یک مدل پیشرو از وضعیت k ام جاذب باشد، کافی است $T_k = \infty$ در نظر گرفته شود.

برای آشنایی با مبانی مدل‌های چندوضعیتی پیشرو یک مدل چهار وضعیتی (همانند شکل ۱ــ۹) را در نظر بگیرید. اگر فرایند مارکفی $X(t)$ وضعیت را در زمان t نشان دهد. درآیه‌های ماتریس احتمال انتقال (در صورت شروع فرایند در زمان s) در زمان t به‌صورت

$$p_{ij}(s,t) = P(X(t) = j | X(= i)$$

تعریف می‌شود. با توجه به ماهیت مدل‌های چندوضعیتی پیشرو $p_{۴۴}(s,t) = ۱$ و برای

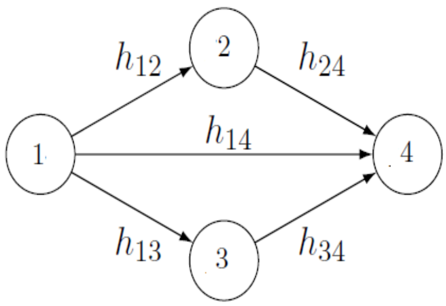
$j \neq 4$ مقدار $p_{4,j}(s,t) = 0$ خواهد بود. در مورد سایر وضعیت‌ها

$$\begin{aligned} p_{ii}(s,t) &= \exp\{-\int_{s-S_i}^{t-S_i} h_{i4}(u)du\} \quad \forall\, i \in \{2,3\} \\ p_{i4}(s,t) &= 1-\exp\{-\int_{s-S_i}^{t-S_i} h_{i4}(u)du\} \quad \forall\, i \in \{2,3\} \\ p_{ij}(s,t) &= 0 \qquad \forall\, i \in \{2,3\},\quad j \in \{j,4\} \end{aligned} \tag{۱ـ۱۵}$$

که در آن‌ها $S_i = \inf\{t \geq 0 | X_t = i\}$ است.
با فرض $S_1 = 0$ معادلات (۱ـ۱۵) به‌صورت

$$\begin{aligned} p_{11}(s,t) &= exp\{-\int_s^t h_{12}(u)du - \int_s^t h_{13}(u)du - \int_s^t h_{14}(u)du\} \\ p_{12}(s,t) &= \int_s^t p_{11}(s,u)h_{12}(u)p_{22}(u,t)du \\ p_{13}(s,t) &= \int_s^t p_{11}(s,u)h_{13}(u)p_{33}(u,t)du \\ p_{14}(s,t) &= 1-p_{12}(s,t)-p_{13}(s,t) \end{aligned} \tag{۱ـ۱۶}$$

تبدیل خواهند شد.



شکل ۱ـ۹: یک مدل چهاروضعیتی پیشرو

برای آشنایی بیشتر با این مدل‌ها به پوتر و همکاران (۲۰۰۷) مراجعه کنید.

۱ــ۱۲ چگونگی محاسبهٔ احتمال‌های مربوط به شاخص‌های دموگرافی

همان‌گونه که در سرتاسر این کتاب ملاحظه خواهید کرد، محاسبهٔ بیم‌سنجی محصولات بلندمدت درمان و زندگی نیازمند در اختیار داشتن مقدار احتمال بقا، احتمال ازکارافتادگی، احتمال تغییر وضعیت سلامت یک بیمه‌گذار در $x+t$ سالگی، اگر بدانیم هنگام عقد قرارداد (x سالگی) او در وضعیت مطلوب بوده است. برای حصول این پیش‌نیاز بسیاری از شرکت‌های بیمه‌ای ترجیح می‌دهند به جای استفاده از مدل‌های دموگرافی (جمعیتی) ملی از مدل‌های دموگرافی (جمعیتی) توسعه‌یافته توسط بیم‌سنج‌های خود استفاده کنند. برای مثال مدل ازکارافتادگی بیمه‌گذاران یک شرکت می‌تواند تفاوت معنی‌داری با مدل ازکارافتادگی ملی داشته باشد. این مدل‌ها حتی می‌توانند برای رشته‌های درونی یک شرکت متفاوت باشند. برای مثال مدل مرگ‌ومیر بیمه‌گذاران بیمه‌نامهٔ عمرزمانی با بیمه‌گذاران تمام‌عمر یا عمرجامع می‌توانند متفاوت باشند. یکی از ساده‌ترین رویکردها در توسعهٔ یک مدل دموگرافی درونی، تصحیح مدل دموگرافی ملی است. این رویکرد برای شرکت‌های بیمه‌ای که به اندازهٔ کافی اطلاعات برای توسعه مدل‌های درونی خود ندارند، رویکردی مناسب و معقول است. اما برای شرکت‌های بزرگ این رویکرد توصیه نمی‌شود.

در ادامه پس از معرفی مقدمات مربوط به شاخص‌های دموگرافی، دو روش تصویرسازی (روش مدل‌بندی) و روش ساختن (جدول‌سازی) که از میان روش‌های علمی توسعهٔ مدل‌های دموگرافی، بیشترین استفاده را در علم بیم‌سنجی دارند، معرفی می‌شوند.

۱ــ۱۳ رویکرد تصادفی به شاخص‌های دموگرافی

طول عمرآتی یکی از شاخص‌های مهم در محاسبات مربوط به علم بیم‌سنجی است. البته شاخص‌های دموگرافی دیگری نظیر مدت‌زمان لازم برای ازکارافتادگی، انتقال به وضعیت بیماری صعب‌العلاج و غیره، نیز در علم بیم‌سنجی مورد توجه قرار می‌گیرند. اما با داشتن دانش مرتبط به طول عمرآتی به‌سادگی می‌توان سایر شاخص‌ها را به‌صورت تصادفی مورد مطالعه قرار داد. به همین دلیل در این بخش تنها بر شاخص «طول عمرآتی» به‌صورت یک متغیر تصادفی متمرکز می‌شویم.

تعریف ۱ـ۱۷. متغیر تصادفی T_x که مقدار طول عمر یک فرد، که در x سالگی در وضعیت بقا به سر می‌برد، طول عمرآتی (یا مانده) آن فرد گویند.

تابع توزیع طول عمر تصادفی T_x بر اساس احتمال شرطی، به ترتیب به‌صورت

$$F_x(t) \;=\; P(T_x \leq t) = P(T. \leq x + t | T. > x) \tag{۱ـ۱۷}$$

تعریف می‌شود. بر اساس تابع توزیع تجمعی (۱ـ۱۷) تابع بقای طول عمر تصادفی T_x به‌صورت $S_x(t) = ۱ - F_x(t)$ تعریف می‌شود. با استفاده از تعریف احتمال شرطی و قانون ضرب احتمال‌ها، می‌توان $S_x(t+u) = S_x(t)S_{x+t}(u)$ را نتیجه گرفت.

غیرنزولی بودن تابع بقا، $S_x(۰) = ۱$ و $\lim_{t\to\infty} S_x(t) = ۰$ برخی از خواص مقدماتی تابع هستند، که بر اساس مفاهیم اولیه احتمال به‌دست می‌آیند. ولی برای آنکه به‌توان بدون نگرانی از پیش‌نیازهای احتمالی، مراحل مدل‌بندی را پیش برد، در این کتاب فرض می‌کنیم:

(۱) تابع بقای $S_x(t)$ بازای تمام $t \geq ۰$ مشتق‌پذیر است،

(۲) $\lim_{t\to\infty} tS_x(t) = \lim_{t\to\infty} t^۲ S_x(t) = ۰$.

خوشبختانه تمامی شروط اعمال‌شده برای تابع بقا برای تمامی توابع بقایی که برای مدل‌بندی بقا انسان‌ها استفاده می‌شوند، برقرار است (دیکسون، ۲۰۱۳).

بر اساس مفهوم تابع بقا می‌توان مفهوم پرکاربردی تحت عنوان نیروی مرگ‌ومیر، به‌صورت زیر توسعه داد.

تعریف ۱ـ۱۸. نیروی مرگ‌ومیر برای طول عمرآتی تصادفی T_x به‌صورت

$$\mu_x = \lim_{dt\to ۰^+} \frac{۱ - S_x(dt)}{dt} \tag{۱ـ۱۸}$$

تعریف می‌شود.

در ادبیات بیم‌سنجی، گاه نیروی مرگ‌ومیر را با عناوینی چون نرخ (یا شدت) مرگ‌ومیر نیز نام‌گذاری کرده‌اند.

با استفاده از تقریب حدی $\mu_x dt \approxeq P(T_x \leq dt | T. > x)$ نیروی مرگ‌ومیر را می‌توان به‌صورت احتمال شرطی اینکه فردی که تا x سالگی زنده بوده است، در لحظهٔ بعد از این سن، یعنی بازهٔ زمانی به طول dt فوت کند.

مثال ۱ــ۱۲. نشان دهید $S_x(t) = \exp\left(-\int_x^{x+t}\mu_r dr\right)$.

حل. با استفاده از $S_x(dt) = \frac{S_\cdot(x+dt)}{S_\cdot(x)}$ تعریف ارائه‌شده در معادلهٔ (۱ــ۱۸) را می‌توان به فرم

$$\begin{aligned}\mu_x &= \frac{1}{S_\cdot(x)}\lim_{dx\to 0^+}\frac{S_\cdot(x)-S_\cdot(x+dx)}{dx}\\ &= \frac{1}{S_\cdot(x)}\left(-\frac{\partial}{\partial x}S_\cdot(x)\right)\\ &= -\frac{\partial}{\partial x}\ln S_\cdot(x)\end{aligned}$$

بازنویسی کرد.

بنابراین $S_\cdot(x) = exp\{-\int_\cdot^x \mu_r dr\}$ خواهد بود. اکنون با استفاده از معادلهٔ

$$S_x(t) = \frac{S_\cdot(x+t)}{S_\cdot(x)}$$

نتیجهٔ مورد نظر حاصل می‌شود. □

در ادامه برخی از نمادهای بیم‌سنجی مرتبط با طول عمرآتی تصادفی تعریف می‌شوند

تعریف ۱ــ۱۹. فرض کنید T_x طول عمرآتی تصادفی فرد x ساله را نشان می‌دهد. بر این اساس احتمال بقا این فرد تا $x+t$ سالگی برابر ${}_tp_x = P(T_x > t) = S_x(t)$ خواهد بود. احتمال فوت او تا $x+t$ سالگی برابر ${}_tq_x = P(T_x \le t) = F_x(t)$ است. احتمال فوت او تا $x+u+t$ سالگی، به شرط اینکه او تا $x+u$ سالگی زنده بوده باشد، برابر ${}_{u|t}q_x = P(u < T_x \le u+t) = S_x(u) - S_x(u+t)$ است.

در ادبیات بیم‌سنجی، گاه برای سادگی از p_x (یا q_x) به‌جای ${}_1p_x$ (به‌جای ${}_1q_x$) استفاده می‌کنند. همچنین به ${}_{u|t}q_x$ احتمال مرگ‌ومیر معوق گویند.

در مثال زیر برخی از خواص این کمیت‌های ارائه‌شده در تعریف (۱ــ۱۹) مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

مثال ۱ـ۱۳. در صورت پیوسته بودن طول عمر تصادفی T_x نشان دهید:

$$\begin{aligned} {}_{u|t}q_x &= {}_u p_x - {}_{u+t}p_x \\ {}_{t+u}p_x &= {}_t p_x \times {}_u p_{x+t} \\ \frac{\partial}{\partial t}{}_t p_x &= -{}_t p_x \mu_{x+t}. \end{aligned}$$

حل. با استفاده از تعریف (۱ـ۱۹) و قانون ضرب احتمال‌ها دو معادله اول به‌سادگی نتیجه می‌شوند.

با توجه به پیوسته بودن طول عمر تصادفی T_x به کمک معادلهٔ $\mu_{x+t} = \frac{f_x(t)}{S_x(t)}$ می‌توان تابع چگالی این متغیر تصادفی را به‌صورت

$$\begin{aligned} f_x(t) &= \lim_{\epsilon \to ۰^+} {}_t p_x \times {}_\epsilon q_{x+\epsilon} \\ &= {}_t p_x \times \mu_{x+t} \end{aligned}$$

ارائه کرد. از طرف دیگر می‌دانیم ${}_t p_x = S_x(t) = ۱ - F_x(t)$. بدین ترتیب معادلهٔ سوم حاصل می‌شود. □

با استفاده از مثال (۱ـ۱۳) در صورت پیوسته بودن طول عمرآتی تصادفی T_x احتمال بقا را می‌توان به‌صورت

$${}_t p_x = \int_۰^x {}_s p_x \mu_{x+s} ds$$

محاسبه کرد.

نکتهٔ ۱ـ۹. اگر تغییرات نرخ مرگ‌ومیر در بازه‌های یک‌ساله کوچک باشد، با استفاده از تقریب $q_x \approx \mu_{x+۱/۲}$ می‌توان احتمال فوت طی سال آتی را محاسبه کرد.

در برخی از محاسبات مربوط به محصولات بلندمدت نیازمند محاسبه گشتاورهای برخی از متغیرهای حاصل از تبدیل بر روی طول عمرآتی تصادفی هستیم، در ادامه این متغیرها معرفی و برخی از گشتاورهای آن‌ها محاسبه می‌شوند.

(۱) اگر T_x طول عمرآتی تصادفی یک فرد x ساله باشد، به امید ریاضی $\mathring{e}_x = \mathbf{E}(T_x)$ امید به زندگی کامل گویند.

(۲) اگر متغیر تصادفی T_x در نقطه n قطع شود، متغیر حاصل را «طول عمرآتی زمانی» نامیده، آن‌را با نماد $T_{\overline{x:n}|} = \min\{T_x, n\}$ نشان داد و امید ریاضی آن‌را با نماد $\mathring{e}_{\overline{x:n}|} = \mathbf{E}(T_{\overline{x:n}|})$ نشان داده و آن‌را امید به زندگی زمانی می‌نامند.

(۳) به جزءصحیح طول عمرآتی T_x گفته، آن‌را با نماد $K_x = [T_x]$ نشان داده و از آن با عنوان «طول عمرآتی مختصرشده» یاد می‌شود. به امید ریاضی $e_x = \mathbf{E}(K_x)$ امید به زندگی مختصرشده گویند.

قبل از وارد شدن به بحث مورد نظر، دانستن نتیجهٔ ارائه‌شده در تمرین زیر، مفید است.

تمرین ۱ـ۸. نشان دهید اگر Y یک متغیر تصادفی نامنفی و پیوسته با تابع توزیع تجمعی F_Y باشد، آنگاه $\mathbf{E}(Y^p) = \int_۰^\infty py^{p-۱}(۱ - F_Y(y))dy$ خواهد بود، که در آن p یک عدد حقیقی نامنفی است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد تمرین (۱ـ۸) به کاپینسکی (۲۰۱۳) مراجعه کنید.

مثال ۱ـ۱۴. میانگین و واریانس طول عمرآتی T_x را محاسبه کنید.

حل. می‌دانیم طول عمرآتی T_x یک متغیر تصادفی نامنفی با تابع توزیع تجمعی $F_x(t) = ۱ - {}_tp_x$ است. اکنون با استفاده از نتیجه‌ی ارائه شده در تمرین (۱ـ۸) می‌توان امید ریاضی و گشتاور مرتبه دوم این متغیر تصادفی را به‌صورت

$$\begin{aligned} \mathring{e}_x = \mathbf{E}(T_x) &= \int_۰^\infty {}_tp_x dt \\ \mathbf{E}(T_x^۲) &= ۲\int_۰^\infty t\,{}_tp_x dt \end{aligned}$$

ارائه کرد.

بنابراین واریانس این متغیر تصادفی برابر

$$\mathbf{V}ar(T_x) = ۲\int_۰^\infty t\,{}_tp_x dt - (\mathring{e}_x)^۲$$

خواهد بود.

□

تمرین ۱ـ۹. به کمک تمرین (۱ـ۸) نشان دهید:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\overline{x:n}|} = \mathbf{E}(T_{\overline{x:n}|}) &= \int_{۰}^{n} {}_t p_x dt \\ \mathbf{V}ar(T_{\overline{x:n}|}) &= ۲\int_{۰}^{n} t\,{}_t p_x dt - \left(\dot{e}_{\overline{x:n}|}\right)^{۲}. \end{aligned}$$

با استفاده از تعریف طول عمرآتی مختصرشده $K_x = [T_x]$ می‌توان تابع جرم احتمال این متغیر تصادفی گسسته را به‌صورت

$$p_{K_x}(k) = P(K_x = k) = {}_k p_x q_{x+k}, \quad \forall\, k \in \{۰, ۱, ۲, \cdots\}$$

محاسبه کرد.

بنابراین امید ریاضی مختصرشده برابر

$$\begin{aligned} e_x = \mathbf{E}(K_x) &= \sum_{k=۰}^{\infty} k\,{}_k p_x q_{x+k} \\ &= \sum_{k=۰}^{\infty} k\,{}_k p_x \left[۱ - p_{x+k}\right] \\ &= \sum_{k=۰}^{\infty} k \left[{}_k p_x - {}_k p_x p_{x+k}\right] \\ &= \sum_{k=۰}^{\infty} k \left[{}_k p_x - {}_{k+۱} p_x\right] \\ &= \sum_{k=۱}^{\infty} {}_k p_x \end{aligned}$$

خواهد بود.

به همین ترتیب گشتاور مرتبه دوم این متغیر تصادفی برابر است با:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(K_x^{۲}) &= \sum_{۰}^{\infty} k^{۲}{}_k p_x q_{x+k} \\ &= \sum_{k=۰}^{\infty} k^{۲}\left[{}_k p_x - {}_{k+۱}p_x\right] \\ &= ۲\sum_{k=۱}^{\infty} k\,{}_k p_x - \sum_{k=۱}^{\infty} {}_k p_x.\end{aligned}$$

نکتهٔ ۱ـ ۱۰. امید به زندگی مختصرشده $\mathring{e}_x$ را می‌توان به‌صورت زیر تقریب زد:

$$\begin{aligned}\mathring{e}_x &= \int_{۰}^{\infty} {}_t p_x dt \\ &= \sum_{k=۰}^{\infty}\int_{k}^{k+۱} {}_t p_x dt \\ &\approx \sum_{k=۰}^{\infty} \frac{{}_k p_x + {}_{k+۱}p_x}{۲} \\ &= \frac{۱}{۲} + \sum_{k=۱}^{\infty} {}_k p_x = e_x + \frac{۱}{۲}.\end{aligned}$$

بر این اساس بین امید به زندگی کامل و امید به زندگی مختصرشده رابطهٔ تقریبی $\mathring{e}_x \approx e_x + \frac{۱}{۲}$ برقرار است.

همان‌گونه که مشاهده کردید، دانستن نرخ (یا نیروی) مرگ‌ومیر نقش اساسی در انجام محاسبات بیم‌سنجی ایفا می‌کند. برای مشخص کردن نرخ مرگ‌ومیر در ادبیات بیم‌سنجی از دو روش تصویرسازی (Projection) و ساختن (Construction) استفاده می‌شود. در این کتاب برای سادگی در به‌کارگیری روش اول را با عنوان روش مدل‌بندی و روش دوم را با عنوان روش جدول‌سازی نام‌گذاری می‌کنیم. در روش مبتنی بر مدل‌بندی، بیم‌سنجی علاوه بر استفاده از مدل‌های‌توسعه یافته برای محاسبه شاخص‌های بیم‌سنجی، با استفاده از مدل‌های مرگ‌ومیر می‌تواند اقدام به پیش‌گویی کند. حال آنکه در روش‌های مبتنی بر جدول‌سازی، تنها می‌توان با استفاده از جدول‌های توسعه‌یافته، شاخص‌های بیم‌سنجی را محاسبه کرد. در دو بخش آتی این روش مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

۱ـ۱۴ روش‌های مدل‌بندی نرخ مرگ‌ومیر

در روش‌های مبتنی بر تصویرسازی یا مدل‌بندی، با استفاده از داده‌های دموگرافی (واطلاعات کمکی که ارتباط معنی‌دار آن‌ها به تایید رسیده است) و روش‌های مدل‌سازی تصادفی، یک مدل تصادفی‌زمانی برای محاسبه احتمال مربوط به نرخ مرگ‌ومیر (یا هر شاخص دموگرافی) توسعه پیدا می‌کند.

شاید بتوان گفت گومپرتز اولین فردی بود که در سال ۱۸۲۵ یک مدل ریاضی برای محاسبه نرخ مرگ‌ومیر توسعه داد. در حال حاضر تعداد مدل‌های توسعه‌یافته برای نرخ مرگ‌ومیر بسیار زیاد است، در این بخش بر اساس بوث و تیکل (۲۰۰۸) این مدل‌ها در سه گروه کلی دسته‌بندی و به اختصار مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

رویکردهای توسعه‌یافته برای مدل‌بندی نرخ مرگ‌ومیر را می‌توان در سه دستهٔ کلی زیر خلاصه کرد. این دسته‌بندی لزوماً مزر واضح و شفاف ندارد، بدان معنی که ممکن است یک روش را همزمان بتوان در بیش از یک دسته قرار داد.

انتظاری (Expectation): در این روش‌ها نرخ مرگ‌ومیر بر اساس نظر خبرگان استخراج و مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدین گونه که بر اساس نظر خبرگان دو سناریوی «بدترین» و «بهترین» حالت در نظر گرفته و بر اساس آن‌ها محاسبات انجام می‌شود. بیم‌سنج‌ها در گذشته از روش‌های انتظاری استفاده می‌کردند، ولی در حال حاضر کمتر استفاده می‌شود.

برون‌یابی (Extrapolation): در روش‌های «برون‌یابی»، که در حال حاضر از پرکاربردترین روش‌های موجود است، فرض بر آن است که روندهای آتی ادامهٔ روندهای اتفاق‌افتاده در گذشته است. این فرضیه در بسیاری از مواقع قابل قبول است، اما در شرایطی نظیر جنگ، که زندگی بخش خاصی از جامعه (مثلاً جوانان) مورد تهدید بیشتری قرار می‌گیرد، ممکن است به نتایج نادقیق منجر شود.

تشریحی (Explanation): در این روش‌ها مدل مرگ‌ومیر بر اساس مدل‌های اپیدمیولوژیکی ساختاری یا علل برخی از مرگ‌ها حاصل از شیوع بیمارها و برخی از ریسک‌های شناخته شده دیگر، توسعه می‌یابند. در این روش‌ها دانش پزشکی، تغییرات اقلیم و سایر دانش‌های بشری به‌خوبی استفاده می‌شود. رویکرد بازخودی

که در این روش‌هااستفاده می‌شود، باعث تقویت مدل‌های توسعه‌یافته توسط این روش‌ها می‌شود. با توجه به ناشناخته بودن بسیاری از عواملی که بر نرخ مرگ‌ومیر اثر می‌گذارند، دانش مربوط به این رویکرد، هنوز به‌خوبی توسعه نیافته است. این امر باعث شده است که برخی از مدل‌های حاصل از این رویکرد، دارای قابلیت اطمینان لازم نباشند.

در ادامه برخی از معروف‌ترین مدل‌های کاربردی، بدون ورود به جزئیات معرفی می‌شوند.

نکتهٔ ۱ـ۱۱. لازم به ذکر است مدل‌هایی که در ادامه معرفی می‌شوند، لزوماً در دسته مدل‌های مبتنی بر رویکرد برون‌یابی قرار نمی‌گیرند، زیرا در بسیاری ازکاربردهای واقعی، نتایج به‌دست‌آمده توسط این مدل‌ها با استفاده از نظر خبرگان (رویکرد انتظاری) و یا مراجعه به مدل‌های اپیدمیولوژیکی (رویکرد تشریحی) تصحیح یا تعدیل شده‌اند.

مدل‌های تک‌پارامتری سن

مدل هیلمن‌پولادر برای نرخ مرگ‌ومیر یک فرد x ساله به‌صورت

$$\mu_x = a^{(x+b)^c} + d\exp\left\{-e \times \left[ln\left(x/f\right)\right]^{۲}\right\} + g \times h^x \qquad (۱ـ۱۹)$$

معرفی می‌شود. که در آن $a, b, c, d, g \in (۰, ۱)$ ، $e, h > ۰$ و $f \in (۱۵, \omega)$ بوده و ω عددی بین ۵۵ تا ۱۰۰ است.

بخش‌های اول تا سوم مدل هیلمن‌پولادر (۱ـ۱۹) ، به ترتیب برای سه بازهٔ سنی $(۰, ۱۰)$ ، $[۱۰, ۴۰)$ و ۴۰ سال به بعد، در نظر گرفته شده است. زیرا به اعتقاد این مدل، فرم مرگ‌ومیر افراد در این سه بازهٔ سنی تقریباً متفاوت است. برای آشنایی بیشتر به هیلمن (۱۹۸۰) مراجعه کنید.

مدل گومپرتز که گاهی اوقات از آن با عنوان قانون مرگ‌ومیر گومپرتز یاد می‌شود، حالت ساده مدل هیلمن‌پولادر است. این مدل به‌صورت

$$\mu_x = b \times c^x \qquad (۱ـ۲۰)$$

تعریف می‌شود. در این مدل $b \in (۰, ۱)$ و $c > ۱$ است. اگر به مدل گومپرتز عرض از مبدأ اضافه شود، مدل مک‌هام زیر حاصل می‌شود:

$$\mu_x = a + b \times c^x. \qquad (۱ـ۲۱)$$

دو مدل گومپرتز و مک‌هام را می‌توان به‌صورت مجموع توابع نمایی زیر تعمیم داد:

$$\mu_x = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-\beta_1 x} + \alpha - 2e^{-\beta_2(x-\mu)-e^{\lambda(x-\mu)}} + \alpha_3 e^{-\beta_3 x}. \qquad (۱ـ۲۲)$$

مدل‌های دوپارامتری سن و دوره زمانی

در مدل‌هایی که تاکنون ارائه شده‌اند، نرخ مرگ‌ومیر تنها تابعی از سن بیمه‌گذار است. این در حالی است که دورهٔ زمانی نیز می‌تواند نشان اساسی در تغییرات نرخ مرگ‌ومیر ایفا کند. برای برطرف شدن این مشکل مدل لی‌کارتر که یکی از پرکاربردترین مدل‌ها است، معرفی شد.

نسخه‌های بسیار متنوع از مدل‌های لی‌کارتر ارائه شده است که یکی از ساده‌ترین آن‌ها، به‌صورت

$$\mu_{x,t} = a_x + b_x \kappa_t + \epsilon_{x,t} \qquad (۱ـ۲۳)$$

است، که در آن $\mu_{x,t}$ نرخ مرگ‌ومیر فردی x ساله در سال (یا دوره) t ام، κ_t جزء تصادفی مدل و $\epsilon_{x,t}$ خطای مدل هستند.

یکی از انتخاب‌های κ_t در مدل لی‌کارتر (۱ـ۲۳) گام زدن تصادفی (با طول گام d)، به فرم $\kappa_t = \kappa_{t-1} + d + \epsilon_t$ است. البته نسخه‌های دیگری برای جزء تصادفی κ_t تاکنون توسعه یافته است. مثلاً در برخی از کاربردها κ_t را یک سری زمانی ARIMA در نظر گرفته‌اند، یا κ_t را به‌صورت مجموع وزنی چندین فرایند تصادفی در نظر گرفته‌اند.

مدل دیگر که علاوهٔ بر سن، دورهٔ زمانی را نیز در نظر می‌گیرد، مدل تعمیم‌یافته گومپرترمک‌هام به‌صورت زیر است:

$$\mu_{x,t} = \exp\left\{\beta_0 + \sum_{j=1}^{s} \beta_j L_j(x^*) + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i (t^*)^i + \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \gamma_{ij} L_j(x^*)(t^*)^i\right\} \qquad (۱ـ۲۴)$$

البته مدل اولیه گومپرترمک‌هام، یک مدل تک‌پارامتری به‌صورت زیر است:

$$\mu_x = L_r(x^*) + \exp\left\{L_s^2(x^*)\right\}. \qquad (۱ـ۲۵)$$

در معادلات بالا L_j یک چندجمله‌ای لژاندر درجهٔ j و x^* و t^* به ترتیب مقادیر x و t

هستند که بر بازهٔ $[-۱, ۱]$ تصویر شده‌اند.

تمرین ۱ـ۱۰. چندجمله‌های لژاندر درجهٔ n جواب‌های معادلهٔ دیفرانسیلی لژاندر

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(۱-x^۲)\frac{\partial}{\partial x}L_n(x)\right]+n(n+۱)L_n(x)=۰ \qquad (۱\text{ـ}۲۶)$$

هستند. درستی مقادیر ارائه‌شده در جدول (۱ـ۲) را بررسی کنید.

جدول ۱ـ۲: برخی از چندجمله‌ای‌های لژاندر، مربوط به تمرین (۱ـ۱۰)

n	$L_n(x)$
۰	۱
۱	x
۲	$(۳x^۲-۱)/۲$
۳	$(۵x^۳-۳x)/۲$
۴	$(۳۵x^۴-۳۰x^۲+۳)/۸$
۵	$(۶۳x^۵-۷۰x^۳+۱۵x)/۸$

مدل‌های سه‌پارامتری سن، دوره زمانی و دسته

یکی از پیشرفته‌ترین مدل‌های مرگ‌ومیر که تاکنون توسعه یافته و در ادبیات بیم‌سنجی از آن‌ها با عنوان کلی «مدل‌های APC»[۴] یاد می‌شود، مدل‌هایی است که علاوه بر سن x و دوره t پارامتر دسته سنی $t-x$ را در معادلات خود وارد می‌کنند.

یکی از ساده‌ترین مدل‌های APC که بر اساس تعمیم مدل لی‌کارتر حاصل شده است، به‌صورت زیر است:

$$\mu_{x,t}=a_x+b_x\kappa_t+c_x\eta_{t-x}+\epsilon_{x,t}. \qquad (۱\text{ـ}۲۷)$$

در معادلهٔ (۱ـ۲۷) جملهٔ تصادفی η_{t-x} نشان‌دهنده گروه یا دستهٔ متولدشده در سال $t-x$ است.

[۴] Age-Period-Cohort

نکتهٔ ۱ـ۱۲. در تمامی مدل‌های ارائه‌شده در این بخش، پارامترهای سن و سال تنها معیارهای تفکیک بیمه‌گذاران بودند. این در حالی است که در بسیاری از مسائل واقعی، معیارهای دیگر برای تفکیک وجود دارند. مثلاً جنسیت، دلیل بیماری و غیره، می‌توانند علاوه بر معیارهای ذکرشده، معیارها برای تفکیک بیمه‌گذاران باشند. در این گونه مواقع برای هر دسته یک مدل مرگ‌ومیر توسعه داده می‌شود. برای مثال یک مدل مرگ‌ومیر برای زنان و یک مدل مرگ‌ومیر برای مردان ارائه می‌شود.

پروژهٔ ۱ـ۱. یک مدل پنج‌وضعیتی را در نظر بگیرید، که در آن وضعیت‌های یک‌طرفه «سلامت»، «بیماری»، «ازکارافتادگی» و دو وضعیت جاذب «فوت» و «فسخ» وجود دارد. اکنون فرض کنید شدت انتقال از وضعیت i به وضعیت j مطابق یک مدل APC مدل شده است، به‌عبارت‌دیگر:

$$\mu_{x,t}^{ij} = a_x^{ij} + b_x^{ij}\kappa_t^{ij} + c_x^{ij}\eta_{t-x}^{ij} + \epsilon_{x,t}^{ij}. \qquad (۱ـ۲۸)$$

در مورد روش‌های برآوررد پارمترهای این مدل بحث کنید.

۱ـ۱۵ روش‌های جدول‌سازی برای نرخ مرگ‌ومیر

در نگرش‌های سنتی‌تر، افراد ترجیح می‌دهند، برای محاسبهٔ احتمال‌های مربوط به مرگ‌ومیر (یا سایر شاخص‌های دموگرافی) به‌جای استفاده از یک تابع احتمالاتی، از جدول‌های متناظر استفاده کنند. در این رویکرد، بیم‌سنج به‌جای توسعهٔ یک مدل ریاضی برای محاسبهٔ احتمال‌های مورد علاقه، احتمال‌ها را برای سنین مختلف در یک جدول ارائه می‌کند. واضح است این جدول تنها شامل سنین صحیح هستند و برای محاسبهٔ سنین اعشاری باید از روش‌های درون‌یابی استفاده کرد.

در رویکرد مبتنی بر جدول‌سازی دیگر به دنبال ارائه یک مدل ریاضی (یا احتمالاتی) برای نرخ مرگ‌ومیر نیستیم. بلکه مستقیماً با استفاده از اطلاعات موجود احتمال فوت (یا بقا) را به‌صورت سالانه محاسبه می‌کنیم. برای شروع فرض کنید x. و ω به ترتیب حداقل و حداکثر سن یک جامعه آماری را نشان می‌دهند. همچنین فرض کنید همواره درصدی از اعضا زنده جامعه از x سالگی به $x+t$ سالگی می‌رسند. اگر تعداد اعضای زندهٔ x ساله، جامعه را با l_x و تعداد اعضای زندهٔ $x+n$ ساله جامعه را با l_{x+n} نشان

دهیم، این درصد (که از با عنوان احتمال بقا تا سن $x+n$ سالگی یاد می‌کنیم) برابر ${}_np_x = l_{x+n}/l_x$ خواهد بود.

برای اساس تعریف l_x به‌سادگی می‌توان

$$q_x = 1 - \frac{lx+1}{l_x}$$
$$_{m|n}q_x = {}_mp_x - {}_{m+n}p_x = \frac{lx+m}{l_x} - \frac{lx+m+n}{l_x}$$

را نتیجه گرفت.

اگر ${}_nd_x$ را تعدادی افرادی که در x سالگی زنده بوده‌اند ولی قبل از $x+n$ سالگی فوت کرده‌اند، تعریف کنیم. آنگاه ${}_nd_x = l_x - l_{x+n}$ خواهد بود. برای سادگی در نوشتن ${}_1d_x$ را با d_x نمایش می‌دهیم.

مثال ۱ــ۱۵. با استفاده از تعریف امید به زندگی مختصرشده نشان دهید: امید به زندگی مختصرشده برای x سالگی برابر $e_x = \sum_{k=1}^{\infty} l_{x+k}/l_x$ است.

حل. می‌دانیم ${}_kp_x = l_{x+k}/l_x$ است. با جای‌گذاری $e_x = \sum_{k=1}^{\infty} {}_kp_x$ نتیجهٔ مطلوب حاصل می‌شود.

□

نکتهٔ ۱ــ۱۳. واضح است که در هر جامعه تعداد افراد زنده (یا فوت‌شده) x ساله، در ابتدای سال و انتهای سال عددی یکسان نیست. برای رفع هر گونه سوء برداشت در محاسبات تعداد زندگان (یا فوت‌شدگان) x ساله را در ابتدا و انتهای سال در نظر گرفته و میانگین این دو عدد را به‌عنوان تعداد افراد زنده (یا فوت‌شده) x ساله در نظر می‌گیرند.

به همین ترتیب اگر $L(x,n)$ را تعداد افراد زنده که سن آن‌ها بین x و $x+n$ سالگی است، تعریف کنیم. آنگاه

$$_nL_x = \int_0^n l(x+t)dt \qquad (۱ــ۲۹)$$

خواهد بود. اگر که مایل به در نظر گرفتن تمامی افراد زنده یک جامعه باشیم، که سن آن‌ها حداقل x سال است، بازه انتگرال‌گیری باید تا ∞ ادامه پیدا کند. به‌عبارت‌دیگر، اگر

$T(x)$ نشان‌دهنده این کمیت باشد، آنگاه

$$T(x) = \int_{۰}^{\infty} l(x+t)dt.$$

در تعریف ${}_nL_x$ اگر برای هر سال تنها یک عدد موجود باشد، معادلهٔ (۱ــ۲۹) به‌صورت

$${}_nL_x = \sum_{m=۰}^{n} l(x+m)$$

خواهد بود. همچنین تحت فرض اینکه خطی بودن تابع l_y در بازهٔ سنی $(x, x+n)$ خواهیم داشت:

$${}_nL_x = \frac{n}{۲}\left[l_x + l_{x+n}\right].$$

اگر ${}_nm_x$ را نرخ مرگ‌ومیر برای بازهٔ سنی $(x, x+n)$ بنامیم، آنگاه

$${}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x}.$$

مثال ۱ــ۱۶. جدول (۱ــ۳) بخشی از یک جدول زندگی را نشان می‌دهد. با استفاده از این جدول کمیت‌های $l_{۴۰}$ ، ${}_{۵}q_{۳۰}$ ، ${}_{۵|۱}q_{۳۰}$ و ${}_{۱/۷}q_{۳۳}$ را محاسبه کنید.

جدول ۱ــ۳: بخشی از یک جدول زندگی، مربوط به مثال (۱ــ۱۶)

x	l_x	d_x
۳۰	۱۰۰۰۰/۰۰	۳۴/۷۸
۳۱	۹۹۶۵/۲۲	۳۸/۱۰
۳۲	۹۹۲۷/۱۲	۴۱/۷۶
۳۳	۹۸۸۵/۳۵	۴۵/۸۱
۳۴	۹۸۳۹/۵۵	۵۰/۲۶
۳۵	۹۷۸۹/۲۹	۵۵/۱۷
۳۶	۹۷۳۴/۱۲	۶۰/۵۶
۳۷	۹۶۷۳/۵۶	۶۶/۴۹
۳۸	۹۶۰۷/۰۷	۷۲/۹۹
۳۹	۹۵۳۴/۰۸	۸۰/۱۱

حل. با استفاده از معادلهٔ $d_{39} = l_{39} - l_{40}$ می‌توان $l_{40} = ۹۷/۰۴۵۳$ را محاسبه کرد. همچنین با استفاده از نسبت

$$_{5}q_{30} = \frac{l_{30} - l_{35}}{l_{30}}$$

مقدار $_{5}q_{30} = ۰/۰۲۱۰۷$ محاسبه می‌شود.

کمیت $_{5|1}q_{30}$ که نشان‌دهنده احتمال آن است که فردی که اکنون در ۳۰ سالگی است بین سنین ۳۵ و ۳۶ سالگی فوت کند، با استفاده از معادله

$$_{5|1}q_{30} = \frac{l_{35} - l_{36}}{l_{30}}$$

به‌صورت $_{5|1}q_{30} = ۰/۰۰۵۵۲$ محاسبه می‌شود.

سرانجام مقدار احتمال $_{1/7}q_{33}$ با استفاده از معادلهٔ $_{1/7}q_{33} = 1 - p_{33} \times {}_{0/7}p_{34}$ و فرض یکنواخت بودن سن‌های کسری (یعنی $_{0/7}p_{34} = 0/7 \times p_{34}$) به‌صورت $_{1/7}q_{33} = ۰/۰۰۸۱۹۲$ محاسبه می‌شود. $\square$

تمرین ۱ــ۱۱. اگر $l_x = l_x . g^{c^x - 1}$ باشد، نرخ مرگ‌ومیر را برای بازهٔ سنی $(x, x+n)$ محاسبه کنید.

تمرین ۱ــ۱۲. نشان دهید اگر $_{n}m_x$ فرم تابعی به‌صورت

$$_{n}m_{x-n+y} = a + bc^y$$

داشته باشد و مقادیر $_{n}m_{x-n}$ ، $_{n}m_x$ و $_{n}m_{x+n}$ معلوم باشند. آنگاه

$$\begin{aligned}
a &= {}_{n}m_{x-n} - b \\
b &= \frac{\left[{}_{n}m_x - {}_{n}m_{x-n}\right]^2}{{}_{n}m_{x+n} - 2\,{}_{n}m_x + {}_{n}m_{x-n}} \\
c &= \sqrt[n]{\frac{{}_{n}m_{x+n} - {}_{n}m_x}{{}_{n}m_x - {}_{n}m_{x-n}}}.
\end{aligned}$$

نکتهٔ ۱ــ۱۴. اگر مایل به محاسبهٔ کمیت‌های این بخش برای بازهٔ سنی کمتر از یک سال باشید، می‌توان از یکی از رویکردهای معرفی شده در زیربخش (۱ــ۶ــ۳) استفاده کنید.

پروژهٔ ۱ـ۲. یک مدل چندوضعیتی را در نظر بگیرید. اگر l_x^i نشان‌دهنده تعداد افرادی باشد که در سن x سالگی در وضعیت i و ${}_nl_x^{ij}$ نشانگر تعداد افرادی که در x سالگی در وضعیت i ولی در $x+n$ سالگی در وضعیت j هستند. همچنین اگر ${}_nd_x^{i,jh}$ نشان‌دهنده تعداد افرادی باشد که در x سالگی در وضعیت i بوده در بازهٔ سنی $(x, x+n)$ از وضعیت j به وضعیت h منتقل شده‌اند، باشد. نشان دهید:

$$ {}_nl_x^{ij} = l_x^j - \sum_{h\neq j} {}_nd_x^{i,jh} + \sum_{h\neq j} {}_nd_x^{i,hj} \qquad (۱ـ۳۰)$$

$$ l_x^i = \frac{\sum_j l_{x.}^j \times {}_{x-x.}p_{x.}^{ji}}{\sum_j l_{x.}^j}. \qquad (۱ـ۳۱)$$

همچنین نشان دهید معادلهٔ (۱ـ۳۰) در واقع تعمیمی از $l_{x+۱} = l_x - d_x$ است.

نکات تکمیلی دربارهٔ شاخص‌های دموگرافی

نکتهٔ ۱ـ۱۵. هنگام مطالعهٔ شاخص‌های دموگرافی (نظیر نرخ مرگ‌ومیر) سه رویکرد زیر را می‌توان در جامعهٔ آماری اتخاذ کرد.

جامعهٔ ساکن: در این رویکرد فرض می‌شود اندازهٔ جامعه و تمامی شاخص‌های مرتبط با شاخص دموگرافی مورد مطالعه تقریباً ثابت‌اند.

جامعهٔ پایدار: در این رویکرد فرض می‌شود اندازهٔ جامعه و سایر شاخص‌های مرتبط با شاخص دموگرافی مورد مطالعه ثابت‌اند و یا با یک نرخ ثابت در حال تغییرند.

جامعهٔ پویا: در این رویکرد فرض می‌شود اندازهٔ جامعه و سایر شاخص‌های مرتبط به‌صورت تصادفی در حال تغییرند.

تا اینجا تنها رویکرد «جامعهٔ ساکن» مورد توجه قرار گرفت.

در ادامه یک مثال از رویکردی که تا حدودی پویا است، مورد توجه قرار می‌گیرد.

مثال ۱ـ۱۷. فرض کنید $L_{x+1}(t)$ افراد زندهٔ $x+1$ ساله یک جامعه در سال t باشد. همچنین فرض کنید $N_x(t)$ جمع جبری افراد x ساله، تازه‌وارد از افراد x ساله، مهاجرت‌کرده در ابتدای سال t ام باشد. اگر ${}_{t+0/5}p_{x+0/5}$ را احتمال بقا فرد $x+0/5$ ساله در وسط سال $t+1$ در نظر بگیریم، جمعیت افراد $x+1$ ساله در ابتدای سال t ام را می‌توان به کمک

$$L_{x+1}(t) = L_x(t)\,{}_{t+0/5}p_{x+0/5} + N_x(t) \qquad (۱ـ۳۲)$$

تقریب زد. البته با استفاده از فرض یکنواختی سن‌های کسری، می‌توان چنین نوشت:

$${}_{t+0/5}p_{x+0/5} = \frac{1 - {}_tq_x}{1 - 0/5\,{}_tq_x}\left[1 - 0/5\,{}_{t+1}q_{x+1}\right].$$

همچنین تحت فرض اینکه سن باروری خانم‌ها عددی بین ۱۵ تا ۴۹ سال و نرخ باروری خانم x ساله در سال t ام، تنها تابعی از سن او و به‌صورت $f_x(t)$ است، تعداد نوزادان متولدشده در سال t را می‌توان به‌صورت

$$NB(t) = \sum_{x=15}^{49} f_x(t) L_x(t)$$

محاسبه کرد. در نتیجه جمعیت صفر ساله در ابتدای سال t ام برابر

$$L_0(t) = \left[1 - 0/5\,{}_1q_0\right] NB(t) + N_0(t)$$

خواهد بود.

برای اطلاع از مدل‌های پیشرفته‌تر در مورد دو رویکرد «جامعه پایدار» و «جامعه پویا» به سون (۲۰۱۳ و ۲۰۰۷) مراجعه شود.

تمامی کشورها بر اساس نیاز خود یک جدول (یا یک مدل) مرگ‌ومیر ملی توسعه داده‌اند. همان‌گونه که گفته شد، شرکت‌های بیمه‌ای نمی‌توانند به‌طور مستقیم از جدول (یا مدل) مرگ‌ومیر ملی استفاده کنند. بلکه آن‌ها در صورت عدم توانایی به توسعهٔ جدول (یا مدل) مرگ‌ومیر داخلی خود، بهتر است بعد از تصحیح از آن‌ها استفاده کنند.

جدول (۱ـ۴) احتمال فوت q_x را برای بازهٔ سنی $[50, 60]$ کل مردان کشور انگلستان و مردانی که بیمهٔ زندگی زمانی خریداری کرده‌اند، را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این جدول می‌توان دید مقادیر این احتمال به‌صورت معنی‌داری در گروه مردان متفاوت است.

دو دلیل عمدهٔ این تفاوت را می‌توان: (۱) سطح بالاتر رفاهی این مردان نسبت به عموم جامعه مردان و (۲) تأیید آن‌ها برای خرید بیمهٔ زندگی زمانی، پس از مجموعه‌ای از آزمایش‌های پزشکی برشمرد.

جدول ۱ـ۴: بخشی از جدول فوت مردان انگلیسی به همراه مردانی که بیمهٔ زندگی زمانی خریداری کرده‌اند

x	احتمال q_x برای	
	مردان کل جامعه	مردانی که بیمه زندگی زمانی خریده‌اند
۵۰	$۰/۴۴۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۰۷۸ \times ۱۰^{-۲}$
۵۲	$۰/۵۴۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۱۵۲ \times ۱۰^{-۲}$
۵۴	$۰/۶۷۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۲۴۰ \times ۱۰^{-۲}$
۵۶	$۰/۸۴۵ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۳۶۰ \times ۱۰^{-۲}$
۵۸	$۱/۰۵۷ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۴۵۴ \times ۱۰^{-۲}$
۶۰	$۱/۳۲۳ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۵۷۳ \times ۱۰^{-۲}$

۱ـ۱۵ـ۱ ارزیابی بیمه‌گذاران و تأثیر آن در محاسبات

همان‌گونه که گفته شد، یکی از دلیل تفاوت نرخ فوت افرادی که بیمهٔ زندگی زمانی خریداری با سایر افراد جامعه، انتخاب آن‌ها طی یک فرایند ارزیابی (underwriting) است. این واقعیت مبحث مهمی با عنوان «مرگ‌ومیربرگزیده» را مقابل واژهٔ معمول مرگ‌ومیر (که گاه از آن با عنوان «مرگ‌ومیرنهایی» یاد می‌شود) در ادبیات بیم‌سنجی ایجاد کرده است. در ادامه این موضوع مورد توجه قرار می‌گیرد.

تعریف ۱ـ۲۰. بیمه‌گذارانی را که طی یک فرایند ارزیابی، مناسب بودن آن‌ها برای خرید یک بیمه‌نامه مرتبط با سلامت و مرگ‌ومیر احرازشده، را بیمه‌شدگان برگزیده و نرخ مرگ‌ومیر آن‌ها را مرگ‌ومیربرگزیده می‌گویم و آن‌را با نماد $\mu_{[x]}$ نمایش می‌دهیم.

در مقابل مرگ‌ومیربرگزیده از واژهٔ مرگ‌ومیرنهایی یا برای سادگی تنها از واژه مرگ‌ومیر استفاده می‌شود.

واضح است اعتبار فرایند ارزیابی در بیمه‌های بلندمدت اشخاص تنها برای چند سال معتبر است. به همین دلیل نرخ مرگ‌ومیر برگزیده بعد از چند سال همانند نرخ مرگ‌ومیر معمولی (نهایی) خواهد بود. مثال (۱ـ۱۸) این واقعیت را نشان می‌دهد.

مثال ۱ـ۱۸. جدول (۱ـ۵) احتمال $q_{[x]}$ بخشی از جدول مربوط به بیمه‌گذارانی را که طی یک فرایند ارزیابی، موفق به خرید بیمه‌نامه زندگی زمانی در انگلستان شده‌اند، نشان می‌دهد. مطالعهٔ دقیق جدول (۱ـ۵) نکات جالب توجهی را نشان می‌دهد. در ادامه

جدول ۱ـ۵: بخشی از جدول مربوط به احتمال فوت مردان انگلیسی که در $[x]$ سالگی بیمهٔ زندگی زمانی خریداری کرده‌اند

سن فعلی بیمه‌گذار	سنی که در آن بیمه‌گذار در زمان خرید بیمه‌نامه			
	[۵۰]	[۵۲]	[۵۴]	[۵۶]
۵۰	$۰/۰۷۸ \times ۱۰^{-۲}$	—	—	—
۵۲	$۰/۱۵۲ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۰۹۴ \times ۱۰^{-۲}$	—	—
۵۴	$۰/۲۴۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۱۸۶ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۱۱۳ \times ۱۰^{-۲}$	—
۵۶	$۰/۳۶۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۲۹۵ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۲۲۷ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۱۳۶ \times ۱۰^{-۲}$
۵۸	$۰/۴۵۴ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۴۵۴ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۳۶۴ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۲۷۸ \times ۱۰^{-۲}$
۶۰	$۰/۵۷۳ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۵۷۳ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۵۷۳ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۴۴۸ \times ۱۰^{-۲}$
۶۲	$۰/۷۲۵ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۷۲۵ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۷۲۵ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۷۲۵ \times ۱۰^{-۲}$
۶۴	$۰/۹۱۷ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۹۱۷ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۹۱۷ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۹۱۷ \times ۱۰^{-۲}$
۶۶	$۱/۱۵۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۱/۱۵۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۱/۱۵۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۱/۱۵۹ \times ۱۰^{-۲}$

برخی از این نکات نشان داده می‌شود.

(۱) احتمال فوت بیمه‌گذاری در ۵۶ سالگی، به‌صورت معنی‌داری با سن خرید بیمه‌نامه تغییر پیدا می‌کند. برای مثال اگر بیمه‌گذار در ۵۰ سالگی بیمه‌نامه خریداری کرده باشد، این احتمال برابر $q_{[۵۰]+۶} = ۰/۰۰۳۶۰$ است. اما اگر او در ۵۴ سالگی بیمه‌نامه را خریداری کرده باشد، این احتمال به $q_{[۵۴]+۲} = ۰/۰۰۲۲۷$ کاهش می‌یابد.

(۲) اعتبار ارزیابی انجام‌شده کمتر از ۶ سال است. برای مثال احتمال فوت در ۶۰ سالگی برای بیمه‌گذارانی که در ۵۰ سالگی بیمه‌نامه را خریداری کرده‌اند ($q_{[۵۰]+۱۰} = q_{۶۰} = ۰/۰۰۵۷۳$) یا در ۵۲ سالگی خریداری کرده‌اند ($q_{[۵۲]+۸} = q_{۶۰} = ۰/۰۰۵۷۳$) با هم برابرند. اما اگر این بیمه‌نامه در ۵۶ سالگی خریداری شده باشد، این احتمال برابر $q_{[۵۶]+۴} = ۰/۰۰۴۴۸$ خواهد بود.

□

اگر تأثیر ارزیابی $d \in [۱, ۱۵]$ سال باشد، به‌سادگی می‌توان

$$q_{[x]} \leq q_{[x-۱]+۱} \leq q_{[x-۱]+۲} \leq \cdots \leq q_{[x-d]+d} = q_x$$

را نتیجه گرفت. تمامی کمیت‌های بالا احتمال فوت یک بیمه‌گذار قبل از $x+1$ سالگی، به شرط آنکه بدانیم او تا x سالگی زنده بوده و قبلاً ارزیابی شده است. تنها تفاوت در کمیت‌های بالا، سن او در زمان ارزیابی است.

مثال ۱ــ۱۹. با فرض اینکه مدت زمان اعتبار آزمایش‌های مربوط به ارزیابی فقط ۵ سال است $(d=5)$ احتمال ${}_{2|6}q_{[30]+2}$ را بر حسب کمیت‌های $l_{[x]+t}$ و l_y باز نویسی کنید.

حل. کمیت ${}_{2|6}q_{[30]+2}$ نشان‌دهنده احتمال فوت یک بیمه‌گذار در بازهٔ سنی $[34, 40]$ است، به شرطی که می‌دانیم او در سن ۳۰، پس از پذیرفتن شدن در فرایند ارزیابی موفق به خرید بیمه‌نامه شده است، همچنین او در ۳۲ سالگی زنده بوده است. بر اساس توضیح‌های بالا

$$\begin{aligned}
{}_{2|6}q_{[30]+2} &= {}_{2}p_{[30]+2} \times {}_{6}q_{[30]+4} \\
&= \frac{l_{[30]+4}}{l_{[30]+2}} \times \left[1 - \frac{l_{[30]+10}}{l_{[30]+4}}\right] \\
&= \frac{l_{[30]+4} - l_{40}}{l_{[30]+2}}.
\end{aligned}$$

چون طول دورهٔ اعتبار فرایند ارزیابی، ۵ سال است، بنابراین در معادلهٔ آخر از تساوی $l_{[30]+10} = l_{40}$ استفاده شده است. □

مثال ۱ــ۲۰. جدول (۱ــ۶) بخشی از جدول مربوط به احتمال فوت بیمه‌گذاران را نشان می‌دهد، قبل از $x+1$ سالگی، به شرط آنکه آن‌ها تا x سالگی زنده بوده و قبلاً طی یک فرایند ارزیابی مورد تایید قرار گرفته‌اند. با فرض اینکه نتایج حاصل از فرایند ارزیابی تنها برای ۲ سال معتبر است، با استفاده از این جدول احتمال‌های ${}_{4}p_{[70]}$ ، ${}_{3}q_{[70]+1}$ و ${}_{2|}q_{73}$ را محاسبه کنید.

حل. چون طول اعتبار فرایند ارزیابی حداکثر ۲ سال است، بنابراین:

$$\begin{aligned}
{}_{4}p_{[70]} &= p_{[70]}p_{[70]+1}p_{[70]+2}p_{[70]+3} \\
&= p_{[70]}p_{[70]+1}p_{72}p_{73} \\
&= (1 - q_{[70]})(1 - q_{[70]+1})(1 - q_{72})(1 - q_{73}) \\
&= 0/9894481 \times 0/9841232 \times 0/979855 \times 0/977241 \\
&= 0/9332447.
\end{aligned}$$

جدول ۱ـ۶: احتمال فوت افراد برگزیده قبل سن $x+۱$ سالگی، به شرط زنده‌بودن در سن x سالگی، مربوط به مثال (۱ـ۲۰)

x	$q_{[x]}$	$q_{[x-۱]+۱}$	$q_{[x-۲]+۱}=q_x$
۷۰	۰/۰۱۰۵۱۹	۰/۰۱۴۰۶۸	۰/۰۱۵۷۸۶
۷۱	۰/۰۱۱۸۵۸	۰/۰۱۵۸۶۸	۰/۰۱۷۸۳۲
۷۲	۰/۰۱۳۴۰۱	۰/۰۱۷۹۳۱	۰/۰۲۰۱۴۵
۷۳	۰/۰۱۵۱۸۴	۰/۰۲۰۳۰۲	۰/۰۲۲۷۵۹
۷۴	۰/۰۱۷۲۵۳	۰/۰۲۳۰۳۴	۰/۰۲۵۷۱۲
۷۵	۰/۰۱۹۶۶۴	۰/۰۲۶۱۹۶	۰/۰۲۹۰۴۸

به همین ترتیب

$$\begin{aligned} {}_{۳}q_{[۷۰]+۱} &= q_{[۷۰]+۱} + p_{[۷۰]+۱}q_{۷۲} + p_{[۷۰]+۱}p_{۷۲}q_{۷۳} \\ &= q_{[۷۰]+۱} + (۱-q_{[۷۰]+۱})q_{۷۲} + (۱-q_{[۷۰]+۱})(۱-q_{۷۲})q_{۷۳} \\ &= ۰/۰۱۵۸۶۸ + (۱-۰/۰۱۵۸۶۸)\times ۰/۰۲۰۱۴۵ \\ &\quad +(۱-۰/۰۱۵۸۶۸)\times(۱-۰/۰۲۰۱۴۵)\times ۰/۰۲۲۷۵۹ \\ &= ۰/۰۵۷۶۴۰ \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} {}_{۲|}q_{۷۳} &= {}_{۲}p_{۷۳}q_{۷۵} \\ &= (۱-q_{۷۳})(۱-q_{۷۴})q_{۷۵} \\ &= ۰/۹۷۷۲۴۱ \times ۰/۹۷۴۲۸۸ \times ۰/۰۲۹۰۴۸ \\ &= ۰/۰۲۷۶۵۷. \end{aligned}$$

□

مثال ۱ـ۲۱. فرض کنید نرخ مرگ‌ومیر بیمه‌گذارانی که طی یک فرایند ارزیابی انتخاب می‌شوند، با فرض اعتبار فرایند ارزیابی برای ۲ سال، به‌صورت

$$\mu_{[x]+s} = ۰/۹^{۲-s}\mu_{x+s}, \quad s\in[۰,۲] \qquad \textbf{(۱ـ۳۳)}$$

تصحیح می‌شود. اگر نرخ مرگ‌ومیر افراد جامعه مطابق مدل مک‌هام

$$\mu_x = a + bc^x$$

با پارامترهای $a = ۰/۰۰۰۲۲$ ، $b = ۲/۷ \times ۱۰^{-۶}$ و $c = ۱/۱۲۴$ باشد، مقدار احتمال ${}_tp_{[x]}$ را محاسبه کنید.

حل. چون طول اعتبار فرایند ارزیابی ۲ سال است، بنابراین برای $t > ۲$ داریم:

$$
\begin{aligned}
{}_tp_{[x]} &= {}_tp_x = \exp\left\{\int_۰^t \mu_{x+s} ds\right\} \\
&= \exp\left\{-at - \frac{b}{\ln(c)} c^x (c^t - ۱)\right\}
\end{aligned}
$$

اما برای $۰ \leq t \leq ۲$

$$
\begin{aligned}
{}_tp_{[x]} &= \exp\left\{\int_۰^t \mu_{[x]+s} ds\right\} \\
&= \exp\left\{۰/۹^{۲-t}\left(\frac{۱ - ۰/۹^t}{\ln(۰/۹)} a + \frac{c^t - ۰/۹^t}{\ln(۰/۹/c)} bc^x\right)\right\}
\end{aligned}
$$

خواهد بود. □

تمرین ۱ـ۱۳. جدول (۱ـ۷) احتمال فوت بیمه‌گذارانی را در $x + ۱$ سالگی را نشان می‌دهد، به شرط آنکه آن‌ها در x سالگی زنده و قبلاً طی یک فرایند ارزیابی انتخاب شده باشند. با فرض معتبر بودن نتیجهٔ ارزیابی برای ۵ سال، احتمال‌های ${}_{۷}p_{[۷۰]}$ ، ${}_{۱|۲}q_{[۷۰]+۲}$ و ${}_{۳/۸}q_{[۷۰]+۰/۲}$ را محاسبه کنید.

جدول ۱ـ۷: احتمال فوت در $x + ۱$ سالگی برای افرادی که قبلاً طی یک فرایند ارزیابی انتخاب شده‌اند همچنین در x سالگی زنده بوده‌اند، مربوط به تمرین (۱ـ۱۳)

x	$q_{[x]}$	$q_{[x-۱]+۱}$	$q_{[x-۲]+۲}$	$q_{[x-۳]+۳}$	$q_{[x-۴]+۴}$	$q_{[x-۵]+۵}$
۷۰	۰/۰۱۰۳۷۳	۰/۰۱۳۰۹۹	۰/۰۱۵۸۲۶	۰/۰۱۸۵۵۲	۰/۰۲۱۲۷۹	۰/۰۲۶۰۱۹
۷۱	۰/۰۱۱۲۹۸	۰/۰۱۴۳۳۰	۰/۰۱۷۳۶۲	۰/۰۲۰۳۹۳	۰/۰۲۳۴۲۵	۰/۰۲۸۹۳۲
۷۲	۰/۰۱۲۴۵۸	۰/۰۱۵۸۲۵	۰/۰۱۹۱۹۲	۰/۰۲۲۵۵۹	۰/۰۲۵۹۲۶	۰/۰۳۲۱۳۳
۷۳	۰/۰۱۳۸۱۸	۰/۰۱۷۵۵۳	۰/۰۲۱۲۸۸	۰/۰۲۵۰۲۳	۰/۰۲۸۷۵۸	۰/۰۳۵۶۴۳
۷۴	۰/۰۱۵۳۰۸	۰/۰۱۹۴۴۶	۰/۰۲۳۵۸۴	۰/۰۲۷۷۲۱	۰/۰۳۱۸۵۹	۰/۰۳۹۴۸۶
۷۵	۰/۰۱۶۹۳۷	۰/۰۲۱۵۱۴	۰/۰۲۶۰۹۲	۰/۰۳۰۶۷۰	۰/۰۳۵۲۴۸	۰/۰۴۳۶۸۶
۷۶	۰/۰۱۸۷۱۴	۰/۰۲۳۷۷۲	۰/۰۲۸۸۳۰	۰/۰۳۳۸۸۸	۰/۰۳۸۹۴۶	۰/۰۴۸۲۷۰
۷۷	۰/۰۲۰۶۴۹	۰/۰۲۶۲۳۰	۰/۰۳۱۸۱۲	۰/۰۳۷۳۹۳	۰/۰۴۲۹۷۴	۰/۰۵۳۲۶۲

۱ــ۱۶ مقدمه‌ای بر نظریهٔ بهره

چون بسیاری از بیمه‌های سلامت به‌صورت محصولات بلندمدت عرضه می‌شوند، دانستن مقدماتی از نظریه نرخ بهره ضروری است. این بخش به این موضوع اختصاص دارد.

تعریف ۱ــ۲۱. نرخ بهره سود حاصل مربوط به وام، سپرده یا قرض گرفته‌شده، که در یک دورهٔ زمانی بر اساس اصل پول (یا مبلغ اصلی) محاسبه می‌شود، نرخ بهره گویند.

نرخ بهره می‌تواند به‌صورت ساده یا مرکب اعمال شود. در رویکرد ساده تنها به اصل پول بهره تعلق می‌گیرد، درحالی‌که در رویکرد مرکب هر دوره، به اصل پول و سودهای حاصل از دوره‌های قبلی، سود تعلق می‌گیرد. به‌عبارت‌دیگر اگر نرخ بهرهٔ سالانه مقدار i باشد، یک واحد پول در سال اول برابر $1 + i$ و در سال دوم $(1 + i)^2$ خواهد بود. اما در رویکرد ساده، یک واحد پول در سال اول $1 + i$ و در سال دوم $1 + 2i$ خواهد بود. در تمامی این کتاب فرض می‌کنیم نرخ بهره با رویکرد مرکب مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تعریف ۱ــ۲۲. به عاملی که بر اساس آن ارزش یک واحد پول فعلی در t دورهٔ زمانی بعد محاسبه می‌شود، عامل انباشت می‌گوییم و با A_t نمایش می‌دهیم. همچنین به عاملی که بر اساس آن ارزش یک واحد پول در t بعد را می‌توان در زمان حال محاسبه کرد، عامل تنزیل می‌گوییم و با ν_t نمایش می‌دهیم.

در ادامه یکی از مفاهیم کلیدی علم مالی و بیم‌سنجی تعریف می‌شود.

تعریف ۱ــ۲۳. به ارزش x واحد پول در زمان t ارزش زمانی آن مقدار پول در زمان t گویند و آن‌را با نماد $P.V_t(x)$ نمایش می‌دهند.

ارزش زمانی بر اساس نرخ بهره و از ضرب مقدار پول در عامل‌های تنزیل یا انباشت ارزش زمانی پول به‌دست می‌آید. بدین صورت که اگر مایل به محاسبهٔ ارزش زمانی در آینده باشیم، باید از عامل‌های انباشت استفاده کنیم. در ادبیات بیم‌سنجی به آن ارزش آینده‌نگر گویند. ولی اگر مایل به محاسبهٔ ارزش زمانی در گذشته باشیم، باید از عامل‌های تنزیل استفاده کنیم. در ادبیات بیم‌سنجی به آن ارزش گذشته‌نگر گویند. واضح است اگر نرخ بهره برابر صفر باشند، دو ارزش آینده‌نگر و گذشته‌نگر برابر خواهند بود.

از ارزش گذشته‌نگر برای مشاهدهٔ آنچه تاکنون باید حاصل می‌شده است، استفاده می‌شود. در حالی‌که از ارزش آینده‌نگر برای مدیریت مالی آتی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است اگر ارزش یک دارایی در زمان $t = ۰$ محاسبه شود، به آن ارزش فعلی دارایی گویند و معمولاً از $P.V(۰)$ به‌جای $P.V_{t=۰}(۰)$ استفاده می‌کنند.

در تعریف (۱ـ۲۳) ارزش زمانی برای مقداری پول یا دارایی ارائه شد. در ادامه این تعریف برای دنباله‌ای از جریان‌های نقدینگی که در دوره‌های مختلف زمانی حاصل می‌شوند، تعمیم داده می‌شود.

تعریف ۱ـ۲۴. فرض کنید $x_{t_۱}, x_{t_۲}, \cdots, x_{t_n}$ دنباله‌ای از واحدهای پولی هستند که در زمان‌های $t_۱, t_۲, \cdots, t_n$ حاصل می‌شوند. به مجموع

$$P.V_t(x_{t_۱}, x_{t_۲}, \cdots, x_{t_n}) = \sum_{k=۱}^{n} P.V_t(x_k)$$

ارزش زمانی این دنبالهٔ پولی (جریان نقدینگی) در زمان t گویند.

مفهوم دیگری که ادبیات بیم‌سنجی نقش بسیار مهمی ایفا می‌کند، ارزش بیم‌سنجی (یا ارزش قرارداد) است. در ادامه این مفهوم تعریف می‌شود.

تعریف ۱ـ۲۵. به امید ریاضی ارزش زمانی یک جریان نقدینگی در زمان t ، ارزش بیم‌سنجی آن جریان نقدینگی در زمان t می‌گویند و آن‌را با نماد $A.V_t(۰)$ نمایش می‌دهند.

لازم به ذکر است که اگر در جریان نقدینگی هیچ جمله تصادفی وجود نداشته باشد، ارزش زمانی و ارزش بیم‌سنجی در تمامی زمان‌ها، باید با هم برابر باشند. همانند ارزش زمانی، دو نوع ارزش بیم‌سنجی آینده‌نگر و گذشته‌نگر وجود دارد. ارزش بیم‌سنجی نقش بسیار اساسی در ارزیابی بیمه‌های سلامت تجاری و اجتماعی دارد، برای آشنایی بیشتر با استفاده از ارزش بیم‌سنجی برای مقایسه طرح‌های سلامت اجتماعی به مک‌دویت و همکاران (۲۰۰۸) مراجعه کنید.

در صورت ثابت بودن نرخ بهره i طی دوره‌های زمانی مختلف، $(۱ + i)$ و توان‌های آن، عامل‌های انباشت خواهند بود. همچنین $۱/(۱ + i)$ و توان‌های آن، عامل‌های تنزیل هستند. با استفاده از دو عامل انباشت و تنزیل می‌توان ارزش یک واحد پولی را در یک زمان مشخص پیدا کرد. مثلاً ارزش A واحد پول در سه سال آینده برابر $A \times (۱ + i)^۳$ است، در حالی‌که A واحد پول که سه سال آینده پرداخت می‌شود در زمان حاضر برابر $A \times \nu_۳ = A/(۱ + i)^۳$ است.

تعریف ۱ـ۲۶. اگر A_t عامل انباشت در زمان t باشد به کسر $\delta_t = \frac{\partial}{\partial t}\ln(A_t)$ نیروی بهره یا نرخ بهرهٔ لحظه‌ای گویند.

در صورت مشخص بودن نیروی بهره (نرخ بهرهٔ لحظه‌ای) δ_t به‌سادگی می‌توان انباشت و تنزیل به زمان t و از زمان t را به ترتیب به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} A_t &= A_. \exp\left\{\int_.^t \delta_s ds\right\} \\ \nu_t &= A_t \exp\left\{-\int_.^t \delta_s ds\right\}. \end{aligned}$$

اگر نرخ بهره عدد ثابت i باشد، نیروی بهره در زمان t برابر $\delta_t = \delta = \ln(۱+i)$ و عامل تنزیل از زمان t برابر $\nu_t = \exp\{-\delta t\}$ خواهد بود.

در ادبیات نظریهٔ نرخ بهره بر اساس اعمال یا عدم اعمال نرخ تورم، نرخ بهره را می‌توان به‌صورت نرخ بهرهٔ واقعی یا نرخ بهرهٔ اسمی دسته‌بندی کرد. نرخ بهرهٔ اسمی میزان بهره بدون در نظر گرفتن نرخ تورم است، اما نرخ واقعی بهره، تعدیل نرخ اسمی بر اساس نرخ تورم است. به‌عبارت دقیق‌تر اگر i نرخ بهره اسمی و p نرخ تورم باشد، نرخ واقعی بهره برابر

$$r = \frac{۱+i}{۱+p} - ۱$$

خواهد بود. البته برای دوره‌های کوتاه زمانی می‌توان بر اساس تقریب $r \approx i - p$ نرخ بهره واقعی را محاسبه کرد.

معمولاً نرخ بهره به‌صورت سالانه ارائه می‌شود، اما اگر نرخ بهره سالانه نباشد به آن نرخ بهرهٔ غیرسالانه گویند. اگر نرخ بهرهٔ سالانه را با i و نرخ بهرهٔ غیرسالانه که برای m بار در سال محاسبه و پرداخت می‌شود، را با نماد $i^{(m)}/m$ نمایش دهیم، بین این دو نرخ بهره رابطهٔ

$$\frac{i^{(m)}}{m} = (۱+i)^{\frac{۱}{m}} - ۱ \tag{۱ـ۳۴}$$

برقرار است. در ادبیات نظریه نرخ بهره به $i^{(m)}$ نرخ بهرهٔ غیرسالانه اسمی و به $i^{(m)}/m$ نرخ بهرهٔ غیرسالانه موثر می‌گویند.

نکتهٔ ۱ـ۱۶. بین نرخ بهرهٔ سالانه و غیر سالانه تفاوت عمده‌ای وجود دارد. این گزاره

بدین معنی است که نمی‌توان با استفاده از i/m نرخ بهرهٔ سالانه i را به نرخ بهرهٔ m دوره زمانی تفکیک کرد. بلکه برای محاسبهٔ نرخ بهرهٔ مؤثر برای m دورهٔ زمانی، باید از رابطهٔ $i^{(m)}/m$ استفاده کرد، که در آن $i^{(m)}$ نرخ بهرهٔ اسمی m دورهٔ زمانی است.

مثال زیر این نکته کلیدی را نشان می‌دهد.

مثال ۱ــ۲۲. فرض کنید نرخ بهرهٔ سالانه یک وام بانکی ۶ درصد است. اگر بانک تصمیم بگیرد سود بانکی را به جای آخر هر سال در آخر هر فصل پرداخت کند، نرخ بهرهٔ فصلی چقدر خواهد بود.

حل. اگر به اشتباه نرخ بهرهٔ سالانه را بر ۴ تقسیم کرده و نرخ بهرهٔ فصلی را برابر $۰/۱۵ = ۰/۶/۴$ درصد محاسبه کنیم. یک واحد پول در ابتدای فصل اول ۱/۰۱۵ در انتهای فصل دوم $(۱/۰۱۵)^۲$ و در انتهای فصل چهارم (انتهای سال) برابر $۱/۰۶۱۳۶ = (۱/۰۱۵)^۴$ خواهد بود. این در حالی است که در رویکرد نرخ بهرهٔ سالانه، یک واحد پول در آخر سال برابر ۱/۰۶ خواهد بود. این تناقص از آنجا ناشی شد که نرخ بهرهٔ فصلی مؤثر به اشتباه محاسبه شد. ولی با استفاده از معادله (۱ــ۳۴) نرخ بهرهٔ مؤثر فصلی برابر ۰/۹۷۵۸۷۹۴ درصد محاسبه می‌شود. بدین ترتیب ارزش یک واحد پول در انتهای چهار فصل (انتهای سال) برابر $۱/۰۶ = (۱/۰۰۹۷۵۸۷۹۴)^۴$ خواهد بود. □

مثال ۱ــ۲۳. فرض کنید فردی مبلغ A واحد از بانک به‌عنوان وام دریافت کرده است. اگر نرخ بهرهٔ اسمی $i^{(۱۲)}$ و طول وام n سال باشد، مبلغ اقساط ماهانه این وام را محاسبه کنید.

حل. نرخ بهرهٔ مؤثر ماهانه این وام برابر $i^{(۱۲)}/۱۲$ و طول دوره این وام برابر $۱۲ \times n$ ماه است. ارزش زمانی این وام در زمان سررسید وام برابر

$$P.V(Loan\ Amount) \;=\; A \times (۱ + \frac{i^{(۱۲)}}{۱۲})^{۱۲n} \qquad (۱ــ۳۵)$$

خواهد بود. همچنین اگر فرض کنید اقساط ماهانه این وام برابر p باشد، ارزش زمانی

مجموع اقساط پرداختی در زمان سررسید وام برابر است با:[۵]

$$\begin{aligned} P.V(Loan\ Payment) &= \sum_{k=۰}^{۱۲n-۱} p \times (۱ + \frac{i^{(۱۲)}}{۱۲})^k \\ &= \frac{۱ - (۱ + i^{(۱۲)}/۱۲)^{۱۲n}}{-i^{(۱۲)}/۱۲}. \end{aligned} \qquad (۱\text{ـ}۳۶)$$

چون ارزش زمانی مجموع اقساط پرداختی و وام دریافتی در زمان سررسید باید برابر باشند، دو معادله (۱ـ۳۵) و (۱ـ۳۶) باید برابر باشند. از برابری این دو معادله میزان اقساط برابر

$$p = \frac{A \times \frac{i^{(۱۲)}}{۱۲}\left(۱ + \frac{i^{(۱۲)}}{۱۲}\right)^{۱۲n}}{\left(۱ + \frac{i^{(۱۲)}}{۱۲}\right)^{۱۲n} - ۱}$$

محاسبه می‌شود. برای مثال اگر مبلغ وام ۱۲۰ میلیون ریال و نرخ بهره اسمی ۲۴ درصد باشد، مبلغ مجموع اقساط ماهانه برای این وام اگر طول وام ۵ سال باشد، برابر

$$\begin{aligned} p &= \frac{۱۲۰ \times ۱۰^۶ \frac{۰/۲۴}{۱۲}\left(۱ + \frac{۰/۲۴}{۱۲}\right)^{۱۲\times۵}}{\left(۱ + \frac{۰/۲۴}{۱۲}\right)^{۱۲\times۵} - ۱} \\ &= ۳۴۵۲۱۵۵/۸۹۹ \end{aligned}$$

ریال خواهد بود. بنابراین در مجموع مبلغ $۲۰۷۱۲۹۳۵۳/۹ = ۶۰ \times ۳۴۵۲۱۵۵/۸۹۹$ ریال فرد به بانک پرداخت کرده است. □

در ادامه برخی از نمادهای استاندارد بیم‌سنجی معرفی می‌شوند. به‌خاطرسپاری این نمادها اکیداً توصیه می‌شود.

به دنباله‌ای از پرداخت‌های منظم مستمری گویند. در ادبیات بیم‌سنجی چندین نوع مستمری وجود دارد که در تعریف زیر به آن‌ها می‌پردازیم.

تعریف ۱ـ۲۷. فرض کنید مبلغ ۱ واحد پولی برای n سال متوالی پرداخت می‌شود.

[۵] تعداد اقساط ماهانه وام $۱۲n$ است، چون از ماه اول فرد شروع به پرداخت اقساط می‌کند، بنابراین حد بالایی مجموع باید $۱۲n - ۱$ باشد.

مستمری ته‌فصلی: اگر این پرداخت‌ها دقیقاً در آخر هر سال انجام پذیرد، به جریان نقدینگی «مستمری ته‌فصلی» گفته و ارزش فعلی آن‌را با نماد $a_{\overline{n|}}$ نمایش داده می‌شود. در صورت ثابت بودن نرخ بهره (نرخ بهرهٔ سالانه برابر i) مقدار این کمیت برابر است با:

$$\begin{aligned} a_{\overline{n|}} &= \sum_{k=1}^{n} 1 \times \nu^k \\ &= \frac{1-\nu^n}{i}. \end{aligned}$$

مستمری سرفصلی: اگر این پرداخت‌ها دقیقاً در ابتدای هر سال انجام پذیرد، به جریان نقدینگی «مستمری سرفصلی» گفته و ارزش فعلی آن با نماد $\ddot{a}_{\overline{n|}}$ نمایش داده می‌شود. در صورت ثابت بودن نرخ بهره (نرخ بهره سالانه برابر i) مقدار این کمیت برابر است با:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{n|}} &= \sum_{k=0}^{n-1} 1 \times \nu^k \\ &= \frac{1-\nu^n}{1-\nu}. \end{aligned}$$

مستمری پیوسته: اگر این پرداخت‌ها در طول هر سال انجام پذیرد، به جریان نقدینگی «مستمری پیوسته» گفته و ارزش فعلی آن با نماد $\bar{a}_{\overline{n|}}$ نمایش داده می‌شود. در صورتی‌که نیروی بهره در زمان t برابر δ_t نیروی بهره در زمان t باشد، مقدار این کمیت برابر است با:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{\overline{n|}} &= \sum_{k=0}^{n-1} \int_k^{k+1} 1 \times \exp\left\{-\int_0^t \delta_s ds\right\} dt \\ &= \int_0^n 1 \times \exp\left\{-\int_0^t \delta_s ds\right\} dt. \end{aligned}$$

مستمری معوق: اگر این پرداخت‌ها دقیقاً از سال m ام شروع و تا سال $m+n$ ام ادامه پیدا کند، به جریان نقدینگی «مستمری معوق» گفته و ارزش فعلی آن با نماد ${}_{m|}\ddot{a}_{\overline{n|}}$ (یا ${}_{m-1|}a_{\overline{n|}}$) نمایش داده می‌شود. در صورت ثابت بودن نرخ بهره (نرخ بهره

سالانه برابر i) مقدار این کمیت برابر ${}_{m|}\ddot{a}_{\overline{n}|} = \nu^m \ddot{a}_{\overline{n}|}$ (یا ${}_{m-1|}a_{\overline{n}|} = \nu^{m-1} a_{\overline{n}|}$) است. که در آن‌ها $\nu = 1/(1+i)$ عامل تنزیل است.

شکل (۱ــ۱۰) نمودار پرداخت‌های مربوط به چهار مستمری بالا را نشان می‌دهد.

در تعریف (۱ــ۲۷) اگر نرخ بهره عدد ثابت i باشد، نیروی بهره ثابت و مقدار آن برابر $\delta_t = \delta \times t$ باشد. آنگاه

$$\begin{aligned}\bar{a}_{\overline{n}|} &= \int_0^n 1 \times e^{-\delta_t} dt \\ &= \frac{1 - e^{\delta}}{\delta}\end{aligned}$$

که در آن $\delta = \ln(1+i)$ است.

مثال ۱ــ۲۴. اگر نیروی بهره در زمان t برابر $\delta_t = \frac{8+2t}{1+8t+t^2}$ باشد. ارزش فعلی مستمری پیوسته یک واحد پولی برای ۱۲ سال را محاسبه کنید.

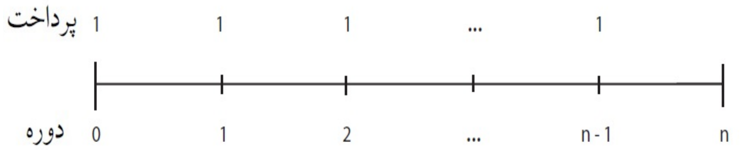
حل. با استفاده از تعریف ارزش فعلی مستمری پیوسته، ارزش فعلی این مستمری برابر

$$\begin{aligned}\bar{a}_{\overline{12}|} &= \int_0^{12} 1 \times \exp\left\{-\int_0^t \frac{8+2s}{1+8s+s^2} ds\right\} dt \\ &= \int_0^{12} \left(1 + 8t + t^2\right) dt \\ &= 743/3333333\end{aligned}$$

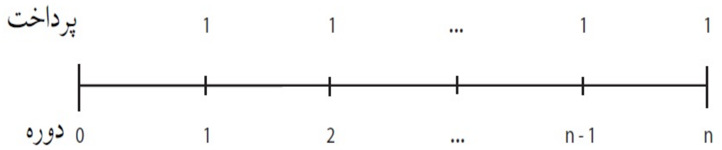
ریال خواهد بود. □

همیشه پرداخت‌های منظم در یک مستمری ثابت نیستند. در مثال‌های زیر مستمری‌های نزولی و صعودی بررسی می‌شوند.

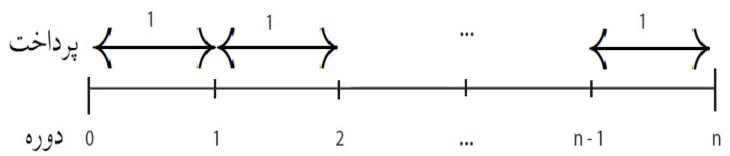
مثال ۱ــ۲۵. یک مستمری ته‌فصلی به نرخ بهره ثابت i را در نظر بگیرید. اگر مقدار مستمری‌ها در انتهای سال m ام m واحد پولی باشد، ارزش فعلی این مستمری (که با نماد $(Ia)_{\overline{n}|}$ نمایش داده می‌شود) را محاسبه کنید.



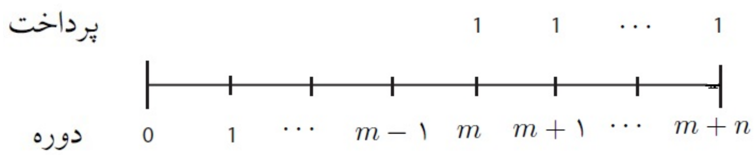
(آ)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۱ـ۱۰: بخش (آ) مستمری با پرداخت‌های سرفصلی، (ب) مستمری با پرداخت‌های ته‌فصلی، (ج) مستمری با پرداخت‌های درون سال و (د) مستمری با پرداخت‌های معوق، مربوط به تعریف (۱ـ۲۷)

حل. با توجه به مفهوم مستمری فصلی، ارزش فعلی مستمری افزایشی این مثال را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned}(Ia)_{\overline{n}|} &= a_{\overline{n}|} + \nu^{1} a_{\overline{n-1}|} + \nu^{2} a_{\overline{n-2}|} + \cdots + \nu^{n-1} a_{\overline{1}|} + \nu^{n} a_{\overline{0}|} \\ &= \left[\frac{1-\nu^{n}}{i}\right] + \nu^{1}\left[\frac{1-\nu^{n-1}}{i}\right] + \nu^{2}\left[\frac{1-\nu^{n-2}}{i}\right] + \cdots + \nu^{n-1}\left[\frac{1-\nu^{1}}{i}\right] + \nu^{n} \\ &= \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|} - n\nu^{n}}{i}.\end{aligned}$$

□

تمرین ۱ــ۱۴. با استفاده از استدلال مشابه مثال (۱ــ۲۵) نشان دهید ارزش فعلی مستمری سرفصلی افزایشی (که با نماد $(I\ddot{a})_{\overline{n}|}$ نشان داده می‌شود)، برابر $(I\ddot{a})_{\overline{n}|} = \frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}-n\nu^{n}}{i\nu}$ است.

مثال ۱ــ۲۶. یک مستمری n سال با نرخ بهرهٔ i را در نظر بگیرد. با فرض اینکه در انتهای سال m ام، مقدار $n+1-m$ واحد پولی پرداخت می‌شود، ارزش فعلی این مستمری کاهشی (که با نماد $(Da)_{\overline{n}|}$ نشان داده می‌شود) را محاسبه کنید.

حل. اگر یک مستمری افزایشی ته‌فصلی را در نظر بگیریم که از سال دوم به مدت $n-1$ سال شروع به پرداخت می‌کند، ارزش فعلی این مستمری برابر $\nu^{1}(Ia)_{\overline{n-1}|}$ است. از جمع این مستمری با مستمری کاهشی ارائه‌شده در مثال می‌توان یک مستمری ثابت ته‌فصلی با پرداخت ثابت n واحد داشت. چون ارزش فعلی این مستمری ترکیبی برابر $na_{\overline{n}|}$ بنابراین تساوی

$$na_{\overline{n}|} = (Da)_{\overline{n}|} + \nu^{1}(Ia)_{\overline{n-1}|}$$

همواره برقرار است. اکنون با استفاده از نتایج بالا $(Da)_{\overline{n}|} = \frac{n-a_{\overline{n}|}}{i}$ نتیجه می‌شود. □

تمرین ۱ــ۱۵. با استدلالی مشابه مثال (۱ــ۲۶) نشان دهید ارزش فعلی یک مستمری کاهشی سرفصلی (که آن‌را با نماد $(D\ddot{a})_{\overline{n}|}$ نمایش می‌دهند) برابر $(D\ddot{a})_{\overline{n}|} = \frac{n-a_{\overline{n}|}}{i\nu}$ است.

تمرین ۱ــ۱۶. به کمک استدلال‌های مشابه مثال‌ها و تمرین‌های بالا، ارزش فعلی پیوسته صعودی (که با نماد $(I\bar{a})_{\overline{n}|}$ نشان داده می‌شود) و پیوسته نزولی (که با نماد $(D\bar{a})_{\overline{n}|}$ نشان داده می‌شود) را محاسبه کنید.

تمرین ۱ـ۱۷. با استفاده از مفهوم مستمری‌های درستی تساوی‌های زیر را به کمک استدلال نشان دهید.

$$\begin{aligned} {}_{m|}\ddot{a}_{\overline{n}|} &= \ddot{a}_{\overline{m+n}|} - \ddot{a}_{\overline{m}|} \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} &= ۱ + a_{\overline{n-۱}|} \\ a_{\overline{n}|} &= a_{\overline{\infty}|} - \nu^n a_{\overline{\infty}|} \\ a_{\overline{n}|} &= \ddot{a}_{\overline{\infty}|} - \nu^n \ddot{a}_{\overline{\infty}|} \end{aligned}$$

لازم به ذکر است در بسیاری از کاربردهای واقعی، در یک مستمری n ساله به‌جای پرداخت یک‌بار در سال، تعداد پرداخت‌ها m بار در سال است. به‌عبارت‌دیگر تعداد پرداخت‌ها این مستمری $m \times n$ خواهد بود. اگر پرداخت‌ها در انتهای هر بازه پرداخت شود (ته‌فصلی)، ارزش فعلی این مستمری برابر

$$a^{(m)}_{\overline{n}|} = \frac{۱ - \nu^n}{i^{(m)}}$$

خواهد بود. ولی اگر در ابتدای هر فصل پرداخت شود، ارزش فعلی آن

$$\ddot{a}^{(m)}_{\overline{n}|} = \frac{۱ - \nu^n}{i^{(m)}\ \sqrt[m]{\nu}}$$

است، که در آن $i^{(m)}$ با استفاده از معادلهٔ (۱ـ۳۴) و به کمک نرخ بهرهٔ سالانه i محاسبه می‌شود.

۱ـ۱۷ زیان‌های تصادفی گذشته‌نگر و آینده‌نگر

زیان تصادفی که در ادبیات بیم‌سنجی با عناوین مختلف، نظیر زیان تصادفی کلی، ارزش فعلی تصادفی، زیان تصادفی آتی و غیره یاد شده است، نقش اساسی در محاسبات بیم‌سنجی محصولات بلندمدت ایفا می‌کند. در این بخش به معرفی این مفهوم در قالب کلی‌تر زیان‌های تصادفی گذشته‌نگر و یا آینده‌نگر (آتی) می‌پردازیم.

به زبان ساده (ولی غیردقیق) هر دو زیان تصادفی آتی (یا زیان تصادفی آینده‌نگر) و زیان تصادفی گذشته‌نگر از تفاضل ارزش پرداختنی‌ها از ارزش زمانی دریافتنی‌ها، در یک

بیمه‌نامه در زمان t حاصل می‌شود. تنها تفاوت این دو مفهوم در آن است، که یکی ارزش زمانی گذشته بیمه‌نامه را محاسبه می‌کند، درحالی که دیگری ارزش زمانی آینده بیمه‌نامه را محاسبه می‌کند. تعریف زیر به‌صورت دقیق این دو متغیر تصادفی را معرفی می‌کند

تعریف ۱ـ۲۸. فرض کنید دنبالهٔ تصادفی $\{\Pi_x(s)\}_{s=0}^{T}$. نشانگر دریافتنی‌ها و دنبالهٔ تصادفی $\{Y_x(s)\}_{s=0}^{T}$. نشانگر پرداختنی‌ها به یک بیمه‌گذار باشدکه در x سالگی (پس از یک فرایند ارزیابی) یک بیمه‌نامهٔ T ساله خریداری کرده است. دو متغیر تصادفی ${}_tL_{\overline{x:T}|}^{Prospective}$ و ${}_tL_{\overline{x:T}|}^{Retrospective}$ که به‌صورت

$$
\begin{aligned}
{}_tL_{\overline{[x]:T}|}^{Prospective} &= P.V_t\left(\{Y_x(s)\}_{s=t}^{T}\right) - P.V_t\left(\{\Pi_x(s)\}_{s=t}^{T}\right) && (۱ـ۳۷)\\
{}_tL_{\overline{[x]:T}|}^{Retrospective} &= P.V_t\left(\{Y_x(s)\}_{s=0}^{t}\right) - P.V_t\left(\{\Pi_x(s)\}_{s=0}^{t}\right) && (۱ـ۳۸)
\end{aligned}
$$

تعریف می‌شود، به ترتیب زیان تصادفی آتی (یا زیان تصادفی آینده‌نگر) و زیان تصادفی گذشته‌نگر در دوره زمانی t ام گویند.

در تعریف (۱ـ۲۸) ارزش زمانی برای زیان تصادفی آتی بر اساس عامل‌های تنزیل محاسبه می‌شود، حال آنکه ارزش زمانی در زیان تصادفی گذشته‌نگر بر اساس عامل‌های انباشت محاسبه می‌شود.

اگر $t = 0$ باشد، به $L_{\overline{x:T}|}^{Prospective}$. زیان آتی تصادفی در زمان صدور گویند.

نکتهٔ ۱ـ۱۷. برای مدل‌های چندوضعیتی، برای هر وضعیت (غیرجاذب) زیان‌های تصادفی آتی و گذشته‌نگر برای دورهٔ زمانی t به‌صورت جداگانه محاسبه می‌شوند. اما برای مدل‌های ضایعات چندگانه، این دو زیان تصادفی تنها برای وضعیت فعال محاسبه می‌شوند.

زیان‌های تصادفی (در زمان صدور و در زمان t) کاربردهای زیادی در علم بیم‌سنجی دارد. شاید بتوان گفت محاسبهٔ حق‌بیمه و ذخیرهٔ ریاضی (یا ارزش بیم‌سنجی) یک محصول جزء ساده‌ترین کاربرد این متغیر تصادفی است.

تعریف ۱ـ۲۹. به حق‌بیمه‌ای که از برابر صفر قرار دادن امید ریاضی زیان تصادفی زمان صدور، یک محصول حاصل می‌شود، حق‌بیمهٔ خالص گویند.

در ادبیات بیم‌سنجی به معادله حاصل از برابر صفر قرار دادن امید ریاضی زیان تصادفی زمان صدور، معادلهٔ تعادل گویند. همچنین اگر زیان تصادفی بر اساس هزینه‌های مازاد

محاسبه شده باشد، به حق‌بیمهٔ ارائه شده بر اساس تعریف (۱ــ ۲۹) حق‌بیمهٔ ناخالص گویند.

همچنین با استفاده از توزیع زیان تصادفی یک بیمه‌نامه می‌توان حق‌بیمهٔ آن‌را محاسبه کرد. در ادامه این رویکرد معرفی می‌شود.

تعریف ۱ــ ۳۰. فرض کنید $\Phi_t(z) = P({}_tL_x \leq z)$ تابع توزیع تجمعی زیان تصادفی را در زمان t باشد. به $\pi_{۱-\alpha}^{Quantile}$ حق‌بیمهٔ چندک $\%(۱-\alpha)۱۰۰$ این بیمه‌نامه گویند، اگر

$$\pi_{۱-\alpha}^{Quantile} = \inf\{premium:\ \Phi_{\cdot}(\cdot) \geq ۱-\alpha\}.$$

البته با استفاده از روش‌های دیگری نظیر اصل‌واریانس و غیره نیز می‌توان حق‌بیمه را محاسبه کرد، برای آشنایی بیشتر به پاینده (۱۳۹۹) مراجعه کنید.

مزیت حق‌بیمهٔ‌چندکی (ارائه‌شده در تعریف ۱ ــ ۳۰) آن است که بیمه‌گر مطمئن است با دریافت این حق‌بیمه با احتمال حداقل $\%(۱-\alpha)۱۰۰$ زیان تصادفی او در زمان صدور منفی خواهد بود. به‌عبارت‌دیگر در زمان صدور بیمه‌گر از فروش بیمه‌نامه سود می‌برد.

متاسفانه به‌کارگیری روش چندکی معمولاً بسیار مشکل است. برای آشنایی با مشکلات این روش به مثال زیر توجه کنید.

مثال ۱ــ ۲۷. بیمه‌نامه‌ای را در نظر بگیرید که حق‌بیمهٔ آن به‌صورت یکجا دریافت می‌شود. همچنین فرض کنید مزایای این بیمه‌نامه پوشش هزینه‌های تصادفی درمان برای مدت T سال است. با فرض اینکه هزینه‌های تصادفی درمان فردی که در x سالگی این بیمه‌نامه را خریداری کرده است، در سال t قرارداد از توزیع نرمال با میانگین $\mu_x\delta_t$ و واریانس $\sigma^۲ = ۱$ پیروی کند. همچنین با فرض اینکه $\mu_x = ۱۰۰$ ،

$$\begin{aligned} \ln(\delta_t) &= \ln(۱/۲۷۲۹) + ۰/۰۲۹۸t \\ \mu_x(t) &= ۰/۰۰۰۵ + ۱۰^{۰/۰۳۸(x+t)-۴/۱۲} \end{aligned}$$

و نرخ بهره ٪۱۰ هستند. حق بیمهٔ این بیمه‌نامه را به روش چندکی محاسبه کنید.

حل. فرض کنید $\pi_{۱-\alpha}^{Quantile}$ و $Y_x(t)$ هزینه‌های تصادفی این بیمه‌نامه هستند. زیان تصادفی آینده‌نگر این محصول در زمان $t = ۰, ۱, \cdots, T$ برابر

$$ {}_tL_{\overline{[x]:T|}}^{Prospective} = \sum_{s=t}^{T} Y_{x+t}(s) I(T_x(t+s)|T_x > t) - \pi_{۱-\alpha}^{Quantile} I_{\{\cdot\}}(t).$$

برای محاسبهٔ توزیع تجمعی زیان تصادفی کافی است، مقدار احتمال

$$P(.L_{\overline{[x]:T|}}^{Prospective} \leq z)$$

را محاسبه کنیم. همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، محاسبهٔ احتمال، منوط به دانستن توزیع توام دو متغیر تصادفی T_x و $Y_x(t)$ است، که امری بسیار مشکل است. در این گونه مواقع از روش‌های شبیه‌سازی این حق‌بیمه را محاسبه می‌کنیم. □

همان‌گونه که قبلاً گفته شده با رویکرد گذشته‌نگر می‌توان هر آنچه را اتفاق افتاده است، مجدداً بررسی و به کمک آن درستی محاسبات را بررسی کرد. درحالی‌که به کمک رویکرد آینده‌نگر می‌توان حق‌بیمه، ذخایر ریاضی و سایر محاسبات بیم‌سنجی را برای آینده بیمه‌نامه انجام داد.

در تعریف (۱ ــ ۲۸) از دو واژه کلی «دریافتنی‌ها» و «پرداختنی‌ها» استفاده شد. منظور از دریافتنی‌ها حق‌بیمه و یا هر عایدی دیگری است که بیمه‌گر دریافت می‌کند.اما منظور از پرداختنی‌ها، مزایا و یا هزینه‌های سربار دیگری که بیمه‌گر برای امر بیمه‌گری باید پرداخت کند. اگر منظور از پرداختنی‌ها، تنها حق‌بیمه‌ها باشد و هزینه‌های سربار در نظر گرفته نشوند، به زیان‌های تصادفی (آینده‌نگر و گذشته‌نگر) زیان‌های تصادفی خالص گویند، در غیر این صورت آن‌ها را زیان‌های تصادفی ناخالص گویند. در ادامه برای سادگی، پرداختنی‌ها را تنها مزایا و تعهدات بیمه‌گر در نظر می‌گیریم.

مفهومی دیگری که برای ارزیابی یک محصول بلندمدت استفاده می‌شود، ارزش محصول است. در ادامه تعریف دقیق این مفهوم ارائه شده است.

تعریف ۱ ــ ۳۱. به امید ریاضی زیان تصادفی آتی (آینده‌نگر) و زیان تصادفی گذشته‌نگر در دورهٔ زمانی t ام ارزش آینده‌نگر و ارزش گذشته‌نگر محصول گفته و آن‌ها را به ترتیب با نمادهای ${}_t\nu_{\overline{[x]:T|}}^{Prospective}$ و ${}_t\nu_{\overline{[x]:T|}}^{Retrospective}$ نمایش می‌دهند.

اگر زیان تصادفی (آینده‌نگر یا گذشته‌گر) متناظر با ارزش (آینده‌نگر یا گذشته‌گر) خالص محصول باشد، در ادبیات بیم‌سنجی به ارزش (آینده‌نگر یا گذشته‌گر) محصول ذخیره (آینده‌نگر یا گذشته‌گر) گویند.

اکنون با ارائهٔ یک الگوریتم، چگونگی مشخص کردن زیان‌های تصادفی و ارزش متناظر با آن را برای یک محصول مشخص می‌کنیم.

الگوریتم ۱ـ۲. برای تعیین زیان‌های تصادفی (آینده‌نگر یا گذشته‌نگر) و ارزش متناظر با آن، برای یک محصول بلندمدت به ترتیب زیر عمل کنید:

(گام ۱) مشخصات محصول (نظیر طول قرارداد، مزایا، روش پرداخت آن‌ها، روش پرداخت حق‌بیمه و غیره)، مشخصات بیمه‌گذار (نظیر سن، آیا او پس از یک فرایند ارزیابی انتخاب می‌شود، مدت زمان اعتبار ارزیابی انجام‌شده و غیره) و مشخصات فنی (نظیر روش تعیین احتمال‌ها، توزیع خسارت‌ها، میزان و نوع سود، میزان سربار فنی و غیره) را دقیقاً مشخص کنید.

(گام ۲) یک دیاگرام خط‌زمانی افقی ترسیم کرده و بر اساس مشخصات محصول، مزایا، هزینه‌ها، حوادث و احتمال وقوع آن‌ها، زمان پرداخت حق‌بیمه‌ها، نرخ تنزیل (یا نرخ انباشت) در محورهای موازی مشخص شوند. بهتر است برای استانداردسازی روش نمایش، مزایا و هزینه‌ها در بالای خط‌زمانی و دریافتنی‌ها، حوادث (و احتمال‌های متناظر با آن‌ها) و نرخ تنزیل (یا نرخ انباشت) در زیر خط‌زمانی ترسیم شوند.

(گام ۳) با تنزیل (یا انباشت) کردن دریافتنی‌ها و پرداختنی‌ها در زمان t ارزش زمانی آن‌ها محاسبه، سپس با تفاضل آن‌ها زیان تصادفی (آینده‌نگر یا گذشته‌نگر) در زمان t را محاسبه کنید.

(گام ۴) بعد از گرفتن امید ریاضی نسبت به تمامی متغیرهای تصادفی، ارزش آینده‌نگر یا گذشته‌نگر) محصول را برای زمان t محاسبه کنید.

اکنون با ارائهٔ چند مثال چگونگی بکارگیری الگوریتم (۱ـ۲) را نشان می‌دهیم.

مثال ۱ـ۲۸. بیمه‌نامه‌ای را در نظر بگیرید که تنها هزینه‌های درمانی را برای T سال (به شرط زنده بودن بیمه‌گذار) پوشش می‌دهد. همچنین فرض کنید: حق‌بیمه‌ها به‌صورت سالانه در ابتدای هر سال ولی تمامی مزایای (هزینه‌های درمان) در انتهای سال می‌شوند. اگر بیمه‌گذاری در x سالگی بعد از طی کردن یک فرایند ارزیابی، موفق به خرید این بیمه‌نامه شده باشد، دیاگرام خط‌زمانی این بیمه‌نامه را ترسیم و بر اساس آن زیان تصادفی را در زمان t محاسبه کنید.

حل. برای سادگی در نمایش، فرض می‌کنیم: (۱) نرخ بهره در تمامی این سال‌ها عدد ثابت i ، (۲) حق‌بیمهٔ تمامی سال‌ها مقدار ثابت π و (۳) مجموع تصادفی $\sum_{j=1}^{N_t} Y_j$

مجموع هزینه‌های درمانی فرد طی سال t ام باشند. دو بخش شکل (۱ـ۱۱) زیان تصادفی این محصول را در زمان صدور (بخش ب) و زمان t (بخش آ) نمایش می‌دهند.
زیان تصادفی در زمان صدور برابر

$$L^{Prospective}_{\overline{[x]:T|}} = \sum_{j=1}^{T}\left[\sum_{l=1}^{N_j} Y_l\right] I_{[0,T]}(K_x+1)\nu^j - \sum_{j=0}^{T-1}\pi I_{[0,T]}(K_x+1)\nu^j. \qquad (۱ـ۳۹)$$

همچنین زیان‌های تصادفی آینده‌نگر و گذشته‌نگر به ترتیب برابر

$$\begin{aligned} {}_tL^{Prospective}_{\overline{[x]:T|}} &= \sum_{j=t+1}^{T}\left[\sum_{l=1}^{N_j} Y_l\right] I_{[0,T]}(K_x+1)\nu^j - \sum_{j=t}^{T-1}\pi I_{[0,T]}(K_x+1)\nu^j \qquad (۱ـ۴۰)\\ {}_tL^{Retrospective}_{\overline{[x]:T|}} &= \sum_{j=1}^{t}\left[\sum_{l=1}^{N_j} Y_l\right] I_{[0,T]}(K_x+1)\nu^{-j} - \sum_{j=0}^{t-1}\pi I_{[0,T]}(K_x+1)\nu^{-j} \end{aligned}$$

خواهند بود. با فرض استقلال تعداد و شدت خسارت‌ها از همدیگر، مستقل و هم‌توزیع بودن شدت خسارت‌ها، همچنین با فرض $\mathbf{E}(Y_1)=\mu$ و $\mathbf{E}(N_1)=\lambda$ ارزش محصول در زمان صدور برابر

$$\nu^{Prospective}_{\overline{[x]:T|}} = \lambda\mu\sum_{j=1}^{T} {}_jp_{[x]}\nu^j - \pi\sum_{j=0}^{T-1} {}_jp_{[x]}\nu^j. \qquad (۱ـ۴۱)$$

همچنین ارزش‌های آینده‌نگر و گذشته‌نگر این محصول به ترتیب برابر

$$\begin{aligned} {}_t\nu^{Prospective}_{\overline{[x]:T|}} &= \lambda\mu\sum_{j=t+1}^{T} {}_jp_{[x]}\nu^j - \pi\sum_{j=t}^{T-1} {}_jp_{[x]}\nu^j \qquad (۱ـ۴۲)\\ {}_t\nu^{Retrospective}_{\overline{[x]:T|}} &= \lambda\mu\sum_{j=1}^{t} {}_jp_{[x]}\nu^{-j} - \pi\sum_{j=0}^{t-1} {}_jp_{[x]}\nu^{-j} \end{aligned}$$

خواهند بود. که در آن‌ها $p_{[x]}=1$. و $\nu = 1/(1+i)$ هستند. □

نکتهٔ ۱ـ۱۸. در مورد مدل‌های چند وضعیتی این نکته قابل ذکر است که برای تمامی وضعیت‌های غیرجاذب باید ذخایر ریاضی محاسبه شوند.

لازم به ذکر است اگر زمان پرداخت مزایا بلافاصله بعد از تأیید باشد، بهتر است ابتدا تمامی پرداخت‌ها در آخر سال انباشت شوند، سپس از نتایج ارائه‌شده در این دو مثال استفاده کنید. به‌عبارت‌دیگر در محاسبات این دو مثال، متغیر تصادفی $Y_j^* = \int_{t-1}^{t} Y_j e^{\delta s} ds$ جایگزین متغیر تصادفی Y_j شود.

در مورد ذخایر ریاضی باید به این نکته اساسی اشاره شود که ذخیرهٔ ریاضی خالص در دو زمان عقد قرارداد و اتمام قرارداد برابر صفر خواهند بود. از نظر فنی ذخایر ریاضی در هر زمان بین عقد و اتمام قرارداد باید اعداد مثبتی باشند که میزان افزایشی بودن آن بسته به سن بیمه‌گذار و طول قرارداد (و البته سایر شرایط قرارداد) دارد. برای مثال اگر دقیقاً یک بیمه‌نامه برای دو بیمه‌گذار با اختلاف سنی معنی‌دار بسته شود، ذخیرهٔ ریاضی مربوط به فرد مسن‌تر به‌صورت معنی‌داری از فرد جوان‌تر بزرگ‌تر خواهد بود. همچنین هر قدر طول بیمه‌نامه بزرگ‌تر شود شیب افزایش (و سپس کاهش) منحنی مربوط به ذخایر ریاضی بیشتر خواهد شد. دو بخش شکل (۱ــ۱۲) این دو واقعیت را به تصویر کشیده‌اند.

نکتهٔ ۱ــ۱۹. همان‌گونه که گفته شد، ذخیرهٔ ریاضی یک قرارداد (همچنین تمامی وضعیت‌های محتمل آن) در طول قرارداد (به‌جزء در زمان صدور و زمان انقضا) باید بزرگ‌تر از صفر باشند. اگر این اصل اساسی برقرار نباشد، بیم‌سنج می‌تواند با تغییر حق‌بیمه، کاهش مزایا و یا کاهش طول قرارداد و یا کاهش مدت‌زمان پراخت حق‌بیمه، برقراری این اصل را تضمین کند.

پیتاکو (۲۰۱۴) یک بیمهٔ ازکارافتادگی (که تنها دو وضعیت فعال و ازکارافتاده دارد) ۱۰ ساله را در نظر گرفت. او نشان داد ذخیرهٔ ریاضی وضعیت فعال برای بیمه‌گذاری که در ۳۰ سالگی اقدام به خرید این بیمه‌نامه می‌کند، منفی است. البته این مشکل برای وضعیت «ازکارافتادگی» او ایجاد نمی‌شود (بخش‌های آ و ب شکل، ۱ــ۱۳ را ملاحظه کنید). برای رفع این مشکل او پیشنهاد کاهش مدت‌زمان پرداخت حق‌بیمه را از ۱۰ سال به ۷ ارائه کرد. همان‌گونه که بخش (د) شکل (۱ــ۱۳) نشان می‌دهد، با اعمال این تغییر کوچک، مشکل منفی بودن ذخیره ریاضی وضعیت «فعال» این بیمه‌گذار مرتفع می‌شود.

چگونگی برقراری اصل اشاره‌شده در نکته (۱ــ۱۹) را با کاهش مدت زمان پرداخت حق‌بیمه نشان می‌دهد.

نکتهٔ ۱ـ۲۰. در عمل زیان تصادفی و طبعاً ذخیرهٔ ریاضی، برای زمان‌های صحیح (سال‌های قرارداد) محاسبه می‌شوند. در برخی از موارد نظیر زمان‌های ارزیابی بندهای گزارش‌های فنی، مالی و یا محاسبهٔ صورت‌های مالی یک شرکت، این کمیت‌ها باید برای کسری از سال محاسبه شوند. یکی از ساده‌ترین رویکردها برای محاسبهٔ آن‌ها برای زمان‌های کسری استفاده از روش‌های درون‌یابی است.

مثلاً اگر علاقه‌مند به محاسبهٔ ذخیرهٔ ریاضی ${}_{t+r}\nu$ ، که در آن $t = ۰, ۱, ., T$ و $r \in (۰, ۱)$ هستند، باشیم. با استفاده از رویکرد درون‌یابی خطی، این کمیت برابر ${}_{t+r}\nu = (۱ - r){}_t\nu + r_{t+۱}\nu$ خواهد بود. متأسفانه این استدلال نادرست است، زیرا معمولاً حق‌بیمه‌ها بلافاصله بعد از شروع سال تقویمی یک قرارداد پرداخت می‌شوند، بنابراین میزان ذخیرهٔ ریاضی سال t ام قرارداد بعد از اخذ حق‌بیمهٔ این سال (π_t) برابر ${}_{t^+}\nu = {}_t\nu + \pi_t$ خواهد بود. به‌عبارت‌دیگر بین دو زمان t و t^+ ذخیرهٔ ریاضی تغییر پیدا می‌کند. به همین دلیل در رویکردهای مبتنی بر درون‌یابی به جای استفاده از ${}_t\nu$ باید از ${}_{t^+}\nu$ استفاده کرد. بر این اساس درون‌یابی خطی بالا باید به‌صورت

$$\begin{aligned} {}_{t+r}\nu &= (۱ - r)_{t^+}\nu + r_{t+۱}\nu \\ &= (۱ - r)\left[{}_t\nu + \pi_t\right] + r_{t+۱}\nu \\ &= \left[(۱ - r)_t\nu + r_{t+۱}\nu\right] + (۱ - r)\pi_t \end{aligned} \tag{۱ـ۴۳}$$

محاسبه شود.

نکتهٔ جالب توجه در درون‌یابی خطی (۱ـ۴۳) آن است که بخش $(۱ - r)\pi_t$ همان ذخیرهٔ حق‌بیمه‌عایده‌نشده (محاسبه‌شده به روش کسری از سال) است.

۱ـ۱۷ـ۱ تعدیل محاسبات بیم‌سنجی طی قرارداد

در هنگام محاسبهٔ کمیت‌های بیم‌سنجی برای یک قرارداد بلندمدت، بیم‌سنج فرضیاتی در مورد پارامترهای اساسی بیمه‌نامه، نظیر کمیت‌های دموگرافی (مرگ‌ومیر، ازکارافتادگی و غیره)، کمیت‌های فنی قرارداد (مدل هزینه‌ها، نرخ بهره، نرخ تورم و غیره) و سایر کمیت‌ها در نظر گرفته و بر اساس آن‌ها اقدام به انجام محاسبه‌ی آن کمیت‌ها می‌کند. واضح است که این مفروضات در عمل محقق نمی‌شوند و در اکثر مواقع آن‌ها با تغییرات اساسی همراه‌اند. برای مثال با توجه به نرخ تورم، پیشرفت‌های پزشکی، تغییر در سطح

رفاه جامعه و غیره، هزینه‌های درمانی و یا نرخ مرگ‌ومیر به‌صورت معنی‌داری تغییر پیدا می‌کنند.

در این‌گونه مواقع دو رویکرد تعدیلی در مقابل بیم‌سنج وجود دارد

رویکرد پیش‌گویی روندها: در این رویکرد بیم‌سنج روند کمیت‌هایی را که تغییر پیدا کرده‌اند مجدداً مشخص کرده و بر اساس روندهای جدید محاسبات قبلی را تصحیح می‌کند.

رویکرد تعدیل پسینی: در این رویکرد بیم‌سنج در هنگام عقد قرارداد شاخص‌های مشخص و در شرایط تخصصی قرارداد آن‌ها را می‌گنجاند. سپس تمامی محاسبات خود را بر اساس مقدار آن شاخص‌ها در طی قرارداد انجام می‌دهد.

رویکرد ترکیبی: بیم‌سنج بر اساس ترکیب دو رویکرد بالا، تصحیح‌های لازم را انجام می‌دهد.

رویکرد تعدیل پسینی را اولین بار پنتی‌کاین (۱۹۶۸) معرفی کرد. سپس مبانی بیم‌سنجی آن توسط پیتاکو (۱۹۹۹) ارائه شد.

در تمامی سه رویکرد معرفی‌شده، بعد از تعدیل ممکن است (مقدار یا تعداد) برخی از مزایا، مقدار یا روش پرداخت حق‌بیمه و یا طول قرارداد (برای تمام یا برخی از بیمه‌گذاران) تغییر پیدا کند. به همین دلیل بیمه‌گر باید آمادگی لازم برای پاسخگویی به مشتریان خود را داشته باشد. خوشبختانه در رویکرد تعدیل پسینی، شاخص‌های تعدیل و چگونگی محاسبهٔ آن‌ها در متن قرارداد تصریح شده‌اند، به همین دلیل بیمه‌گر تنها تغییر در شاخص‌ها را باید به تایید بیمه‌گذاران (نمایندگان آن‌ها یا مراجع ذی‌صلاح) برساند. به همین دلیل این رویکرد بیشتر مورد استقبال بیمه‌گران قرار می‌گیرد.

تعریف ۱ـ۳۲. به تابع نامنفی ${}_tJ_x^{[k],(i)}$ که میزان تغییر در شرایط مربوط به کمیت k ام قرارداد، در سال t ام قرارداد، هنگامی که بیمه‌گذار در آن سال در وضعیت i است، به شرط آنکه سن او در زمان عقد قرارداد x سال باشد، شاخص تعدیل پسینی گویند.

همان‌گونه که گفته شد شاخص تعدیل پسینی، ارائه‌شده در تعریف (۱ـ۳۲) می‌تواند بر روی تمامی بخش‌های قرارداد، نظیر حق‌بیمه، مزایا، طول قرارداد وغیره تأثیر بگذارد. شاخص تعدیل پسینی تنها بر روی زیان‌های تصادفی آینده‌نگر (ذخایر ریاضی آینده‌نگر)

و به‌صورت $1 + {}_tJ_x^{[k],(i)}$ بر روی کمیت‌ها مربوطه اعمال می‌شود. با ارائهٔ یک مثال چگونگی اعمال این شاخص را در عمل نشان می‌دهیم.

مثال ۱ـ۲۹. (ادامهٔ مثال، ۱ـ۲۸) بیمه‌نامهٔ معرفی‌شده در مثال (۱ـ۲۸) را در نظر بگیرید. فرض کنید بیمه‌گر در هنگام عقد قرارداد تغییر حق‌بیمه در سال t ام قرارداد را منوط به تغییر شاخص تعدیل پسینی مزایا (هزینه‌های درمانی) ${}_tJ_x^{[Ben]}$ کرده باشد، میزان تغییرات حق‌بیمهٔ این قرارداد در سال t ام، را برای بیمه‌گذاری که در x سالگی این بیمه‌نامه را خریداری کرده است، محاسبه کنید.

حل. برای سادگی فرض کنید ${}_tBen_{\overline{[x]+t:T-t|}}$ و ${}_tPrem_{\overline{[x]+t:T-t|}}$ به ترتیب، ارزش بیم‌سنجی مزایا و حق‌بیمه‌های این قرارداد را در زمان t نشان می‌دهند. همچنین فرض کنید، شاخص تعدیل پسینی ذخایر و حق‌بیمه‌ها را به ترتیب ${}_tJ_x^{[Res]}$ و ${}_tJ_x^{[Prem]}$ نشان می دهیم. بر اساس تعریف ذخایر (با تعدیل و بدون تعدیل) در سال t ام دو معادلهٔ

$$\begin{aligned} {}_t\nu_{\overline{[x]+t:T-t|}} &= {}_tBen_{\overline{[x]+t:T-t|}} - {}_tPrem_{\overline{[x]+t:T-t|}} \qquad (۱ـ۴۴)\\ {}_t\nu_{\overline{[x]+t:T-t|}}\left(1 + {}_tJ_x^{[Res]}\right) &= {}_tBen_{\overline{[x]+t:T-t|}}\left(1 + {}_tJ_x^{[Ben]}\right) - {}_tPrem_{\overline{[x]+t:T-t|}}\left(1 + {}_tJ_x^{[Prem]}\right) \end{aligned}$$

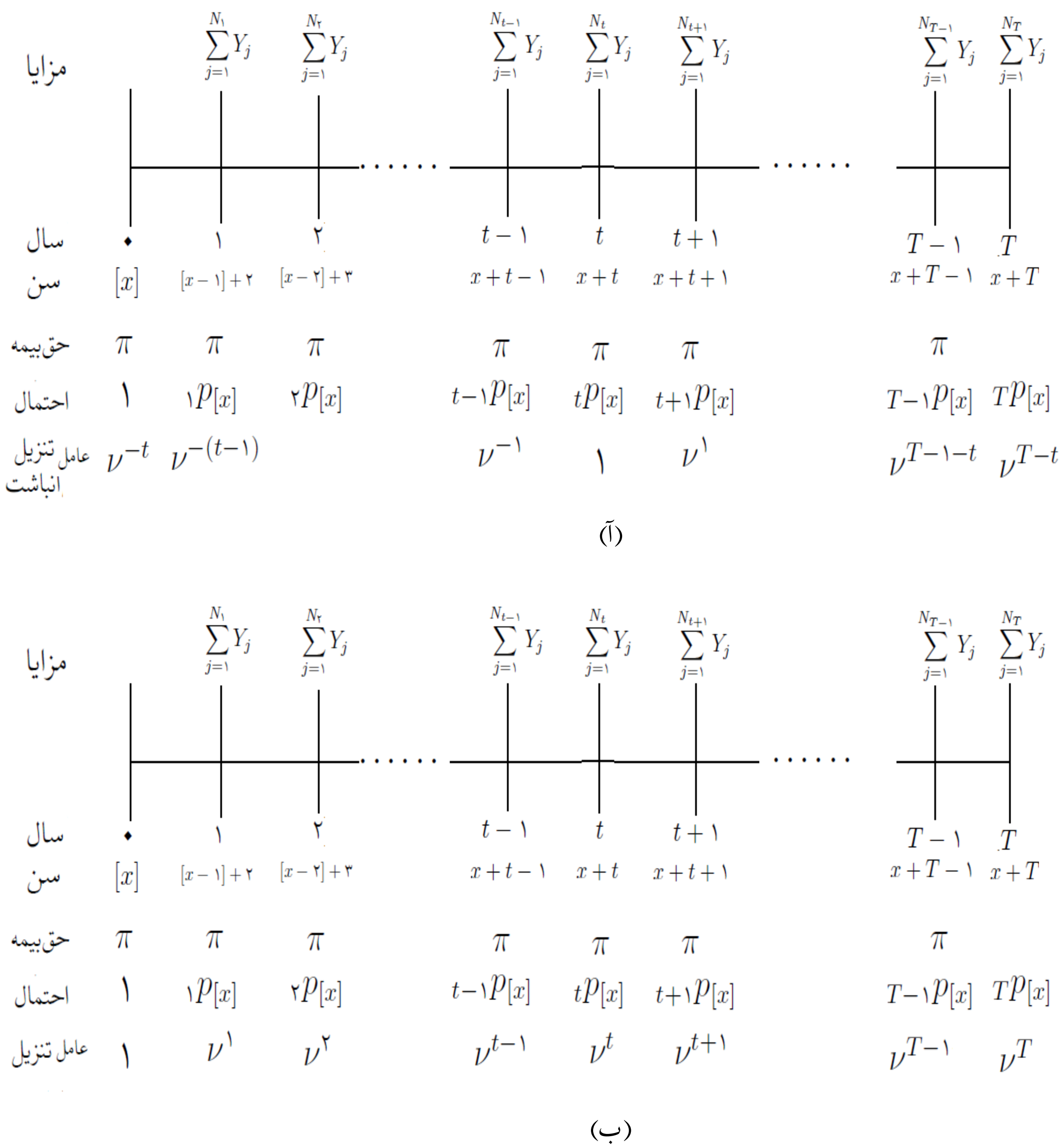
حاصل می‌شود. از حل این دو معادله جواب

$$\begin{aligned} {}_tJ_x^{[Ben]} &= \frac{{}_t\nu_{\overline{[x]+t:T-t|}}}{{}_t\nu_{\overline{[x]+t:T-t|}} + {}_tPrem_{\overline{[x]+t:T-t|}}}\,{}_tJ_x^{[Res]} \qquad (۱ـ۴۵)\\ &\quad + \frac{{}_tPrem_{\overline{[x]+t:T-t|}}}{{}_t\nu_{\overline{[x]+t:T-t|}} + {}_tPrem_{\overline{[x]+t:T-t|}}}\,{}_tJ_x^{[Prem]} \end{aligned}$$

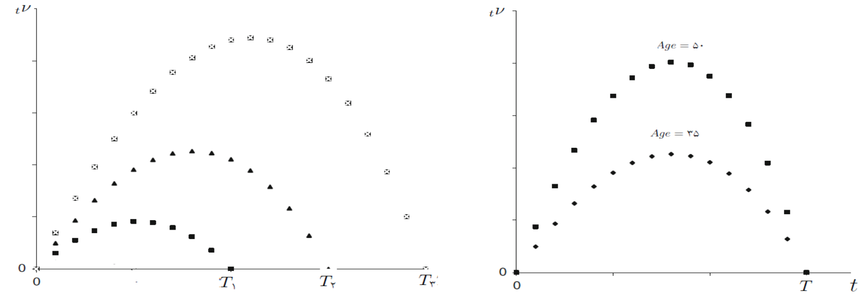
حاصل می‌شود. این معادله نشان می‌دهد که شاخص مزایا، میانگین وزنی از دو شاخص ذخایر و حق‌بیمه‌ها است.

برای استفاده از معادلهٔ (۱ـ۴۵) علاوه بر معمول بودن شاخص مزایا باید یکی دیگر از دو شاخص ذخایر و یا حق‌بیمه‌ها را داشته باشیم. مگر آنکه تمامی این سه شاخص را برابر در نظر بگیریم. برای مثال ورکای‌سی و همکاران (۲۰۱۲) ارتباط بین دو شاخص مزایا و حق‌بیمه‌ها را به‌صورت ${}_tJ_x^{[Prem]} = (1+\alpha){}_tJ_x^{[Ben]}$ تعریف کردند. بر این اساس اگر $\alpha = ۰/۵$ باشد، افزایش ۴ درصدی هزینه‌های درمانی، باعث افزایش ۶ درصدی حق‌بیمه‌ها خواهد شد. □

تمرین ۱ـ۱۸. بیمه‌نامهٔ ارائه شده در مثال (۱ـ۲۸) را در نظر بگیرید. با تعریف شاخص تعدیل پیشینی برای مزایا، حق‌بیمه‌ها و ذخایر تمامی وضعیت‌ها، ارتباط بین این شاخص‌ها را به‌دست آورید.

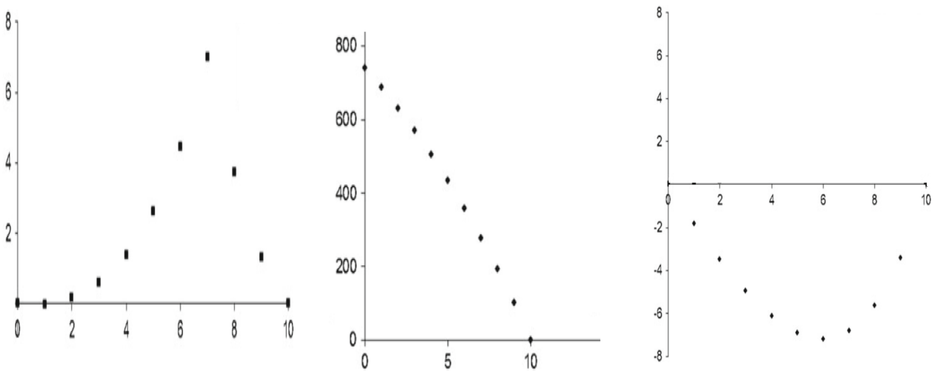


شکل ۱ـ۱۱: بخش (آ) دیاگرام خطزمانی در زمان t و (ب) دیاگرام خطزمانی در زمان صدور، مربوط به مثال (۱ـ۲۸)



(ب) (آ)

شکل ۱ـ۱۲: مقایسه ذخایر ریاضی بر اساس سن (بخش آ) و طول قرارداد (بخش ب)، که در آن‌ها $T_۱ < T_۲ < T_۳$ هستند.



(ج) (ب) (آ)

شکل ۱ـ۱۳: ذخایر ریاضی (وضعیت فعال، بخش آ و وضعیت ازکارافتاده، بخش ب) یک بیمه‌نامه ازکارافتادگی ۱۰ ساله برای بیمه‌گذاری که در سن ۳۰ سالگی بیمه‌نامه را خریداری می‌کند، بخش (د) ذخیره ریاضی وضعیت فعال این بیمه‌گذار بعد از کاهش مدت زمان پرداخت حق‌بیمه از ۱۰ سال به ۷ سال، (پیتاکو ۲۰۱۴)

بخش اول
نظام‌های سلامت

فصل ۲

مقدمه‌ای بر نظام‌های سلامت

این فصل به معرفی اجمالی بیمه‌ها و نظام‌های سلامت می‌پردازد. اجزاء یک نظام سلامت، چگونگی تأمین مالی یک نظام سلامت، چگونگی پرداخت در یک نظام سلامت، روش‌های مختلف برای دسته‌بندی نظام‌های سلامت و معرفی نظام‌های سلامت چندین کشور منتخب از جمله مطالبی است که در این فصل به آن‌ها پرداخته خواهد شد. مطالعهٔ دقیق این فصل باعث می‌شود، خواننده درک عمیق‌تری نسبت به روش‌های مدل‌بندی یک نظام سلامت پیدا کند.

۲ـ۱ بیمه و نظام‌های سلامت

بیمهٔ سلامت یا بیمهٔ درمان، بیمه‌ای است که تمام یا بخشی از ریسک‌های مرتبط با هزینه‌های درمان (یا هزینه‌هایی که به دلیل بیماری به یک فرد وارد شده است) را پوشش می‌دهد. تعریف‌های بسیار زیادی برای بیمه سلامت ارائه شده است، در ادامه تعریف انجمن بیمهٔ سلامت آمریکا را به‌عنوان تعریف بیمهٔ سلامت ارائه می‌کنیم.

تعریف ۲ـ۱. بیمهٔ سلامت (یا درمان) پوششی است که پرداخت مزایای مربوط به بیماری یا جراحت را انجام می‌دهد. این بیمه شامل خسارت‌های ناشی از تصادف، هزینه پزشکی، ازکارافتادگی یا مرگ‌ومیر ناشی از حادثه نیز می‌شود (کس‌تون، ۲۰۱۷).

بیمهٔ سلامت (یا درمان) بین یک بیمه‌گر (بیمه‌گر خصوصی، دولت یا سازمان غیرانتفاعی) و یک فرد یا حامی او (یک کارفرما یا یک انجمن) منعقد می‌شود. بیمه‌های سلامت

می‌توانند اختیاری یا اجباری باشند. همچنین طول قرارداد، نوع و میزان خدمات بیمه‌های سلامت می‌توانند بسیار متنوع باشند.

تقاضا برای بیمه‌های سلامت را می‌توان در دو سطح فردی و جمعیتی مورد مطالعه قرار داد.

در سطح فردی: تقاضا برای بیمه‌های سلامت نشان‌دهندهٔ آموزش شخصی و نگرش به سلامتی است. بنابراین میزان استفاده از بیمه‌های سلامت می‌تواند در بین افراد یک جامعه از تنوع قابل توجهی برخوردار باشد.

در سطح جمعیتی: ساختار سنی، رفاهی و غیره یک جمعیت می‌توانند عوامل تعیین‌کننده در میزان استفادهٔ آن‌ها از بیمه‌های درمان باشند.

در ادامه برخی از واژه‌های تخصصی بیمهٔ سلامت تعریف می‌شوند.

تعریف ۲ـ۲. حق‌بیمه مبلغی است که صاحب بیمه‌نامه یا حامی او (مثلاً یک کارفرما یا یک انجمن خیریه) برای خرید پوشش سلامت (درمانی) به برنامه سلامت پرداخت می‌کند.

ممکن است برخی از بیمه‌های اجتماعی در قالب برنامه‌های رفاهی تعریف شوند، بنابراین ممکن است در آن‌ها حق‌بیمه دریافت نشود. برای محاسبهٔ حق‌بیمه معمولاً عواملی نظیر سن، شغل، میزان سلامت، محل سکونت و غیره در نظر گرفته می‌شود. در آمریکا طبق قوانین PPACA[۱] (که گاه از آن با عنوان «اوباماکر» نیز یاد می‌شود) بخشی از حق‌بیمهٔ افرادی که بیمه‌های خصوصی سلامت خریداری می‌کنند، در قالب اعتبارهای مالیاتی به آن‌ها بازپرداخت می‌شود (برای کسب اطلاعات بیشتر به تامپسون، ۲۰۱۴ یا گزارش PPACA، ۲۰۱۰ مراجعه کنید).

تعریف ۲ـ۳. کسرپذیری مبلغ (یا درصدی است) که بیمه‌شده باید قبل از دریافت هزینه‌های درمان خود از بیمه‌گر، از جیب خود پرداخت کند.

به‌عنوان مثال، اگر میزان کسرپذیری مبلغ ۷۵۰۰ دلار (برای سال) باشد، ممکن است بیمه‌گذار قبل از عبور از کسرپذیری مجبور به پرداخت هزینه‌های چندین ویزیت پزشک یا نسخهٔ دارویی شود. اگر میزان کسرپذیری ٪۲۰ باشد، بیمه‌شده مجبور به پرداخت ٪۲۰ از هزینه‌ها و شرکت بیمه ٪۸۰ دیگر را پرداخت می‌کند. اگر سقفی برای کسرپذیری وجود داشته باشد، بیمه‌شده باید تا آن سقف پرداخت کند.

[۱] Patient Protection and Affordable Care Act

تعریف ۲ـ۴. مشارکت در پرداخت مبلغی است که شخص بیمه‌شده باید قبل از دریافت خدمات درمانی از جیب خود به ارائه کننده خدمات پرداخت کند.

مبلغ مشارکت در پرداخت، معمولاً یک مقدار ثابت است و هر بار بیمه‌گذار آن‌را پرداخت می‌کند. مثلاً اگر مقدار مشارکت در پرداخت برای ویزیت پزشک ۴۵ دلار باشد، بیمه‌گذار هربار که به پزشک مراجعه می‌کند، باید مبلغ ۴۵ دلار از جیب پرداخت کند.

تعریف ۲ـ۵. فرانشیز (یا کسرپذیری فرانشیز) مبلغی (یا درصدی از سرمایه بیمه‌نامه) است که تا زمانی که مقدار یک خسارت از آن مبلغ بالاتر نرود، بیمه‌گر هیچ مبلغی برای بازپرداخت آن خسارت پرداخت نخواهد کرد. اما بعد از عبور خسارت از مبلغ فرانشیر، تمام خسارت به او پرداخت خواهد شد (کالک‌من و همکاران، ۲۰۱۹).

برای مثال اگر مبلغ فرانشیز ۲۰ هزار دلار باشد، بیمه‌گر برای خسارتی با مبلغ ۱۹۹۰۰ دلار هیچ مبلغی پرداخت نمی‌کند، اما او برای خسارتی معادل ۲۰۵۰۰ دلار، تمام خسارت را پرداخت می‌کند.

نکتهٔ ۲ـ۱. متأسفانه در ادبیات بیمه‌ای گاه واژهٔ «کسرپذیری» به اشتباه به‌جای واژهٔ «فرانشیز» استفاده می‌شود. این در حالی است که این دو واژه مفهوم کاملاً متفاوتی دارند.

برخی از بیمه‌های سلامت حداکثر سقف پوشش (سالانه یا تمام‌عمر) برای تمام یا برخی از خدمات خود دارند. این بدان معنی است که در بازهٔ زمانی مشخص‌شده، میزان پرداختی‌های بیمه‌گر نمی‌تواند از سقف پوشش مشخص‌شده، بیشتر شود. همچنین اگر در بیمه‌نامه مبلغی با عنوان «حداکثر هزینه خارج از جیب» مشخص شده باشد، این بدان معنی است که اگر مجموع مبالغ پرداختی بیمه‌گذار از آن مقدار فراتر رود، مابقی هزینه‌ها را بیمه‌گر باید پرداخت کند.

تعریف ۲ـ۶. سرانه مبلغی است که بیمه‌گر به ارائه‌دهندهٔ خدمات درمانی پرداخت می‌کند. در مقابل دریافت سرانه، ارائه‌دهنده متعهد به ارائه خدماتی مشخص به بیمه‌گذاران معرفی‌شده توسط بیمه‌گر است.

اگر بیمه‌گر فهرستی از ارائه‌دهندگان خدمات درمانی مورد وثوق خود را به بیمه‌گذاران خود ارائه کند، در ادبیات بیم‌سنجی، به آن‌ها «ارائه‌دهندگان درون شبکه» و به سایرین

«ارائه‌دهندگان خارج شبکه» گویند. همچنین در ادبیات بیم‌سنجی، به فهرست داروهای تحت پوشش یک بیمه‌گر «فرمولاری» گویند.

بیمه‌های سلامت در قالب نظام‌های سلامت توسط بیمه‌گران این حوزه ارائه می‌شوند. بیمه‌گران لزوماً شرکت‌های بیمهٔ تجاری نیستند، بلکه می‌توانند شرکت‌های تجاری، دولت‌ها یا سازمانی غیرانتفاعی باشند. همانند تمام کسب‌وکارها، بیمه‌گران حوزه سلامت باید بر اساس برآورد خود از هزینه‌ها و چگونگی تأمین مالی خود، یک ساختار مالی منظم برای خود تهیه و بر اساس آن عمل کنند.

تعریف سازمان بهداشت جهانی از یک نظام سلامت را به شرح زیر است:

تعریف ۲ـ۷. یک نظام (یا سیستم) مراقبت‌های سلامت شامل همه سازمان‌ها، افراد و اقداماتی است که هدف اصلی آن‌ها ارتقا، احیا یا حفظ سلامت جامعهٔ هدف است.

در برخی از منابع، نظام سلامت را گاه با عناوینی چون سیستم بهداشتی، سیستم مراقبت‌های بهداشتی، سیستم بهداشت و درمان نیز نام‌گذاری کرده‌اند.

فعالیت‌های نظام سلامت شامل تلاش برای تأثیرگذاری بر عوامل مؤثر در سلامت و همچنین فعالیت‌های مستقیم‌تر در جهت بهبود سلامتی نیز می‌شود. بنابراین بر اساس تعریف سازمان بهداشت جهانی، نظام سلامت بیش از مجموعه‌ای از امکانات عمومی است که خدمات درمانی به اشخاص ارائه می‌کند. همچنین بر اساس استانداردهای سازمان بهداشت جهانی، تداوم در ارائهٔ مراقبت‌های بهداشتی، پاسخگویی به انتظارات جامع سلامت، قابل قبول بودن خدمات ارائه‌شده و ارائهٔ عملکرد شفاف و منصفانه برای بودجه‌بندی امور بهداشتی اهداف نظام سلامت است. همچنین این سازمان، ارائهٔ خدمات مرتبط با سلامت، تولید منابع، تأمین اعتبار و مدیریت، را چهار رکن اصلی و حیاتی نظام سلامت می‌داند. به گونه‌ای که پیشرفت و ارتقا نظام سلامت تنها از طریق بهبود این چهار رکن اصلی امکان‌پذیر است.

از طرف دیگر نظام‌های سلامت یک کشور در رشد اقتصادی و بهره‌وری نیروی کار آن کشور نقش بسزایی ایفا می‌کنند. این امر به این دلیل است که وضعیت سلامت جمعیت بر نیروی کار تأثیر می‌گذارد، بنابراین به‌صورت مستقیم یا غیرمستقیم عامل مهمی در تغییر بهره‌وری در آن کشور خواهد بود.

در دنیا طیف وسیعی از نظام‌های سلامت وجود دارد. این نظام‌ها بر اساس جامعهٔ هدف، روش تأمین مالی، نوع خدمات و غیره از یکدیگر متمایز می‌شوند. به‌وضوح

نمی‌توان نظام سلامت یک کشور را برای کشورهای دیگر مورد استفاده قرار داد، بلکه به‌طور ضمنی می‌توان گفت: «ملت‌ها باید نظام‌های بهداشتی خود را مطابق با نیازها و منابع خود طراحی و توسعه دهند». همانند سایر ساختارهای اجتماعی، نظام‌های بهداشتی منعکس‌کنندهٔ تاریخ، فرهنگ و اقتصاد کشورهایی هستند که در آن توسعه یافته‌اند. این ویژگی‌ها باعث پیچیدگی آن‌ها، عدم مقایسه‌پذیری آن‌ها و سرانجام مانع ارائه یک استاندارد جهانی برای ارزیابی عملکرد یک نظام سلامت می شود (وایت، ۲۰۱۵).

تعریف ۲ــ۸. سیستم‌های تک‌پرداخت‌کننده نوعی نظام مراقبت بهداشتی است که تمام هزینه‌های مراقبتی توسط یک سیستم عمومی (یک پرداخت‌کننده) پرداخت می‌شود.

سیستم‌های تک‌پرداخت‌کننده ممکن است برای ارائهٔ خدمات بهداشتی و درمانی از سازمان‌های خصوصی (نظیر کانادا) یا از منابع و پرسنل خود (مانند انگلستان و اسپانیا) استفاده کنند. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این سیستم‌ها به لیو و همکاران (۲۰۱۷) مراجعه کنید.

تعریف ۲ــ۹. نظام‌های مراقبتی جامع که به آن پوشش جامع نیز می‌گویند، نوعی نظام مراقبتی هستند که تمامی ساکنان یک کشور یا یک منطقهٔ خاص را تحت پوشش خدمات بهداشتی قرار می‌دهند.

برخی از نظام‌های مراقبتی جامع دارای بودجه دولتی هستند، درحالی‌که برخی دیگر بر اساس الزامی که برای خرید بیمه‌های خصوصی درمان توسط همه شهروندان وجود دارد، ایجاد می‌شوند.

۲ــ۲ سیاست‌های یک نظام سلامت

سیاست‌های یک نظام سلامت را می‌توان به‌عنوان «تصمیم‌ها، برنامه‌ها و اقداماتی که برای دستیابی به اهداف آن نظام سلامت خاص اتخاذ می‌شود» تعریف کرد. از نظر سازمان بهداشت جهانی، یک سیاست سلامت باید:

(۱) چشم‌اندازی از آینده را مشخص کند،

(۲) اولویت‌ها و نقش‌های مورد انتظار گروه‌های مختلف را دقیقاً تشریح کند،

(۳) باعث ایجاد اجماع و اطلاع‌رسانی به مردم شود (ولیا و کوی‌وسالو ۲۰۰۲).

سیاست‌های مربوط به سلامت و اجرای آن پیچیده هستند، تنها به کمک مدل‌های مفهومی می‌توان چگونگی اجرای و اجرای این سیاست‌ها را به تصویر کشید. معمولاً سیاست‌های حوزهٔ سلامت فراتر از یک برنامه یا نوعی مداخله هستند. به زبان ساده، سیاست‌های این حوزه را می‌توان مجموعه‌ای از قوانین، مقررات، دستورالعمل‌ها و هنجارهای اداری دانست، که دولت‌ها از آن‌ها برای پیشبرد اهداف خود استفاده می‌کنند (کراس و همکاران، ۲۰۰۱).

هاردی و همکاران (۲۰۱۲) توصیه می‌کنند در ارزیابی سیاست‌های مرتبط با سلامت در یک کشور، همواره پایداری سیاست‌ها در طول زمان مورد توجه قرار گیرند.

در دیدگاه مدرن منظور از مراقبت‌های مرتبط با سلامت، دسترسی مناسب و کافی به متخصصان حوزهٔ سلامت (در تمام تخصص‌ها)، فناوری‌های پزشکی (نظیر داروها و تجهیزات لازم) و آخرین دستاوردهای حوزه سلامت (حاصل از آخرین تحقیقات) است. در بسیاری از کشورها مراقبت‌های حوزهٔ سلامت به افراد واگذار شده است، آن‌ها با پرداخت مستقیم هزینه‌ها، دسترسی خود را از خدمات حوزهٔ سلامت از طریق بخش خصوصی فراهم می‌کنند. در مقابل بسیاری از کشورها برای اطمینان از دسترسی تمامی شهروندهای خود به مراقبت‌های مرتبط با سلامت، دارای سیاست‌های مستقیم و صریح هستند. برخی از این سیاست‌ها عبارت‌ند از: تأمین بودجه تحقیقات مرتبط با سلامت، برنامه‌ریزی به منظور کافی و مناسب بودن مراکز ارائه خدمات، ایجاد سیستم‌های مناسب و کارا برای توزیع فن‌آوری‌های پزشکی در سراسر جامعه و غیره.

همواره استدلال‌هایی در سطح ملی یا بین‌المللی له یا علیه سیاست‌های حوزهٔ سلامت وجود دارد. این استدال‌ها را می‌توان در دو زمینهٔ کلی فلسفی و اقتصادی دسته‌بندی کرد.

فلسفی: در زمینه فلسفی، محققانی با استناد به اعلامیهٔ جهانی حقوق بشر سازمان ملل متحد، دسترسی کافی به خدمات سلامت را جزء حقوق اولیهٔ فرد می‌دانند (گزارش سازمان جهانی بهداشت (۲۰۰۷). در مقابل محققان دیگر دخالت دولت‌ها در حوزهٔ سلامت را ناقض حق حریم خصوصی پزشکان و بیماران می‌دانند. همچنین آن‌ها اعتقاد دارند: داشتن یک بیمهٔ درمانی عمومی اجباری، حق تک‌تک بیماران را برای در اختیار گذاشتن درآمد خود و هزینه کردن آن طبق خواستهٔ خود، نفی می‌کند (لو و همکاران، ۲۰۱۰).

اقتصادی: از نظر اقتصادی، افرادی که موافق وجود سیاست‌های حوزهٔ سلامت در دولت‌ها هستند، دلایل خود را به‌صورت دسترسی و پایداری این خدمات برای تمام افراد جامعه، ترغیب دولت‌ها برای اجرای سیاست‌های پیشگیرانه برای کاهش هزینه‌ها، کاهش هزینه‌های مرتبط با واسطه‌گری و تمرکز بیشتر ارائه‌کنندگان خدمات بر روی کار اصلی خود ذکر می‌کنند. در مقابل، افراد مخالف با این سیاست‌ها دلایل مخالف خود را به‌صورت تصور رایگان بودن خدمان درمانی منجر به استفادهٔ بیش از حد از خدمات، توجیه افزایش میزان مالیات توسط دولت‌ها ذکر می‌کنند (سابل‌اسمیت و همکاران، ۲۰۱۸).

۲ـ۳ دسته‌بندی نظام‌های سلامت

نظام‌های سلامت را به روش‌های مختلف می‌توان از هم متمایز کرد. در ادامه برخی از روش‌های دسته‌بندی نظام‌های سلامت را بررسی می‌کنیم.

دسته‌بندی از نظر حقوقی

از نظر حقوقی، نظام‌های سلامت را می‌توان به سه دستۀ زیر تقسیم کرد:

۱ـ تعاون همگانی: در این نوع نظام هیچ سازمان یا نهادی ویژگی خاص یا برگزیده‌ای ندارد، بلکه همه عناصر کشور به نحوی در ارائهٔ خدمات بهداشتی و درمانی دخالت دارند. درآمد این نظام سلامت عموماً از طریق مالیات‌های عمومی حاصل می‌شود.

۲ـ مبتنی بر بیمه: عنصر اصلی این نظام‌ها، شرکت‌های بیمه‌ای هستند. این شرکت‌ها بر اساس روش‌های مختلف تأمین مالی شده و در قالب قراردادهای عمومی یا خصوصی اقدام به فروش بیمه‌نامه‌های سلامت می‌کنند.

۳ـ بهداشت و درمان ملي: در این نظام سلامت، تمام هزینه‌ها از طریق مالیات‌ها تأمین مي‌شوند. همچنین در این نظام‌ها افراد جامعه تحت پوشش خدمات رایگان سلامت قرار مي‌گیرند.

دسته‌بندی از نظر روش تأمین مالی

از نظر روش تأمین مالی، نظام‌های سلامت را می‌توان به‌صورت زیر طبقه‌بندی کرد:

(۱) مالیات عمومی به دولت (ملی یا محلی) یا شهرداری‌ها

(۲) بیمهٔ ملی سلامت

(۳) بیمهٔ خصوصی سلامت

(۴) پرداخت از جیب

(۵) کمک‌های مالی مؤسسات خیریه

در مطالعه‌ای که گلید (۲۰۰۸) که در ۳۵ کشور عضو سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی انجام شد، نشان داد: تمامی این روش‌های تأمین مالی می‌توانند به یک نظام بهداشتی کارآمد و سازگار منجر شوند. همچنین او نشان داد هیچ ارتباط معنی‌داری بین تأمین اعتبار و کنترل هزینه‌ها در این ۳۵ کشور وجود ندارد.

مدیریت هزینه‌ها سهم درخور توجهی در تأمین مالی یک نظام سلامت ایفا می‌کند. بسیاری از بیمه‌گران تجاری با محدود کردن مزایای ارائه‌شده با استفاده از ابزارهایی نظیر مشارکت در هزینه‌ها، کسرپذیری، بیمه مشارکتی، حذف برخی از پوشش‌ها ازطرح و محدود کردن سقف هزینه‌ها، هزینه‌های خود را کنترل می‌کنند. آن‌ها همچنین شرایط مصوب قبلی خود را به‌صورت مکرر نقض و یا محدود می‌کنند. بسیاری از نظام‌های بزرگ سلامت گاهی اوقات برای کاهش هزینه‌های خود با ارائه‌دهندگان خدمات بهداشتی وارد مذاکره می‌شوند. آن‌ها با استفاده از قدرت چانه‌زنی خود، اقدام به کنترل هزینه‌های سیستم‌های ارائه‌کنندهٔ خدمات درمانی می‌کنند. آن‌ها ممکن است این کار را به‌صورت‌های مختلف انجام دهند، به‌عنوان مثال، در مورد قیمت دارو به طور مستقیم با شرکت‌های داروسازی مذاکره کنند، یا برای کاهش دستمزدهای استاندارد پزشکی به‌صورت مستقیم با آن‌ها مذاکره کنند.

نکتهٔ ۲ـ۲. روش دیگر تأمین مالی یک نظام سلامت، تأمین مالی از طریق «بودجهٔ عمومی» است. این روش را نمی‌توان از پنج روش کلی بالا مجزا کرد. بلکه در این روش، ابتدا یک صندوق مالی (با مدیریت دولتی یا خصوصی) تأسیس می‌شود، به گونه‌ای که تمام دریافتی‌ها، کمک‌های دولتی و غیردولتی در آن صندوق پس‌انداز و تمام هزینه‌ها نیز

از آن صندوق پرداخت می‌شوند. ساختار مالی و ادارهٔ این صندوق بسیار متنوع است. به گونه‌ای که در یک صندوق تمام هزینه‌ها مستقیماً به بیمه‌گذار بازپرداخت می‌شود درحالی‌که در صندوق دیگر تنها هزینه‌ها به مراکز خاص پرداخت می‌شود. یا مثلاً در یک صندوق، تأمین مالی صندوق از طریق مالیات انجام می‌شود، ولی در صندوق دیگر تأمین مالی از طریق کمک‌های دولتی و غیردولتی انجام می‌شود. به زبان ساده تفاوت میان سیستم‌های درمان عمومی کشورها به ساختار و چگونگی اداره این صندوق بازمی‌گردد.

در بیشتر کشورهای صنعتی نظام‌های عمومی سلامت بر اساس اصل همبستگی اجتماعی پایه‌ریزی شده‌اند. در آن کشورها تمام یا بخش قابل توجه هزینه‌های مراقبت سلامت به افراد واجد شرایط پرداخت می‌شود. در بین این کشورها رویکردهای مختلفی در زمینهٔ تأمین بودجه و ارائهٔ خدمات پزشکی وجود دارد. در برخی از کشورها (مانند کانادا و انگلستان) تأمین مالی صندوق از طریق کمک‌های دولتی انجام می‌شود. اما در برخی از کشورها مانند استرالیا، فرانسه، بلژیک، ژاپن و آلمان) تأمین مالی از طریق یک سیستم تأمین اجتماعی با بودجهٔ جداگانه و مالیات یا مشارکت فرضی تأمین شود. همچنین نسبت هزینهٔ مراقبت‌های تحت پوشش نیز در بین کشورهای مختلف بسیار متنوع است. مثلاً در کشور کانادا تمام مراقبت‌های بیمارستانی توسط این صندوق پرداخت می‌شود، اما در کشور ژاپن بیماران باید ۱۰٪ تا ۳۰٪ هزینه اقامت بیمارستانی را پرداخت کنند. همچنین نوع خدمات ارائه‌شده توسط این سیستم‌ها می‌توانند بسیار متنوع و متفاوت باشند. به‌عنوان مثال، نظام سلامت عمومی بلژیک بخش عمده‌ای از هزینه‌های مراقبت از دندان و چشم را پرداخت می‌کند، درحالی‌که در سیستم درمانی کشور استرالیا مراقبت از چشم را تحت پوشش قرار می‌گیرد و هزینه‌های مرتبط با دندان تحت پوشش قرار نمی‌گیرد. نکته جالب توجه آن است که در برخی از کشورها (نظیر آلمان) چندین سیستم عمومی درمان وجود دارد، معمولاً این سیستم‌ها بر اساس یک چارچوب قانونی به هم مرتبط‌اند.

دسته‌بندی از نظر روش پرداخت

همواره هزینه‌های مرتبط با خدمات بهداشتی بخش درخور توجهی از بودجهٔ یک سیستم سلامت را به خود اختصاص می‌دهند. پرداخت بر اساس هر خدمت (یا پرداخت آیتم به آیتم خدمات)، پرداخت سرانه و پرداخت حقوق، سه روش عمده برای پرداخت

هزینه‌های مرتبط با یک سیستم سلامت هستند. برخی از کشورها با ترکیب عناصری از این سه روش، روش‌های جدید (نظر روش کیفیت خدمت) برای پرداخت به وجود آورده‌اند (دوکتور، ۲۰۰۳).

۱ـ هزینهٔ خدمت: در روش پرداخت مبتنی بر خدمت، هنگام دریافت هر خدمت هزینهٔ آن به دقت محاسبه و پرداخت می‌شود. به‌عبارت‌دیگر هزینه‌ها به‌صورت آیتم به آیتم محاسبه و دریافت می‌شوند. این روش بیشتر مورد استفاده متخصصانی که خدمات سرپایی ارائه می‌کنند، قرار می‌گیرد. در این سیستم میزان هزینه‌ها توسط ارائه‌کنندگان خدمات، پس از مذاکرات متمرکز بین سیستم سلامت و خبرگان (در کشورهای ژاپن، آلمان، کانادا و فرانسه) و یا به‌صورت ترکیبی (ارائه‌کنندگان خدمات می‌توانند هزینه‌های بالاتر از نرخ‌های استاندارد از بیماران مطالبه کنند، در کشورهای استرالیا و نیوزیلند) تعیین می‌شوند.

۲ـ سرانه: در سیستم‌های مبتنی بر پرداخت سرانه، به پزشکان و ارائه‌کنندگان خدمات درمانی بر اساس تعداد بیمه‌گذاران موجود در «فهرست» آن‌ها پرداخت انجام می‌شود. معمولاً بر اساس عواملی مانند سن و جنس نرخ پرداخت هر بیمه‌گذار می‌تواند تعدیل شود. این روش در کشورهای ایتالیا، انگلستان، اتریش، دانمارک، ایرلند، هلند (در بیمه‌های خصوصی) و سوئد، با در نظر گرفتن برخی هزینه‌ها و کمک هزینه‌های خدمات خاص، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در آمریکا این سیستم پرداختی در قالب طرح مراقبت مدیریت‌شده MCP استفاده می‌شود. این روش پرداخت به مدیران سیستم سلامت اجازهٔ کنترل سطح کلی مخارج خدمات بهداشتی و توزیع بهینهٔ بودجه‌ها را بین ارائه‌کنندگان خدمات تضمین می‌کند. اما تحت این رویکرد، ممکن است برخی از ارائه‌کنندگان خدمات تعداد زیادی بیمه‌شده را انتخاب کنند، ولی خدمات مناسب به آن‌ها ارائه نکنند. یا بیمه‌شدگان کم‌ریسک‌تر را انتخاب کنند. انتخاب آزاد ارائه‌کننده خدمات توسط بیمه‌شدگان، همراه با اصل «پرداخت سرانه بعد از انتخاب بیمه‌شده» ممکن است برخی از ریسک‌های این روش را تعدیل کند.

۳ـ حقوق: در رویکرد پرداخت حقوق پزشکان و ارائه‌کنندگان خدمات توسط سیستم سلامت استخدام و به آن‌ها حقوق پرداخت می‌شود. این رویکرد این امکان را به مدیران سیستم سلامت می‌دهد که هزینه‌های مراقبت‌های اولیه را به‌طور

مستقیم کنترل کنند، اما ممکن است به ارائهٔ کمتر خدمات (برای کاهش بار کاری) توسط ارائه‌دهندگان اولیه، مراجعه بیش از حد به ارائه‌دهندگان ثانویه و عدم توجه کافی به اولویت‌های بیماران منجر شود. بنابراین این روش پرداخت در حال منسوخ‌شدن است.

۴ـ کیفیت خدمت: پرداخت مبتنی بر کیفیت خدمت: در سال‌های اخیر، مدیران سیستم‌های سلامت در حال تغییر روش پرداخت خود از مدل‌های پرداخت مبتنی بر خدمت به مدل‌های مبتنی بر کیفیت خدمت هستند. در این روش پرداخت بر اساس ارزش و کیفیت خدمت ارائه‌شده به بیماران آن خدمت جبران می‌شود. این روش به ارائه‌دهندگان خدمات این انگیزه را می‌دهد تا نقص‌های مراقبتی خود را برطرف و با کیفیت‌ترین خدمات را به بیماران خود ارائه دهند. قبل از اجرای این روش ابتدا معیارهای ارزیابی و رتبه‌بندی خدمات احصا و ارائه می‌شوند. برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ این روش و چگونگی احصای معیارهای رتبه‌بندی به ارورا (۲۰۱۵) مراجعه کنید.

دسته‌بندی از نظر اصل تعادل بیم‌سنجی

تعریف ۲ـ ۱۰. (اصل تعادل یا هم‌ارزی) بر اساس این اصل ارزش بیم‌سنجی هزینه‌ها و ارزش بیم‌سنجی درآمدها در هنگام صدور در یک طرح بیمه‌ای (کوتاه یا بلندمدت) باید برابر باشند.

در بیمه‌های خصوصی این اصل برای تک‌تک بیمه‌گذاران باید برقرار باشد (به همین دلیل آن‌را «اصل تعادل فردی» نیز می‌نامند). اما در بیمه‌های اجتماعی این اصل باید برای مجموعهٔ بیمه‌گذاران برقرار باشد (به همین دلیل آن‌را «اصل تعادل جمعی» نیز می‌نامند). نکتهٔ جالب توجه آن است که در بیمه‌های ملی این اصل رعایت نمی‌شود، بلکه دولت بر اساس رویکرد پس‌پرداخت PAYG[۲] عمل می‌کند.

بر اساس «اصل تعادل جمعی» سیاست‌گذاران حوزهٔ بیمه‌های اجتماعی قادر به اتخاذ رویکردهای حمایتی از برخی از گروه‌های جمعیتی هستند. حال آنکه در بیمه‌های خصوصی این رویکردها قابل اجرا نیستند.

نظام‌های سلامت را می‌توان بر اساس اصل تعادل بیم‌سنجی به سه دستهٔ زیر تقسیم کرد.

[۲] Pay As You Go

۱ــ نظام‌های خصوصی: در این نظام‌ها اصل تعادل بیم‌سنجی برای تک‌تک بیمه‌گذاران محاسبه می‌شود (اصل تعادل فردی نامیده می‌شود).

۲ــ نظام‌های اختصاصی: در نظام‌های اختصاصی (نظیر نظام‌های اجتماعی، نظام کارفرمایان و غیره) اصل تعادل بیم‌سنجی به‌صورت جمعی و برای تمام بیمه‌گذاران محاسبه می‌شود (اصل تعادل جمعی نامیده می‌شود).

۳ــ نظام‌های ملی: در این نظام‌ها دولت مدیریت نظام سلامت را به عهده دارد و معمولاً بودجه‌بندی نظام سلامت را بر اساس مبانی بودجه‌بندی خود انجام می‌دهد، نه بر اساس اصول بیم‌سنجی!

۲ــ۴ نظام‌های ملی سلامت

نظام ملی سلامت، که گاه از آن با عناوین «بیمهٔ ملی درمان» یا « بیمهٔ عمومی درمان» نیز یاد می‌شود، یک نظام سلامت است که جمعیت ملی را در برابر هزینه‌های مراقبت‌های بهداشتی بیمه می‌کند. این نظام ممکن است توسط بخش دولتی، بخش خصوصی یا ترکیبی از هر دو اداره شود. مکانیسم‌های تأمین اعتبار یک نظام ملی سلامت، ارتباط مستقیمی با برنامه‌ها و کشور اجراکنندهٔ آن نظام دارد. نظام‌های ملی سلامت، معمولاً تحت حمایت دولت‌ها نیستند، بلکه معمولاً بر اساس قوانین ملی تأسیس می‌شوند. در برخی از کشورها، مانند نظام مدی‌کر استرالیا، خدمات ملی بهداشت بریتانیا و بیمه ملی سلامت کرهٔ جنوبی، تأمین مالی از طریق مالیات عمومی انجام می‌شود و حتی اگر فردی از آن استفاده نکند، به نوعی در تأمین مالی آن سهیم است. در عمل، بیشتر افرادی که در تأمین مالی یک نظام سلامت نقش ایفا می‌کنند، به آن ملحق می‌شوند و از مزایای آن استفاده می‌کنند. در مواردی که در یک کشور بیش از یک نظام ملی سلامت وجود داشته باشد، یا یک نظام ملی با چندین صندوق بیمه‌ای وجود داشته باشد، نرخ مشارکت افراد می‌تواند بر اساس صندوقی که آن‌ها انتخاب می‌کنند، متفاوت باشد.

سیستم ملی سلامت در نحوه تأمین مالی و ارائهٔ خدمات متفاوت‌اند. در کشورهایی مانند کانادا، پرداخت‌ها را دولت به‌طور مستقیم از درآمد مالیاتی انجام می‌دهد. در فرانسه، سیستم ملی درمان از کمک‌های اجباری تأمین مالی می‌شود، و توسط سازمان‌های

غیرانتفاعی، که برای این منظور ایجاد شده‌اند، اداره می‌شود. سیستم‌های ملی سلامت این مزیت را دارند که با استفاده از یک یا چند سیستم اشتراکی هزینه‌های مراقبت‌های بهداشتی را به‌صورت یکنواخت بین افراد خود توزیع می‌کنند. واضح است هزینه‌های مراقبتی در سنین بالا یا در برخی از وقایع خاص در زندگی، از جمله در دوران بارداری و زایمان، زیاد است. بنابراین در طرح‌های بیمهٔ خصوصی حق‌بیمه این بازه‌ها به‌صورت معنی‌داری بالا هستند. اما در بیمه‌های ملی چون از سیستم‌های اشتراکی استفاده می‌شود، عواملی چون سن، سابقه خانوادگی، سابقه بیماری‌ها و نسبت قد و وزن در محاسبه حق‌بیمه در نظر گرفته نمی‌شود و حق‌بیمه به‌صورت یکسان محاسبه می‌شود.

یک روش جایگزین برای تأمین بودجه نظام‌های ملی سلامت (که بر اساس قانون تأسیس شده‌اند) تأسیس صندوق‌های بیمه رقابتی است. این صندوق‌ها (که ممکن است توسط نهادهای دولتی، شرکت‌های انتفاعی یا غیرانتفاعی خصوصی اداره شوند) باید پوشش‌هایی با حداقل استاندارد ارائه کنند. آن‌ها مجاز به دریافت مبالغ مختلف از بیمه‌شدگان با توجه به سن، شغل و غیره نیستند. برای محافظت از منافع بیماران و شرکت‌های بیمه، دولت یک صندوق همسان‌ساز (یا صندوق جبران ریسک) ایجاد می‌کند تا ریسک‌ها را بین صندوق‌های رقابتی مختلف توزیع کند. برای مثال یک صندوق با جمعیت جوان و عمدتاً سالم‌تر، مجبور به پرداخت به صندوق همسان‌ساز و صندوق با جمعیت مسن‌تر و عمدتاً بیمارتر، وجوهی را از صندوق همسان‌ساز دریافت می‌کند. البته دولت‌ها ممکن است به‌عنوان نوعی یارانه، به صندوق همسان‌ساز کمک کند. این مدلی است که در هلند به کار گرفته می‌شود. به دلیل وجود صندوق همسان‌ساز، صندوق‌های رقابتی بیشتر بر روی قیمت‌ها و خدمات با یکدیگر رقابت می‌کنند. به‌عبارت‌دیگر آن‌ها از حذف افراد پرریسک منفعتی نمی‌برند. البته بر اساس قانون صندوق‌های رقابتی مجاز به انتخاب یا رد بیمه‌گذاران خود نیستند (ورک‌ویزر و همکاران، ۲۰۰۲).

برخی از مهم‌ترین ویژگی‌های نظام‌های ملی سلامت عبارت‌ند از:

۱ـ همهٔ نظام‌های ملی سلامت، کثرت‌گرا هستند، به این معنی که آن‌ها از انواع طرح‌ها یا زیرسیستم‌ها تشکیل شده‌اند.

۲ـ در سطح خرد اقتصادي واحدهای ارائهٔ‌کننده خدمات سلامت با تخصیص بودجه تأمین می‌شوند و برای ارائهٔ خدمات خود از بیماران مبلغی دریافت نمی‌کنند.

۳ـ در سطح کلان رابطه‌ای غیرمعنی‌دار (یا بسیار ضعیف) بین میزان مالیات های پرداخت‌شده توسط جمعیت و میزان و ساختار خدمات ارائه‌شده در هر

سال وجود دارد. زیرا این نظام‌ها از درآمدهای عمومی تأمین مالی می‌شوند. بنابراین، افزایش یا کاهش مالیات تأثیر مستقیمی بر بودجه اختصاص به این نظام‌ها نمی‌گذارند.

۴ـ این نظام‌ها بر اساس الگوی «بودجهٔ معین» تعریف شده‌اند. به‌عبارت‌دیگر حجم و ساختار خدمات در دسترس مردم عمدتاً با تحقق درآمدهای بودجه عمومی ارتباط مستقیم دارند. همچنین میزان منابعی که به بخش‌های مختلف جامعه اختصاص داده می‌شود به بروکراسی اداری و عوامل دیگر بستگی دارد. بنابراین ساختار جریان پولی و خدمات در این نظام‌ها مطابق شکل (۲ـ۱) است.

شکل ۲ـ۱: نمایش ساختار جریان پولی و خدمات در یک نظام ملی سلامت

۲ـ۵ نظام‌های اختصاصی سلامت

نظام‌های اختصاصی سلامت به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

تعریف ۲ـ۱۱. هر برنامهٔ سلامت را که دارای چهار ویژگی زیر باشد، یک نظام اختصاصی سلامت گویند (مرس، ۱۹۹۳).

(۱) مزایا، الزامات واجد شرایط بودن و جنبه‌های دیگر آن برنامه توسط قانون یا اساسنامه دقیقاً مشخص شده باشد،

(۲) طرح دقیقی برای تأمین درآمدها و هزینه‌ها (اغلب از طریق صندوق) وجود داشته باشد،

(۳) بودجهٔ آن توسط مالیات، حق‌بیمه (که توسط بیمه‌گذاران یا به نمایندگی از آن‌ها پرداخت می‌شود) و یا منابع دیگری تأمین شود،

(۴) برای یک جمعیت مشخص طراحی و ارائه شود. همچنین مشارکت افراد آن جمعیت در برنامه به‌صورت اجباری یا تشویقی باشد.

نظام‌های اختصاصی سلامت با نظام‌های خصوصی، تفاوت اساسی دارند، زیرا در نظام‌های خصوصی میزان بازپرداخت خسارت‌ها وابستگی زیادی به میزان مشارکت بیمه‌گذاران (حق‌بیمهٔ آن‌ها) در طرح بیمهٔ دارد.

اگر یک نظام اختصاصی تحت مدیریت دولت باشد، به آن نظام اجتماعی نیز می‌گویند. بیمهٔ اجتماعی را باید یک فعالیت تولید دولتی تلقی کرد و آن‌را نمی‌توان یک توزیع مجدد درآمد و دارایی‌ها[۳] تلقی کرد. بر اساس همین اصل توزیع مجدد درآمد و دارایی‌ها است که برخی از پرداخت‌ها به بیمه‌گذارانی که بر اساس اصول بیم‌سنجی استحقاق ندارند، توجیه می‌شود.

در هر دو نظام اختصاصی و خصوصی سلامت ترکیب گسترده‌ای از ریسک‌ها را تحت پوشش قرار می‌دهند، همچنین در هر دو نظام، تعاریف دقیقی از مزایا، افراد واجد شرایط، حق‌بیمه، سهم مالیاتی و سایر واژه‌های تخصصی وجود دارد.

مهم‌ترین تفاوت‌های بین دو نظام اختصاصی و خصوصی را می‌توان به‌صورت زیر برشمرد.

(۱) نظام‌های خصوصی عموماً بیشترین تاکید را بر ایجاد عدالت بین بیمه‌گذاران خود دارند، حال آنکه نظام‌های اختصاصی بیشترین تاکید بر کفایت خدمات ارائه‌شده برای تمام افراد جامعه هدف معطوف شده است.

(۲) خرید بیمه‌نامه از نظام‌های خصوصی غالباً داوطلبانه است. اگر هم الزامی باشد، بیمه‌گذاران قادر به انتخاب بیمه‌گر خود هستند. اما معمولاً مشارکت در نظام‌های اختصاصی (به‌خصوص اجتماعی) اجباری است. اگر در مواردی مشارکت

---

[۳] توزیع مجدد درآمد و دارایی‌ها یک روش انتقال درآمد و دارایی‌ها (از جمله دارایی‌های فیزیکی) با استفاده از مکانیزم‌های اجتماعی (نظیر مالیات، امور خیریه، رفاه، خدمات عمومی، اصلاحات ارضی، سیاست‌های پولی، مصادرهٔ اموال و غیره) از برخی افراد (که معمولاً ثروتمندتر هستند) به افراد دیگر (که معمولاً فقیرتر هستند) است.

داوطلبانه باشد، معمولاً دولت‌ها با ابزارهایی مانند یارانه یا مالیات سعی می‌کنند میزان مشارکت جامعه هدف را حداکثر کنند.

(۳) بیمه‌ها در نظام‌های خصوصی بر اساس یک قرارداد مشخص بین طرفین منعقد می‌شود، حال آنکه در نظام‌های اختصاصی (به‌خصوص اجتماعی) قراردادی بین بیمه‌گر و بیمه‌گذار وجود ندارد. بلکه به نظام اختصاصی بر اساس یک اساسنامه فعالیت می‌کنند. بنابراین در حین اجرا بیمه‌گران می‌توانند با تغییر اساسنامه‌ی خود، مزایا را تغییر دهند. این امر برای بیمه‌گران خصوصی (مگر در شرایط خاص) غیرممکن است.

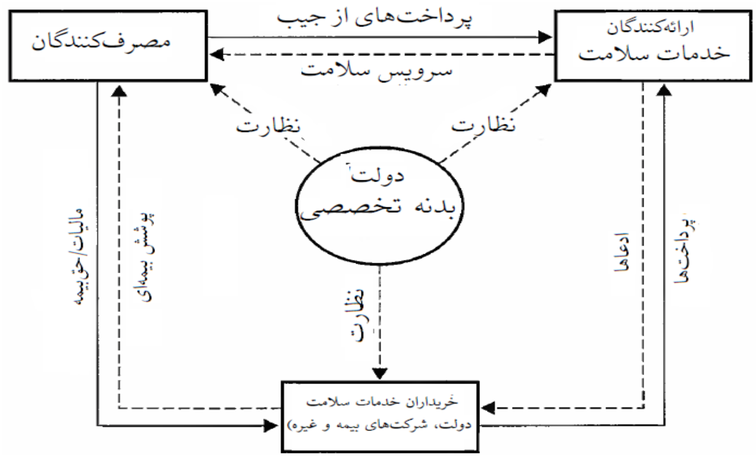
(۴) بیمه‌ها در نظام‌های خصوصی به‌صورت کامل تأمین مالی می‌شوند، حال آنکه در نظام‌های اختصاصی معمولاً تأمین مالی به‌صورت کامل اتفاق نمی‌افتد. به‌عبارت‌دیگر همواره بدهی‌ها به دوره‌های بعد منتقل می‌شوند. این اتفاق را نوعی همبستگی بین نسل‌ها، بین بیمار و افراد سالم و بین شاغلان و بازنشستگان نام‌گذاری کرده‌اند.

نکتهٔ ۲ــ۳. بین برنامه‌های اجتماعی و برنامه‌های رفاهی تفاوت بسیار ظریفی وجود دارد. در برنامه‌های اجتماعی، مشارکت ذی‌نفعان در پرداخت‌ها امری اجباری است. اما در برنامه رفاهی افراد برای استفاده از مزایا لزومی ندارد مشارکتی در پرداخت‌ها داشته باشند. در آمریکا «مدی‌کر» یک برنامه اجتماعی است، در حالی‌که « مدی‌کید» یک برنامه رفاهی است.

در نظام‌های اختصاصی (یا اجتماعی) جریان پولی و خدمات از یک ساختار مثلثی به‌صورت شکل (۲ــ۲) برخوردارند. در این ساختار سه بازیگر اصلی وجود دارد که مطابق این شکل با همدیگر مرتبط‌اند.

همان‌گونه که گفته شد، الگوی یک نظام ملی سلامت «بودجهٔ معین» است، اما الگوی یک نظام اختصاصی «مزایای معین» است، زیرا در یک نظام اختصاصی مزایایی که باید به جامعهٔ هدف اختصاص داده شوند، بر اساس قانون (یا اساسنامه) تعریف شده‌اند. بنابراین چند ویژگی این نظام‌ها را می‌توان به‌صورت زیر برشمرد.

(۱) سایر نهادهای عمومی می‌توانند بر منابع اختصاص‌یافته برای تأمین مالی این نظام‌ها دست‌اندازی کنند،



شکل ۲ـ۲: نمایش ساختار جریان پولی و خدمات در یک نظام اختصاصی (یا اجتماعی) سلامت.

(۲) پوشش‌های اجباری بدون در نظر گرفتن ریسک افراد به آن‌ها اختصاص داده می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر هیچ فردی به دلیل وضعیت بهداشتی و سلامتی از پوشش خارج نمی‌شود.

(۳) به‌طور کلی مشارکت‌ها درصدی از درآمد بیمه‌شدگان است، و میزان آن مستقل از تعداد وابستگان هر بیمه‌شده است.

۲ـ۶ نظام‌های خصوصی سلامت

بیمه‌های عمومی درمان عمدتاً از طریق مالیات یا مشارکت تأمین مالی می‌شوند، درحالی‌که بیمه‌های خصوصی درمان اساساً محصول‌های بیمه‌ای هستند که توسط بیمه‌گران خصوصی و با استفاده از ارزش بیم‌سنجی مزایای ارائه‌شده، قیمت‌گذاری و عرضه می‌شوند.

بیمه‌های خصوصی معمولاً پوشش‌های مازاد بر پوشش‌های بیمه‌های عمومی ارائه می‌کنند. البته این بیمه‌ها می‌توانند پوشش‌های مضاعف، یعنی پوشش خدمات درمانی را که قبلاً توسط بیمه عمومی ارائه شده است، مجدداً ارائه دهند. وجود پوشش‌های مضاعف در بیمه‌های خصوصی، بیمه‌گذاران را از مشارکت در بیمهٔ عمومی معاف نمی‌کند. بلکه این پوشش‌های مضاعف باعث بازپرداخت بخش بیشتری از هزینه‌ها به بیمه‌گذاران می‌شود.

میزان استقبال از بیمه‌های خصوصی در کشورهای مختلف بسیار متفاوت است. برای مثال بیمه‌های خصوصی درمان نقش اساسی در آمریکا ایفا می‌کنند، این در حالی است که در انگلستان بیمه‌های درمان بیشتر به‌صورت عمومی و توسط دولت ارائه می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر در ایالات متحده، فرد باید بیمهٔ درمانی را خود یا از طریق کارفرما به‌دست آورد. در حالی‌که در انگلیس، دولت از طریق مالیات، هزینه‌های درمان را تأمین می‌کند و درمان نوعی پاسخگویی دولت است. در کشورهایی که پوشش جامع وجود دارد، بیمه‌های خصوصی غالباً برخی از پوشش‌های گران‌قیمت را که توسط نظام مراقبت‌های جامع پوشش داده می‌شوند، از پوشش‌های خود حذف می‌کنند. به‌عنوان مثال، در ایالات متحده، درمان دیالیز برای نارسایی کلیه، معمولاً توسط دولت و نه توسط صنعت بیمهٔ تجاری پوشش داده می‌شود.

معمولاً بیمه‌های سلامت در قالب نظام‌های دولایه سلامت عرضه می‌شوند. در ادامه به مطالعهٔ این نظام‌های می‌پردازیم.

۲ـ۶ـ۱ نظام‌های دولایه سلامت

تقریباً در تمام کشورهای بزرگی که دارای نظام مراقبتی با بودجه عمومی هستند، یک سیستم خصوصی موازی (با عنوان نظام مراقبت سلامت دولایه یا مکمل) برای افرادی که مایل به خرید بیمه خصوصی سلامت هستند، وجود دارد. در ادامه این نظام‌ها بررسی می‌شوند.

تعریف ۲ـ۱۲. نظام دولایه (یا مکمل) سلامت یک سیستم مراقبتی است که از دو ارائه‌دهنده خدمات تشکیل شده است. به طور معمول یکی از ارائه‌دهندگان خدمات، عمومی و دیگری خصوصی است.

این سیستم که گاهی اوقات با عنوان نظام تجاری (یا خصوصی) سلامت نیز نام‌گذاری شده‌اند، در مقابل نظام‌های ملی یا اختصاصی سلامت قرار می‌گیرند. معمولاً قوانین حاکم بر یکی از این نظام‌ها تأثیر مستقیمی بر نظام دیگر می‌گذارد. مثلاً اگر نظام عمومی یا اختصاصی در یک کشور خدمات کاملی ارائه کند، تمایل به استفاده از نظام‌های خصوصی بسیار کم خواهد بود. بنابراین نظام‌های خصوصی در این کشور بسیار کوچک خواهند بود. در مقابل در کشورهای فقیر که خدمات نظام‌های عمومی بسیار ناچیز است، تمایل

به نظام‌های خصوصی بیشتر و در نتیجه این نظام‌ها بسیار بزرگ خواهند بود (برای آشنایی بیشتر به وان و وانگ، ۲۰۱۷ و آلین و همکاران ۲۰۲۰ مراجعه کنید).

برای مثال در کشور کانادا هر دو نظام عمومی و خصوصی وجود دارد. نظام عمومی که به‌صورت غیررسمی از آن با عنوان «مدی‌کر» یاد می‌شود، توسط دولت مرکزی تأمین مالی می‌شود. دولت مرکزی بودجهٔ مراقبتی هر استان را بر اساس قوانین به استان پرداخت می‌کند. هر استان بر اساس معیارها و اولویت‌های خود، سیستم عمومی خود را طراحی اجرا می‌کند. در کشور کانادا خانواده‌ها بر اساس درآمد خود بخشی از هزینه‌های سیستم درمان عمومی را متقبل می‌شوند. اغلب خانواده‌ها هزینهٔ بیشتری برای خرید بیمه‌های خصوصی سلامت پرداخت نمی‌کنند. در کشور کانادا به ارائه‌کنندگان خدمات درمانی، پرداخت‌های ثابتی انجام می‌شود و قانون اجازه دریافت هزینه از بیماران را به آن‌ها نمی‌دهد. البته ارائه‌کنندگان خدمات می‌توانند هزینه‌های خود را بالاتر از مبلغ‌های تعیین شده توسط سیستم عمومی اعلام کنند، در صورت مراجعهٔ بیماران به این مراکز آن‌ها باید تمام هزینه‌ها را پرداخت کنند و سیستم درمان عمومی هیچ پرداختی انجام نمی‌دهد.

در کشور دانمارک بخش عمده‌ای از هزینه‌های مرتبط با سلامت را دولت از طریق یارانه پرداخت می‌کند. اما در این کشور بیمه‌های تکمیلی در قالب سیستم‌های خصوصی نیز وجود دارد. این سیستم‌ها پوشش تکمیلی برای خدماتی که تنها بخشی از آن‌ها را سیستم عمومی پوشش داده می‌دهد، ارائه می‌کنند.

در کشور فرانسه هر دو سیستم عمومی و خصوصی وجود دارد. سیستم سلامت خصوصی به‌صورت مکمل بر سیستم عمومی عمل می‌کند.

در آلمان چندین سیستم عمومی درمان وجود دارد که به‌صورت عمومی (دولتی) یا غیرانتفاعی اداره می‌شوند. بر اساس قانون، هر شهروند (به جزء افراد خاص) باید حداقل در یک سیستم عضو باشد. در آلمان ارائه‌کنندگان خدمات درمانی، خویش‌فرما هستند، اما بیمارستان‌ها می‌توانند عمومی، خصوصی یا غیرانتفاعی باشند.

شاید بتوان گفت سیستم دولایه‌ای سلامت واقعی در کشور سنگاپور وجود دارد. در آن کشور شبکه‌ای از بیمارستان‌ها (تحت حمایت دولت) وجود دارد که فهرستی از خدمات مشخص را بدون دریافت هزینه‌ای به بیماران ارائه می‌کنند. در کنار سیستم عمومی، سیستم درمان خصوصی وجود دارد که خدماتی را که در سیستم عمومی تحت پوشش قرار نمی‌گیرند، تحت پوشش قرار می‌دهند. سنگاپور یک بیمهٔ جامع به شهروندان خود ارائه می‌کند که همگی ملزم به عضویت در آن هستند.

سازمان خدمات بهداشت ملی (یا NHS[۴]) یک پوشش جامع درمانی برای همهٔ ساکنان انگلستان فراهم می‌کند. در کنار سیستم NHS نظام خصوصی درمان، به‌صورت مکمل بر سیستم عمومی خدمات درمانی ارائه می‌کند. حق‌بیمه‌های این بیمه‌نامه‌ها را معمولاً در قالب مزایای کاری کارفرمایان پرداخت می‌کنند. به دلیل جامع بودن خدمات NHS در بسیاری از حوزه‌ها افراد زیادی مایل به خرید بیمه‌های خصوصی نیستند. برای مثال به دلیل کامل و جامع بودن خدمات مرتبط با حاملگی و زایمان افراد زیادی مایل به خرید بیمهٔ خصوصی برای این دو پوشش نیستند. در مقابل برخی از خدمات ارائه شده توسط NHS (نظیر جراحی زیبایی) تقریباً ناچیز است و بیمه‌گران خصوصی در این حوزه‌ها به‌خوبی توسعه یافته‌اند.

دلیل اولیه توسعهٔ بیمه‌های خصوصی در انگلستان، اجتناب از فهرست انتظار سیستم NHS بوده است. اما به مرور زمان خدماتی که NHS به‌خوبی پوشش نمی‌دهد، باعث توسعهٔ بیمه‌های خصوصی شدند.

در کشور آمریکا نظام دولایه‌ای سلامت وجود دارد، اما بیشتر مردم دسترسی مناسبی به سیستم عمومی ندارند، زیرا سیستم عمومی که توسط دولت تأمین مالی می‌شود، تنها مختص خانواده‌های نظامی، کهنه‌سربازان و قبایل خاصی از بومیان آمریکا است. البته در برخی از شهرها برای افرادی که استطاعت مالی ندارند، نیز سیستم عمومی درمان وجود دارد. همچنین برای افراد مسن، معلول و کودکان در خانواده‌های فقیر نوعی بیمهٔ سلامت عمومی وجود دارد.

۲ـ۷ تاریخچهٔ بیمهٔ سلامت در چند کشور منتخب

در سال ۱۹۲۹ تعدادی از بیمارستان‌های تگزاس سازمانی با عنوان بلوگراس تأسیس کردند. هدف این سازمان ارائهٔ نوعی بیمه برای پرداخت هزینه‌های بستری در بیمارستان بود. اولین افرادی که این بیمه‌نامه را خریداری کردند، معلمان منطقهٔ دالاس بودند که در مقابل ۵۰ سنت حق‌بیمه، این بیمه‌نامه را خریداری کردند. این بیمه‌نامه هزینه‌های بستری در بیمارستان تا ۲۱ روز در سال و حداکثر ۵ دلار در روز را تحت پوشش قرار می‌داد. در کالیفرنیا این بیمه‌نامه با اضافه کردن هزینه‌های ویزیت پزشکی ارتقا یافت و نام آن به بلوگراس‌بلوشیلد تغییر یافت.

[۴] National Health Service

در سال ۱۹۴۲ قانونی در آمریکا به تصویب رسید که مطابق آن شرکت‌ها و کارخانه‌ها نمی‌توانستند حقوق کارکنان خود را افزایش دهند. به همین دلیل مدیران این شرکت‌ها برای ترغیب و جذب کارکنان اقدام به ارائهٔ تشویق‌هایی نظیر بیمه‌های درمانی کردند. در سال ۱۹۴۳ قانونی تصویب شد که بیمهٔ درمانی کارکنان از مالیات معاف شد. امروزه بیمه‌های درمانی بخش جدایی‌ناپذیر از مزایای کاری کارکنان است.

در سال ۱۹۹۴، سازمان اصلی بلوگراس ، که به‌طور چشمگیری رشد کرده بود، به شرکت‌های تابعه اجازه داد که به بیمه‌گر تجاری و سودآور تبدیل شوند. این تغییر سیاست تأثیر قابل توجهی بر سیاست‌های این شرکت‌های تابعه گذاشت، به‌صورتی‌که تا قبل از این تغییر ٪۹۵ حق‌بیمه صرف مراقبت‌های پزشکی می‌شد، اما پس از این تغییر این مقدار به طور متوسط به ٪۸۰ کاهش یافت.

در حال حاضر در آمریکا و در بسیاری از کشورهای جهان، بیمه‌های سلامت از حالت کالای تجملی به یک الزام تبدیل شده‌اند. بیمه‌های سلامت به‌طور معمول به دو شکل عمومی و خصوصی عرضه می‌شوند. بیمه‌های عمومی را دولت یا کارفرمایان در قالب بیمه‌های رفاهی، اجتماعی و غیره عرضه می‌کنند. اما بیمه‌های خصوصی را بیمه‌گذاران (یا نمایندگان آن‌ها) به‌طور مستقیم از شرکت‌های تجاری خریداری می‌کنند.

در ادامه با استفاده از بریت‌نل (۲۰۱۵) نظام سلامت چند کشور منتخب را به اختصار بررسی می‌کنیم.

بیمهٔ سلامت در استرالیا

سیستم بهداشت عمومی استرالیا که «مدی‌کر» نام‌گذاری شده است، دسترسی جامعی برای درمان در بیمارستان فراهم می‌کند. هچنین بخشی از هزینه‌های درمان خارج از بیمارستان در قالب یارانه پرداخت می‌شود. تأمین مالی این سیستم بر اساس مالیات از تمام افراد جامعه (و ۱ درصد اضافه مالیات از افراد با درآمد بالا) صورت می‌گیرد. سیستم سلامت خصوصی در استرالیا را تعدادی بیمه‌گر خصوصی اداره می‌کنند.

سیستم بهداشت و درمان خصوصی استرالیا بر اساس «رتبه‌بندی افراد» عمل می‌کند. در این سیستم رتبه‌بندی حق‌بیمهٔ افراد تنها به دلیل سابقهٔ پزشکی، سن یا وضعیت فعلی سلامت او تغییر پیدا نمی‌کند. در این سیستم بر اساس مدت‌زمان انتظار افراد برای دریافت یک خدمت، آن‌ها را در گروه‌های مختلف دسته‌بندی می‌کنند. همچنین بیمه‌گران می‌توانند قبل از عقد قرارداد، مدت انتظار برای یک خدمت را به بیمه‌گذاران تحمیل کنند.

دولت استرالیا برای تشویق افراد به خرید بیمه‌های درمان خصوصی، چندین سیاست تشویقی (و تنبیهی) اتخاذ کرده است. برای مثال اگر افراد بعد از ۳۱ سالگی اقدام به خرید بیمهٔ مراقبت سلامت تمام‌عمر کنند، آن‌ها هر سال مجبور به پرداخت سربار اضافی ۲٪ درصد خواهند بود، یا افرادی که درآمد مشمول مالیاتشان بیش از مبلغ مشخص باشد، ولی آن‌ها پوشش درمانی مناسب خریداری نکرده باشند، آن‌ها هنگام استفاده از خدمات درمانی مجبور به پرداخت هزینه‌های مازاد خواهند بود. همچنین دولت با توجه به سن و سال افرادی که بیمه‌های درمان خصوصی خریداری می‌کنند، ٪۱۰ ، ٪۲۰ یا ٪۳۰ از حق بیمه‌شان را بازپرداخت می‌کند.

بیمهٔ سلامت در کانادا

طبق قانون اساسی کانادا، مراقبت‌های بهداشتی عمدتاً مسئولیت استانی است. البته دولت فدرال به‌صورت مستقیم مسئولیت بیمهٔ سلامت افراد بومی تحت پوشش معاهدات، پلیس سوار (یا رویال کانادا)، نیروهای مسلح و اعضای پارلمان را به عهده دارد. بنابراین هر استان، برنامهٔ بیمهٔ درمانی خود را طراحی و اجرا می‌کند. دولت فدرال تنها از طریق کمک مالی خود بر بیمه‌های درمانی استان‌ها تأثیر می‌گذارد.

براساس قانون بهداشت و درمان کانادا، دولت فدرال باید شرایط دسترسی رایگان همهٔ افراد را به آنچه «خدمات پزشکی ضروری» نامیده می‌شود، فراهم آورد. این خدمات ضروری خدمات ارائه‌شده توسط پزشکان یا مراکز بهداشتی، خدمات پرستاری در منزل به‌صورت بلندمدت و غیره است. اگر استانی به پزشکان یا مراکز ارائهٔ خدمات اجازه دهد تا از بیماران خود هزینه دریافت کنند، دولت فدرال میزان کمک خود به برنامهٔ درمانی آن استان را کاهش می‌دهد.

بیمهٔ خصوصی در شش استان تنها برای خدماتی که برنامه‌های بهداشت عمومی وجود ندارند، قابل ارائه است. اما در چهار استان بیمه‌گران خصوصی می‌توانند خدماتی را که بیمهٔ عمومی نیز ارائه می‌کند، تحت پوشش خود قرار دهند.

بیمهٔ سلامت در فرانسه

سیستم ملی بیمهٔ درمانی فرانسه درست پس از پایان جنگ جهانی دوم در سال ۱۹۴۵ تأسیس شد. این سیستم پس از یک مصالحه میان نمایندگان دو طیف سیاسی حاصل شد. در سیستم اولیه تمامی افراد شاغل، موظف به پرداخت بخشی از درآمد

خود به صندوق بیمهٔ درمانی بودند. هر صندوق برای مدیریت بودجه خود آزاد و برای بازپرداخت هزینه‌های پزشکی با نرخی که مناسب می‌دیدند، بازپرداخت می‌کردند. امروزه این سیستم تقریباً بدون تغییر اساسی مشغول به کار است، تنها میزان بازپرداخت اکثر صندوق‌ها یکسان شده است. دولت در این سیستم دو مسئولیت عمده دارد. اولین مسئولیت دولت تعیین نرخ خدمات پزشکی است. دومین مسئولیت دولت نظارت بر صندوق‌های بیمهٔ سلامت است تا اطمینان حاصل کند، که آن‌ها به‌درستی مدیریت مبالغ دریافت‌شده را انجام می‌دهند. یکی از عناصر مهم سیستم بیمهٔ فرانسه آن است که هرچه فرد بیمارتر شود، میزان پرداخت او کمتر می‌شود. این بدان معنی است که برای مبتلایان به بیماری‌های صعب‌العلاج تمامی هزینه‌های آن‌ها بازپرداخت و آن‌ها از پرداخت بخشی از حقوق به‌عنوان حق‌بیمه معاف می‌شوند.

طیف گسترده‌ای از برنامه‌های بیمهٔ تکمیلی خصوصی در دسترس همگان است. بازار این بیمه‌ها بسیار رقابتی است و اغلب توسط کارفرما، بعد از دریافت تخفیف قابل توجهی، برای کارمندان خریداری می‌شوند.

بیمهٔ سلامت در آلمان

یکی از قدیمی‌ترین سیستم‌های ملی بیمهٔ اجتماعی در جهان متعلق به کشور آلمان است. ایدهٔ اولیهٔ این سیستم درمانی با قانون بیمهٔ بیماری وتو فون بیسمارک در سال ۱۸۸۳ آغاز شد. در آلمان سه نوع بیمهٔ تأمین اجتماعی (بیمهٔ درمان، بیمهٔ حوادث و بیمهٔ مراقبت‌های بلندمدت) ارائه می‌شود. تأمین مالی بیمهٔ حوادث برعهده کارفرما است و اساساً تمامی خطرات مربوط به محل کار و رفت و آمد به محل کار را تحت پوشش قرار می‌دهد. بیمهٔ مراقبت‌های بلندمدت در سال ۱۹۹۴ به وجود آمد و اجباری است. در کنار بیمه‌گران اجتماعی مؤسسات بیمهٔ خصوصی نیز مشغول به فعالیت هستند.

بیمهٔ سلامت در هند

در هند، ارائهٔ خدمات مراقبت‌های بهداشتی بسیار متفاوت است. خدمات بهداشت عمومی در اکثر ایالت‌ها وجود دارد، اما به دلیل منابع و مدیریت ناکافی، جمعیت درخور توجهی از مردم هند ترجیح می‌دهند که از خدمات درمانی خصوصی استفاده کنند. در هند بیمه درمانی عمدتاً در دو نوع «طرح بازپرداخت» و «طرح مزایای ثابت» ارائه می‌شود. در طرح بازپرداخت، بازپرداخت هزینه‌های مرتبط با بستری را برای بیمه‌های خاص (نظیر

بیمه‌های فردی، بیمهٔ خانواده، بیمهٔ سالمندان، بیمهٔ مادران، بیمهٔ گروهی) شامل می‌شود. اما در طرح مزایای ثابت، برای هر بیماری مبلغی مشخص تعیین شده است که در صورت بروز آن بیماری به بیمه‌شده پرداخت می‌شود.

بیمهٔ سلامت در ژاپن

بیمهٔ خدمات درمانی کارمندان و بیمهٔ درمانی ملی دو برنامهٔ عمدهٔ سلامت در ژاپن هستند. بیمهٔ درمانی ملی برای افرادی طراحی شده است که واجد شرایط عضویت در هیچ برنامهٔ بیمهٔ درمانی مبتنی بر اشتغال نیستند. تمامی شهروندان ژاپنی (و تمام افراد غیرژاپنی که ویزای یک‌ساله دارند) ملزم به ثبت‌نام در بیمهٔ خدمات درمانی ملی یا بیمهٔ خدمات درمانی کارمندان هستند. مزیت عضویت در بیمهٔ سلامت ملی این است که بسته به سن بیمار، بین ٪۱۰ تا ٪۳۰ هزینه‌های پزشکی را بیمهٔ سلامت ملی پرداخت می‌کند. همچنین اگر میزان پرداخت‌های از جیب در هنگام بستری در بیمارستان، از مبلغ مشخص بالاتر رود، با ارائهٔ درخواست بیمهٔ سلامت ملی سقف تعهدات خود را افزایش می‌دهد. بیمه خدمات درمانی کارمندان هزینه‌های بیماری‌ها، حوادث و مرگ (مرتبط با کار یا غیرمرتبط با کار) را پوشش می‌دهد. در کنار این دو بیمهٔ عمومی بیمه‌های خصوصی دیگری در ژاپن وجود دارد که خدمات متنوعی ارائه می‌کنند. در کشور ژاپن داشتن یکی از سه بیمهٔ خدمات درمانی کارمندان، درمانی ملی یا درمان خصوصی اجباری است.

بیمهٔ سلامت در چین

بهداشت و درمان در چین شامل مؤسسات پزشکی دولتی و خصوصی و برنامه‌های بیمه است. حدود ۹۵ درصد از جمعیت حداقل پوشش اولیهٔ بیمهٔ درمانی را دارند. با این وجود، بیمهٔ درمانی عمومی فقط نیمی از هزینه‌های پزشکی را پوشش می‌دهد. این نسبت برای بیماری‌های صعب‌العلاج به مراتب کمتر می‌شود. بخش خصوصی درمان در چین بسیار فعال است. به‌گونه‌ای‌که در حال حاضر چین به یک بازار بزرگ برای شرکت‌های چندملیتی مرتبط با بهداشت تبدیل شده است. شرکت هایی مانند آسترزنیکا، الی‌لیلی، مرک و گلکسواسمیت‌کلاین وارد بازار چین شدند و رشد انفجاری را تجربه کرده‌اند.

بیمۀ سلامت در آمریکا

کشور آمریکا یکی از کشورهای پیشگام در امر بیمه‌های سلامت بوده است. شاید بتوان گفت: اولین بیمه‌های سلامت در کشور آمریکا پایه‌ریزی شده‌اند. در بخش تاریخچۀ بیمه‌های سلامت به بخشی از آن اشاره شد. همانند سایر کشورهای دنیا در آمریکا دو نوع بیمۀ سلامت عمومی و خصوصی عرضه می‌شود.

مهم‌ترین بیمه‌های عمومی آمریکا عبارت‌ند از:

(۱) مدی‌کر یک بیمۀ اجتماعی است که در قالب برنامه‌های دولت فدرال برای پوشش هزینه‌های درمان سالمندان (افراد بالای ۶۵ سال)، افراد معلول و همچنین کودکان و خانواده‌های کم‌درآمد تعریف شده است.

(۲) مدی‌کید یک برنامۀ رفاهی است که به‌طور مشترک توسط دولت فدرال و ایالتی تأمین مالی، ولی در سطح ایالت اداره می‌شود. افراد تحت پوشش این برنامه کودکان و خانواده‌های بسیار کم‌درآمد هستند. این برنامه برای افراد بسیار فقیر در سال ۱۹۶۵ اجرایی شد. چون متقاضیان این بیمه باید طی یک روند مشخص انتخاب شوند، بنابراین آن‌را نمی‌توان بیمۀ اجتماعی دانست، بلکه یک برنامۀ رفاه اجتماعی یا حمایت اجتماعی از افراد بسیار فقیر است. به دلیل پایین بودن نرخ بازپرداخت هزینۀ ویزیت، بسیاری از پزشکان از پذیرش این بیمه‌نامه خودداری می‌کنند.

(۳) برنامۀ بیمۀ سلامت کودکان برنامه‌ای مشترک بین دولت‌های ایالتی و دولت فدرال برای تأمین بیمۀ درمانی کودکانی است که درآمد خانواده‌های آن‌ها بالاتر از حداقل درآمد مشخص‌شده در سیستم مدی‌کید است، اما آن‌ها هنوز قادر به خرید بیمه‌های خصوصی نیستند.

(۴) بیمۀ درمان کارکنان (و بازنشستگان) نیروهای مسلح و سرخ‌پوستان

در سال ۲۰۱۰ قانونی با عنوان «قانون مراقبت مقرون‌به‌صرفه» یا «قانون حمایت از بیمار و مراقبت مقرون‌به‌صرفه» و یا « اوباماکر» به تصویب رسید. بر اساس این قانون

(۱) حداقل ۸۵٪ حق‌بیمه باید صرف مراقبت‌های درمانی شود،

(۲) تمام خانواده‌هایی که متوسط درآمد آن‌ها کمتر ۱/۳۸ برابر خط فقر ایالتی است، به‌صورت رایگان تحت پوشش یکی از بیمه‌های درمانی عمومی ایالتی قرار می‌گیرند، و

(۳) تمام روش‌های جدیدی که باعث کاهش هزینه‌های درمانی می‌شوند، تشویق می‌شوند.

بر اساس بند (۳) این قانون، امروزه بیمه‌های درمان حتی هزینه‌های پیشگیری را نیز تحت پوشش قرار می دهند.

تنوع بیمه‌های درمانی خصوصی در آمریکا بسیار زیاد است. بیمهٔ درمانی خصوصی را ممکن است به‌صورت گروهی (به‌عنوان مثال توسط یک شرکت برای پوشش دادن کارمندان خود) یا توسط مصرف‌کنندگان به‌صورت انفرادی خریداری شوند. بیشتر آمریکایی‌هایی که بیمهٔ درمانی خصوصی دارند، آن را از طریق کارفرمایان خود در قالب مزایای شغلی دریافت کرده‌اند. کارفرمایان به‌طور معمول سهم عمده‌ای از حق‌بیمهٔ کارمندان (٪۸۵) و وابستگان آن‌ها (٪۷۵) را پرداخت می‌کنند. کارمندان کسر باقی‌مانده حق‌بیمه را معمولاً با درآمدهای معاف از مالیات پرداخت می‌کنند.

روش‌های عرضهٔ بیمه‌های درمانی در آمریکا به‌صورت‌های زیر است.

(۱) رویکرد HMO[۵]: در این رویکرد تنها هزینه‌های مراکز درمانی تحت پوشش قرار می‌گیرند که هزینه‌های آن‌ها حداقل مقدار ممکن باشد. به همین دلیل تعداد متقاضیان بیمه‌نامه‌ای که بر اساس این رویکرد عمل می‌کنند، بسیار کم است. بر اساس قانون، کارفرمایان با بیش از ۲۵ کارمند موظف‌اند، بیمه‌نامه‌هایی را که بر اساس این رویکرد عمل می‌کنند، به کارکنان خود ارائه دهند.

(۲) رویکرد MCP[۶]: در این رویکرد بیمه‌گر شیوه‌ها و دستورالعمل‌های کاهش هزینه‌های مزایای سلامتی و بهبود کیفیت مراقبت را در نظر می‌گیرد. معروف‌ترین این شیوه‌ها: ارائهٔ فهرستی از مراکز مورد قبول خود، ارائهٔ استانداردهای صریح و واضح برای انتخاب ارائه‌دهندگان مورد قبول خود، تأکید بر مراقبت‌های پیشگیرانه و غیره هستند. بیمه‌گذاران تنها موقعی می‌توانند درخواست بازپرداخت هزینه‌های خود را کنند که استاندارهای ارائه‌شده را رعایت کرده باشند. برای مثال خدمات مورد نیاز خود را از این مراکز مورد تایید دریافت کرده باشند. معمولاً بیمه‌نامه‌هایی که با این رویکرد فعالیت می‌کنند، تمام هزینه‌ها را پرداخت می‌کنند.

(۳) رویکرد PPO[۷]: بر اساس این رویکرد که معمولاً حق‌بیمهٔ آن بیشتر از دو رویکرد دیگر است، بیمه‌گذار می‌تواند درمانگر خود را به دلخواه انتخاب کند.

[۵] Health Maintenance Organizations
[۶] Managed Care Plans
[۷] Preferred Provider Organization

بیمهٔ سلامت در انگلستان

قانون بیمهٔ ملی که شامل بیمهٔ درمانی اجتماعی ملی برای مراقبت‌های اولیه (خدمات تخصصی و یا بستری در بیمارستان) بود، در سال ۱۹۱۱ به اجرا در آمد. در ابتدا این بیمه برای طبقهٔ کارگر شاغل (بدون در نظر گرفتن بستگان آن‌ها) اجرا شد. این سیستم بیمهٔ درمانی تا زمان ایجاد سیستم خدمات بهداشتی ملی در سال ۱۹۴۸، مورد استفاده قرار می‌گرفت. سیستم جدید از مالیات عمومی، تأمین مالی می‌شود و به همهٔ شهروندان قانونی انگلیس خدمات درمانی ارائه می‌کند. این بیمه‌نامه خدمات رایگان برای بیماران فراهم می‌کند، ولی هزینه‌های مرتبط با آزمایش چشم، مراقبت از دندان، نسخه‌ها و بسیاری از هزینه‌های مرتبط با خدمات مراقبت‌های شخصی را پرداخت نمی‌کند.

در سیستم خدمات بهداشتی ملی دو گروه معتمد وجود دارد. گروه اول، ارائه‌کنندگان خدمات بهداشتی هستند که از نظر این سیستم قابل اعتمادند. حال آنکه گروه دوم کمیسیونی از افراد متعمد است که مسئول نیازسنجی بخش‌های مختلف کشور از نظر خدمات بهداشتی و چانه‌زنی با گروه اول در مورد قیمت و چگونگی ارائهٔ خدمات است.

انگلیس همچنین دارای یک سیستم خصوصی سلامت است. خدمات بهداشتی و درمانی خصوصی را بعضاً کارفرمایان از طریق بیمه‌های درمانی، به‌عنوان بخشی از مزایای کاری عرضه می‌کنند. البته بیمه‌گران خصوصی نیز خود را مستقیماً به مردم عرضه می‌کنند.

۲ـ۸ نظام سلامت در ایران

نظام بهداشتی و درمانی کشور ایران همانند بسیاری از کشورهای درحال‌توسعه از نوع تعاون همگانی است. این نظام سلامت به دلایلی نظیر وسعت کشور، پراکندگی جمعیت و وجود شرایط اقلیمی متفاوت و غیره، نتوانسته است خدمات مناسبی به تمامی جامعهٔ هدف خود ارائه کند.

سیاست‌گذاری‌های جامع این نظام در سطح کشوري انجام و به استان‌ها ابلاغ می‌شوند. در هر استان کمیته‌هایی برای اجرای سیاست‌های جامع وجود دارند که برای شهرستان‌های تحت نظر خود برنامه‌ریزی و به آن‌ها ابلاغ می‌کنند. اعتبارات مورد نیاز این برنامه‌ها از طریق استان و با توجه به پیش‌بینيها در اختیار شهرستان قرار ميگیرد. وزارت بهداشت، درمان و آموزش پزشکی، وظیفه سیاست‌گذاری و نظارت در بخش بهداشت و درمان را

به عهده دارند.

رعایت اولویت بهداشت و پیشگیری بر درمان، توسعهٔ شبکه‌های بهداشتی و درمانی کشور، تقویت نظام ارجاع، استمرار سیاست‌های جمعیتی، پوشش درمانی اقشار جامعه با اعمال نظام بیمه خدمات درمانی، حمایت و گسترش انتقال فناوری و تجهیزات پیشرفته پزشکي با هدف ارتقا کیفیت خدمات و غیره جزء اهداف کوتاه و بلندمدت نظام سلامت ایران هستند.

نظام سلامت ایران در سه سطح زیر خدمات خود را ارائه می‌کند.

۱ـ خانه‌ها و مراکز بهداشتی روستایی و شهری

۲ـ مراکز بهداشت و بیمارستان‌های واقع در شهرستان‌ها

۳ـ بیمارستان‌های تخصصي و فوق‌تخصصي در مرکز استان‌ها

فصل ۳
چگونگی ارزیابی یک نظام سلامت

امروزه طراحی و اجرای نظام‌های سلامت کارا یکی از دغدغه‌های اصلی اکثر رهبران و سیاست‌گذاران کشورها است. میزان اهمیت این موضوع در هر کشور با اندازهٔ نظام ملی سلامت و اقتصاد ملی آن کشور ارتباط مستقیمی دارد. تقریباً تمام تصمیم‌های سیاست‌گذاران در مورد یک نظام سلامت باید بر اساس جنبه‌های کمّی آن تصمیم‌ها و تأثیر آن‌ها بر نظام سلامت در افق زمانی حال و آینده به دقت ارزیابی شوند. با این رویکرد می‌توان تأثیرات تمام سناریوهای مختلف را قبل از اتخاذ تصمیم‌های سرنوشت‌ساز بررسی و با دقت بیشتری مناسب‌ترین تصمیم در مورد یک نظام سلامت اتخاذ شود. هدف این فصل ارائهٔ ابزارهای کمّی و بیم‌سنجی است که به کمک آن‌ها یک بیم‌سنج قادر به تحلیل وضعیت فعلی یک نظام سلامت، پیش‌گویی وضعیت آتی آن نظام و همچنین پیش‌گویی تأثیر سناریوهای جدید بر آن نظام باشد. مطالب این فصل عمدتاً از سی‌کون و همکاران (۱۹۹۹) ، ایبر (۱۹۹۹) ، پامون‌دون و همکاران (۲۰۰۲) ، اسکولز (۲۰۰۰) و نورمند و همکاران (۱۹۹۴) گردآوری شده است.

۳ـ۱ ضرورت‌های ارزیابی یک نظام سلامت

برای تخصیص منابع و مدیریت مالی یک نظام سلامت، همواره باید از ابزارهای کمّی مناسب استفاده کرد. این ابزارها را می‌توان به دو صورت کلی ابزارهای توصیفی و

ابزارهای استنباطی (یا تحلیلی) دسته‌بندی کرد. ابزارهای توصیفی ابزارهای استانداردی هستند که برای توصیف و گزارش‌دهی (مالی، حسابداری و آماری) مورد استفاده قرار می‌گیرند. این ابزارها تنها به توصیف وضعیت موجود می‌پردازند. حال آنکه ابزارهای استنباطی (یا تحلیلی) تصویری از وضعیت فعلی نظام برای مدیران و سیاست‌گذاران ترسیم می‌کنند. آن‌ها به کمک این تصویر می‌توانند نظام تحت نظارت خود را بهتر و کارآمدتر مدیریت کنند و برای آیندهٔ آن تصمیم‌گیری کنند.

نکتهٔ ۳ـ۱. هر دو ابزار توصیفی و استنباطی در جای خود از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. حتی در برخی از مواقع، ابزارهای توصیفی اطلاعات قابل درک‌تری در اختیار مدیران قرار می‌دهند. به همین دلیل یک بیم‌سنج همواره باید در گزارش‌های حرفه‌ای خود، از هر دو ابزار به‌موقع استفاده کند.

همان‌گونه که گفته شد: ابزارهای تحلیلی، که معمولاً مبتنی بر روش‌های آمار، بیم‌سنجی و حسابداری هستند، پیش‌گویی‌های قابل استفاده در اختیار مدیران و سیاست‌گذاران نظام‌های سلامت قرار می‌دهند. به کمک این پیش‌گویی‌ها آن‌ها قادر خواهند بود به سؤالاتی نظیر:

(۱) آیا نظام نیازمند اصلاحات است؟

(۲) آیا اصلاحات پیشنهادی باعث بهبود کارایی نظام می‌شود؟

(۳) در میان چند سناریوی پیشنهادی، کدام‌یک برای کارآمدتر کردن فرایند تأمین مالی نظام، مناسب‌تر است؟

(۴) آیا از نظر تأمین مالی، نظام از پایداری لازم برخوردار است؟

(۵) الگوی توسعهٔ هزینه‌ها و درآمدها در آینده چگونه است؟

(۶) برای پرداخت سهم بیشتری از هزینه‌های مربوط به نسخه‌ها، به چه‌میزان منابع مالی (یا پس‌انداز) نیاز داریم؟

پاسخ دهند. برای پاسخ به این سؤالات ابتدا باید وضعیت نظام سلامت را به کمک مدل‌های مناسب تشریح کنیم.

تعریف ۳ـ ۱. یک مدل را می‌توان تصویر ساده‌سازی‌شده از واقعیت‌های مشاهده‌شده از یک سیستم پیچیده دانست.

چون تمامی مدل‌ها بر اساس واقعیت‌های مشاهده‌شده از یک پدیده یا سیستم ارائه می‌شوند، نمی‌توان هیچ مدلی را ٪۱۰۰ درست یا ٪۱۰۰ نادرست دانست. به‌عبارت‌دیگر تمامی مدل‌ها در عین درستی، نادرست هستند. در ادبیات آماری و بیم‌سنجی به فرایندی که طی آن واقعیت‌های مشاهده‌شده، از یک پدیده در قالب یک مدل ارائه می‌شود، مدل‌سازی یا مدل‌بندی گویند.

هنگام مدل‌سازی، فرد خبره ممکن است برخی از واقعیت‌های موجود را در نظر نگیرد (یا به آن‌ها اهمیت کمتری بدهد)، یا ممکن است با رویکردهای مختلفی اقدام به مدل‌سازی کند. بر همین اساس است که مدل‌های مختلفی برای یک پدیده یا سیستم وجود دارد. اگر مدل‌سازی با رویکرد بیان واقعیت‌های اقتصادی انجام شود، به مدل‌های حاصل «مدل اقتصادی» گویند. اما اگر بر اساس ترکیبی از واقعیت‌های طبیعی (نرخ زادومرگ، ازدواج و غیره) اقتصادی (نرخ تورم، نرخ سود، مالیات و غیره)، رفتاری (مشارکت در طرح‌های ارائه‌شده، رفتار مشتریان و غیره)، آماری (توزیع متغیرها، چگونگی ارتباط آماری آن‌ها با هم) و مالی (چگونگی انجام هزینه‌ها و تأمین مالی)، اقدام به مدل‌سازی کنیم، مدل‌های «بیم‌سنجی» حاصل می‌شوند. اگر از یک مدل بیم‌سنجی بخش‌های طبیعی و رفتاری را حذف کنیم، مدل حاصله یک مدل «بیم‌سنجی‌مالی» خواهد بود.

تحقیقات مرتبط با نظام‌های سلامت را به‌صورت کلی می‌توان در سه دستهٔ زیر قرار داد.

(۱) عوامل مؤثر بر وضعیت سلامت جامعهٔ هدف، تعیین و بر اساس آن‌ها الگوی قابل مشاهده‌ای از وضعیت کلی بهداشتی آن جامعه ارائه می‌شود. این نوع تحقیقات را معمولاً متخصصان اپیدمیولوژیک انجام می‌دهند.

(۲) تحقیقات دستهٔ دوم که از آن‌ها با عنوان تحقیقات «اقتصاد سلامت» یاد می‌کنیم، به دنبال مطالعهٔ تأثیر عوامل اقتصادی بر (تمام یا برخی از) شاخص‌های سلامت هستند. به‌عبارت‌دیگر این تحقیقات به دنبال پیوند بین اطلاعات اپیدمیولوژیک و اطلاعات اقتصادی در مورد متغیرهای تقاضا در بازار مراقبت‌های بهداشتی هستند.

(۳) تحقیقات دستهٔ سوم بر اساس این واقعیت که «دسترس بودن منابع در مراقبت‌های ارائه‌شده توسط یک نظام سلامت تأثیر می‌گذارد» شکل می‌گیرند. این تحقیقات را معمولاً بیم‌سنج‌ها و به کمک مدل‌های بیم‌سنجی‌مالی انجام می‌دهند.

در این فصل تنها بر تحقیقات دستهٔ سوم متمرکز می‌شویم. پیش از ادامه بحث اصلی نیازمند ارائهٔ تعریف زیر هستیم.

تعریف ۳ـ۲. روش‌های پرداخت هزینه‌های مرتبط با خدمات یا کالاها، در یک سیستم مالی می‌توان یکی از رویکردهای زیر باشد.

پیش‌پرداخت: در این روش مشتریان قبل از دریافت خدمات یا کالاها هزینه‌های آن‌ها را پرداخت می‌کنند.

پرداخت‌درجا: در این رویکرد مشتری هنگام دریافت خدمت یا کالا مبلغ تمام‌شدهٔ آن‌را پرداخت می‌کند. این رویکرد در بنگاه‌های کوچک یا برای مشتریان خرد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پس‌پرداخت: در این رویکرد مشتری پس از استفاده از یک خدمت یا دریافت یک کالا، هزینه‌های آن‌را بر اساس الگویی مشخص پرداخت می‌کند. در ادبیات بیم‌سنجی پس‌پرداخت را به اختصار با نماد PAYG[۱] نمایش می‌دهند.

برای مثال سیستم مخابرات از این رویکرد مالی پس‌پرداخت استفاده می‌کند، به همین دلیل است که صاحبان تلفن بعد از استفاده از خدمات باید هزینه‌ها را پرداخت کنند. اما شرکت‌های بیمهٔ تجاری از رویکرد پیش‌پرداخت استفاده می‌کنند، چون آن‌ها هزینه‌های مرتبط با ریسک‌های احتمالی یک بیمه‌نامه را در هنگام عقدقرارداد محاسبه و (بر اساس الگویی) دریافت می‌کنند.

یک سیستم پس‌پرداخت، سیستم تأمین مالی بدون صندوق است، یعنی هیچ ذخیرهٔ فنی طولانی مدت وجود ندارد. در اصل، تمامی مزایا و هزینه‌های اداری پرداخت‌شده در مدت‌زمان مشخص (عموماً یک‌سال) از درآمد طرح در همان دوره تأمین می‌شوند. معمولاً یک ذخیرهٔ احتمالی کوچک برای تأمین مخارج پیش‌بینی‌نشده نگهداری می‌شود. از نظرگاه مدیریت مالی، سیستم‌های پس‌پرداخت به لحاظ نظری بسیار ساده هستند، زیرا

[۱] Pay-as-you-go

فقط باید تعداد کمی از دارایی‌ها (یا هیچ) مدیریت شود. نرخ سهم نیز برای محاسبه نسبتاً ساده است، زیرا فقط هزینه‌های سال و درآمدهای مورد انتظار از جمعیت بیمه‌شده مشمول مشارکت، باید تخمین زده شوند.

سیستم‌های خدمات عمومی معمولاً از این رویکرد مالی پس‌پرداخت و با یک تاخیر زمانی (معمولاً یک‌ساله) هزینه‌های خود را دریافت می‌کنند. متأسفانه به دلیل ثابت نبودن مشتریان این سیستم‌ها، مشتریان دورهٔ زمانی t (که می‌توانند افراد جدیدی باشند) باید هزینه‌های مرتبط به مشتریان دورهٔ زمانی $t-۱$ را پرداخت کنند. چون در این سیستم‌ها همواره افرادی وجود دارند که هزینه‌های مانده از دورهٔ قبلی را پرداخت کنند، مدیران مالی سیستم نیازمند ذخیره‌گیری برای پرداخت‌های آتی نیستند.

تعریف ۳ـ۳. با فرض اینکه تأمین مالی یک نظام سلامت بر اساس حق‌بیمه، مالیات یا هر دو باشد. نرخ پس‌پرداخت PAYG برای زمان t ام آن نظام سلامت به‌صورت

$$PAYG_{Rate}(t) = \frac{TBE(t) + AC(t) - OI(t)}{TTB(t)} \qquad (۳ـ۱)$$

تعریف می‌شود. که در آن $TBE(t)$ مجموع کل هزینه‌ها، $AC(t)$ مجموع هزینه‌های اداری (یا سایر هزینه‌های غیرمرتبط با مزایا)، $OI(t)$ مجموع تمامی درآمدهای به جز حق‌بیمه و مالیات و $TTB(t)$ مجموع درآمدهای مشمول بیمه هستند.

نرخ پس‌پرداخت PAYG برای زمان t به لحاظ نظری نشان‌دهندهٔ نرخ مشارکتی (در قالب پرداخت حق‌بیمه یا مالیات) که لازم است تا سیستم سلامت بتواند از عهدهٔ هزینه‌ها برای بازهٔ زمانی $[t-۱, t]$ برآید. البته در عمل، برای در نظر گرفتن، نرخ‌های پیش‌بینی‌نشده نظیر تورم، نرخ‌های بالاتر از نرخ پس‌پرداخت PAYG برای زمان t در نظر گرفته می‌شود.

نکتهٔ ۳ـ۲. معادله (۳ـ۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$PAYG_{Rate}(t) \times TTTB(t) = TBE(t) + AC(t) - OI(t).$$

این دقیقاً همان اصل تعادل (ارائه‌شده در تعریف ۲ـ۱۰) برای سال t ام است. بنابراین نرخ پس‌پرداخت $PAYG_{Rate}(t)$ را می‌توان به‌عنوان نرخ تعادل (یا توانگری) مالی سیستم در سال t ام تفسیر کرد.

تعریف ۳ـ ۴. نرخ توانگری مالی یک سیستم، نسبتی است که براساس آن قدرت مالی آن سیستم مالی برای اینکه بتواند از عهده تعهداتش برآید، محاسبه می‌شود.

این نرخ از تقسیم مجموع دارایی‌ها بر مجموع تعهدات حاصل می‌شود.

همان‌گونه که گفته شد، از نظر مفهومی دو نرخ توانگری مالی و نرخ پس‌پرداخت یکسان هستند. نرخ توانگری مالی (یا نرخ پس‌پرداخت) با استفاده از روش‌های بیم‌سنجی در نظام‌های سلامت محاسبه می‌شوند. معمولاً در نظام‌های بزرگ سلامت این نرخ بسیار کوچک است. در آلمان قانون، نظام‌های سلامت را مکلف کرده است که این نرخ مقداری باشد که نظام بتواند حداقل هزینه‌های یک‌ماه را پرداخت کند. اما در فرانسه این نرخ باید عدد بین ٪۱۰ تا ٪۱۲ باشد. به‌طور کلی، این نرخ در کشورهایی با درآمد بسیار پایین در حدود ٪۲ تا ٪۴ ، در کشورهای با درآمد متوسط در حدود ٪۵ تا ٪۷ و در ثروتمندترین کشورها در حدود ٪۱۰ تا ٪۱۴ است.

تعریف ۳ـ ۵. به بخشی از درآمدهای یک فرد که مشمول محاسبات بیمه‌ای می‌شود، درآمد مشمول بیمه گویند.

معمولاً درآمد پایهٔ افراد (نه اضافه‌کارها و مزایای آن‌ها) مشمول محاسبات بیمه‌ای می‌شود. همچنین ممکن است افرادی که درآمد آن‌ها از مقدار مشخص‌شده کمتر باشد، این مقدار برای آن‌ها صفر درنظر گرفته می‌شود.

نکتهٔ ۳ـ ۳. لازم به ذکر است از واژهٔ «درآمدهای مشمول بیمه» برای نظام‌های که روش تأمین مالی آن‌ها بر اساس مالیات است، نیز استفاده می‌شود. در آنجا منظور از درآمدهای مشمول بیمه، مقدار مالیاتی است که مشمول محاسبات بیمه‌ای می‌شوند.

قبل از بررسی ضرورت مدل‌بندی یک نظام سلامت، نیازمند دانستن تعاریف زیر هستیم.

تعریف ۳ـ ۶. دورهٔ مرجع (یا دورهٔ مشاهده) دوره‌ای است که بر اساس اطلاعات آن دورهٔ مدل‌های بیم‌سنجی را توسعه می‌دهیم.

با استفاده از مدل‌های توسعه‌یافته نتایج تصمیم‌های اتخاذ شده، یا رفتار آتی نظام را برای یک دورهٔ زمانی (با عنوان دورهٔ پیش‌گویی) مطالعه می‌کنیم. طول دورهٔ مرجع باید حداقل دو برابر طول دورهٔ پیش‌گویی باشد.

تعریف ۳ـ۷. به نرخ تورم کلی که دولت هر ساله بر اساس یک معیار مشخص محاسبه می‌کند، نرخ تورم عمومی گویند. این نرخ تورم معمولاً بر اساس تغییرات قیمت برخی از کالاها و خدمات محاسبه می‌شود.

تعریف ۳ـ۸. به میانگین انحراف نرخ تغییرات هزینه‌های یک متغیر از نرخ تورم عمومی، در بازهٔ زمانی مشاهدات (دوره مرجع) ضریب انحراف متوسط آن متغیر گویند.

ضریب انحراف‌متوسط هزینه‌های یک خدمت سلامت، منعکس‌کنندهٔ متوسط انحراف تورم هزینه‌های آن خدمت در قیاس با تورم عمومی است.

برای نشان دادن اهمیت استفاده از مدل‌های بیم‌سنجی در مطالعات مرتبط با نظام‌های سلامت به مثال زیر توجه کنید.

مثال ۳ـ۱. یک کشور فرضی با عنوان دمولند را در نظر بگیرید. فرض کنید یک نظام سلامت این کشور که برای کارکنان رسمی آن کشور عرضه می‌شود، تنها هزینه‌های بستری بیمارستانی بیمه‌گذاران و خانواده‌های آن‌ها را پوشش می‌دهد. همانند بسیاری از کشورهای درحال‌توسعه، پول ملی دمولند به دلیل تعدیل‌های ساختاری اقتصاد (برای حفظ رقابت‌پذیری بخش‌های کشاورزی و صنعتی) بی‌ارزش شده است. در نتیجه، قیمت داروها (که همهٔ آن‌ها وارداتی هستند) به‌صورت قابل توجهی افزایش یافته است. با توجه به سیاست‌های انقباضی و افزایش قیمت دارو، دولت مجبور شده است که حمایت خود را از دارو برای تمام افراد جامعه (به‌جز افراد فقیر و بیمارخاص) حذف کند. دولت از نظام ملی سلامت دمولند درخواست کرده است که علاوه بر هزینه‌های بستری، هزینهٔ داروی بیمه‌شدگان خود را نیز متقبل شود.

نظام سلامت کارکنان دمولند قبل از قبول یا رد درخواست دولت، از بیم‌سنج‌های خود درخواست برآورد هزینه‌های دارویی را می‌کند.

حل. بیم‌سنج‌های نظام سلامت کارکنان دمولند، با استفاده از ابزارهای استنباطی برای هزینه‌ها و درآمدهای نظام (با در نظر گرفتن مزیت جدید یا بدون آن) دو مدل بیم‌سنجی‌مالی ارائه و به کمک این دو مدل هزینه‌های پنج سال آتی را پیش‌گویی می‌کنند. در مورد این مدل‌ها در بخش‌های آتی بحث خواهیم کرد. جدول (۳ـ۱) این مقادیر را نشان می‌دهد. در جدول این سهم پس‌پرداخت‌ها بر اساس رابطه (۳ـ۱) محاسبه شده است. بر اساس محاسبات بیم‌سنج‌ها می‌توان نتیجه گرفت: هزینه‌های مربوط به مزایای جدید از مقدار ۱/۰۵ میلیارد دلار در سال ۱۹۹۸ به مقدار ۲/۱۸ میلیارد دلار در

سال ۲۰۰۲ افزایش می‌یابد (حدود ٪۲۰۰). این در حالی است که افزایش سایر مزایا با سرعت کمتر اتفاق می‌افتد (از ۷/۰۰ میلیارد دلار در سال ۱۹۹۸ به ۱۰/۲۵ در سال ۲۰۰۲ افزایش می‌یابد، حدود ٪۱۴۶ افزایش می‌یابد). بنابراین می‌توان گران‌قیمت بودن مزایای جدید را برای این نظام نتیجه گرفت. اگر حق‌بیمه‌ها به‌صورت مساوی بین کارفرمایان و کارمندان تقسیم شوند، نظام سلامت کارکنان چالشی بزرگ برای مجاب کردن آن‌ها خواهد داشت. □

جدول ۳ـ۱: پیش‌گویی هزینه‌ها و درآمدها پنج سال آتی (بر حسب میلیار دلار)، مربوط به مثال (۳ـ۱)

		سال				
		۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲
هزینه‌ها	هزینه‌های بستری	۷/۰۰	۷/۷۰	۸/۴۷	۹/۳۲	۱۰/۲۵
	هزینه‌های جدید مربوط به پوشش داروها	۱/۰۵	۱/۲۶	۱/۵۱	۱/۸۱	۲/۱۸
	هزینه‌های اداری	۰/۴۰	۰/۴۵	۰/۵۰	۰/۵۶	۰/۶۲
	مجموع هزینه‌ها	۸/۴۵	۹/۴۱	۱۰/۴۸	۱۱/۶۹	۱۳/۰۵
درآمدها	کل درآمدهای بیمه‌ای	۱۰۰/۰۰	۱۱۲/۰۰	۱۲۵/۴۴	۱۴۰/۴۹	۱۵۷/۳۵
	درآمدهای حاصل از پرداخت‌های مشترک	۰/۳۵	۰/۳۹	۰/۴۲	۰/۴۷	۰/۵۱
	یارانه‌های دولتی	۰/۴۲	۰/۴۴	۰/۴۵	۰/۴۶	۰/۴۸
	درآمدهای حاصل از مشارکت (پرداخت‌ها از جیب)	۷/۶۸	۸/۵۹	۹/۶۱	۱۰/۷۶	۱۲/۰۶
	مجموع درآمدها	۸/۴۵	۹/۴۱	۱۰/۴۸	۱۱/۶۹	۱۳/۰۵
درصد PAYG	قبلی	٪۶/۶۳	٪۶/۵۴	٪۶/۴۶	٪۶/۳۷	٪۶/۲۸
	جدید (بعد از اضافه شدن مزایای پوشش داروها)	٪۷/۶۸	٪۷/۶۷	٪۷/۶۶	٪۷/۶۶	٪۷/۶۶

نظام‌های سلامت یک کشور بخشی مؤثر از نظام ملی سلامت آن کشور هستند. بنابراین هر گونه تغییر در نظام ملی سلامت کشور یا در یکی از نظام‌های سلامت، تأثیر متقابل بر سایر نظام‌ها، اقتصاد و سایر بخش‌های آن کشور می‌گذارد. به همین دلیل است که تغییرات و اصلاحات در نظام‌های سلامت باید با دقت انجام شود.

در زیر مثالی ارائه می‌شود که تأثیر تغییر در یک نظام سلامت را برای سایر مؤلفه‌های ملی بررسی می‌کند.

مثال ۳ـ۲. (ادامه مثال ۳ـ۱) در مثال (۳ـ۱) تأثیر اضافه شدن یک مزیت جدید (پوشش هزینه‌های دارویی) به مزایایی نظام سلامت کارکنان کشور فرضی دمولند بررسی

شد. حال فرض کنید از بیم‌سنج‌های این نظام خواسته شده است تأثیر اضافه شدن این مزیت را فراتر از نظام سلامت کارکنان، بررسی کنند. به‌عبارت دقیق‌تر از آن‌ها خواسته شده است که تأثیر آن‌را بر نظام ملی سلامت و بودجه‌بندی ملی نیز بررسی کنند.

حل. فرض کنید یک‌سوم جمعیت کشور دمولند تحت پوشش نظام سلامت کارکنان قرار دارند. همچنین فرض کنید در کشور دمولند یک نظام ملی سلامت وجود دارد که از طریق مالیات تأمین مالی می‌شود.

بیم‌سنج‌ها ابتدا سیستم بودجهٔ کشور دمولند را در دو حالت (الف) شرایط موجود و (ب) شرایط جدید (نظام سلامت کارکنان مزیت پوشش هزینه‌های دارویی را به پوشش‌های خود اضافه می‌کند) مدل‌بندی و بر اساس آن افق پنج‌سالهٔ آتی را شبیه‌سازی می‌کنند. سپس با استفاده از نتایج حاصل‌شده تأثیر تغییر انجام‌شده بر بودجهٔ ملی را بررسی می‌کنند. جدول (۳ـ۲) و جدول (۳ـ۳) به ترتیب پیش‌گویی سیستم بودجهٔ کشور دمولند را در دو حالت (الف) و (ب) نشان می‌دهند. جدول (۳ـ۳) تأثیر نظام سلامت کارکنان (در دو حالت اعمال یا عدم اعمال اصلاح مورد نظر) را بر بودجه ملی کشور دمولند نشان می‌دهد.

تأثیر بر بودجه سیستم ملی سلامت: شبیه‌سازی انجام‌شده در جدول (۳ـ۲) و جدول (۳ـ۳) نکات جالب توجهی را نشان می‌دهند. در سال‌های اول اعمال تصحیح در نظام سلامت کارکنان، صرفاً به تغییر در هزینه‌های نظام ملی سلامت منجر می‌شود. بدین ترتیب که بار مالی دولت در تأمین مالی بخش سلامت، به اندازه حدود ۰/۲ درصد از تولید ناخالص داخلی کاهش می‌یابد. این صرفه‌جویی در طول دورهٔ شبیه‌سازی‌شده، تقریباً ثابت باقی می‌ماند. در حالی که دولت با تغییر اعمال‌شده، در هزینه‌های خود صرفه‌جویی می‌کند، سایر مشارکت‌کنندگان هزینه‌ی بیشتری پرداخت می‌کنند، البته آن‌ها هم نوع دیگری پس‌انداز می‌کنند (مشارکت آن‌ها در پرداخت هزینه‌های مرتبط با دارو کمتر می‌شود، زیرا دولت مبالغ کمتری برای دارو پرداخت می‌کند).

تأثیر بر بودجه ملی: شبیه‌سازی ارائه‌شده در جدول (۳ـ۴) نتیجه‌ی مشابهی در مورد پس‌انداز دولت در بودجه‌های خود ارائه می‌کند. میزان این پس‌انداز دقیقاً برابر پس‌انداز بخش سلامت است. این نشان‌دهندهٔ آن است که این تغییر بر مزایای سایر بخش‌ها (مزایای بازنشستگی، مزایای کوتاه‌مدت، مزایای بیکاری

و کمک‌های اجتماعی) تأثیری نمی‌گذارد. از طرف دیگر برنامه‌ریزان بودجه از شبیه‌سازی ارائه‌شده می‌توانند نکات جالب توجهی کسب کنند. برای مثال آن‌ها می‌توانند افزایش چشمگیر هزینه‌های بازنشستگی را در قیاس با هزینه‌های مرتبط با سلامت مشاهده کنند. بنابراین آن‌ها باید با یک مطالعه دقیق‌تر مزایا و هزینه‌های بازنشستگی را بررسی کنند، تا در صورت بیش از حد سخاوتمندانه‌بودن مزایای این بخش، آن‌را کاهش دهند.

نتایج بسیار زیاد دیگری می‌توان از این مطالعه کسب کرد که مابقی آن به خواننده واگذار می‌شود. □

جدول ۳ــ۲: پیش‌گویی هزینه‌ها و درآمدها پنج‌سال آتی (بر حسب میلیار دلار) نظام ملی سلامت کشور فرضی دمولند در حالت (الف)، مربوط به مثال (۳ــ۲)

		سال				
		۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲
مجموع هزینه‌های	نظام سلامت کارکنان	۷/۴	۸/۱۵	۸/۹۷	۹/۸۷	۱۰/۸۷
	نظام ملی سلامت	۲۰	۲۱/۲	۲۲/۴۷	۲۳/۸۲	۲۵/۲۵
	بخش خصوصی سلامت	۰/۷۴	۰/۷۸	۰/۸۲	۰/۸۶	۰/۹
	سلامت مربوط به کارفرمایان	۱/۵	۱/۵۸	۲/۵	۲/۶۳	۳/۵
مجموع هزینه‌های تمامی نظام‌های سلامت		۲۹/۶۴	۳۱/۷	۳۴/۷۶	۳۷/۱۸	۴۰/۵۲
مجموع درآمدهای ناشی از	مشارکت تأمین اجتماعی	۶/۶۳	۷/۳۳	۸/۱	۸/۹۵	۹/۸۸
	مشارکت بخش خصوصی	۰/۷۴	۰/۷۸	۰/۸۲	۰/۸۶	۰/۹
	مشارکت کارفرمایان	۱/۵	۱/۵۸	۲/۵	۲/۶۳	۳/۵
	پرداخت‌های از جیب	۰/۷	۰/۷۷	۰/۸۵	۰/۹۳	۱/۰۲
	سایر موارد	۲۰/۰۷	۲۱/۲۵	۲۲/۵	۲۳/۸۲	۲۵/۲۱
مجموع تمامی درآمدها		۲۹/۶۴	۳۱/۷	۳۴/۷۶	۳۷/۱۸	۴۰/۵۲
درصد هزینه‌های سلامت نسبت به تولید ناخالص ملی		۸/۸۰٪	۸/۹۶٪	۹/۳۵٪	۹/۵۳٪	۹/۸۹٪
درصد تأمین مالی دولت نسبت به تولید ناخالص ملی		۵/۹۶٪	۶/۰۱٪	۶/۰۵٪	۶/۱٪	۶/۱۶٪
تولید ناخالص ملی		۳۳۷	۳۵۳/۸۵	۳۷۱/۵۴	۳۹۰/۱۲	۴۰۹/۶۳

همانطور که در مثال (۳ــ۱) و مثال (۳ــ۲) نشان داده شد، مطالعهٔ دقیق یک نظام سلامت می‌تواند دو کاربرد عمدهٔ زیر را داشته باشد.

جدول ۳ـ۳: پیش‌گویی هزینه‌ها و درآمدهای پنج‌سال آتی (بر حسب میلیارد دلار) نظام ملی سلامت کشور فرضی دمولند در حالت (ب)، مربوط به مثال (۳ـ۲)

		سال				
		۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲
مجموع هزینه‌های	نظام سلامت کارکنان (بعد از اضافه کردن مزیت دارویی)	۸/۴۵	۹/۴۱	۱۰/۴۸	۱۱/۶۹	۱۳/۰۵
	نظام ملی سلامت	۱۸/۹۵	۲۰/۰۹	۲۱/۲۹	۲۲/۵۷	۲۳/۹۲
	بخش خصوصی سلامت	۰/۷۴	۰/۷۸	۰/۸۲	۰/۸۶	۰/۹
	سلامت مربوط به کارفرمایان	۱/۵	۱/۵۸	۲/۵	۲/۶۳	۳/۵
مجموع هزینه‌های تمامی نظام‌های سلامت		۲۹/۶۴	۳۱/۸۵	۳۵/۰۹	۳۷/۷۴	۴۱/۳۷
مجموع درآمدهای ناشی از	مشارکت تأمین اجتماعی	۷/۶۸	۸/۵۹	۹/۶۱	۱۰/۷۶	۱۲/۰۶
	مشارکت بخش خصوصی	۰/۷۴	۰/۷۸	۰/۸۲	۰/۸۶	۰/۹۰
	مشارکت کارفرمایان	۱/۵	۱/۵۸	۲/۵۰	۲/۶۳	۳/۵۰
	پرداخت‌های از جیب	۰/۳۵	۰/۳۹	۰/۴۲	۰/۴۷	۰/۵۱
	سایر موارد	۱۹/۳۷	۲۰/۵۲	۲۱/۷۴	۲۳/۰۳	۲۴/۴۰
مجموع تمامی درآمدها		۲۹/۶۴	۳۱/۸۵	۳۵/۰۹	۳۷/۷۴	۴۱/۳۷
درصد هزینه‌های سلامت نسبت به تولید ناخالص ملی		۸/۸۰٪	۹/۰۰٪	۹/۴۴٪	۹/۶۷٪	۱۰/۱۰٪
درصد تأمین مالی دولت نسبت به تولید ناخالص ملی		۵/۷۵٪	۵/۸۰٪	۵/۸۵٪	۵/۹۰٪	۵/۹۸٪
تولید ناخالص ملی		۳۳۷	۳۵۳/۸۵	۳۷۱/۵۴	۳۹۰/۱۲	۴۰۹/۶۳

(۱) به کمک نتایج حاصل می‌توان مشکلات مالی نظام را مشخص کرد و به‌عنوان نوعی هشدار آن‌را در معرض تصمیم‌گیری مدیران قرار داد.

(۲) به کمک نتایج حاصل می‌توان تأثیر مالی سناریوهای پیشنهادی را بر سایر بخش‌ها مشاهده کرد.

کاربرد دوم از اهمیت بیشتری برخوردار است، زیرا در دنیای واقعی، تصمیم‌های مربوط به حوزه‌های اجتماعی (برخلاف بسیاری از حوزه‌های دیگر) غالباً از نظر اخلاقی یا مالی قابل قبول نیستند. به همین دلیل سیاست‌گذاران این حوزه برای پشتیبانی از تصمیم‌های خود و همچنین منطقی‌تر کردن روند تصمیم‌گیری، نیازمند مدل‌های بیم‌سنجی هستند!

نکتهٔ ۳ـ۴. هدف نهایی تمامی مدل‌های بیم‌سنجی‌مالی در سلامت، حمایت از سیاست‌هایی است که موجب ارتقای اثربخشی و کارایی نظام‌های سلامت می‌شوند. اثربخشی یک نظام سلامت، مترادف با دستیابی به دستاوردهای بهداشتی است. کارایی یک نظام

سلامت به معنی دست‌یابی به یک سیستم اثربخش با حداقل هزینه یا حداکثر بهره‌وری قابل تفسیر است.

بانک جهانی فراتر از رویکردهای بیم‌سنجی در حمایت از سیاست‌های اثربخش و کارا، توصیه‌های ده‌گانهٔ زیر را در مورد سیاست‌های حوزهٔ سلامت ارائه کرده است.

(۱) تحلیل بخشی و زیربنایی اقتصاد: موضوعات کلیدی اقتصاد کلان و بخش مراقبت‌های بهداشتی بر اساس نقطه نظرات زیر تحلیل شوند

(الف) آیا در چارچوب اسناد بالادستی، مانند برنامه‌های توسعهٔ ملی، استراتژی کمک بانک جهانی یا سازمان جهانی بهداشت یا صندوق بین‌المللی پول، چارچوبی کلان منسجم وجود دارد؟ اگر چارچوبی وجود دارد، بخش سلامت در آن اولویت دارد؟

(ب) آیا بخش‌های اساسی کشور (نظیر بخش‌های سیاسی، اجتماعی، اقتصادی و غیره) بر بخش بهداشت و درمان تأثیر می‌گذارد یا برعکس؟

(ج) آیا تحریف‌ها یا اشکالات کلان و اساسی در حوزهٔ سلامت وجود دارد که قبل از هر گونه تغییر، ابتدا آن‌ها باید بررسی شوند؟

(۲) اهداف سیاست‌های سلامت کشور باید به روشنی تعریف شوند.

(۳) تمامی گزینه‌های جایگزین باید مشخص شوند.

(۴) گزینه‌های اصلی و جایگزین از نظر تأثیرات مالی و مقرون‌به‌صرفه‌بودن تحلیل شوند.

(۵) قبل از به‌کارگیری هر سیاست (اصلی و جایگزین) الگوی توزیع اثرات در بخش‌های مختلف جامعه به خصوص در فقرا به‌طور دقیق ارزیابی شود.

(۶) سیاست‌های اصلی و جایگزین باید بر اساس الگوهای هزینه اثربخشی و هزینه فایده تحلیل شوند.

(۷) سیاست‌ها (اصلی و جایگزین) از نظر ریسک و حساسیت تحلیل شوند. منظور از تحلیل حساسیت مطالعه اثر پارامترها (نظیر نرخ مرگ‌ومیر، تقاضا و غیره) بر نتایج است. منظور از تحلیل ریسک، مطالعه ریسک‌هایی (نظیر بی‌ثباتی سیاسی، اقتصادی و غیره) که ممکن است اجرای سیاست‌ها را تحت تأثیر قرار دهند.

(۸) آیا سیاست مورد بررسی از پایداری لازم برخوردار است، یا ممکن است بعد از مدتی تحقق آن امکان‌پذیر نباشد؟

(۹) ارائهٔ معیارهایی که بر اساس آن‌ها بتوان بر روند اجرای سیاست‌ها نظارت داشت.

(۱۰) تأثیر سیاست بر انسجام کلی و کامل‌بودن سیستم سلامت باید تحلیل شود.

۳ـ۲ مراحل لازم برای تحلیل یک نظام سلامت

برای ارائهٔ تحلیلی مناسب از یک نظام سلامت، همچنین برای پاسخ‌گویی به سؤالات مطرح‌شده توسط سیاست‌گذاران یک نظام سلامت، آن نظام و نحوهٔ تعامل آن با سایر بخش‌ها، باید به دقت مدل شوند. به همین دلیل است که قبل از مدل‌سازی، بیم‌سنج باید از سؤالات مطرح‌شده توسط مدیران و سیاست‌گذاران مطلع باشد، زیرا نوع و چگونگی مدل‌بندی از سؤالاتی که ما انتظار داریم آن مدل پاسخ دهد، تأثیر می‌پذیرد. به همین دلیل است که سیاست‌گذاران (شامل طراحان، مدیران و افراد تصمیم‌گیر) در حوزهٔ سلامت و بیم‌سنج‌ها دو گروه موازی و مرتبط با هم‌اند، به‌گونه‌ای که هر یک بدون دیگری نمی‌تواند به اهداف خود دست یابد.

هدف غایی و بلندمدت تمام نظام‌های سلامت ارتقای سطح سلامت جامعهٔ هدفشان است. واضح است هر هدف باید به تعدادی هدف کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت تقسیم شود و برای دستیابی به هر کدام برنامه‌های مشخص و جامعی ارائه گردد.

مدل‌های بیم‌سنجی در نظام‌های سلامت در شش‌گام زیر حاصل می‌شوند. البته ممکن است در عمل، گام‌های سوم، چهارم و پنجم بیش از یک‌بار تکرار شوند.

الگوریتم ۳ـ۱. (ارائهٔ مدل برای تحلیل یک نظام سلامت) هنگام تحلیل یک نظام سلامت برای پاسخ دادن به سؤالات سیاست‌گذاران و همچنین بررسی تأثیر سناریوهای مختلف بر سایر بخش‌ها، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم.

(۱) هدف مورد نظر را فرموله کنید. این گام با مشخص شدن یک هدف برای تحلیل یک نظام سلامت آغاز می‌شود. به‌عنوان مثال، ممکن است این سؤال پیش

آمده باشد که: «آیا می‌توان هزینه‌های دولت را در بخش سلامت، بدون ایجاد تأثیرات منفی بر وضعیت سلامت جامعه، کاهش داد؟»

(۲) مدل‌بندی وضعیت موجود: هدف تعریف‌شده در گام قبلی، نشان‌دهندهٔ ماهیت مدل مورد نیاز است. فرایند مدل‌بندی با ارائهٔ یک مدل برای وضعیت موجود آغاز می‌شود. همانند مثال‌های (۳ـ۱) (۳ـ۲) از مدل برای وضعیت موجود معمولاً به‌عنوان مرجعی برای مقایسه نتایج حاصل از تغییرات با وضعیت موجود استفاده می‌شود.

(۳) مجموعه‌ای از تصمیم‌ها (یا سیاست‌ها) که به‌گونه‌ای با تصمیم مورد بررسی نزدیکی دارد (تصمیم‌های جایگزین)، در نظر گرفته می‌شود و بر اساس آن‌ها تحلیل انجام گیرد. مثلاً در مورد مثال (۳ـ۱) یک تصمیم جایگزین برای تصمیم مورد تحلیل (اضافه کردن مزیت پوشش هزینه‌های دارویی) می‌تواند پوشش بخشی از هزینه‌های دارویی باشد. این مجموعه تصمیم‌ها می‌توانند کمک شایانی به سیاست‌گذاران ارائه کنند.

(۴) مطالعهٔ تأثیر تصمیم مورد بررسی بر وضعیت موجود. در این مرحله مدل‌سازان با اعمال تصمیم مورد مطالعه بر مدل وضعیت موجود، تأثیر به‌کارگیری این تصمیم را می‌سنجند. هم‌زمان با تأثیر تصمیم اصلی، تأثیر تصمیم‌های جایگزین که در مرحله سوم احصا شده‌اند، نیز مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

(۵) نتایج حاصل از تصمیم اصلی و تصمیم‌های جایگزین در معرض تصمیم‌گیری سیاست‌گذاران نظام سلامت قرار داده می‌شود.

(۶) تغییرات مربوط به تصمیم پذیرفته‌شده در نظام سلامت اعمال می‌شوند.

در نکته (۳ـ۴) ملاحظات بانک جهانی در مورد تغییرات در یک نظام سلامت ارائه شد، بهتر است این ملاحظات با گام‌های ارائه‌شده در الگوریتم (۳ـ۱) تلفیق شوند، تا تصمیم‌های پذیرفته‌شده، دغدغه‌های بانک جهانی را نیز مرتفع کرده باشند. ممکن است چک‌لیست ارائه‌شده در نکته زیر مفید واقع شود.

نکتهٔ ۳ـ۵. غالباً قبل از اتخاذ تصمیم نهایی بین سیاست‌گذاران اختلاف نظر به‌وجود می‌آید. در این گونه مواقع بهتر است قبل از تصمیم‌گیری نهایی، به عقب برگشته و تمام

تصمیم‌ها (اصلی و جایگزین) را مجدداً به‌طور دقیق بررسی کنیم. همچنین از یک رویکرد چک‌لیستی به صورت زیر استفاده کنید.

(۱) تمام تصمیم‌های ناسازگار با چارچوب کلان را حذف کنید.

(۲) تمام تصمیم‌هایی را که امکان ارزیابی میزان دستیابی به اهداف آن‌ها وجود ندارد، حذف کنید.

(۳) تمام تصمیم‌هایی را که از نظر مالی مقرون‌به‌صرفه نیستند، حذف کنید.

(۴) تمام تصمیم‌هایی را که به نفع گروه‌های فقیر یا آسیب‌پذیر نیستند، حذف کنید.

(۵) تمام تصمیم‌هایی را که ریسک بسیار بالاتر از مزایای احتمالی دارند، حذف کنید.

(۶) تمام تصمیم‌هایی را که پایداری آن‌ها دور از ذهن هستند، حذف کنید.

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، در رویکرد چک‌لیستی بالا یک رویکرد حذف است. با استفاده از این رویکرد تعداد تصمیم‌ها به صورت چشمگیری کاهش می‌یابند.

۳ـ۲ـ۱ پایگاه داده‌ها

امکان اجرای طرح‌های جدید یا اصلاحات جدید باید بر اساس مدل‌های بیم‌سنجی[۲] و پیش‌گویی مورد بررسی قرار گیرند.

مدل‌های مربوط به تأمین مالی نظام‌های سلامت، مانند مدل‌های مرتبط با هزینه‌های عمومی، به مجموعه‌ای کاملاً مشخص از داده‌ها نیازمند است. این یک اصل مسلم است که «هیچ مدلی بدون داده وجود ندارد و مدل‌ها همیشه فقط به‌خوبی پایگاه داده و فرضیات هستند!»[۳] همواره ساختار یک مدل عرض (متغیرهای مرتبط با هزینه‌ها، درآمدها، مزایا و غیره) و عمق (درجه جزئیات اطلاعات ثبت‌شده) پایگاه داده‌ها را نمایش می‌دهند. به همین دلیل است که میزان قابلیت دسترسی داده‌ها از اهمیت بسیار بالایی برخوردار

[۲] گاهی به رویکرد مبتنی بر مدل‌سازی، رویکرد تصویرسازی (Projection Approach) نیز می‌گویند.
[۳] این واقعیت در قالب اصل GIGO (Garbage In, Garbage Out) بیان می‌شود.

است. معمولاً اختلاف نظر بین مدل‌سازان در پایه‌های ریاضی، آماری و بیم‌سنجی مدل‌ها است. این اختلاف‌ها و ایده‌ها برای مدل‌سازی هرگز نمی‌توانند بر مشکلات مرتبط با پایگاه داده‌ها فائق آیند و راهکاری برای مرتفع کردن آن‌ها ارائه کنند. تجربه نشان داده است که حدود ٪۹۰ زمان یک مدل‌ساز صرف فرایند پالایش داده‌ها می‌شود. در بسیاری از سالنامه‌های آماری اطلاعات کلی در مورد سیستم‌های سلامت (نظیر مجموع هزینه‌ها، درآمدها، تعداد مراکز خدمات درمانی و غیره) ارائه می‌شود. متأسفانه به دلیل آنکه این اطلاعات به صورت بسیار کلی ارائه می‌شوند و جزئیات آن‌ها ثبت نمی‌شود، از آن‌ها نمی‌توان فرایند مدل‌سازی را آغاز کرد.

دادهای آماری و داده‌های حسابداری دو منبع از اطلاعات قابل حصول برای یک مدل‌ساز هستند. تفاوت میان داده‌های حاصل از این دو منبع، به نگرش متخصصان آن‌ها به داده و چگونگی گزارش‌دهی داده‌ها باز می‌گردد. در رویکردهای مبتنی بر حسابداری داده‌ها در قالب جدول و گزارش‌های حسابداری (نظیر ترازنامه) خلاصه و ارائه می‌شوند، حال آنکه در رویکردهای آماری داده‌های در قالب توصیفی و استنباطی (معمولاً مدل‌های آماری) گزارش می‌شوند.

نکتهٔ ۳ــ۶. یک فرد مدل‌ساز نمی‌تواند از اطلاعات حاصل از یک منبع چشم‌پوشی کند. همچنین او در صورت لزوم باید با استفاده از روش‌های مناسب نمونه‌گیری، اطلاعات ناکافی را تکمیل کند.

۳ــ۲ــ۲ مدل‌بندی وضعیت موجود

همان‌گونه که قبلاً گفته شد اولین گام اساسی در مطالعه یک نظام سلامت ارائهٔ یک مدل برای وضعیت موجود است. این مدل می‌تواند مبنایی برای مقایسه و بررسی تأثیر تصمیم‌های جدید و همچنین پیش‌گویی وضعیت آتی نظام سلامت باشد. وضعیت موجود یک نظام سلامت در شش گام زیر صورت می‌پذیرد.

گام ۱: اهداف و سطح مدل‌سازی باید مشخص شوند. در این گام بر اساس سؤال‌های مطرح‌شده توسط سیاست‌گذاران نظام سلامت، مدل‌سازان اهداف و سطح مدل‌های خود را مشخص می‌کنند. مثلاً برای پاسخ به سؤالات مطرح‌شده در مثال (۳ــ۱) سطح مدل‌سازی در سطح نظام سلامت کارکنان است، اما برای

پاسخ به سؤالات مثال (۳ـ ۲) سطح مدل‌سازی نظام سلامت ملی و بودجه‌بندی ملی است. البته اتخاذ تصمیم در مورد اهداف و سطح مدل‌سازی باید با دقت انجام گیرد، زیرا انجام مدل‌سازی یک امر دائمی و همیشگی نیست. همچنین با استفاده از مدلی که بر اساس مجموعه‌ای از اهداف مشخص و برای سطحی معین ارائه شده است، نمی‌توان نتایجی فراتر انتظار داشت.

گام ۲: ساختار منطقی مدل‌ها باید به‌صورت مشخص ارائه شوند. ساختار منطقی مدل بر اساس عواملی که نقش اساسی در نظام سلامت ایفا می‌کنند، مشخص می‌شود، مثلاً اگر یک نظام سلامت بر اساس (۱) عوامل جمعیتی و نیروی کار، (۲) زیرساخت‌های نظام‌های بهداشتی، محیط کسب‌وکار و اقتصاد، (۳) مشخصات تخصصی نظام سلامت (نظیر مشارکت‌کنندگان، جامعهٔ تحت پوشش مزایا، هزینه‌ها، درآمدها، نرخ بهره‌وری و هزینه‌های واحدمراقبت) و (۴) اطلاعاتی در مورد نظام ملی سلامت (نظیر: جامعه تحت پوشش مزایا، چگونگی تأمین مالی) مشخص شود. ساختار منطقی مورد استفاده برای مدل‌بندی یک نظام اجتماعی سلامت را می‌توان در قالب شکل (۳ـ ۱) نشان داد. لازم به ذکر است این ساختار برای بسیاری از نظام‌های دیگر سلامت با کمی تغییرات قابل به‌کارگیری است.

گام ۳: چارچوب داده‌ها و شرح قانونی آن‌ها باید دقیقاً مشخص شوند. در این گام فهرستی از داده‌ها و شرح قانونی آن‌ها مشخص می‌شود. برای مثال اگر مایل به مدل‌بندی در مورد نظام ملی سلامت باشیم،

داده‌های مورد نیاز: (۱) جمعیت و خانواده (توزیعی سنی افراد، نرخ مرگ‌ومیر، نرخ مهاجرت، اندازه خانواده، درآمد خانواده و غیره) (۲) نرخ اشتغال در بخش‌های مختلف و نرخ بیکاری به تفکیک‌های مختلف (نظیر جنسیتی، سنی، گروه‌های نژادی و غیره)، (۳) اقتصاد و هزینه‌های دولت (منابع مالی دولت، هزینه‌های دولت در بخش‌های مختلف و غیره)، (۴) زیرساخت‌های حوزه سلامت (تعداد بیمارستان‌ها، سهم جمعیت از پزشکان و غیره)، (۵) ساختار سازمان بهداشت (بودجه‌ها، هزینه‌ها)، (۶) هزینه‌های عملکردی (نظیر هزینه‌های مراقبت‌های سرپایی، تعداد مراقبت‌های سرپایی، هزینه‌های بیمارستانی به تفکیک نوع، جنسیت، و غیره)، (۷) سایر نظام‌های سلامت و سهم آن‌ها از سلامت جامعه، (۸) درآمدهای نظام ملی سلامت

(به تفکیک موضوع) خواهند بود.

شرح قانونی: عوامل می‌تواند: (۱) جامعهٔ تحت پوشش (به تفکیک آن‌هایی که در تأمین مالی نقش دارند یا ندارد با شرح میزان نقش آن‌ها)، (۲) مزایای ارائه‌شده (به همراه شرح شرایط و افراد واجد شرایط)، (۳) ارائه‌کنندگان خدمات (به همراه نوع خدمات آن‌ها، ارتباط آن‌ها با یکدیگر و شرح مکانیزم پرداخت هزینه‌های آن‌ها) و (۴) روش تأمین مالی (مالیات، حق‌بیمه، کارفرمایان و کارمند) باشد.

گام ۴: منطق و ساختار ریاضی (یا آماری) مدل دقیقاً مشخص شود. در این گام در قالب روابط ریاضی (یا آماری) مشاهدات مرتبط با ساختار منطقی مدل (ارائه‌شده در گام دوم) نظیر جمعیتی، اقتصادی، هزینه و درآمد و غیره بازتعریف می‌شوند. این معادلات می‌توانند بسیار ساده یا بسیار پیچیده باشند. تسلط و توانمندی فرد مدل‌ساز در این گام نقش اساسی ایفا می‌کند. همچنین مدل‌ساز قبل از بیان روابط خود از در دسترس بودن داده‌ها مورد نیاز مطمئن باشد. مثلاً ممکن است اطلاعات مرتبط با برخی از ویژگی‌های نظام سلامت در دسترس نباشد، به همین دلیل روابط و مدل‌های مرتبط با این ویژگی‌ها باید با استفاده از روش‌های ابتکاری ارائه شوند. برای مثال فرض کنید داده‌های مرتبط با مراقبت‌های سرپایی برای هر پزشک در دسترس نباشد. همچنین فرض کنید مایل به برآورد متوسط هزینه‌های سرپایی برای هر پزشک باشیم. برای دستیابی به این هدف می‌توان (۱) متوسط هزینه‌های قبض‌های خدمات سرپایی را به‌عنوان متوسط هزینه‌های سرپایی هر پزشک در نظر گرفت یا (۲) با استفاده از روش‌های آماری (نظیر نمونه‌گیری) اطلاعات مورد نیاز را از جامعه جمع‌آوری کرد.

گام ۵: کالیبراسیون مدل انجام شود. حتی بهترین مدل‌ها می‌توانند به خطاهای سیستماتیکی از واقعیت‌ها منجر شوند. دلایل زیادی برای این امر می‌توان برشمرد. برای مثال ممکن است مدل‌های ارائه‌شده کاملاً نادرست باشند، یا روندهای بسیار پیچیده‌تر از آنکه مدل‌ساز در نظر گرفته است، باعث انحراف نتایج مدل با واقعیت‌ها شده است. یکی از ساده‌ترین راهکارها برای تشخیص و تصحیح خطاهای سیستماتیک، استفاده از رویکرد پیش‌گویی برنامه‌ریزی‌شده است. در این رویکرد ابتدا بخشی از داده‌ها را از فرایند مدل‌سازی حذف (آن‌ها را داده‌های تست می‌نامیم) و به کمک داده‌های باقی‌مانده، مدل‌ها توسعه می‌یابند. سپس با

استفاده از مدل و داده‌های تست، میزان اعتبار (در ادبیات آماری به آن اعتبارمتقابل می‌گویند) مدل سنجیده می‌شود. برای ارتقای اعتبار مدل به ترتیب زیر عمل کنید:

(۱) خطای سیستماتیک باید از خطای تصادفی (که ناشی از اتفاقاتی که قبلاً مشاهده نشده‌اند و قابل مدل‌سازی نیستند، نظیر شیوع یک بیماری همه‌گیر در یک دورهٔ زمانی و غیره) تفکیک شوند. به همین دلیل اطلاعات مربوط به دوره‌هایی را که در آن‌ها خطای تصادفی صورت گرفته است، باید از فرایند مدل‌سازی حذف یا به‌گونه‌ای تعدیل کرد. بعد از این حذف یا تعدیل مجدداً مدل‌سازی و نتایج را به‌دست آورید.

(۲) اگر در طول مطالعه تغییراتی قانونی یا مدیریتی رخ داده است، باید تعدیل‌هایی در مشاهدات اعمال شود تا اثر تغییرات حذف گردد. بعد از تعدیل‌ها مجدداً مدل‌سازی و نتایج را به‌دست آورید.

(۳) عوامل تعدیل‌کننده بر روی مدل اعمال کنید تا نتایج حاصل از مدل به واقعیت نزدیک‌تر شوند. به این عمل تصحیح یا کالیبراسیون مدل گویند. روش‌های بسیار متعددی برای پیدا کردن و اعمال عواملی تعدیل‌کنندهٔ یک مدل وجود دارد. در ادامه یکی از این رویکردها در قالب الگوریتم ارائه می‌شود.

الگوریتم ۳ــ۲. فرض کنید مایل به تعدیل مدل مربوط به ویژگی (متغیر) i ام (مثلاً هزینه‌ها، درآمدها، شاخص‌های جمعیتی و غیره) یک نظام سلامت هستیم. همچنین فرض کنید بازه زمانی مطالعاتی $t = a, \cdots, T$ است. برای پیدا کردن و اعمال عامل تعدیل‌کننده این ویژگی به ترتیب زیر عمل کنید:

(۱) بازهٔ زمانی $t = a, \cdots, T$ را به دو بازهٔ آماده‌سازی ($t = a, \cdots, b$) و بازهٔ اجرا ($t = b + ۱, \cdots, T$) افراز کنید،

(۲) عامل تعدیل این متغیر را به صورت زیر محاسبه کنید:

$$pf_i = \frac{۱}{b - a + ۱} \sum_{t=a}^{b} \frac{NOV_i(t)}{PV_i(t)} \qquad (۳ــ۲)$$

،

(۳) بر اساس معادلهٔ (۳ــ۳) تعدیل را در بازهٔ اجرا اعمال کنید.

$$PVA_i(t) = pf_i \times PV_i(t), \quad t = b + ۱, \cdots, T. \qquad (۳ــ۳)$$

در معادلات بالا $PV_i(t)$ و $NOV_i(t)$ به ترتیب مقدار واقعی و مقادیر محاسبه‌شده توسط مدل توسعه‌یافته برای آن ویژگی (متغیر) در زمان هستند.

انتخاب زمان b در الگوریتم (۳ـ۲) توسط مدل‌ساز و با توجه به تجربه و درک او از نظام سلامت انجام می‌شود.

گام ۶: تحلیل حساسیت مدل انجام شود. همان‌گونه که قبلاً گفته شد منظور از تحلیل حساسیت بررسی اثر پارامترها (نظیر نرخ مرگ‌ومیر، تقاضا و غیره) بر نتایج است. با استفاده از تحلیل حساسیت می‌توان میزان قابلیت اطمینان مدل‌ها (البته با رویکرد حساسیت و پایداری نتایج) را مطالعه کرد. برای انجام تحلیل حساسیت بهتر است در هر مرحله تنها یکی از پارامترها تغییر و میزان پایداری مدل و نتایج نسبت به آن تغییر بررسی شود. مفروضات اقتصادی و جمعیتی جزء مفروضاتی هستند که حتماً تحلیل حساسیت نسبت به آن‌ها باید انجام شود.

بر اساس تجربه، می‌توان توصیه‌های هفت‌گانه زیر را به مدل‌سازان حوزه نظام‌های سلامت ارائه کرد.

توصیه ۱: برای مدل‌سازی حداقل اطلاعات ۴ یا ۵ سال موجود باشد، همچنین طول دورهٔ آماده‌سازی (یا دوره مرجع) حداقل دوبرابر طول دورهٔ اجرا (یا دوره پیش‌گویی) باشد.

توصیه ۲: گاهی اوقات بهتر است سطح نرمال (یا طبیعی) مشاهده‌شده در نظر گرفته شوند. به‌عبارت‌دیگر مشاهدات پرت (خیلی کوچک یا خیلی بزرگ) را که معمولاً در سال‌های اولیه مشاهده می‌شوند، با مقادیر طبیعی‌تر (مربوط به سال‌های اخیر) جایگزین شوند. البته این کار را با استفاده از روش‌های هموارسازی (نظیرهموارساز ویتاکرهندرسون) نیز می‌توان انجام داد. این هموارسازی باعث می‌شود مدل‌ساز کمتر مرتکب اشتباهات بسیار بزرگ‌تر شود.

توصیه ۳: همواره بیش از یک سناریو (یا تصمیم) رابررسی کنید. همچنین توصیه می‌شود، سناریوهای دوگانه نظیر (۱) بدترین سناریو در مقابل بهترین سناریو، (۲) خوش‌بینانه‌ترین سناریو در مقابل واقع‌گرایانه‌ترین سناریو و امثال آن را نیز مورد توجه قرار دهید.

توصیه ۴: سعی کنید الگوی زمانی برخی از پدیده‌ها را در مدل‌سازی در نظر بگیرید. مثلاً بهتر است مدل‌های مربوط به هزینه‌های مدل‌های زمانی (نظیر سری‌های زمانی یا فرایندهای تصادفی) باشند.

توصیه ۵: برای سه‌بُعد: (۱) مزایا، (۲) بیمه‌گذاران و گروه‌های تحت حمایت و (۳) گروه‌های سنی، جنسیتی و نژادی مختلف به‌صورت مجزا مدل‌سازی انجام شود. البته ممکن است برای یک نظام این بُعدها بهتر است افزایش یا کاهش یابند.

توصیه ۶: هنگام (یا بعد از) مدل‌سازی نیم‌نگاهی به گزارش‌های حسابداری داشته باشید.

توصیه ۷: نتایج حاصل از مدل‌ها باید با نتایج کلان اقتصادی (نظیر: دستمزد، بیکاری، تورم، بهره و غیره) و کلان‌جمعیتی (نظیر مرگ‌ومیر، زادوولد، الگوهای هرم سنی و غیره) سازگار باشند.

۳ـ۲ـ۳ استفاده از مدل‌های توسعه‌یافته برای ارزیابی و پیش‌گویی روندهای نظام سلامت

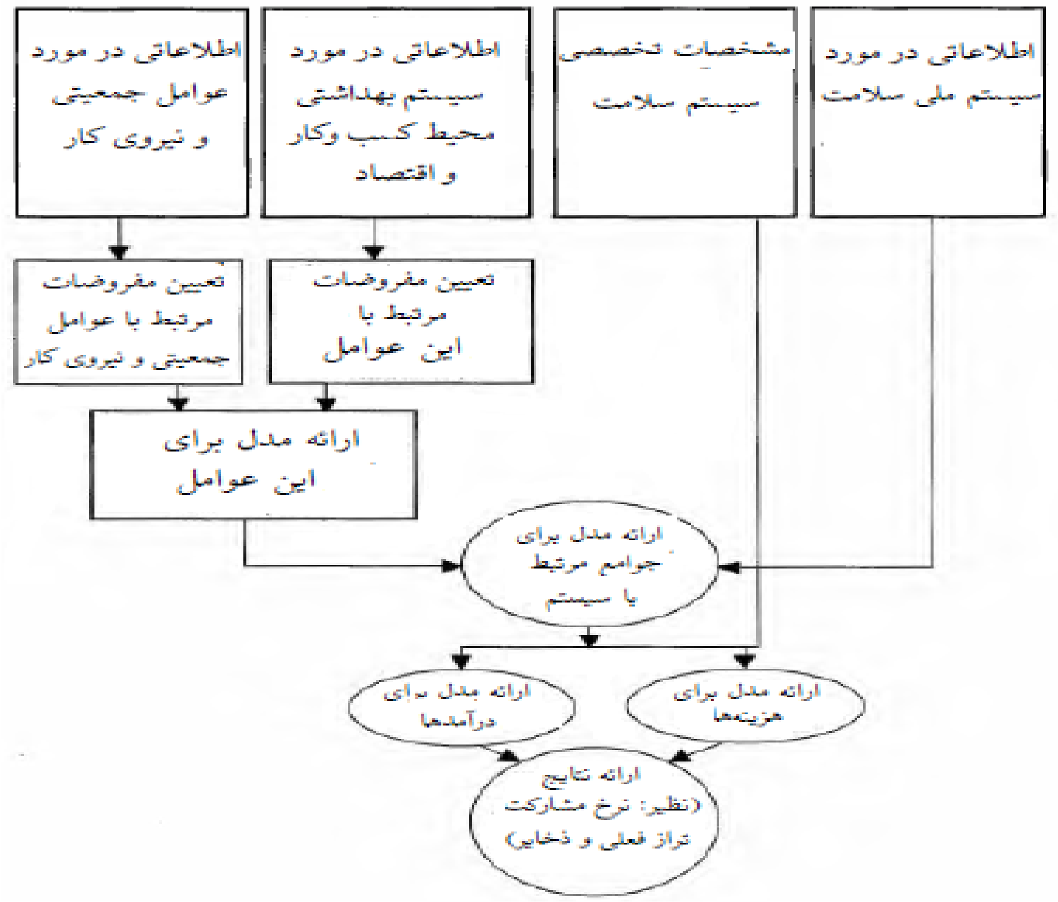
بعد از توسعهٔ مدل‌های مناسب برای توصیف وضعیت موجود، یک بیم‌سنج باید به کمک این مدل‌ها

(۱) روند آتی نظام سلامت را پیش‌گویی کند.

(۲) تأثیر تصمیم‌های فعلی را بر روند آتی نظام سلامت (و سایر نظام‌های سلامت) بررسی کند

(۳) برای هر تصمیم چند پیشنهاد جایگزین تعریف و تأثیر آن‌ها را بررسی کند.

برای دستیابی به اهداف بالا ابتدا باید معیارهایی برای سنجش میزان تأثیرگذاری هر تصمیم بر روندهای آتی نظام سلامت توسعه داده شود. یکی از این معیارها، همان معیار یا نرخ توانگری مالی، (تعریف، ۳ـ۴) یا نرخ پس‌پرداخت $PAYG_{Rate}(t)$ (ارائه‌شده در معادلهٔ ۳ـ۱) است. در ادامه چند معیار دیگر معرفی می‌شود.



شکل ۳ـ۱: ساختار منطقی مدل‌ها، بر اساس عوامل اساسی، در یک نظام سلامت

تعریف ۳ـ۹. سهم یک نظام سلامت از تولید ناخالص ملی، که معیاری برای سنجش میزان جامعیت یک نظام سلامت از نظر هزینه‌ها است، به کمک رابطهٔ

$$GDPS(t) = \frac{TE(t)}{GDP(t) \times cov_{pop}(t)} \qquad \text{(۳ـ۴)}$$

تعریف می‌شود. در این رابطه $TE(t)$ مجموع هزینه‌های آن نظام سلامت، $GDP(t)$ تولید ناخالص ملی و $cov_{pop}(t) = COVPOP(t)/POP(t)$ سهم آن نظام از کل جمعیت در سال t ام هستند.

به کمک سهم یک نظام سلامت از تولید ناخالص ملی، $GDPS(t)$ (ارائه‌شده در تعریف ۳ـ۹) می‌توان میزان جامعیت یک نظام سلامت برای پوشش کل جمعیت یک را کشور اندازه‌گیری کرد. به‌عبارت‌دیگر $GDPS(t)$ منعکس‌کنندهٔ کسری از تولید ناخالص ملی است که کشور در صورت استفاده از این نظام سلامت برای پوشش تمام جمعیت کشور باید هزینه کند. آستانه‌ای وجود ندارد که بر اساس آن بتوان این معیار را با آن مقایسه کرد، بلکه سیاست‌گذاران حوزهٔ سلامت بر اساس این معیار در مورد یک نظام سلامت ابراز نظر می‌کنند یا آن‌را با سایر نظام‌های سلامت مقایسه می‌کنند. برای مثال در کشورهای توسعه‌یافته این نسبت برای تمامی نظام‌های سلامت مقادیر بالا (برای آمریکا این نسبت در سال ۲۰۱۸ حدود ٪۱۹ گزارش شده است) اما در کشورهای فقیر این نسبت معمولاً پایین است.

بعد از محاسبهٔ درآمدها و هزینه‌های یک نظام سلامت، به کمک فرمول (۳ـ۱) می‌توان نرخ مشارکت پس‌پرداخت‌ها، PAYG، را محاسبه کرد. این فرمول شاخصی کامل تنها برای هزینه‌های نسبی در یک‌سال مالی است و مسلماً برای بازه‌های زمانی کوچک‌تر، کارایی لازم را ندارد. برای مثال اگر نرخ افزایش هزینه‌ها سریع‌تر از مقدار پیشگویی‌شده باشد و یا درآمدها با تاخیرهای غیرمنتظره محقق شوند، نظام سلامت با مشکل نقدینگی مواجه خواهد شد، درحالی‌که نرخ مشارکت پس‌پرداخت‌ها هیچ‌گونه حساسیتی نسبت به این تغییرات ندارد.

برای ارزیابی یک نظام سلامت از نظر قابلیت تحقق موقعیت‌های مالی پیش‌بینی‌نشده، باید از مفهوم سطح مطلوب ذخایر احتمالی استفاده کرد.

تعریف ۳ـ۱۰. سطح مطلوب ذخایر احتمالی بر اساس کسر

$$k(t) = \frac{RES(t)}{TE(t)} \qquad (۳ـ۵)$$

تعریف می‌شود. که در آن $RES(t)$ میزان ذخیره احتمالی سیستم سلامت در ابتدای سال t ام و $TE(t)$ مجموع هزینه‌های نظام سلامت در سال t ام هستند.

با استفاده از سطح مطلوب ذخایر احتمالی می‌توان مشخص کرد که یک نظام سلامت چه کسری از سال را می‌تواند بدون مشکل، از عهده هزینه‌های خود برآید. سطح مطلوب ذخایر احتمالی معمولاً عددی بین ۰/۲۵ تا ۱ است، البته در برخی از کشورها این مقدار،

برای سیستم سلامت ملی آن‌ها، بیش از ۱ است. نظام‌های سلامت که درصد بزرگی از جامعه را تحت پوشش قرار می‌دهند، مقدار سطح مطلوب ذخایر احتمالی، $k(t)$، برای آن‌ها حدود ۰/۲۵ است. اما برای نظام‌های سلامت کوچک مقدار $k(t)$ باید به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، به گونه‌ای که نظام سلامت بتواند برای مدت طولانی‌تر از ۳ ماه از عهدهٔ تغییرات (احتمالی) هزینه‌ها یا درآمدها برآید.

شایر بهتر باشد به جای محاسبهٔ سطح مطلوب ذخایر احتمالی $k(t)$ برای یک نظام سلامت، حداقل سطح مطلوب ذخایر احتمالی $k_{min}(t)$ محاسبه شود. برای محاسبهٔ این معیار به‌ترتیب زیر عمل می‌کنیم.

(۱) با استفاده از مدل‌های احتمالاتی میزان تجاوز هزینه‌ها از مقادیر پیش‌گویی‌شده را محاسبه کنید،

(۲) با استفاده از مدل‌های احتمالاتی میزان عدم تحقق درآمدها از میزان پیش‌گویی‌شده را محاسبه کنید،

(۳) بر اساس این واقعیت که: ذخایر لازم برای یک نظام سلامت، باید به اندازه کافی بزرگ باشند تا بتوان حداکثر انحراف هزینه را از سطح نرمال و حداکثر کسری درآمد کل را پوشش داد، حداقل سطح مطلوب ذخایر احتمالی را محاسبه کنید.

در ادامه با استفاده از سه گام بالا، نمونه‌ای از حداقل سطح مطلوب ذخایر احتمالی $k_{min}(t)$ ارائه می‌شود.

تعریف ۳ـ۱۱. یک نظام سلامت را که دارای مفروضات زیر است، در نظر بگیرید.

(۱) میزان استفاده از خدمات پزشکی در آن نظام سلامت مقدار ۱ واحد پیش‌گویی‌شده و df حداکثر انحراف از میزان است،

(۲) میزان افزایش هزینه‌های خدمات پزشکی در آن نظام سلامت مقدار ۱ واحد پیش‌گویی‌شده و dp حداکثر انحراف از میزان است،

(۳) میزان مشارکت بیمه‌گذاران در آن نظام سلامت مقدار ۱ پیش‌گویی‌شده و dc حداکثر انحراف از میزان است،

(۴) متوسط دستمزد مشمول بیمه در آن نظام سلامت مقدار ۱ پیش‌گویی‌شده و dw حداکثر انحراف از میزان است.

با این فرض که این نظام سلامت اجازه دارد نرخ مشارکت بیمه‌گذاران (یا مقررات مربوط به هزینه‌ها) را در کسری از سال، تغییر دهد، حداقل سطح ذخیره احتمالی برای کسر y واحد از سال این نظام برابر

$$k_{min}(t) = \frac{(1+df)(1+dp)}{(1-dc)(1-dw)-1} \times y, \qquad 0 < y < 1 \tag{۳ـ۶}$$

خواهد بود.

در معادلهٔ **(۳ـ۶)** عبارت $(1+df)(1+dp)$ حداکثر ریسک هزینه‌های پیش‌گویی‌شده و عبارت $(1-dc)(1-dw)$ حداکثر ریسک درآمدهای پیش‌گویی‌شده هستند.

معیار دیگری برای ارزیابی یک نظام سلامت، نرخ مشارکت ثابت برای آن نظام سلامت در یک دورهٔ t ساله است.

تعریف ۳ـ۱۲. نرخ مشارکت ثابت یک نظام سلامت در یک دورهٔ t ساله، بر اساس ارزش فعلی هزینه‌ها و درآمدها به صورت

$$CCR(t) = \frac{(1+i/2)^{-1}\sum_{k=0}^{t-1}(1+i)^{-k}(TE(k)-OI(k)) + k(t)(1+i)^{-t}(TE(t)) - RES(0)}{(1+i/2)^{-1}\sum_{k=0}^{t-1}(1+i)^{-k}(TAB(k))} \tag{۳ـ۷}$$

محاسبه می‌شود. در این معادله i نرخ ثابت بهره، $TE(t)$ مجموع هزینه‌ها $OI(t)$ سایر درآمدها، $RES(0)$ ذخیرهٔ اولیه[۴] و $TAB(t)$ مجموع درآمدهای مشمول بیمه در سال t ام هستند.

۳ـ۳ چگونگی تحلیل یک نظام اختصاصی سلامت

در این بخش چگونگی تحلیل یک نظام اختصاصی سلامت بررسی می‌شود. هر نظام اختصاصی سلامت بخشی از نظام ملی سلامت یک کشور است، به همین دلیل مطالعهٔ

[۴] ذخیرهٔ اولیه برای سیستم‌هایی که به‌تازگی شروع به فعالیت کرده‌اند، از تأخیر زمانی بین جمع‌آوری مشارکت و پرداخت هزینه‌های حاصل می‌شود.

آن نظام کمک شایانی به درک بهتر از نظام ملی سلامت آن کشور خواهد کرد.

همان‌گونه که در فصل ۲ گفته شد، نظام‌های سلامت را می‌توان بر اساس اصل تعادل بیم‌سنجی به سه دسته:

نظام‌های خصوصی: در این نظام‌ها اصل تعادل بیم‌سنجی برای تک‌تک بیمه‌گذاران محاسبه می‌شود (اصل تعادل فردی نامیده می‌شود).

نظام‌های اختصاصی: در نظام‌های اختصاصی (نظیر سیستم‌های اجتماعی، سیستم کارفرمایان و غیره) اصل تعادل بیم‌سنجی به‌صورت جمعی و برای تمام بیمه‌گذاران محاسبه می‌شود (اصل تعادل جمعی نامیده می‌شود).

نظام‌های ملی: در این نظام‌ها دولت مدیریت نظام را به عهده دارد و معمولاً بودجه‌بندی نظام را بر اساس مبانی بودجه‌بندی خود انجام می‌دهد، نه بر اساس اصول بیم‌سنجی!

اصل تعادل جمعی T ساله برای یک نظام اختصاصی را می‌توان به‌صورت

$$R(0) + \sum_{t=1}^{T} CR(t) \times TAB(t) \times \nu^t \;=\; \sum_{t=1}^{T} TE(t)\nu^t \qquad (۳\text{–}۸)$$

بیان کرد. که در آن $R(0)$ مقدار ذخیرهٔ در انتهای سال $t = 0$ ، $CR(t)$ نرخ مشارکت، $TAB(t)$ مجموع درآمدهای مشمول بیمه (به تعریف ۳ــ۵ مراجعه شود)، ν نرخ تنزیل و $TE(t)$ مجموع هزینه‌های سال t ام هستند.

تقریباً در تمام نظام‌های غیرخصوصی، محاسبات بر اساس یک‌سال مالی انجام می‌شوند. بنابراین اصل تعادل جمعی برای دوره‌های یک‌سال (یعنی $T = 1$) اعمال می‌شود.

در ادامهٔ بخش به دو دلیل (۱) نظام‌های اجتماعی سلامت در واقع یکی از نظام‌های اختصاصی سلامت هستند و (۲) ساختار مالی هزینه‌های این نظام‌ها شباهت زیادی به نظام‌های ملی سلامت دارند، تنها به مطالعهٔ نظام‌های اجتماعی سلامت می‌پردازیم.

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، بر اساس روش‌های مورد استفاده در سازمان جهانی کار، ساختار منطقی روند مدل‌بندی یک نظام اجتماعی سلامت را می‌توان در قالب شکل (۳ــ۱) ارائه کرد. بخش‌های اساسی این ساختار عبارت‌اند از:

۱ـ بخش اقتصادی و جمعیتی: در این بخش اطلاعات مربوط به جمعیت، نیروی کار، سطح اشتغال و مولفه‌های اقتصادی در قالب مدل ارائه‌شده و سپس بر اساس آن‌ها روندهای آتی پیش‌گویی می‌شوند. از این اطلاعات به‌گونه‌ای در ورودی‌های مدل‌های مربوط به هزینه‌ها و درآمدها استفاده می‌شود.

۲ـ بخش تأمین درآمد: بر اساس اطلاعات و مدل‌های حاصل از بخش قبلی، مدل‌های مربوط به درآمدها در این بخش تولید و بر اساس آن‌ها پیش‌گویی روندهای آتی انجام می‌شود.

۳ـ بخش هزینه‌ها: هزینه‌های مرتبط با مزایای متفاوت برای جامعه هدف در قالب مدل‌های مناسب در این بخش احصا و بر اساس آن‌ها پیش‌گویی انجام می‌شود. هزینه‌ها را به‌صورت کلی می‌توان به سه دسته: (۱) هزینه‌های مرتبط با مزایا، (۲) هزینه‌های اداری نظام سلامت و (۳) هزینه‌های متفرقه تقسیم کرد.

۴ـ بخش نتیجه‌گیری: نتایج حاصل از تمامی بخش‌های قبلی در این بخش تجمیع شده و بر اساس آن تراز (دوره‌ای) درآمدها و هزینه‌ها محاسبه می‌شود. همچنین در این بخش روند آتی نظام سلامت به کمک معیارهای معرفی‌شده در بخش (۳ـ۲ـ۳) ارزیابی می‌شود.

در فرایند مدل‌بندی یک نظام سلامت بهتر است به نکات زیر توجه شود.

(۱) اگر یک نظام سلامت مورد مطالعه به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، قبل از ارائهٔ هرگونه مدل برای بخش «اقتصادی و جمعیتی» بهتر است نیم‌نگاهی به نتایج حاصل از مدل‌های توسعه‌یافته برای تمام جمعیت، داشته باشید. منظور از به اندازهٔ کافی بزرگ، به‌معنی آن است که جامعهٔ هدف آن نظام را بتوان به‌عنوان نمونهٔ تصادفی از تمام جامعه در نظر گرفت. اما اگر جامعهٔ هدف کوچک است (آن‌را نمی‌توان به‌عنوان نمونهٔ تصادفی از کل جمعیت تلقی کرد)، مدل‌های مربوط به بخش «اقتصادی و جمعیتی» باید به‌صورت انحصاری برای آن توسعه یابد و یا مدل‌های کل جامعه برای آن‌ها تعدیل شوند.

(۲) اگر نظام مورد مطالعه به اندازهٔ کافی بزرگ است، همچنین مدل‌ها برای کل جامعه توسعه نیافته‌اند، بهتر است از نتایج سازمان ملل، سازمان جهانی کار یا سایر ارگان‌های بین‌المللی استفاده شود.

(۳) به دلیل اعمال قوانین مختلف برای تعیین درآمد مشمول بیمه (به تعریف ۳ـ۵ مراجعه کنید) بیمه‌گذاران، نمی‌توان از متوسط دستمزد برای انجام محاسبات استفاده کرد. برای رفع این مشکل در هنگام مدل‌سازی بهتر است میزان مشارکت بیمه‌گذاران را از ضرب درآمد آن‌ها در «عامل تأمین» محاسبه کرد (به تعریف ۳ـ۱۳ مراجعه کنید).

(۴) اگر در یک نظام سلامت (به دلایلی) تمام یا بخشی از افراد تحت پوشش، درآمد مشمول بیمهٔ خود را کمتر از مقدار واقعی گزارش کنند (به اصطلاح در آن جامعه پدیده «کم‌گزارش‌دهی درآمد» اتفاق افتد). برای میزان مشارکت محاسبه‌شده باید در «نرخ انطباق» ضرب شود تا مقدار آن تعدیل شود (به تعریف ۳ـ۱۴ مراجعه کنید).

(۵) هر نظام سلامت یک جامعهٔ هدف دارد که می‌توان آن‌را به دو زیرجامعهٔ آماری (۱) افراد مشارکت‌کننده در تأمین مالی نظام و (۲) افراد استفاده‌کننده از مزایا تفکیک کرد. واضح است این دو زیرجامعهٔ آماری مجزا نیستند بلکه بسیاری از افراد جامعهٔ هدف در هر دو زیرجامعه عضو هستند. دلیل در نظر گرفتن این دو زیرجامعه آن است که: برای برآورد درآمدها باید از اندازهٔ زیرجامعه‌ی اول و برای برآورد هزینه‌های مزایا باید از اندازهٔ زیرجامعه‌ی دوم استفاده کرد. برای برآورد حجم زیرجامعهٔ دوم، معمولاً از «عامل وابستگی» استفاده می‌شود (تعریف ۳ـ۱۶ ملاحظه شود).

(۶) جامعهٔ هدف را بر اساس معیارهای که افراد آن را از همدیگر متمایز می‌شوند، گروه‌بندی و برای هر گروه مدل‌های مجزا توسعه داده شود. معیارهای تمایز افراد یک جامعه می‌توانند مزایا، الگوی پرداخت (یا مشارکت) و غیره باشند.

(۷) همان‌گونه در بخش «هزینه‌ها» گفته شد، هزینه‌های هر دسته از مزایا باید به‌صورت مجزا تحلیل شوند. به دلیل تنوع مزایا معمولاً مزایا را در قالب شش دسته: (۱) مراقبت‌های سراپایی، (۲) مراقبت‌های بستری و (۳) پوشش هزینه‌های دارویی، (۴) مراقبت‌های دندان‌پزشکی، (۵) مراقبت‌های مرتبط با فناوری پزشکی (دستگاه‌های مصنوعی) و (۶) سایر مزایا؛ تقسیم می‌شوند. سپس هزینه‌های مرتبط با هر دسته را در زمان t با استفاده از رابطه

$$Cost_i(t) \;=\; Unit_i(t) \times Util_i(t) \times CovPOP(t) \qquad (۳ـ۹)$$

محاسبه می‌کنند، که در آن $Unit_i(t)$ قیمت واحد، $Util_i(t)$ نرخ استفاده از مزیت و $CovPOP(t)$ اندازهٔ زیرجامعهٔ هستند که از مزایا در زمان t استفاده می‌کنند. نرخ استفاده از مزیت بر اساس سرانه استفاده از واحدمراقبت محاسبه می‌شود (تعریف واحدمراقبت در تعریف ۳ــ۱۵ ارائه شده است).

در ادامه برخی از مفاهیم مورد استفاده تعریف می‌شوند.

تعریف ۳ــ۱۳. عامل تأمین ضریبی است که با ضرب کردن آن در مجموع درآمدهای بیمه‌گذاران یک نظام سلامت، می‌توان مجموع مشارکت آن‌ها را برآورد کرد.

روش‌های بسیار متعددی برای محاسبهٔ عامل تأمین وجود دارد، اگر تنها سقف درآمدهای مشمول بیمه، تنها عامل مؤثر بر محاسبهٔ «عامل تأمین» باشد، یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای برآورد این عامل، تقسیم متوسط درآمدهای مشمول بیمه بر متوسط تمامی درآمدها است. در مثال زیر چگونگی محاسبهٔ «عامل تأمین» با استفاده از این روش بررسی می‌شود.

مثال ۳ــ۳. فرض کنید متغیر تصادفی $W(t)$ درآمد افراد یک جامعه در زمان t را نمایش دهد. همچنین فرض کنید $zeta$ سقف درآمد مشمول بیمه برای افراد این جامعه باشد. در این صورت «عامل تأمین» $catchr(t)$ در زمان t برابر

$$catchr(t) = \frac{\mathbf{E}(W(t)I_{[\cdot,\zeta]}(W(t))) + \zeta \times P(W(t) \geq \zeta)}{\mathbf{E}(W(t)} \quad (۳ـ۱۰)$$

خواهد بود.

حل. همان‌گونه که گفته شد، عامل تأمین از تقسیم متوسط درآمدهای مشمول بیمه بر متوسط درآمدها حاصل می‌شود. چون ζ سقف درآمدهای مشمول بیمه است، متوسط درآمدهای مشمول بیمه برابر

$$\mathbf{E}(W(t)I_{[\cdot,\zeta]}(W(t))) + \zeta \times P(W(t) \geq \zeta)$$

خواهد بود. از تقسیم این کمیت بر متوسط درآمدها $\mathbf{E}(W(t)$ مقدار عامل تأمین محاسبه می‌شود. □

ملاحظهٔ ۳ــ۱. با استفاده از معادلهٔ (۳ــ۱۰) به‌سادگی می‌توان نتیجه گرفت:

(۱) اگر درآمدهای افراد یک جامعه را بتوان در n طبقه متمایز با متوسط درآمدهای $a_۱, a_۲, \cdots, a_n$ دسته‌بندی کرد،

(۲) اگر درآمدی‌های مشمول بیمه تنها کل درآمدهای j دستهٔ اول را تحت پوشش قرار می‌دهد و افراد طبقات $k = j + ۱, \cdots, n$ تنها مقدار ζ از درآمدشان مشمول بیمه و مقدار $a_k - \zeta$ از درآمدشان مشمول بیمه نمی‌شود.

آنگاه مقدار عامل تأمین برابر

$$catchr(t) = \frac{\sum_{i=۱}^{j} a_i p_i + \zeta \sum_{i=j+۱}^{n} p_i}{\sum_{i=۱}^{n} a_i p_i}. \qquad (۳\text{ـ}۱۱)$$

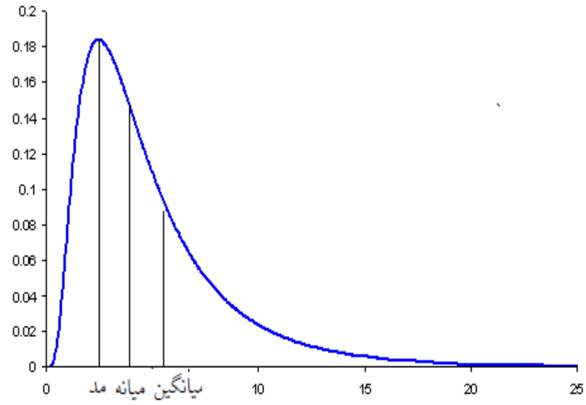
خواهد بود، که در آن p_i احتمال آن است که درآمد یک فرد در طبقه i ام قرار گیرد.

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، عامل تأمین تنها برای نظام‌هایی استفاده می‌شود که قوانین تعیین درآمد مشمول بیمه، در آن‌ها بسیار متنوع است. به‌گونه‌ای که به‌سادگی نمی‌توان میزان مشارکت افراد را محاسبه کرد.

تمرین ۳ـ۱. در بسیاری از تحقیقات (علمی یا کاربردی) توزیع درآمد افراد جامعه که در یک بازهٔ سنی خاص قرار دارند، لوگ‌نرمال در نظر می‌گیرند. برخی از دلایل اهمیت این توزیع را می‌توان نامنفی بودن تکیه‌گاه، نامتقارن بودن و دم‌سنگین بودن این توزیع برشمرد. شکل (۳ـ۲) نمودار توزیع لوگ‌نرمال و ترتیب قرار گرفتن سه شاخص مد، میانه و میانگین را نشان می‌دهد.
این خاصیت جالب توجه توزیع لوگ‌نرمال به مشاهده واقعیت‌های زیر منجر می‌شود.

(۱) متوسط درآمد افراد (میانگین توزیع) بزرگ‌تر از متوسط تعداد افراد (میانهٔ توزیع) است،

(۲) بیش از ٪۵۰ از افراد جامعه درآمدی کمتر از میانگین توزیع دریافت می‌کنند.



شکل ۳ـ۲: نمودار توزیع لوگ‌نرمال و ترتیب قرار گرفتن سه شاخص مد، میانه و میانگین

با استفاده از تابع چگالی توزیع لوگ‌نرمال مقدار عامل تأمین را محاسبه و چگونگی ارتباط این عامل را با ضریب تغییرات این توزیع مشخص کنید.

تعریف ۳ـ۱۴. نرخ انطباق، ضریبی است که به کمک آن می‌توان «نسبتی از جمعیت هدف را که درآمدهای مشمول بیمهٔ خود را به‌درستی گزارش می‌دهند» محاسبه کرد.

ساده‌ترین روش محاسبهٔ نرخ انطباق، استفاده از یک روش نمونه‌گیری مناسب و برآورد درصد افرادی است که درآمدهای مشمول بیمهٔ خود را به‌درستی گزارش می‌دهند.

لازم به ذکر است، نرخ انطباق تنها در مواقعی کاربرد دارد که تمام یا برخی از بیمه‌گذاران یک نظام سلامت (به دلایلی) درآمد مشمول بیمهٔ خود را کمتر از مقدار واقعی گزارش می‌دهند (پدیدهٔ «کم‌گزارش‌دهی درآمد» اتفاق می‌افتد)، اما آن‌ها از تمامی مزایایی نظام سلامت استفاده می‌کنند.

تعریف ۳ـ۱۵. مجموعه‌ای از خدمات، کالاها و فعالیت‌های یکنواخت (و معمولاً غیرقابل تفکیک) یک ارائه‌کنندهٔ مزایا را یک واحدمراقبت می‌گویند.

برای مثال یک روز بستری (که مجموعه‌ای از خدمات بیمارستانی را شامل می‌شود) را یک واحدمراقبت است. یک واحدمراقبت برای هر دسته از مزایا باید به دقت تعریف و بر اساس آن مدل‌سازی انجام پذیرد.

تعریف ۳ــ۱۶. عامل وابستگی یا نرخ پوشش، یک معیار جمعیت‌شناسی است که بر اساس آن می‌توان تعداد افراد وابسته به افراد جمعیت فعال یک کشور (یا یک زیر جامعه) را محاسبه کرد.

اطلاعات ارائه‌شده در مورد یک نظام سلامت، در واقع داده‌های طولی (یا پانلی) هستند، که ادامه تعریف می‌شود.

تعریف ۳ــ۱۷. اطلاعات مربوط به متغیرهایی که در طول زمان جمع‌آوری می‌شوند و زمان نقش کلیدی در تغییرات آن متغیرها ایفا می‌کند، داده‌های طولی گویند.

اگر زمان‌های وقوع (یا انجام) مشاهدات، ثابت باشند، به داده‌های طولی، داده‌های پانلی نیز می‌گویند. مثلاً اگر اطلاعات به‌صورت سالانه، ماهانه، فصلی و غیره و به‌صورت منظم موجود باشند، داده‌ها پانلی خواهند بود.

ساختارهای طولی (یا پانلی) را می‌توان به دو صورت

(۱) رویکرد ایستا به همراه به‌روزرسانی

(۲) رویکرد تصادفی

تحلیل کرد. در ادامه این دو رویکرد به اختصار بررسی می‌شوند.

۳ــ۳ــ۱ رویکرد ایستا به همراه به‌روزرسانی

در این رویکرد ابتدا بخش‌های مختلف یک ساختار را به‌صورت ایستا و برای سال پایه t ام، تحلیل می‌کنیم، سپس نتایج به‌دست آمده را با استفاده از یک رویکرد بازگشتی (یا به‌روزرسانی) برای سال بعد استفاده می‌کنیم.[۵]

در ادامه در قالب چند مدل، چگونگی تحلیل (مبتنی بر رویکرد ایستا به همراه به‌روزرسانی) یک نظام اجتماعی سلامت بررسی می‌شود. لازم به ذکر است معادلات ریاضی ارائه‌شده در این مدل‌ها، جزء ساده‌ترین روش‌ها هستند، که توسط سازمان جهانی

[۵] در الگوریتم بازگشتی (یا به‌روزرسانی) مقدار متغیر X_t (یا پارامتر θ_t) در سال t ام، با استفاده از تابع $f(\cdot)$ به گذشته این متغیر (یا آن پارامتر) مرتبط می‌شود، به‌عبارت‌دیگر $(X_t = f(X_0, X_1, \cdots, X_{t-1})$ (یا $(\theta_t = f(\theta_0, \theta_1, \cdots, \theta_{t-1})$ است. البته ممکن است فرایند به‌روزرسانی یک متغیر (یا یک پارامتر) به متغیرها (یا پارامترهای) دیگری نیز مرتبط باشد.

کار توصیه شده‌اند. البته این سازمان مدل‌های دیگری نیز توصیه کرده است، که از ذکر آن‌ها در این کتاب خودداری و خوانندگان علاقه‌مند را به منابع معرفی شده در ابتدای این فصل ارجاع می‌دهیم.

مدل ۳ـ۱. (مدل‌های ریاضی ایستا برای بخش اقتصادی و جمعیتی) می‌توان عوامل بسیار زیادی برای توصیف مدل‌های بخش اقتصادی و جمعیتی یک سیستم سلامت ارائه کرد. در این مدل سه عامل نیروی کار، جمعیت شاغل و متوسط دستمزد را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

۱ـ نیروی کار: با فرض اینکه $LF(t)$ اندازهٔ نیروی کار در زمان t نشان دهد، با استفاده از معادلهٔ

$$LF(t) = POPACT(t) \times labfrr(t) \qquad (۱۲\text{ـ}۳)$$

می‌توان اندازهٔ نیروی کار را به‌صورت تابعی از جمعیت در سن فعال ($POPACT(t)$) و نرخ مشارکت نیروی کار ($labfrr(t)$) در سال t ام بیان کرد.

۲ـ جمعیت شاغلین: اگر $E(t)$ اندازهٔ شاغلین در سال t باشد، با استفاده از معادلهٔ

$$E(t) = \frac{GDP(t)}{LPROD(t)} \qquad (۱۳\text{ـ}۳)$$

می‌توان این کمیت را به‌صورت تابعی از بهره‌وری نیروی کار ($LPROD(t)$) و تولید ناخالص ملی ($GDP(t)$) در سال t ام، توصیف کرد.

۳ـ متوسط دستمزد: با استفاده از معادلهٔ ریاضی

$$W(t) = GDP(t) \times \frac{ws(t)}{E(t)} \qquad (۱۴\text{ـ}۳)$$

می‌توان متوسط دستمزد ($W(t)$) در زمان t بر حسب تولید ناخالص ملی ($GDP(t)$) ، جمعیت شاغلین ($E(t)$) و سهم دستمزد در تولید ناخالص داخلی ($ws(t)$) بیان کرد.

در زیر یک مدل ایستا برای ارزیابی بخش درآمدی یک نظام اجتماعی سلامت ارائه می‌شود.

مدل ۳ـ۲. (مدل‌های ریاضی ایستا برای بخش درآمدها) درآمدهای یک نظام اجتماعی سلامت را می‌توان در قالب مؤلفه‌های متعددی بیان کرد. در اینجا ۵ مؤلفهٔ زیر برای توصیف درآمدها در نظر گرفته می‌شود.

۱ـ تعداد مشارکت‌کنندگان: فرض کنید افراد موجود در یک نظام اجتماعی سلامت را می‌توان در قالب سه دستهٔ افراد شاغل (که با زیرنویس $l = ۱$ آن‌ها را نمایش می‌دهیم)، افراد بیکار (که با زیرنویس $l = ۲$ آن‌ها را نمایش می‌دهیم) و افراد غیرفعال (که با زیرنویس $l = ۳$ آن‌ها را نمایش می‌دهیم) تقسیم کرد. با استفاده از

$$CONT(t) = \sum_{l=۱}^{۳} CONT_l(t) \qquad (۱۵\text{ـ}۳)$$

می‌توان تعداد کل افراد مشارکت‌کننده در سیستم را محاسبه کرد. در معادله‌ی (۳ـ۱۵) تعداد مشارکت‌کننده در این سه‌دسته به صورت

$$\begin{aligned} CONT_۱(t) &= E(t) \times covr_۱(t) \times contr_۱(t) \\ CONT_۲(t) &= [LF(t) - E(t)] \times covr_۲(t) \times contr_۲(t) \\ CONT_۳(t) &= POPINACT(t) \times contr_۳(t), \end{aligned}$$

تعریف می‌شود، که در آن‌ها $E(t)$ جمعیت شاغلین، $covr_۱(t)$ نرخ پوشش افراد شاغل، $contr_۱(t)$ نرخ مشارکت افراد شاغل، $LF(t)$ اندازه‌ی نیروی کار، $covr_۲(t)$ نرخ پوشش افراد بیکار، $contr_۲(t)$ نرخ مشارکت افراد بیکار $POPINACT(t)$ جمعیت غیرفعال (به‌جز کودکان) و $contr_۳(t)$ نرخ پوشش افراد غیرفعال‌اند.

۲ـ درآمدهای مشمول بیمه‌ی شاغلین: درآمدهای افراد شاغل که مشمول بیمه می‌شوند را می‌توان بر اساس عامل جمع‌آوری ($catchr_۱(t)$) ، نرخ انطباق ($comr_۱(t)$) و متوسط دستمزد ($W(t)$) در زمان t به‌صورت زیر بیان کرد:

$$AB_۱(t) = W(t) \times catchr_۱(t) \times compr_۱(t). \qquad (۱۶\text{ـ}۳)$$

۳ـ مجموع درآمدهای حاصل از مشارکت: مجموع درآمدهای حاصل از مشارکت

این سه‌دسته را می‌توان در قالب معادلهٔ

$$TAB(t) = \sum_{l=۱}^{۳} CONT_l(t) \times AB_l(t) \qquad (۳\text{ـ}۱۷)$$

بیان کرد. اگر از افراد بیکار و غیرفعال، نظام سلامت درآمدی کسب نکند $AB_۲(t) = AB_۳(t) = ۰$ خواهد بود.

۴ـ درآمدهای محقق شده از مشارکت: چون ممکن است برخی از درآمدهای حاصل از مشارکت محقق نشوند، به همین دلیل باید مجموع درآمدهای حاصل از مشارکت ($TAB(t)$) در نرخ مشارکت ($CR(t)$) ضرب شود. این واقعیت در معادلهٔ

$$CI(t) = TAB(t) \times CR(t) \qquad (۳\text{ـ}۱۸)$$

بیان شده است.

۵ـ مجموع کل درآمدها: از جمع کردن درآمدهای محقق‌شده از مشارکت ($CI(t)$) و سایر درآمدها ($OI(t)$) مجموع کل درآمدها در زمان t یعنی

$$TI(t) = CI(t) + OI(t) \qquad (۳\text{ـ}۱۹)$$

به‌دست می‌آید.

یکی از بخش‌های بسیار مهم در ساختار یک نظام سلامت، بخش مربوط به مزایا و هزینه‌های مرتبط با آن‌ها است. در ادامه یک مدل ایستا برای این بخش ارائه می‌شود.

مدل ۳ـ۳. (مدل‌های ریاضی ایستا برای بخش هزینه‌ها) مؤلفه‌های بسیار زیادی برای مدل‌بندی هزینه‌های یک نظام اجتماعی سلامت قابل در نظر گرفتن است. در اینجا مزایا و هزینه‌های مرتبط با آن‌ها را در قالب ۳ مُولفهٔ زیر در نظر می گیریم.

۱ـ اندازهٔ جامعهٔ تحت پوشش مزایا: اولین گام برای تعیین هزینه‌های مرتبط با مزایا در یک نظام سلامت، تعیین اندازهٔ جامعهٔ هدف است که از مزایا استفاده می‌کنند. اگر همانند مدل (۳ـ۲) جامعه هدف را به سه دستهٔ شاغل ($l = ۱$) ،

بیکار ($l=۲$) و غیرفعال ($l=۳$) تقسیم کنیم، با استفاده از معادلهٔ

$$COVPOP(t) \;=\; \sum_{l=۱}^{۳} CONT_l(t) \times depr_l(t) \qquad (۳\text{ـ}۲۰)$$

می‌توان اندازهٔ جامعهٔ تحت پوشش مزایا ($COVPOP(t)$) را محاسبه کرد. در این معادله $CONT_l(t)$ و $depr_l(t)$ به ترتیب تعداد و نرخ وابستگی مشارکت‌کنندگان دستهٔ l ام،هستند.

۲ــ **مجموع هزینه‌های مرتبط با مزایا:** اگر نظام سلامت تعداد K مزیت به بیمه‌گذاران خود ارائه دهد، مجموع هزینه‌هایی را که نظام سلامت به دلیل مزایا متحمل می‌شود می‌توان به‌صورت

$$BE(t) \;=\; \sum_{k=۱}^{K} COVPOP_K(t) \times ur_k(t) \times UC_k(t) \qquad (۳\text{ـ}۲۱)$$

محاسبه کرد، که در آن $COVPOP_K(t)$، $ur_k(t)$ و $UC_k(t)$ به ترتیب، اندازهٔ جامعهٔ تحت پوشش، نرخ استفاده و هزینه‌های واحدمراقبت مربوط مزیت k ام را نشان می‌دهند.

۳ــ **مجموع تمام هزینه‌ها:** از جمع کردن هزینه‌های مرتبط با پوشش مزایا ($BE(t)$) هزینه‌های اداری ($AE(t)$) و سایر هزینه‌ها ($OE(t)$) مجموع تمام هزینه‌ها، به‌صورت زیر حاصل می‌شود.

$$TE(t) \;=\; BE(t) + AE(t) + OE(t) \qquad (۳\text{ـ}۲۲)$$

برای آشنایی با چگونگی به‌کارگیری مدل‌های بالا، مجدداً به مثال مربوط به کشور فرضی دمولند باز می‌گردیم.

مثال ۳ــ۴. (ادامه مثال ۳ــ۱) مجدداً مثال مربوط به تصمیم‌گیری در مورد اضافه شدن یا اضافه نشدن، مزیت پوشش هزینه‌های دارویی را در نظام سلامت کارمندان کشور دمولند را در نظر بگیرد. فرض کنید بعد از بررسی گزارش ارائه‌شده در مثال‌های (۳ــ۱)

و (۳ـ۲) سیاست‌گذاران این نظام مایل به بررسی دقیق‌تر هزینه‌های پوشش دارویی در مراقبت‌های سرپایی هستند.

حل. مدل‌سازان ابتدا بر اساس ساختار ارائه‌شده در شکل (۳ـ۱) مدل‌سازی را در چهار بخش دنبال می‌کنند. جدول (۳ـ۶) نتایج محاسبات درخواست‌شده را نشان می‌دهد. □

نکته بسیار مهم در مطالعات نظام‌های سلامت آن است که هنگام مدل‌سازی باید تمامی مفروضات نظام به‌درستی در مدل وارد شوند، زیرا کوچک‌ترین عدول از مفروضات منجر به نتایج متفاوت می‌شود. در مثال زیر تأثیر تغییرات عامل تأمین در نرخ تعادل مالی نظام نشان داده می‌شود.

مثال ۳ـ۵. (ادامهٔ مثال ۳ـ۱) مجدداً مثال مربوط به تصمیم‌گیری در مورد اضافه شدن یا اضافه نشدن، مزیت پوشش هزینه‌های دارویی را در نظام سلامت کارمندان کشور دمولند را در نظر بگیرید. حال فرض کنید سیاست‌گذاران این نظام سلامت، بعد از بررسی گزارش ارائه‌شده در مثال‌های (۳ـ۱) ، (۳ـ۲) و بررسی دقیق‌تر هزینه‌های پوشش دارویی در مراقبت‌های سرپایی، در مثال (۳ـ۴) اکنون مایل به بررسی اثر تغییر «عامل تأمین» بر نرخ تعادل مالی این نظام هستند. آن‌ها سه سناریو زیر را در نظر می‌گیرند:

سناریو ۱: همانند مثال (۳ـ۴) عامل تأمین برای تمامی سال‌ها برابر ۱ در نظر گرفته شود،

سناریو ۲: سقف درآمدهای مشمول بیمه در سال اول ۳۰ دلار و بر اساس افزایش متوسط دستمزد هر سال تغییر پیدا می‌کند،

سناریو ۳: سقف درآمدهای مشمول بیمه در تمامی سال‌ها ۳۰ دلار در نظر گرفته شود.

بر اساس این سه سناریو نرخ تعادل مالی نظام سلامت کارکنان را بررسی کنید.

حل. فرض کنید درآمدهای بیمه‌گذاران نظام سلامت کارمندان را می‌توان در ۷ طبقه، به‌صورت جدول (۳ـ ۷) ارائه کرد.

در سناریوی اول مقدار عامل تأمین برابر ۱ است. در مورد سناریوهای دوم و سوم، فرض می‌کنیم عامل تأمین تنها به سقف درآمدهای مشمول بیمه مرتبط است، بنابراین با استفاده از ملاحظه (۳ـ ۱) مقدار عامل تأمین را محاسبه می‌کنیم. برای هر سال اول (۱۹۹۸) تحت دو سناریوی دوم و سوم، مقدار عامل تأمین برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} catchr(۱۹۹۸) &= \frac{\sum_{i=۱}^{۴} a_i p_i + ۳۰ \sum_{i=۵}^{۷} p_i}{\sum_{i=۱}^{۷} a_i p_i} \\ &= \frac{۱۷/۰۵ + ۳۰ \times [۹ + ۴ + ۱]}{۲۲/۸۵} \\ &= ۰/۹۳. \end{aligned}$$

در سناریوی دوم، سقف درآمدهای مشمول بیمه برای تمامی سال‌های شبیه‌سازی‌شده، متناسب با افزایش متوسط دستمزد تغییر پیدا می‌کند، بنابراین مقدار عامل تأمین برای تمام این سال‌ها بدون تغییر باقی خواهد ماند. اما چون در سناریوی سوم سقف درآمدهای مشمول بیمه در تمامی این سال‌ها، مقدار ثابت ۳۰ است، ولی متوسط دستمزد تغییر پیدا می‌کند، بنابراین مقدار عامل تأمین برای این سال‌ها تغییر پیدا خواهد کرد. با استفاده از معادله (۳ـ ۱۱) مقدار عامل تأمین برای این سال‌ها به‌صورت $catchr(۱۹۹۹) = ۰/۹۲$ ، $catchr(۲۰۰۰) = ۰/۹۰$ ، $catchr(۲۰۰۱) = ۰/۸۸$ و $catchr(۲۰۰۲) = ۰/۸۸$ قابل محاسبه است. جدول (۳ـ ۸) تنها بخشی از جدول (۳ـ ۶) را که تحت تأثیر این سه سناریو ممکن است تغییر پیدا کند، نمایش می‌دهد. بر اساس مقادیر این جدول می‌توان نتیجه گرفت: سناریوی ۲ منجر به یک نرخ کمک دائماً بالاتر می‌شود ، درحالی‌که سناریوی ۳ به افزایش نرخ مشارکت در طی چهارسال پیش‌بینی منجر می‌شود. این مثال نشان می‌دهد که تأثیر تعدیل نکردن سقف‌های درآمد حتی در کوتاه‌مدت نیز نسبتاً چشمگیر است.

□

در مدل (۳ــ۲) کمیت «درآمدهای مشمول بیمه» تنها برای افراد شاغل محاسبه شد. از طرف دیگر در این مدل درآمدی، هیچ‌گونه تمایزی بین افراد جامعهٔ هدف از نظیر مشخصه‌های نظیر سن، جنسیت و غیره، در نظر گرفته نشد. در ادامه بخشی از عناصر این مدل تعیمم می‌یابند.

مدل ۳ــ۴. مدل درآمدی (۳ــ۲) را در نظر بگیرید، فرض کنید علاوه بر دسته‌بندی افراد جامعه از نظر شغلی (به سه دستهٔ شاغل، $l = ۱$، بیکار، $l = ۲$، و غیرفعال، $l = ۳$) از نظر جنسیتی (زن، $s = ۰$، و مرد، $s = ۱$) و سنی (بازهٔ سنی فعال ۱۵ تا سن بازنشستگی، η) نیز تقسیم‌بندی شده‌اند. همچنین فرض کنید برای دو گروه بیکاران و غیرفعال‌ها نیز نوعی الگوی درآمدی وجود دارد. بر این اساس سه مؤلفهٔ مدل (۳ــ۲) به صورت زیر قابل تعمیم هستند.

۱ــ تعداد مشارکت‌کنندگان: تعداد کل افراد مشارکت‌کننده در نظام سلامت بر اساس تفکیک جنسیتی، سنی و شغلی برابر

$$CONT(t) = \sum_{l=۱}^{۳} CONT_l(t) \qquad (۳ــ۲۳)$$

است، که در آن

$$\begin{aligned}
CONT_۱(t) &= \sum_{s=۰}^{۱}\sum_{x=۱۵}^{\eta} E_{s,x}(t) \times covr_{۱,s,x}(t) \times contr_{۱,s,x}(t)\\
CONT_۲(t) &= \sum_{s=۰}^{۱}\sum_{x=۱۵}^{\eta} [LF_{s,x}(t) - E_{s,x}(t)] \times covr_{۲,s,x}(t) \times contr_{۲,s,x}(t)\\
CONT_۳(t) &= \sum_{s=۰}^{۱}\sum_{x=۱۵}^{\eta} POPINACT_{s,x}(t) \times contr_{۳,s,x}(t),
\end{aligned}$$

که در آن‌ها $E_{s,x}(t)$ جمعیت شاغلین جنسیت s در x سالگی، $covr_{۱,s,x}(t)$ نرخ پوشش افراد شاغل جنسیت s در x سالگی، $contr_{۱,s,x}(t)$ نرخ مشارکت افراد شاغل جنسیت s در x سالگی، $LF_{s,x}(t)$ اندازه‌ی نیروی کار جنسیت s در x سالگی، $covr_{۲,s,x}(t)$ نرخ پوشش افراد بیکار جنسیت s در x سالگی، $contr_{۲,s,x}(t)$ نرخ مشارکت افراد بیکار جنسیت s در x سالگی $POPINACT_{s,x}(t)$ جمعیت

غیرفعال (به جز کودکان) جنسیت s در x سالگی و $contr_{۳,s,x}(t)$ نرخ پوشش افراد غیرفعال جنسیت s در x سالگی هستند.

۲ـ درآمدهای مشمول بیمه: تحت فرض اینکه نوعی کمک، که بخشی از آن مشمول درآمدهای بیمهٔ می‌شود، وجود دارد که به افراد بیکار و افراد غیرفعال ارائه می‌شود. بر این اساس «درآمدهای مشمول بیمه» برای افراد شاغل، بیکار و غیر فعال، جنسیت s که در و x سالگی به سر می‌برند، به ترتیب برابر

$$\begin{aligned} AB_{۱,s,x}(t) &= W_{s,x}(t) \times catchr_{۱,s,x}(t) \times compr_{۱,s,x}(t) \\ AB_{۲,s,x}(t) &= UB_{s,x}(t) \times catchr_{۲,s,x}(t) \times compr_{۲,s,x}(t) \\ AB_{۳,s,x}(t) &= TRANS_{s,x}(t) \times catchr_{۳,s,x}(t) \times compr_{۳,s,x}(t) \end{aligned}$$

خواهند بود. که در آن‌ها $catchr_{l,s,x}(t)$ عامل جمع‌آوری گروه شغلی l جنسیت s و سن x ، $comr_{l,s,x}(t)$ نرخ انطباق گروه شغلی l جنسیت s و سن x ، $W_{s,x}(t)$ متوسط دستمزد جنسیت s و سن x سرانجام $UB_{s,x}(t)$ و $TRANS_{s,x}(t)$ به ترتیب کمک‌ها به افراد بیکار (جنسیت s و سن x) و غیرفعال (جنسیت s و سن x) هستند، که بخشی از آن کمک‌ها مشمول بیمه می‌شوند.

۳ـ مجموع درآمدهای حاصل از مشارکت: مجموع درآمدهای حاصل از مشارکت این سه دسته را می‌توان در قالب معادلهٔ زیر بیان کرد:

$$TAB(t) = \sum_{l=۱}^{۳} \sum_{s=۰}^{۱} \sum_{x=۱۵}^{\eta} CONT_{l,s,x}(t) \times AB_{l,s,x}(t). \quad (۲۴ـ۳)$$

۴ـ مجموع سایر درآمدها: سایر درآمدها نیز نقش مهمی در محاسبه درآمدهای نظام سلامت ایفا می‌کنند. برای مثال سود حاصل از سرمایه‌گذاری مازاد سرمایه نظام سلامت در بازارهای مالی را می‌توان به‌عنوان سایر درآمدها در نظر گرفت. اگر میزان سرمایهٔ حاصل از سرمایه‌گذاری در زمان t را با $I(t)$ نمایش دهیم، می‌توان به کمک معادلهٔ ریاضی

$$\begin{aligned} I(t) &= i(t) \times [RES(t-۱) + ۰/۵ \times [TAB(t) \times CR(t) \\ &\quad + OI'(t) - BE(t) - AE(t) - OE(t)]] \quad (۲۵ـ۳) \end{aligned}$$

آن‌را توصیف کرد. علاوه بر متغیرهای تعریف‌شده در بالا، سایر متغیرهای این معادله $i(t)$ نرخ بهره در سال t ام، $RES(t)$ ذخیره سرمایه‌گذاری‌شده در انتهای سال t ام و $OI'(t)$ سایر درآمدها (به‌جزء درآمدهای حاصل از سرمایه‌گذاری) در سال t ام هستند. در اینجا منظور از سایر درآمدها (متغیر $OI'(t)$) درآمدهای ناشی از یارانه‌های دولت، اجاره و غیره است. این درآمدها باید با روش‌های خلاقانه برآورد شوند.

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، شیوه تأمین مالی یک نظام سلامت، اثر معنی‌داری در مدل‌های مربوط به هزینه‌های آن نظام نمی‌گذارد. در ادامه یک توصیه مهم به منظور ارائهٔ مدل‌های نسبتاً جامع و قابل قبول برای هزینه‌های درمان یک نظام سلامت ارائه می‌شود.

ملاحظهٔ ۳ـ۲. در مدل (۳ـ۳) یک مدل نسبتاً ساده برای هزینه‌های یک سیستم سلامت ارائه شد. برای منطقی‌تر کردن این مدل توصیه می‌شود هزینه‌های مرتبط با نظام سلامت را (حداقل) بر اساس موارد زیر دسته‌بندی و مدل‌سازی شوند:

(۱) بسته‌های مربوط به مزایا و مقررات این بسته‌ها،

(۲) مراکز ارائه خدمات و

(۳) روش بازپرداخت هزینه‌ها.

برای به‌کارگیری توصیه‌های ارائه‌شده در ملاحظهٔ (۳ـ۲) ابتدا مزایای هزینه‌های یک نظام سلامت را به‌صورت «مزایای نقدی» و «نوع مزایا» دسته‌بندی می‌کنیم.

۱ـ دسته‌بندی بر اساس مزایای نقدی: مزایای نقدی نظام‌های سلامت، معمولاً شامل کمک‌هزینه‌های بیماری، کمک‌هزینه‌های بارداری و کمک‌هزینه‌های مرتبط با مراسم تدفین هستند. لازم به ذکر است: این مزایا ممکن است توسط بخش‌های دیگر نظام تأمین اجتماعی نیز تحت پوشش قرار گیرند.

اگر اطلاعات مناسبی مربوط به این مزایای نقدی موجود نباشد، بهتر است از استانداردهای ملی یا بین‌المللی استفاده کنید. اما اگر داده‌های قابل اتکا برای این مزایا موجود باشد، بیم‌سنج می‌تواند به کمک روابط ریاضی هزینه‌های مرتبط با این مزایا را مدل‌بندی کند. در ادامه یک روش ساده برای مدل‌بندی هزینه‌های این سه بخش ارائه می‌شود.

۱-۱-۱ــ مدل‌بندی هزینه‌های مزایای نقدی بیماری‌ها: کمک‌هزینه‌های مربوط به یک بیماری معمولاً، برای تعداد روز مشخص در هر سال تقویمی (بعد از لحاظ کردن یک دوره تعویق، معمولاً سه‌روزه) پرداخت می‌شوند. مبلغ روزانهٔ این کمک‌ها در هر سال تقویمی، درصدی از متوسط درآمد مشمول بیمه در آن سال تقویمی است. همچنین ممکن است این مزایا تابعی از سن، جنسیت و سایر مشخصه‌های بیمه‌گذار باشند.

۱-۱-۲ــ مدل‌بندی هزینه‌های مزایای نقدی بارداری: کمک‌هزینه‌های این مزیت تقریباً مشابه کمک‌هزینه‌های بیماری‌ها است، تنها تفاوت آن بازه سنی و جنسیت بیمه‌گذارانی است که می‌توانند مشمول این مزیت شود.

۱-۱-۳ــ مدل‌بندی هزینه‌های مزایای نقدی تدفین: این کمک‌هزینه در صورت فوت یک بیمه‌گذار به‌صورت نقدی و یک‌جا به بازماندگان او پرداخت می‌شود.

۱-۲ــ دسته‌بندی بر اساس نوع مزایا: اگر هزینه‌های مرتبط با مزایا را بر اساس نوع مزایا دسته‌بندی کنیم، بر اساس ماهیت و اساسنامه نظام سلامت، می‌توان دسته‌بندی‌های متفاوتی ارائه کرد. یکی از رایج‌ترین این دسته‌بندی در ادامه، به همراه روش مدل‌بندی آن‌ها ارائه می‌شود.

یکی از عوامل تعیین‌کننده در انتخاب روش مدل‌بندی هزینه‌های مربوط به یک مزیت سلامت، روش پرداخت هزینه‌ها در آن نظام سلامت است. همان‌گونه که قبلاً گفته شد:

۱ــ روش تخصیص بودجه: اگر امکانات سرپایی تحت مالکیت این نظام سلامت باشند و یا هزینه‌های خدمات از طریق بودجه به ارائه‌کنندگان پرداخت شوند، مدل‌بندی هزینه‌های سرپایی از روشی موسوم به «روش بودجه‌بندی» انجام می‌شود.

۲ــ روش سرانه: هزینه‌ها در روش پرداخت تخصیص سرانه بسیار ساده است. زیرا ارائه‌کننده خدمات سلامت، بازای هر بیمه‌گذار دقیقاً مبلغ مشخص و معلوم دریافت می‌کند. بنابراین هزینه‌ها دقیقاً قابل محاسبه هستند. تنها عامل تعیین‌کننده در هزینه‌های یک مرکز ارائه خدمات، تعداد بیمه‌گذار تحت پوشش آن مرکز است. البته اگر مقدار سرانه بر اساس یک معیار ارزیابی به مرکز تعیین شود، آن معیار نیز در محاسبات باید لحاظ شود، زیرا ممکن است

یک مرکز در طی زمان شبیه‌سازی از رتبهٔ بالاتری (یا پایین‌تری) برخوردار، و بالطبع سرانهٔ آن مرکز تغییر پیدا خواهد کرد.

۳ــ روش پرداخت آیتم به آیتم: در رویکرد پرداخت آیتم به آیتم، به‌عنوان اولین گام، دقیقاً باید یک «مورد» تعریف شود. در هنگام تعریف دقیق هر «مورد» باید مشخص شود که آیا اطلاعات آماری مورد مشخص‌شده موجود است؟ برای مثال یک «مورد» می‌تواند ویزیت توسط دکتر باشد. از نظر آماری، یک مورد، مجموعه‌ای از اقدامات پزشکی هستند که از نظر ساختاری با آن مورد مرتبط‌اند.

سه روش عمدهٔ پرداخت هزینه‌های خدمات سلامت هستند.

مهم‌ترین جنبه مدل‌سازی در مورد هزینه‌های بهداشتی این است که آن‌ها بسیار نسبت به درآمد الاستیک هستند. بدیهی است که متقاعد کردن مصرف‌کنندگان با درآمد بالاتر برای صرف هزینه بیشتر و بیشتر در مراقبت‌های بهداشتی کاری ساده است.

اکنون بر اساس دسته‌بندی بالا، چندین مدل نسبتاً کامل برای مدل‌بندی هزینه‌های یک نظام سلامت مورد توجه قرار می‌گیرد.

مدل ۳ــ۵. (توسعهٔ مدل هزینه‌ها، بر اساس دسته‌بندی مزایایی نقدی) مدل مربوط به هزینه‌ها (۳ــ۳) را در نظر بگیرید، فرض کنید علاوه بر دسته‌بندی افراد جامعه از نظر شغلی (به سه دستهٔ شاغل، $l = ۱$، بیکار، $l = ۲$، و غیرفعال، $l = ۳$) از نظر جنسیتی (زن، $s = ۰$، و مرد، $s = ۱$) و سنی (بازهٔ سنی فعال ۱۵ تا سن بازنشستگی، η) تقسیم‌بندی زیر را برای هزینه‌های بخش‌های مختلف در نظر گرفته می‌شود.

۱-۱-۱ــ مدل‌بندی هزینه‌های مزایای نقدی بیماری‌ها: کمک‌هزینه‌های مربوط به یک بیماری معمولاً، برای تعداد روز مشخص در هر سال تقویمی (بعد از لحاظ کردن یک دورهٔ تعویق، معمولاً سه‌روزه) پرداخت می‌شوند. مبلغ روزانه این کمک‌ها در هر سال تقویمی، درصدی از متوسط درآمد مشمول بیمه در آن سال تقویمی است. همچنین ممکن است این مزایا تابعی از سن، جنسیت و سایر مشخصه‌های بیمه‌گذار باشند. یکی از ساده‌ترین معادلات ریاضی برای مدل‌بندی این هزینه‌ها معادلهٔ

$$BE(t) \;=\; \sum_{s=۰}^{۱} \sum_{x=۱۵}^{\eta} CONT_{s,x}(t) \times SD_{s,x}(t) \times AS_{s,x}(t) \quad (۳ــ۲۶)$$

است، که در آن $SD_{s,x}(t)$ متوسط تعداد روز بیماری برای جنسیت s و x سالگی و $AS_{s,x}(t)$ متوسط کمک‌هزینه هر روز بیماری برای جنسیت s و x سالگی در سال t ام هستند.

ملاحظهٔ ۳ـ۳. اگر متوسط کمک‌هزینه هر روز بیماری در سال t ام، درصدی ثابت از متوسط درآمد مشمول بیمه باشد، می‌توان آن‌را به کمک

$$AS_{s,x} = W_{s,x}(t) \times \frac{rb}{DW} \qquad (۲۷\text{ـ}۳)$$

محاسبه کرد، که در آن DW تعداد روزهای کاری در سال است که بر اساس آن حقوق سالانه مشخص می‌شود و rb نرخ مزایا برای بیماری‌ها هستند.

۱-۱-۲ـ مدل‌بندی هزینه‌های مزایای نقدی بارداری: منطق مدل‌بندی کمک‌هزینه‌های مرتبط با مزایای نقدی بارداری، مشابه با معادلهٔ (۳ـ۲۶) است، شاید بتوان تنها تفاوت مدل‌های این بخش را در جنسیت (تنها برای زنان، $s = ۰$) و بازهٔ سنی (بسته به بازهٔ سنی بارداری در هر کشور مقدار آن تغییر پیدا می‌کند، معمولاً آن‌را بین ۱۵ تا ۴۴ یا ۴۹ سالگی در نظر می‌گیریم) بیمه‌گذاران دانست.

۱-۱-۳ـ مدل‌بندی هزینه‌های مزایای نقدی تدفین: این کمک‌هزینه در صورت فوت یک بیمه‌گذار به‌صورت نقدی و یک‌جا به بازماندگان او پرداخت می‌شود. به دلیل متغیر بودن نرخ مرگ‌ومیر در سال، نمی‌توان یک فرمول دقیق برای مدل‌بندی هزینه‌های مرتبط با این مزیت ارائه کرد. معادلهٔ

$$BE(t) = \sum_{s=۰}^{۱} \sum_{x=۱۵}^{\eta} CONT_{s,x}(t) \times m_{s,x}(t) \times FB \qquad (۲۸\text{ـ}۳)$$

یک فرمول تقریبی برای هزینه‌های آن ارائه می‌کند. در این معادله $m_{s,x}(t)$ نرخ مرگ‌ومیر جنسیت s در x سالگی در وسط سال t ام و FB مقدار کمک‌هزینهٔ تدفین برای هر مورد هستند.

قبل از توسعهٔ مدل‌های مربوط به هزینه‌ها بر اساس نوع مزایا، دانستن تعریف زیر ضروری است.

تعریف ۳ـ۱۸. یک مزیت را هزینه ثابت گویند اگر هزینه‌های مرتبط با آن مزیت را بتوان حداقل برای یک سال مالی، ثابت فرض کرد.

حقوق کارکنان بخش سلامت، مثال خوبی از مزایا است. هر مزیتی که هزینه‌های آن ثابت نباشد را یک مزیت هزینه متغیر گویند.

اکنون مدل مربوط به هزینه‌های یک نظام سلامت را بر اساس نوع مزایا و روش پرداخت هزینه‌ها، توسعه می‌دهیم.

روش‌های بسیار متنوعی برای دسته‌بندی نوع مزایا وجود دارد. یکی از این روش‌ها به صورت زیر است.

۱ـ خدمات سرپایی

۲ـ خدمات تخصصی و دندان‌پزشکی: این خدمات معمولاً ارتباط معنی‌داری با تعداد مراجعات سرپایی دارند.

۳ـ هزینه‌های دارویی: این خدمات معمولاً ارتباط معنی‌داری با تعداد و متوسط تعداد داروهای تجویزشده در مراجعات سرپایی، تخصصی و دندان‌پزشکی دارند.

۴ـ هزینه‌های لابراتوری و تشخیصی: این خدمات معمولاً ارتباط معنی‌داری با تعداد مراجعه به پزشک متخصص دارد.

۵ـ هزینه‌های بستری: این خدمات معمولاً بر اساس رویکرد پرداخت روز بستری (نه خدمات دریافت‌شده در بیمارستان به اضافه هزینهٔ بستری) محاسبه می‌شوند. همچنین این هزینه‌ها ارتباط معنی‌داری با تعداد روز بستری در بیمارستان و متوسط هزینه‌های هر روز بستری دارند.

۶ـ هزینه‌های اداری: نرخ افزایش این هزینه‌ها تابعی خطی از افزایش تعداد بیمه‌گذاران (درآمدهای مشمول بیمه)، افزایش هزینه‌های پرسنل اداری سیستم سلامت و تورم عمومی می‌باشد.

در ادامه برای سادگی در ارائهٔ مدل، فرض می‌کنیم: نظام سلامت مورد بررسی تنها هزینه‌های بیماری‌های سرپایی را پوشش می‌دهد. ابتدا با روش پرداخت «تخصیص بودجه» توسعهٔ مدل‌ها را آغاز می‌کنیم.

مدل ۳ـ۶. (توسعهٔ مدل هزینه‌های سلامت بر اساس نوع مزایا (تنها برای مزیت خدمات سرپایی) و روش پرداخت تخصیص بودجه) مدل مربوط به هزینه‌ها (۳ـ۳) را در نظر بگیرید، فرض کنید علاوه بر دسته‌بندی افراد جامعه از نظر شغلی (به سه دستهٔ شاغل، $l=1$، بیکار، $l=2$، و غیرفعال، $l=3$) از نظر جنسیتی (زن، $s=0$، و مرد، $s=1$)

و سنی (بازه سنی فعال ۱۵ تا سن بازنشستگی، η) تقسیم‌بندی زیر را برای هزینه‌های بخش‌های مختلف در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض کنید:

(۱) نظام سلامت تنها مزیت خدمات سرپایی را پوشش می‌دهد و کل هزینه‌های این مزیت را می‌توان به دو بخش هزینه ثابت و متغیر، به صورت زیر مدل‌بندی کرد:

$$BE(t) = \sum_{j} FC_j(t) + VC(t) \qquad (۳\text{ـ}۲۹)$$

، که در آن $FC_j(t)$ و $VC(t)$ به ترتیب هزینهٔ مزیت هزینه ثابت j ام و هزینه‌های مزایای هزینه متغیر هستند.

(۲) مدل مربوط به هزینه متغیر به صورت زیر است:

$$VC(t) = \sum_{s=۰}^{۱} \sum_{x=۱۵}^{\eta} VC_{s,x} \times COVPOP_{s,x}(t) \times f_{s,x}(t). \qquad (۳\text{ـ}۳۰)$$

در این مدل $VC_{s,x}$ هزینه متغیر در هر مورد برای یک بیمار با جنسیت s و سن x سال، $COVPOP_{s,x}(t)$ تعداد افراد تحت پوشش مزیت که جنسیت آن‌ها s و سن آن‌ها x سال است و $f_{s,x}(t)$ فراوانی استفاده برای یک بیمار با جنسیت s و سن x سال هستند.

(۳) با استفاده از یک رویکرد بازگشتی، دو متغیر $VC_{s,x}(t)$ و $f_{s,x}(t)$ را به صورت

$$VC_{s,x}(t) = VC_{s,x}(t-۱) \times [۱ + vc_{s,x}(t)] \qquad (۳\text{ـ}۳۱)$$

$$f_{s,x}(t) = f_{s,x}(t-۱) \times [۱ + if_{s,x}(t)] \qquad (۳\text{ـ}۳۲)$$

محاسبه می‌کنند. که در آن‌ها $vc_{s,x}(t)$ و $if_{s,x}(t)$ به ترتیب، نرخ تغییرات $VC_{s,x}(t)$ و $f_{s,x}(t)$ هستند.

در هنگام استفاده از مدل (۳ـ۶) باید به نکات زیر توجه شود.

(۱) مزایای هزینه ثابت همواره بر اساس یک رویکرد بازگشتی و بر اساس پارامترهای تأثیرگذار (نظیر نرخ افزایش حقوق، برای مثال حقوق کارکنان) برای

سال‌های آتی به‌روز می‌شوند، زیرا معمولاً در برنامه‌ریزی بودجه‌ی، هزینه‌های ثابت برای دورهٔ ۴ یا ۵ ساله پیش‌گویی می‌شوند. همچنین باید به سؤالاتی نظیر (الف) آیا ظرفیت فعلی امکانات سرپایی برای خدمت به جمعیت تحت پوشش برای کل دورهٔ پیش‌گویی کفایت می‌کند یا خیر؟ (ب) آیا امکان تصحیح مدل‌ها در صورت تأمین امکانات سرپایی، وجود دارد یا خیر؟، باید پاسخ داده شود .

(۲) فراوانی و شدت هزینه‌های واحدمراقبت با تغییر سن و زمان تغییر پیدا می‌کند. برای مثال فراوانی و شدت هزینه‌های واحدمراقبت برای افراد بازهٔ سنی [۴۰, ۴۵] با بازهٔ سنی [۶۰, ۶۵] به‌صورت معنی‌داری متفاوت است. اما برای سادگی، معمولاً فرض می‌کنیم سن تأثیر معنی‌داری بر فراوانی و شدت هزینه‌های واحدمراقبت نمی‌گذارد. این فرضیه تنها برای ساده‌سازی محاسبات است و ممکن است با واقعیت‌های موجود سازگار نباشد.

برای رفع این مشکل اشاره‌شده در بند (۲) در ادامه یک رویکرد نسبتاً قابل قبول معرفی می‌شود.

الگوریتم ۳ـ۳. مشروط بر اینکه در دوره پیش‌گویی، انتظار تغییر عمده‌ای در مقررات قانونی حاکم بر نظام سلامت در مورد هزینه‌های مراقبت‌های سرپایی نداشته باشیم. نرخ تغییرات فراوانی و شدت هزینه‌های واحدمراقبت (یعنی $vc_{s,x}(t)$ و $if_{s,x}(t)$) با استفاده از گام‌های زیر مدل‌بندی کنید.

گام اول: برای سنین مختلف، با استفاده از روش‌های آماری بر روی اطلاعات حاصل از دوره مرجع (یا دورهٔ مشاهده)، مدل‌سازی برای فراوانی و شدت هزینه‌های واحدمراقبت را شروع کنید

گام دوم: با استفاده از اطلاعات زمانی و به کمک یک مدل رگرسیونی فراوانی هزینه‌های واحدمراقبت را مدل‌سازی کنید. سپس با استفاده از معادلهٔ (۳ـ۳۲) نرخ تغییرات $if_{s,x}(t)$ را محاسبه کنید.

گام سوم: میزان افزایش شدت هزینه‌های واحدمراقبت (سرپایی) را که در رویکرد بودجهٔ هزینه‌های مواد و داروها هستند، به کمک فرمول

$$1 + vc_{s,x}(t) = [1 + p(t)] \times d_{s,x}(t) \qquad (۳ـ۳۳)$$

پیش‌گویی کنید. در این معادله $p(t)$ نرخ تورم عمومی و $d_{s,x}(t)$ ضریب انحراف‌متوسط واحدمراقبت‌های سرپایی (به تعریف ۳ـ۸ مراجعه کنید) در سال t ام هستند.

ضریب انحراف‌متوسط واحدمراقبت‌های سرپایی $d_{s,x}(t)$ را برای سال t ام می‌توان به کمک معادلهٔ

$$d_{s,x}(t) = \frac{1}{1+p(t)} \frac{VC_{s,x}(t)}{VC_{s,x}(t-1)} \qquad (۳ـ۳۴)$$

محاسبه کرد.

گام چهارم: نتایج حاصل از گام‌های قبلی (که بر اساس سن و جنسیت متمایز هستند)، را برای تمام سنین و جنسیت‌ها خلاصه و سپس به کمک نتایج خلاصه‌شده، پیش‌گویی را انجام دهید.

همان‌گونه که در توضیحات روش پرداخت «سرانه‌ای» گفته شد، محاسبات مربوط به این رویکرد بسیار ساده و نیازمند مدل‌سازی خاص نیستند. به همین دلیل از ارائهٔ آن‌ها در اینجا خودداری می‌کنیم.

برای توسعهٔ مدل هزینه‌های مرتبط با نوع مزایا (مزیت خدمات سرپایی) و روش پرداخت آیتم به آیتم کافی است، به ملاحظهٔ زیر توجه شود.

ملاحظهٔ ۳ـ۴. فرمول پایه برای مدل‌بندی هزینه‌های ناشی پوشش مزیت خدمات سرپایی بر اساس روش پرداخت آیتم به آیتم، دقیقاً همانند هزینه‌های متغیر در رویکرد بودجه‌ای است. این هزینه‌ها را به صورت معادلهٔ زیر بیان می‌کنیم:

$$BE(t) = \sum_{s=0}^{1} \sum_{x=15}^{\eta} C_{s,x}(t) \times COVPOP_{s,x}(t) \times f_{s,x}(t) \qquad (۳ـ۳۵)$$

، در این معادله، $C_{s,x}(t)$ هزینه‌ها در هر مورد برای بیمار با جنسیت s است که سن او x سال است. همچنین شدت هزینه‌های هر واحد $C_{s,x}(t)$ و فراوانی استفاده از خدمت $f_{s,x}(t)$ را می‌توان با استفاده از الگوریتم (۳ـ۳) برآورد کرد.

چون هزینه‌های «خدمات تخصصی و دندان‌پزشکی» ارتباط معنی‌داری با هزینه‌های «خدمات سرپایی» دارند، به همین دلیل مدل‌های مربوط به این مزیت مشابه به مدل‌های «خدمات سرپایی» است.

اما برای توسعهٔ مدل‌های مربوط به «مزیت دارویی» کافی است به ملاحظهٔ زیر توجه شود.

ملاحظهٔ ۳ـ۵. هزینه‌های مرتبط با مزیت دارویی، را می‌توان در قالب معادلهٔ ریاضی

$$\begin{aligned} BE(t) &= \sum_{s=۰}^{۱}\sum_{x=۱۵}^{\eta} NAC_{s,x}(t)\times PRAC_{s,x}(t)\times PAC_{s,x}(t) \\ &+\sum_{s=۰}^{۱}\sum_{x=۱۵}^{\eta} NSC_{s,x}(t)\times PRSC_{s,x}(t)\times PSC_{s,x}(t) \\ &+\sum_{s=۰}^{۱}\sum_{x=۱۵}^{\eta} NDC_{s,x}(t)\times PRDC_{s,x}(t)\times PDC_{s,x}(t) \end{aligned} \quad (۳ـ۳۶)$$

بازنویسی کرد، که در آن $NAC_{s,x}(t)$ تعداد مراجعهٔ سرپایی، $NSC_{s,x}(t)$ تعداد مراجعه به متخصص، $NDC_{s,x}(t)$ تعداد مراجعه به دندان‌پزشک، $PRAC_{s,x}(t)$ متوسط تعداد قلم دارو بر نسخه در هر مراجعهٔ سرپایی، $PAC_{s,x}(t)$ متوسط هزینهٔ هر قلم داروی تجویزشده در مراجعات سرپایی، $PRSC_{s,x}(t)$ متوسط تعداد قلم دارو بر نسخه در هر مراجعه به متخصص، $PSC_{s,x}(t)$ متوسط هزینهٔ هر قلم داروی تجویز شده در مراجعات به متخصص، $PRDC_{s,x}(t)$ متوسط تعداد قلم دارو بر نسخه در هر مراجعه به دندان‌پزشک و $PDC_{s,x}(t)$ متوسط هزینهٔ هر قلم داروی تجویز شده در مراجعات به دندان‌پزشک، برای یک فرد جنسیت s که در x سالگی است، هستند.

برای هزینه‌های بستری در بیمارستان یا مراکز بهداشتی و تحت فرض: «هزینه‌های بستری به صورت روز بستری (نه خدمات دریافت شده در بیمارستان به اضافه هزینه‌ی بستری) محاسبه می‌شوند» می‌توان مدل ریاضی

$$BE(t) = \sum_{s=۰}^{۱}\sum_{x=۱۵}^{\eta} HD_{s,x}(t)\times CHD_{s,x}(t)\times COVPOP_{s,x}(t) \quad (۳ـ۳۷)$$

را ارائه کرد، که در آن $HD_{s,x}(t)$ تعداد روز بستری در بیمارستان و $CHD_{s,x}(t)$ متوسط هزینه‌های هر روز بستری، برای یک فرد جنسیت s است که در x سالگی است.

سرانجام برای مدل‌بندی هزینه‌های اداری، از معادلهٔ

$$AC(t) = AC(t-۱) \times [sp(t-۱) \times (۱+w(t)) + (۱-sp(t-۱)) \times (۱+p(t))] \frac{COVPOP(t)}{COVPOP(t-۱)} \quad (۳\text{ـ}۳۸)$$

استفاده می‌کنیم، در این معادله $sp(t)$ سهم هزینه‌های پرسنلی از هزینه‌های اداری، $w(t)$ متوسط دستمزد و $p(t)$ نرخ تورم عمومی در سال t ام هستند.

نکتهٔ ۳ــ۷. در مدل‌های ارائه‌شده در بالا

(۱) تعداد نسخه‌ها را تابعی خطی از تعداد نسخه‌های سه مزیت سرپایی، مراجعه به متخصص و مراجعه به دندان‌پزشک در نظر گرفتیم. در حالی که بر اساس شواهد عینی این ارتباط خطی نمی‌تواند درست باشد، بلکه واقعیت‌ها نشان می‌دهند با افزایش تعداد مزیت‌های در یک نظام سلامت، تعداد نسخه‌های هر بخش به صورت معنی‌داری کاهش می‌یابند. البته مدل‌کردن این واقعیت امری مشکل است و نیازمند دانستن فرم ریاضی این ارتباط هستیم. البته در صورت موجود بودن اطلاعات، با استفاده از ابزارهای آماری (نظیر رگرسیون‌های شمارشی) می‌توان ارتباط تعداد نسخه‌های تجویزشده با تعداد مزایا را بررسی کرد.

(۲) تعداد روز بستری در بیمارستان را می‌توان به فرمول‌های (۳ــ۳۱) و (۳ــ۳۲) مدل‌بندی کرد.

(۲) برای ارتقای مدل ارائه‌شده برای هزینه‌های بستری، بهتر است هزینه‌های اتاق از هزینه‌های تخصصی (نظیر هزینه‌های آزمایش‌های تشخیصی، هزینه‌های عمل‌های جراحی و غیره) جداسازی و برای هر بخش مدل‌سازی خاص خود انجام شود.

(۳) در صورت موجود نبودن اطلاعات برای مدل‌بندی هر بخش از خدمات می‌توان از یکی از سه رویکرد زیر استفاده کرد:

الف ــ استفاده از یک روش نمونه‌گیری مناسب: در این رویکرد اطلاعات لازم را بر اساس نمونه‌گیری از جامعهٔ هدف جمع‌آوری می‌کنیم. لازم به ذکر است، انتخاب روش صحیح نمونه‌گیری تأثیر چشمگیری در دقت نتایج حاصل از این رویکرد می‌گذارد.

ب_ استفاده از اطلاعات و یا استانداردهای بین‌المللی: شاید بتوان گفت این رویکرد ساده‌ترین و در عین حال غیردقیق‌ترین روش برای انجام محاسبات مربوط به یک سیستم سلامت است. این واقعیت از آنجا ناشی می‌شود که در هر کشور سیستم‌های سلامت، تابعی از مولفه‌های اقتصادی، اجتماعی، سیاسی و غیره، آن کشور است. به‌وضوح نمی‌توان از استانداردها یا مدل‌های سایر کشورها برای یک کشور خاص استفاده کرد.

ج_ استفاده از رویکرد منحنی J: این رویکرد از یک نظریه در اقتصاد نشئت گرفته است. بر اساس این نظریه، تحت مفروضات مشخص، یک پدیده در بدو شروع، رفتار نزولی و سپس یک رفتار صعودی از خود بروز می‌دهد (رفتاری شبیه به شکل **J**). بر اساس این رویکرد، یکی از ساده‌ترین روش‌های تقریب پدیده تصادفی $h(y)$ که بر اساس مؤلفهٔ y مقدار آن تغییر پیدا می‌کند، استفاده از

$$h(y) \approx \frac{\beta - \alpha}{(b/a - ۱)^۲}\left[\frac{y-a}{a}\right]^۲ + \alpha \qquad (۳\_۳۹)$$

است، که در آن α و β به‌ترتیب حداقل و حداکثر مقدار این پدیده و a و b به‌ترتیب حداقل و حداکثر مؤلفه y هستند که منجر به دو مقدار α و β می‌شوند (به‌عبارت‌دیگر $\alpha = h(a)$ و $\beta = h(b)$).

برای چگونگی به‌کارگیری رویکرد منحنی **J** به مثال زیر توجه کنید.

مثال ۳_۶. فرض کنید هزینه‌های یک خدمت سلامت به‌صورت دقیق قابل دسترس نیست. همچنین فرض کنید این هزینه‌ها در هر سال، تابعی از سن بیمه‌گذاران در نظر گرفته می‌شود. اگر حداقل هزینه و حداکثر هزینهٔ این خدمت به‌ترتیب ۱ و ۶/۲ واحد باشند که به‌ترتیب در سنین ۲۰ و ۱۰۰ سالگی مشاهده می‌شود، رفتار تقریبی هزینه‌های این خدمت که برای بیمه‌گذاران ۰ تا ۱۰۰ ساله ارائه می‌شود، به کمک رویکرد منحنی **J** پیدا کنید.

حل. بر اساس مفروضات مثال، $\alpha = ۱$ ، $\beta = ۶/۲$ ، $a = ۲۰$ و $b = ۱۰۰$ خواهند بود. اکنون با استفاده از معادلهٔ (۳_۳۹) هزینه‌های این خدمت سلامت، به‌عنوان تابعی

از سن x تقریباً به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} h(x) &\approx \frac{۶/۲-۱}{(۱۰۰/۲۰-۱)^۲}\left[\frac{x-۲۰}{۲۰}\right]^۲+۱ \\ &= ۰/۰۰۰۸۱۲۵\times(x-۲۰)^۲+۱. \end{aligned}$$

بار دیگر به مثال نظام سلامت کارکنان دمولند باز می‌گردیم. در مثال زیر سطح مطلوب و حداقل سطح مطلوب نظام سلامت کارکنان برای یک افق پنج ساله محاسبه می‌شوند.

مثال ۳ـ۷. (ادامهٔ مثال ۳ـ۱) بار دیگر به مثال تصحیح نظام سلامت کارمندی کشور فرضی دمولند باز می‌گردیم. تحت مفروضات

(۱) حداکثر انحراف استفاده از مراقبت‌ها می‌تواند ٪۲۰ بیشتر از مقدار پیش‌گویی‌شده باشد،

(۲) حداکثر انحراف هزینه‌ها می‌تواند ٪۱۰ بیشتر از مقدار پیش‌گویی‌شده باشد،

(۳) حداکثر ٪۱۰ از درآمدهای حاصل از مشارکت پیش‌گویی‌شده محقق نمی‌شوند،

(۴) حداکثر ٪۱۰ از دستمزدهای پیش‌گویی‌شده محقق نمی‌شوند،

(۵) نرخ بهره ٪۳ است.

سطح مطلوب ذخایر احتمالی این سیستم را در وسط هر سال محاسبه کنید. همچنین نرخ مشارکت ثابت را محاسبه کنید.

حل. با استفاده از معادلهٔ (۳ـ۶) حداقل سطح ذخیرهٔ احتمالی این سیستم را در وسط هر سال ($y=۰/۵$) برابر

$$k_{min}(t) = \frac{(۱+۰/۲)(۱+۰/۱)}{(۱-۰/۱)(۱-۰/۱)-۱}\times ۰/۵ = ۰/۳۱۵$$

خواهد بود. بنابراین حداقل ذخیرهٔ لازم باید کفایت پوشش هزینه‌های $۰/۳۱۵\times ۱۲\approx ۴$ ماه از سال را داشته باشد. اکنون با استفاده از نتایج ارائه‌شده در جدول (۳ـ۶) می‌توان نتایج جدول (۳ـ۹) را محاسبه کرد. سرانجام با استفاده از معادلهٔ (۳ـ۷) نرخ مشارکت

ثابت نظام سلامت کارکنان دمولند، برای این پنج‌سال، برابر ۸/۳۱ محاسبه می‌شود. این بدین معنی است که اگر نظام با سطح ذخیرهٔ صفر واحد در سال ۱۹۹۸ شروع کند، این مقدار مشارکت ثابت، اجازه می‌دهد ذخیرهٔ نظام هر سال حدود ۰/۰۷ افزایش یابد تا در سال پنجم به سطح $k = ۰/۳۴$ برسد. این مقدار کمی بالاتر از حداقل سطح ذخیرهٔ محاسبه‌شده در بالا، یعنی $k_{min}(t) = ۰/۳۱۵$ است. □

۳ـ۳ـ۲ رویکرد تصادفی

در بخش‌های قبلی رویکرد بازگشتی برای محاسبهٔ هزینه‌ها و درآمدهای یک نظام سلامت بررسی شد. در این بخش بر اساس کریستین‌سن و همکاران (۲۰۱۸) و دنیوت و همکاران (۲۰۲۰) دو رویکرد تصادفی برای مدل‌بندی هزینه‌ها در یک نظام سلامت بررسی می‌شود.

ابتدا به معرفی مدل روسام که ایدهٔ آن مبتنی بر رگرسیون زمانی است، می‌پردازیم.

مدل ۳ـ۷. (مدل روسام برای هزینه‌های مزایا) فرض کنید هزینه‌های مرتبط با یک مزیت در یک نظام سلامت در مفروضات زیر صدق می‌کنند:

(۱) هزینه‌های این مزیت $Y_x(t)$ برای فردی x ساله در سال t ام قراردادش، یک فرایند تصادفی است،

(۲) هزینه‌های این مزیت برای فرد x ساله، همواره نسبتی از هزینه‌ها برای سن مرجع $x.$ سالگی است. به‌عبارت‌دیگر:

$$Y_x(t) = \gamma_x(t.)Y_{x.}(t) + \epsilon_x(t) \qquad (۳ـ۴۰)$$

که در آن $\gamma_x(t.)$ ضریب تصحیح سن، $Y_{x.}(t)$ هزینه‌های تصادفی سن مرجع $x.$ و $\epsilon_x(t)$ خطای تصادفی مدل‌سازی است (که میانگین آن صفر و واریانس آن مقدار ثابت $\sigma^۲$ است)،

(۳) متوسط هزینه‌های سن مرجع $x.$ ، $\kappa_{x.}(t) = (Y_{x.}(t))$، را می‌توان به کمک مدل رگرسیونی

$$\kappa_{x.}(t) = \alpha_{x.,t.} + \beta_{x.,t.}(t - t.)$$

مدل‌بندی کرد.

با استفاده از روش‌های بسیار زیادی می‌توان ضرایب مدل روسام (۳ـ۷) را برآورد کرد. در ادامه نتایج ارائه‌شده توسط کریستین‌سن و همکاران (۲۰۱۸) را بررسی می‌کنیم.

مثال ۳ـ۸. کریستین‌سن و همکاران (۲۰۱۸) هزینه‌های بستری مردان آلمانی بین ۲۰ تا ۸۰ ساله بین سال‌های ۱۹۹۵ الی ۲۰۱۱ را در نظر گرفتند.

حل. آن‌ها برای تعیین سن مرجع ابتدا نمودار سه‌بُعدی، لگاریتم متوسط هزینه‌ها را به‌صورت شکل (۳ـ۳) ترسیم کردند. با استفاده از این شکل آن‌ها سن مرجع ۴۰ = $x.$ سال در نظر گرفتند.

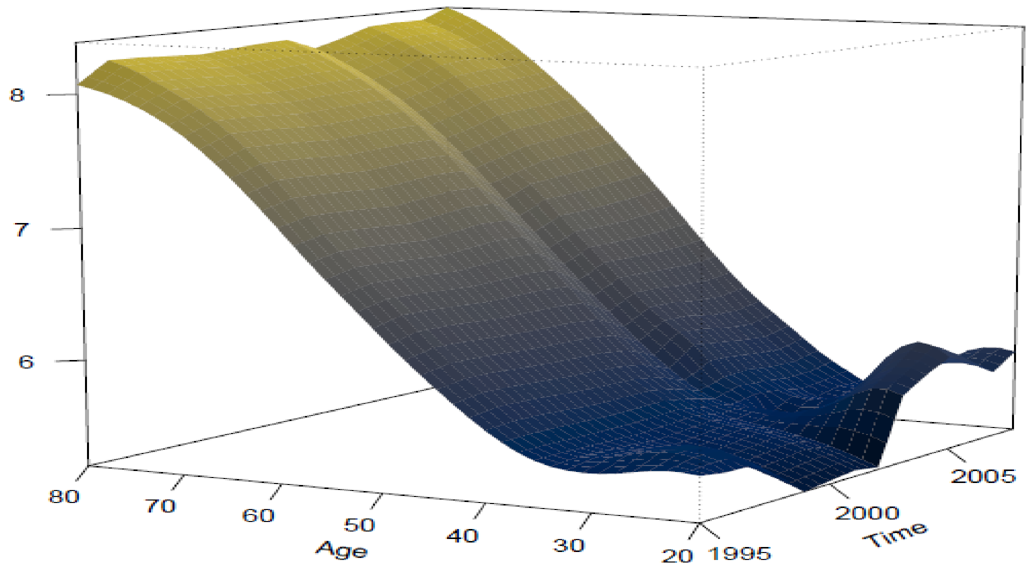
برای مدل‌سازی آن‌ها بازهٔ زمانی ۱۹۹۵ تا ۲۰۰۸ را به‌عنوان دوره مرجع و بازهٔ زمانی ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۱ را به‌عنوان دورهٔ ارزیابی در نظر گرفتند. همچنین آن‌ها برای پارامترهای مدل روسام (۳ـ۷) توزیع خطاها $\epsilon_x(t)$ نرمال در نظر گرفتند.

آن‌ها با استفاده از این فرضیه دو پارامتر $\gamma_x(t.)$ و $\kappa_{x.}(t)$ بر اساس داده‌های دوره مرجع برآورد کردند، رفتار این دو پارامتر در قالب شکل (۳ـ۴) نمایش داده شده است. بر اساس اطلاعات دورهٔ ارزیابی مناسب بودن مدل توسعه‌یافته تأیید شد. برای مشاهدهٔ جزئیات بیشتر به تحقیق آن‌ها مراجعه شود.

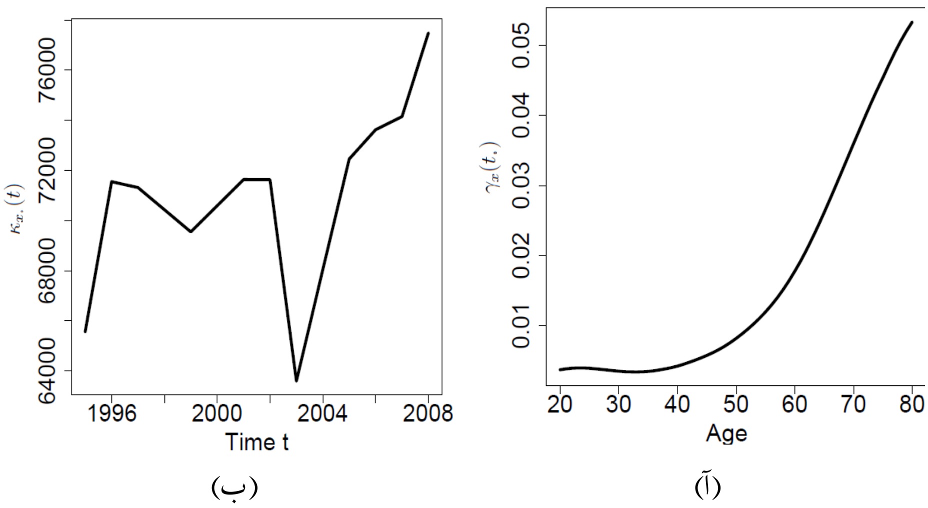
□

در مثال (۳ـ۸) برای برآورد پارامترهای مدل، کریستین‌سن و همکاران (۲۰۱۸) توزیع خطاها را نرمال در نظر گرفتند، در صورتی‌که می‌توان بدون در نظر گرفتن توزیع خطاها و با استفاده از روش‌های برآورد (نظیر روش حداقل مربعات خطا) پارامترهای مجهول $\alpha_{x.,t.}$ و $\beta_{x.,t.}$ را برآورد کرد. البته این امر مستلزم دانستن ضریب تصحیح سن (یعنی $\gamma_x(t.)$) است.

نکتهٔ ۳ـ۸. سن مرجع $x.$ و فرم ریاضی و الگوی تغییر ضریب تصحیح سن $\gamma_x(t.)$ ، ارائه‌شده در مدل (۳ـ۷) ، معمولاً توسط بیمه‌گران یا نظام سلامت تعیین می‌شود. آن‌ها سن مرجع را معمولاً ۴۰ = $x.$ سال و الگوی تغییر رفتار ضریب تصحیح سن $\gamma_x(t)$ را یک الگوی افزایشی با نرخ افزایش جزیی در نظر می‌گیرند.



شکل ۳ــ۳: لگاریتم متوسط هزینه‌های بستری مردان آلمانی بین ۲۰ تا ۸۰ ساله بین سال‌های ۱۹۹۵ تا ۲۰۱۱ ، مربوط به مثال (۳ــ۸)



شکل ۳ــ۴: نمودارهای پارامترهای $\gamma_x(t.)$ و $\kappa_{x.}(t)$ ، مربوط به مثال (۳ــ۸)

رویکرد دیگر که بر اساس مدل‌های سری‌زمانی توسعه‌یافته است در ادامه بررسی می‌شود.

مدل ۳ــ۸. (مدل ARIMA برای هزینه‌های مزایا) فرض کنید هزینه‌های مرتبط با یک مزیت در یک نظام سلامت در مفروضات زیر صدق می‌کنند:

(۱) هزینه‌های این مزیت $Y_x(t)$ برای یک فرد x ساله در سال t ام قراردادش، یک فرایند تصادفی است،

(۲) تأثیر سن و زمان در این هزینه‌ها را می‌توان مطابق مدل

$$Y_x(t) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \epsilon_x(t) \qquad (۳ــ۴۱)$$

از همدیگر جداسازی کرد، که در این معادله $\epsilon_x(t)$ خطای تصادفی مدل‌سازی است (که میانگین آن صفر و واریانس آن مقدار ثابت $\sigma^۲$ است)،

(۳) κ_t یک سری‌زمانی $ARMIA(p, d, q)$ است.

برای شناسایی‌پذیری[۶] مدل (۳ــ۸) باید دو قید $\sum_x \beta_x = ۱$ و $\sum_t \kappa_t = ۰$ را بر مفروضات مدل اضافه کنیم.

با در نظر گرفتن دو قید اخیر، پارامترهای مجهول را می‌توان با استفاده از روش‌های عمومی برآورد پارامترها (نظیر حداقل مربعات خطاها)، که لزومی به دانستن توزیع خطاها $\epsilon_x(t)$ ندارد، استفاده کنید. همچنین می‌توان یک توزیع آماری برای خطاها در نظر گرفته و بر اساس روش‌های آماری (نظیر ماکسیمم درست‌نمایی) پارامترهای مجهول را برآورد کرد.

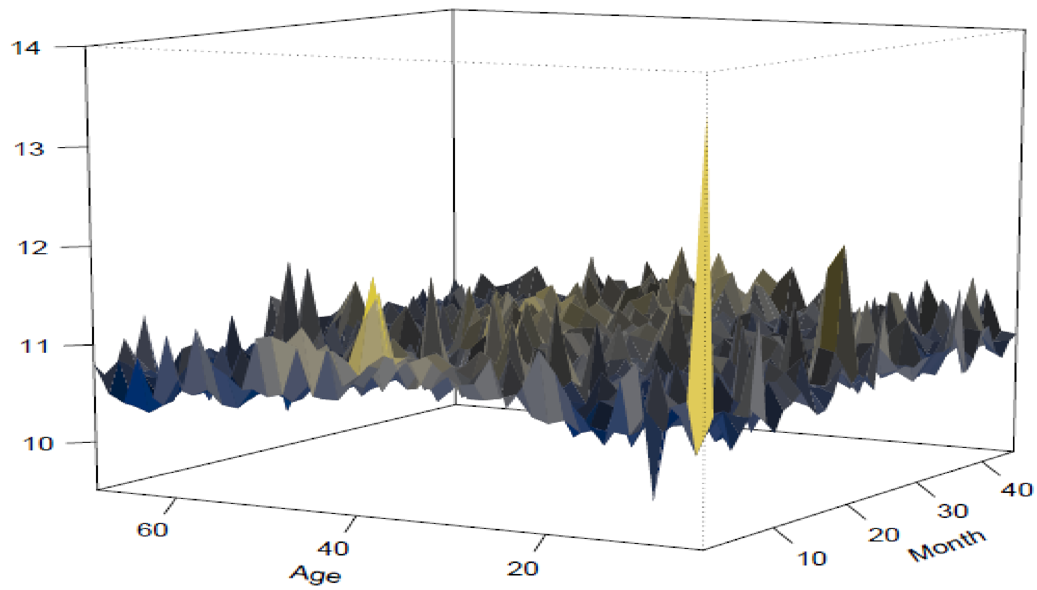
موسوی و پاینده (۲۰۲۰) هزینه‌های آزمایشگاهی کشور ایران (طی بازهٔ زمانی ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۸) را بر اساس مدل (۳ــ۸) و چند مدل دیگر، مدل‌بندی کردند.در مثال زیر یکی از مدل‌های توسعه یافته توسط آن‌ها بررسی می‌شود.

مثال ۳ــ۹. موسوی و پاینده (۲۰۲۰) هزینه‌های آزمایشگاهی افراد تحت پوشش بیمهٔ سلامت در ایران را طی بازهٔ زمانی ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۸ در نظر گرفتند.

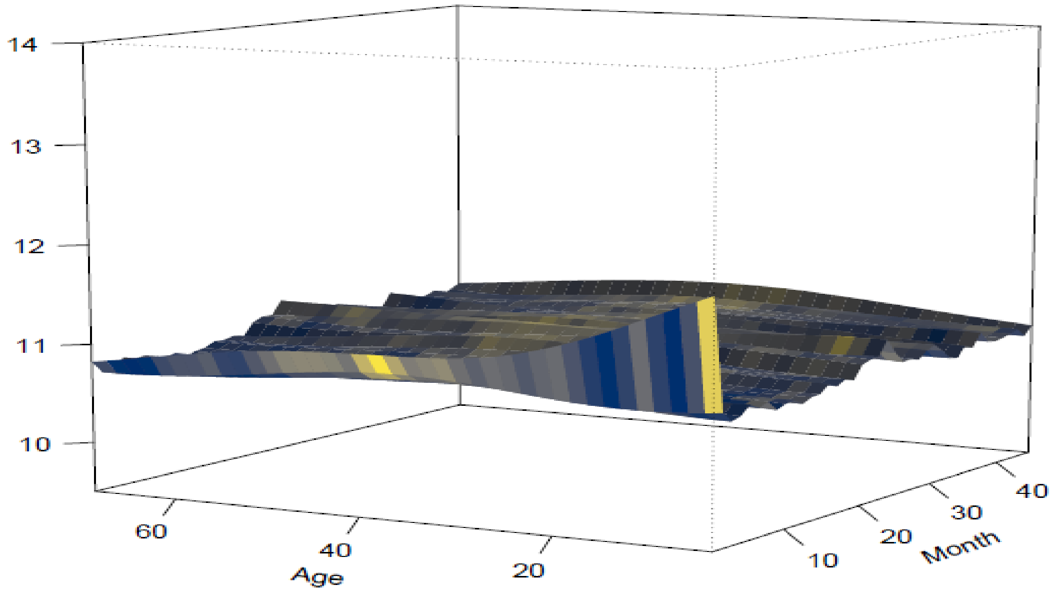
[۶] یک مدل را شناسایی‌پذیر گویند اگر پارامترهای آن‌را بتوان به‌صورت منحصر به‌فردی برآورد کرد.

حل. آن‌ها ابتدا به کمک نمودار سه‌بُعدی (۳ـ۵) لگاریتم این هزینه‌ها را نشان دادند. برای حذف نوسان‌های زیاد داده‌ها، آن‌ها با استفاده روش هموارساز ویتاکرهندرسون داده‌ها را هموار و نمودار (۳ـ۶) را به‌دست آورند.

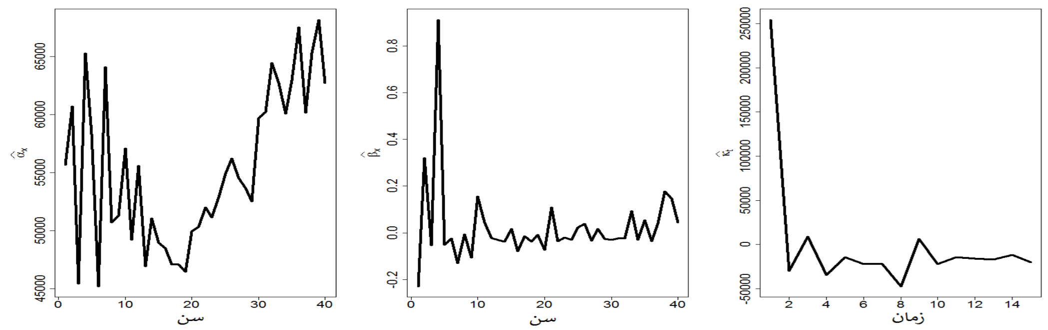
برای مدل‌سازی، اطلاعات ۴۵ ماه را به‌عنوان دورهٔ مرجع و اطلاعات ۵ ماه را به‌عنوان دورهٔ ارزیابی در نظر گرفتند. همچنین تحت فرض نرمال‌بودن خطاها پارامترهای مدل (۳ـ۸) را برای دورهٔ مرجع، برآورد کردند. شکل (۳ـ۷) رفتار این سه پارامتر را نشان می‌دهد. سرانجام آن‌ها با استفاده از داده‌های دورهٔ ارزیابی، از مناسب بودن نتایج به‌دست‌آمده اطمینان پیدا کردند. □



شکل ۳ـ۵: لگاریتم متوسط هزینه‌های آزمایشگاهی افراد تحت پوشش بیمهٔ سلامت در ایران را طی بازهٔ زمانی ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۸، مربوط به مثال (۳ـ۹)



شکل ۳ـ۶: لگاریتم متوسط هزینه‌های آزمایشگاهی هموارشده برای افراد تحت پوشش بیمهٔ سلامت در ایران طی بازهٔ زمانی ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۸ ، مربوط به مثال (۳ـ۹)



شکل ۳ـ۷: رفتار پارامترهای مدل (۳ـ۸) برای هزینه‌های آزمایشگاهی هموارشده، برای افراد تحت پوشش بیمهٔ سلامت در ایران طی بازهٔ زمانی ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۸ ، مربوط به مثال (۳ـ۹)

جدول ۳ـ۴: پیش‌گویی هزینه‌ها و درآمدهای پنج‌سال آتی (بر حسب میلیار دلار) بودجه ملی کشور فرضی دمولند تحت تأثیر نظام سلامت کارکنان در دو حالت (الف) و (ب)، مربوط به مثال (۳ـ۲)

		سال				
		۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲
	سلامت (بدون اصلاح نظام سلامت کارکنان)	۲۹/۶۴	۳۱/۷۰	۳۴/۷۶	۳۷/۱۸	۴۰/۵۲
	سلامت (با اصلاح نظام سلامت کارکنان)	۲۹/۶۴	۳۱/۸۵	۳۵/۰۹	۳۷/۷۴	۴۱/۳۷
	بازنشستگی	۳۴/۰۰	۳۷/۴۰	۴۱/۱۴	۴۵/۲۵	۴۹/۷۸
	بیمه‌های اجتماعی	۲۷/۲۰	۲۹/۹۲	۳۲/۹۱	۳۶/۲۰	۳۹/۸۲
مجموع هزینه‌های ملی	لایه دوم (کارفرمایان)	۶/۸۰	۷/۴۸	۸/۲۳	۹/۰۵	۹/۹۶
	مزایای کوتاه‌مدت	۶/۰۰	۶/۳۰	۶/۶۲	۶/۹۵	۷/۲۹
	مزایای بیکاری	۵/۰۰	۴/۹۵	۴/۹۱	۴/۸۶	۴/۸۱
	سایر کمک‌های اجتماعی	۴/۰۰	۴/۲۰	۴/۴۱	۴/۶۳	۴/۸۶
	سایر	۳/۰۰	۳/۱۸	۳/۳۷	۳/۵۷	۳/۷۹
مجموع هزینه‌های بودجه ملی (بدون اصلاح نظام سلامت کارکنان)		۸۱/۶۴	۸۷/۷۳	۹۵/۲۰	۱۰۲/۴۴	۱۱۱/۰۵
مجموع هزینه‌های بودجه ملی (با اصلاح نظام سلامت کارکنان)		۸۱/۶۴	۸۷/۸۸	۹۵/۵۳	۱۰۳/۰۰	۱۱۱/۹۰
	بیمه سلامت (بدون اصلاح نظام سلامت کارکنان)	۶/۶۳	۷/۳۳	۸/۱۰	۸/۹۵	۹/۸۸
مجموع درآمدهای ناشی از	بیمه سلامت (با اصلاح سیستم سلامت کارکنان)	۷/۶۸	۸/۵۹	۹/۶۱	۱۰/۷۶	۱۲/۰۶
مشارکت تأمین اجتماعی در بخش	بیمه بازنشستگی	۲۳/۸۰	۲۶/۱۸	۲۸/۸۰	۳۱/۶۸	۳۴/۸۵
	بیمه بیکاری	۵/۵۰	۵/۴۵	۵/۴۰	۵/۳۴	۵/۲۹
مجموع درآمدهای ناشی از	بیمه سلامت	۰/۷۴	۰/۷۸	۰/۸۲	۰/۸۶	۰/۹۰
مشارکت بیمه‌های خصوصی در بخش	بیمه بازنشستگی	۳/۴۰	۳/۷۴	۴/۱۱	۴/۵۳	۴/۹۸
مجموع درآمدهای ناشی از	بیمه سلامت	۱/۵۰	۱/۵۸	۲/۵۰	۲/۶۳	۳/۵۰
مشارکت کارفرمایان در بخش	بیمه بازنشستگی	۳/۴۰	۳/۷۴	۴/۱۱	۴/۵۳	۴/۹۸
مجموع درآمدهای ناشی از	عدم اصلاح نظام سلامت کارکنان	۰/۷۰	۰/۷۷	۰/۸۵	۰/۹۳	۱/۰۲
پرداخت از جیب در حالت	اصلاح نظام سلامت کارکنان	۰/۳۵	۰/۳۹	۰/۴۲	۰/۴۷	۰/۵۱
مجموع سایر درآمدها	عدم اصلاح نظام سلامت کارکنان	۳۵/۹۷	۳۸/۱۸	۴۰/۵۲	۴۳/۰۱	۴۵/۶۵
در حالت	اصلاح نظام سلامت کارکنان	۳۵/۲۷	۳۷/۴۵	۳۹/۷۶	۴۲/۲۲	۴۴/۸۴
مجموع تمامی درآمدها بدون اصلاح نظام سلامت کارکنان		۸۱/۶۴	۸۷/۷۳	۹۵/۲۰	۱۰۲/۴۴	۱۱۱/۰۵
مجموع تمامی درآمدها با اصلاح نظام سلامت کارکنان		۸۱/۶۴	۳۷/۸۸	۹۶/۵۳	۱۰۳/۰۰	۱۱۱/۹۰
درصد هزینه‌های سلامت نسبت به تولید ناخالص ملی (بدون اصلاح نظام سلامت کارکنان)		۲۴/۲۳٪	۲۴/۷۹٪	۲۵/۶۲٪	۲۶/۲۶٪	۲۷/۱۱٪
درصد تأمین مالی دولت نسبت به تولید ناخالص ملی (بدون اصلاح نظام سلامت کارکنان)		۱۰/۶۷٪	۱۰/۷۹٪	۱۰/۹۰٪	۱۱/۰۲٪	۱۱/۱۴٪
درصد هزینه‌های سلامت نسبت به تولید ناخالص ملی (بااصلاح نظام سلامت کارکنان)		۲۴/۲۳٪	۲۴/۸۴٪	۲۵/۷۱٪	۲۶/۴۰٪	۲۷/۳۲٪
درصد تأمین مالی دولت نسبت به تولید ناخالص ملی (بااصلاح نظام سلامت کارکنان)		۱۰/۴۷٪	۱۰/۵۸٪	۱۰/۷۰٪	۱۰/۸۲٪	۱۰/۹۵٪
تولید ناخالص ملی		۳۳۷	۳۵۳/۸۵	۳۷۱/۵۴	۳۹۰/۱۲	۴۰۹/۶۳

جدول ۳ـ۵: برآورد هزینه‌ها برای پوشش دارویی در مراقبت‌های سرپایی، مربوط به مثال (۳ـ۴)

بخش اقتصادی و جمعیتی	سال					روش محاسبه
	۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲	
تولید ناخالص ملی (م.د)	۳۳۷	۳۵۳/۸۵	۳۷۱/۵۴	۳۹۰/۱۲	۴۰۹/۶۳	مدل‌سازی‌شده
درصد رشد تولید ناخالص ملی		۶	۵	۵	۵	مفروض‌شده
جمعیت (م.ن)	۳۳/۷	۳۴/۳۷	۳۵/۰۶	۳۵/۷۶	۳۶/۴۸	مدل‌سازی‌شده
درصد رشد جمعیت	۲	۲	۲	۲		مفروض‌شده
جمعیت کودکان (م.ن	۱/۶۱۷۶	۱/۶۴۹۹۵	۱/۶۸۲۹۵	۱/۷۱۶۶۱	۱/۷۵۰۹۴	مدل‌سازی‌شده
جمعیت فعال (م.ن)	۲/۱۹	۲/۲۳	۲/۲۸	۲/۳۲	۲/۳۷	مدل‌سازی‌شده
نیروی کار (م.ن)	۱۲/۶۴	۱۲/۷۲	۱۲/۸	۱۲/۸۷	۱۲/۹۵	معادله (۳ـ۱۲)
نرخ مشارکت نیروی کار	۰/۳۸	۰/۳۷	۰/۳۷	۰/۳۶	۰/۳۶	مدل‌سازی‌شده
شاغلین (م.ن)	۸/۸۴	۹/۱۹	۹/۵۶	۹/۹۳	۱۰/۳۳	معادله (۳ـ۱۳)
بهره‌وری نیروی کار (م.د)	۰/۰۳۸۱۲	۰/۰۳۸۵	۰/۰۳۸۸۹	۰/۰۳۹۲۸	۰/۰۳۹۶۷	مدل‌سازی‌شده
درصد رشد بهره‌وری نیروی کار	۱	۷	۷	۷		مفروض‌شده
بیکاران (م.ن)	۳/۸	۳/۵۳	۳/۲۴	۲/۹۴	۲/۶۲	مدل‌سازی‌شده
متوسط دستمزد (بر حسب دلار)	۲۲/۸۷	۲۳/۸۷	۲۴/۸۹	۲۵/۹۲	۲۶/۱۸	معادله (۳ـ۱۴)
سهم دستمزد از تولید ناخالص داخلی	۰/۶	۰/۶۲	۰/۶۴	۰/۶۶	۰/۶۶	مفروض‌شده
بخش تأمین درآمد						
تعداد مشارکت‌کنندگان (م.ن)	۴/۸۲	۵/۱۷	۵/۵۵	۵/۹۷	۶/۵۷	معادله (۳ـ۱۵)
درصد پوشش شاغلین	۰/۶	۰/۶۲	۰/۶۴	۰/۶۶	۰/۷	مفروض‌شده
درصد مشارکت شاغلین	۰/۹۱	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۷	مفروض‌شده
مجموع درآمدهای مشمول بیمه (م.د)	۱۰۰	۱۱۱/۹۴	۱۲۵/۴۴	۱۴۰/۵	۱۵۶/۲۲	معادلات (۳ـ۱۶&۳ـ۱۷)
عامل تأمین	۱	۱	۱	۱	۱	مفروض‌شده
نرخ انطباق	۰/۹۱	۰/۹۱	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۷	مفروض‌شده
سایر درآمدها (م.د)						
درآمد حاصل از مشترک (م.د)	۰/۳۵	۰/۳۹	۰/۴۲	۰/۴۷	۰/۵۱	مدل‌سازی‌شده
یارانه‌های دولت (م.د)	۰/۴۲	۰/۴۴	۰/۴۵	۰/۴۶	۰/۴۸	مدل‌سازی‌شده
درآمد حاصل از مشارکت (م.د)	۷/۶۸	۸/۵۹	۹/۶۱	۱۰/۷۶	۱۲/۰۶	معادله (۳ـ۱۸)
مجموع درآمدها (م.د)	۸/۴۵	۹/۴۱	۱۰/۴۸	۱۱/۶۸	۱۳/۰۵	معادله (۳ـ۱۹)

در جدول بالا منظور از «م.ن» و «م.د» به‌ترتیب «میلیون نفر» و «میلیارد دلار» است.

جدول ۳ـ۶: ادامه جدول (۳ـ۵) ، مربوط به مثال (۳ـ۴)

بخش هزینه‌ها	سال					روش محاسبه
	۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲	
تعداد افراد تحت پوشش مزایا (م.ن)	۱۳/۵۳	۱۴/۱۲	۱۴/۷۷	۱۵/۴۶	۱۶/۵۶	معادله (۳ـ ۲۰)
نرخ وابستگی شاغلین	۲/۱	۲/۱	۲/۷	۲/۷	۲/۷	مفروض‌شده
نرخ پوشش برای بیکاران	۰/۶	۰/۶۲	۰/۶۴	۰/۶۶	۰/۷	مفروض‌شده
نرخ وابستگی بیکاران	۱/۵	۷/۵	۷/۵	۷/۵	۷/۵	مفروض‌شده
مزایایی بیمارستانی						
متوسط تعداد روز بستری در بیمارستان در سال	۲	۲	۲	۲	۲	مفروض‌شده
متوسط هزینه بستری در بیمارستان (روزـدلار)	۲۵۸/۶۸	۲۷۲/۶۲	۲۸۶/۶۹	۳۰۱/۳۶	۳۰۹/۴۴	مدل‌سازی‌شده
مجموع هزینه‌های مزایا (م.د)	۷	۷/۷	۸/۴۷	۹/۳۲	۱۰/۲۵	معادله (۳ـ ۲۱)
مجموع هزینه‌های مزیت جدید (م.د)						
متوسط تعداد نسخه در سال برای هر نفر	۴	۴	۴	۴	۴	مفروض‌شده
متوسط هزینه‌ی هر نسخه (بر حسب دلار)	۱۹/۴	۲۲/۳۱	۲۵/۵۶	۲۹/۲۷	۳۲/۹۱	مدل‌سازی‌شده
مجموع هزینه‌های مرتبط با مزیت دارویی (م.د)	۱/۰۵	۱/۲۶	۱/۵۱	۱/۸۱	۲/۱۸	معادله (۳ـ ۲۱)
مجموع هزینه‌های اداری (م.د)	۰/۴	۰/۴۵	۰/۵	۰/۵۶	۰/۶۲	
مجموع هزینه‌ها (م.د)	۸/۴۵	۹/۴۱	۱۰/۴۸	۱۱/۶۸	۱۳/۰۵	معادله (۳ـ ۲۲)
بخش نتیجه‌گیری						
نرخ تعادل مالی نظام (بر حسب درصد)	۷/۶۸	۷/۶۷	۷/۶۶	۷/۶۶	۷/۷۲	معادله (۳ـ ۱)

در
جدول بالا منظور از «م.ن» و «م.د» به‌ترتیب «میلیون نفر» و «میلیارد دلار» است.

جدول ۳ـ۷: طبقات حقوقی مربوط به مثال (۳ـ۵)

طبقه درآمدی	متوسط طبقه	احتمال عضویت در طبقه
[۰, ۱۰]	۵	۰/۱۱
(۱۰, ۲۰]	۱۵	۰/۲۱
(۲۰, ۲۵]	۲۲/۵	۰/۳۰
(۲۵, ۳۰]	۲۷/۵	۰/۲۴
(۳۰, ۴۰]	۳۵	۰/۰۹
(۴۰, ۶۰]	۵۰	۰/۰۴
(۶۰, ...]	۶۵	۰/۰۱

جدول ۳ـ۸: بخشی از محاسبات جدول (۳ـ۶) که تحت تأثیر سه سناریوی مثال (۳ـ۵) قرار می‌گیرد.

	سال				
	۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲
مجموع درآمدهای مشمول بیمه (بر حسب میلیارد دلار)	۱۰۰	۱۱۱/۹۴	۱۲۵/۴۴	۱۴۰/۵	۱۵۷/۴
عامل تأمین، تحت سناریو اول	۱	۱	۱	۱	۱
عامل تأمین، تحت سناریو دوم	۰/۹۳	۰/۹۳	۰/۹۳	۰/۹۳	۰/۹۳
عامل تأمین، تحت سناریو سوم	۰/۹۳	۰/۹۲	۰/۹	۰/۸۸	۰/۸۸
نرخ تعادل مالی نظام (بر حسب درصد)، تحت سناریو اول	۷/۶۸	۷/۶۷	۷/۶۶	۷/۶۶	۷/۷۲
نرخ تعادل مالی نظام (بر حسب درصد)، تحت سناریو دوم	۸/۲۶	۸/۲۵	۸/۲۴	۸/۲۳	۸/۲۴
نرخ تعادل مالی نظام (بر حسب درصد)، تحت سناریو سوم	۸/۲۶	۸/۳۸	۸/۵۲	۸/۶۸	۸/۷۵

جدول ۳ـ ۹: محاسبهٔ نرخ مشارکت ثابت نظام سلامت کارکنان دمولند، مربوط به مثال (۳ـ۷)

	سال				
کمیت	۱۹۹۸	۱۹۹۹	۲۰۰۰	۲۰۰۱	۲۰۰۲
$\sum_{k=۰}^{t-۱}(۱+i)^{-k}(TE(k)-OI(k))/(۱+i/۲)$	۷/۵۷	۸/۲۱	۸/۹۲	۹/۷۰	۱۰/۵۶
$\sum_{k=۰}^{t-۱}(۱+i)^{-k}(TAB(k))/(۱+i/۲)$	۹۸/۵۲	۱۰۷/۰۷	۱۱۶/۴۹	۱۲۶/۶۸	۱۳۷/۷۸
مقدار ذخیره ایجاد شده (برحسب میلیارد دلار)	۰/۶۸	۱/۳۹	۲/۲۷	۳/۲۷	۴/۴۱
$k(t)=RES(t)/TE(t)$	۰/۰۸	۰/۱۵	۰/۲۲	۰/۲۸	۰/۳۴

بخش دوم

نظام‌های سلامت خصوصی

فصل ۴
بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی

بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی که در ادبیات بیم‌سنجی گاهی اوقات از آن با عنوان بیمهٔ بیماری یاد می‌شود، یکی از ساده‌ترین و در عین حال پرطرفدارترین بیمه‌های سلامت است. این بیمه‌نامه که به صورت یک‌ساله یا چندساله عرضه می‌شود، تنها هزینه‌های خدمات سلامت را پوشش می‌دهد. محاسبات بیم‌سنجی این نوع بیمه‌نامه در این فصل ارائه می‌شود.

۴ـ۱ معرفی بیمه پوشش هزینه‌های درمانی

همان‌گونه که قبلاً گفته شد بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی (یا بیمهٔ بیماری) یکی از ساده‌ترین بیمه‌نامه‌های درمان است. این بیمه‌نامه به دو صورت اجتماعی و تجاری عرضه می‌شود. عرضهٔ اجتماعی آن جنبهٔ رفاهی داشته و معمولاً توسط کارفرماها به‌عنوان مزایای شغلی خریداری و بخشی از حق‌بیمهٔ آن توسط خود کارفرما پرداخت می‌شود. البته در بسیاری از کشورها این بیمه‌نامه به صورت عمومی برای تمام یا بخشی از جامعه به صورت رایگان عرضه می‌شود. در مورد این نوع بیمه‌نامه‌ها در دو فصل قبل به تفصیل بحث کردیم. در اکثر مواقع، عرضه بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی به صورت تجاری، جنبهٔ تکمیلی بر وجه اجتماعی این بیمه‌نامه دارد. به‌عبارت‌دیگر افرادی که بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمان اجتماعی را دارند، برای پوشش حداکثری هزینه‌ها نوع تجاری این بیمه‌نامه (که معمولاً از آن‌ها با عنوان بیمهٔ تکمیلی هزینه‌های درمانی یاد می‌شوند) خریداری می‌کنند (برای آشنایی بیشتر با این بیمه‌نامه‌ها به زیربخش ۲ـ۶ـ۱ مراجعه

کنید). در اینگونه مواقع بیمه‌گر برای بازپرداخت هزینه‌های خدمات درمانی، ابتدا سهم بیمه‌گر اولیه (از آن با عنوان بیمه‌گر پایه یاد می‌شود) را از هزینه‌ها کسر کرده، سپس سهم خود را با توجه به شرایط فنی بیمه‌نامه محاسبه و پرداخت می‌کند.

تعریف ۴ـ۱. بیمه‌نامه‌ای که تمام یا بخشی از هزینه‌های سرپایی یا بستری، بیمه‌شدگان را در صورت وقوع بیماری پوشش می‌دهد، بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی یا بیمهٔ بیماری یا بیمهٔ درمان نامیده می‌شود.

همان‌گونه که در تعریف (۴ـ۱) تصریح شده است، این بیمه‌نامه تمام یا بخشی از هزینه‌های درمانی بیمه‌شدگان خود را که ناشی از بیماری یا وقوع حادثه است، پرداخت می‌کند. پوشش‌ها و میزان بازپرداخت‌ها، این بیمه‌نامه در شرایط تخصصی این بیمه‌نامه تصریح شده‌اند. تعداد پوشش‌ها و میزان بازپرداخت‌ها در بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمان، بسیار متنوع و زیاد است. بیمه‌گران هنگام عقد قرارداد (جمعی یا فردی) تمامی پوشش‌ها قابل عرضه و سناریوهای محاسبه میزان بازپرداخت را به بیمه‌گذاران (یا نمایندهٔ آن‌ها) عرضه می‌کنند. پس از توافق طرفین تعداد و نوع پوشش‌ها و همچنین میزان بازپرداخت‌ها دقیقاً مشخص و در شرایط تخصصی قرارداد تصریح می‌شوند.

در صورتی‌که که این بیمه‌نامه در قالب بیمه‌های رفاهی و یا اجتماعی عرضه شود، معمولاً جنبه اجباری داشته و به آن بیمهٔ پایه می‌گویند. در صورت وجود یک بیمهٔ پایه، سایر بیمه‌های درمان به‌صورت تکمیلی بر بیمهٔ پایه عمل می‌کنند (همان بیمه‌های دولایه است که در فصل دوم معرفی شد). بر اساس قانون، یک فرد نمی‌تواند بیش از یک بیمهٔ درمان پایه داشته باشد، اما او می‌تواند بیش از یک بیمهٔ تکمیلی داشته باشد. در این حالت بیمه‌های تکمیلی به ترتیب بعد از بیمهٔ پایه عمل می‌کنند، به‌صورتی‌که جمع تمامی پوشش‌ها کوچک‌تر یا مساوی هزینه ارائه‌شده شود. به‌عبارت‌دیگر مجموع بازپرداختی‌ها به بیمه‌گذار نباید بیشتر از اصل هزینه‌ها شود.

بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی به‌صورت یک‌ساله یا چندساله منعقد می‌شود. بیمه‌های یک‌ساله برای کاهش متوسط هزینه‌ها و در نتیجه کاهش حق‌بیمه‌ها معمولاً به صورت گروهی منعقد می‌شوند. درحالی‌که در بیمه‌های چندساله به دلیل تشکیل ذخیرهٔ ریاضی، قراردادها معمولاً به صورت فردی بسته می‌شوند.

در ایران تنها بیمهٔ پوشش‌های درمانی تکمیلی به‌صورت یک‌ساله با عنوان «بیمهٔ درمان» تحت آیین‌نامه شماره ۹۹ عرضه می‌شود. بر اساس این آیین‌نامه پوشش‌ها (یا مزایا) به دو صورت اصلی و اضافی دسته‌بندی و عرضه می‌شوند. پوشش‌های اصلی شامل جبران

هزینه‌های بستری، جراحی، شیمی‌درمانی، رادیوتراپی، آنژیوگرافی قلب و غیره هستند. در حالیکه پوشش‌های اضافی که در قبال دریافت حق‌بیمهٔ بیشتر، قابل ارائه هستند، شامل افزایش سقف تعهدات پوشش‌های اصلی و امثال آن هستند. نکته جالب توجه در آیین‌نامهٔ ۹۹ آن است که (تمام یا بخشی از) فرانشیز تنها هنگامی از بیمه‌گذار کسر می‌شود که بیمه‌گر پایه سهمی کمتر از فرانشیز متقبل شده باشد. مثلاً اگر در یک پرونده خسارتی بیمه‌گذار پایه هیچ مبلغی پرداخت نکرده باشد، تمامی فرانشیز را باید بیمه‌گذار پرداخت کند، یا اگر میزان پرداختی بیمه‌گر پایه کمتر از میزان فرانشیز باشد، مابقی فرانشیز از مبلغ بازپرداختی کسر می‌شود. اما اگر بازپرداختی بیمه‌گر پایه بیشتر از فرانشیز باشد، بیمه‌گر تکمیلی، پس از کسر پرداختی بیمه‌گر پایه، مابقی هزینه‌های تاییدشده را، با توجه سقف تعهدات خود، پرداخت می‌کند.

نکتهٔ ۴ــ۱. حق‌بیمهٔ درمان در ایران، همانند بیمه‌های مهندسی، بر اساس نرخ وقوع حادثه تعیین می‌شود. تنها تفاوت آن با بیمه‌های مهندسی در آن است که در بیمه‌های مهندسی، حق‌بیمه از ضرب نرخ در سرمایه بیمه‌نامه به‌دست می‌آید. حال آنکه در بیمهٔ درمان از ضرب نرخ در سقف تعهدات یک پوشش، حق‌بیمهٔ آن پوشش محاسبه می‌شود. همچنین مانند بیمه‌های مهندسی نرخ‌ها به‌صورت پله‌ای ارائه می‌شوند.

در ادامه مبانی بیم‌سنجی بیمه‌های بیماری را در دو حالت یک و چندساله بررسی می‌کنیم.

۴ــ۲ مبانی بیم‌سنجی بیمه بیماری یک‌ساله

ابتدای این بخش را با یک مدل بسیار ساده شروع کرده، سپس در گام‌های بعدی مدل‌ها را پیچیده‌تر خواهیم کرد.

مدل ۴ــ۱. (بیمهٔ بیماری یک‌ساله بدون در نظر گرفتن سن بیمه‌گذاران) یک بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی یک‌ساله را تحت مفروضات زیر در نظر بگیرید:

(۱) بیمه‌نامه تعداد m خدمت سلامت را پوشش می‌دهد،

(۲) دنباله‌های تصادفی $\{Y_j^{(1)}\}_{j=1}^{N^{(1)}}, \cdots, \{Y_j^{(m)}\}_{j=1}^{N^{(m)}}$ هزینه‌های هر یک از این پوشش‌ها و متغیرهای شمارشی $N^{(1)}, \cdots, N^{(m)}$ تعداد ادعاهای هر پوشش طی یک سال قرارداد را که بیمه‌گذار ارائه می‌کند، نشان می‌دهند،

(۳) هزینه‌های هر پوشش مستقل و هم‌توزیع هستند، همچنین از تعداد ادعای آن پوشش مستقل‌ند،

(۴) هزینه‌ها در انتهای سال، ولی حق‌بیمه π به‌صورت یکجا در ابتدای سال دریافت می‌شود.

اگر i نرخ بهره در سال باشد، زیان تصادفی قرارداد ارائه‌شده در مدل (۴ـ۱) در زمان صدور برابر

$$L \;=\; (1+i)^{-1}\sum_{l=1}^{m}\sum_{j=1}^{N^{(l)}} Y_j^{(l)} - \pi \qquad (۴ـ۱)$$

خواهد بود. اگر $\mathbf{E}(N_1^{(l)})=\lambda^{(l)}$ و $\mathbf{E}(Y_1^{(l)})=\mu^{(l)}$ در نظر گرفته شوند، ارزش بیم‌سنجی مدل (۴ـ۱) در زمان صدور برابر

$$\nu \;=\; (1+i)^{-1}\sum_{l=1}^{m}\lambda^{(l)}\mu^{(l)} - \pi \qquad (۴ـ۲)$$

و نتیجتاً حق‌بیمهٔ یکجای این قرارداد برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$\pi \;=\; (1+i)^{-1}\sum_{l=1}^{m}\lambda^{(l)}\mu^{(l)}. \qquad (۴ـ۳)$$

نکتهٔ ۴ـ۲. در بیمه‌های بیماری هزینه‌ها به‌صورت لحظه‌ای، بعد از تأیید پرداخت می‌شوند. بنابراین به‌جای تنزیل کردن هزینه‌ها از انتهای سال، هزینه‌ها از وسط سال به کمک عامل $(1+i)^{-\frac{1}{2}}$ تنزیل می‌شوند. بنابراین حق‌بیمهٔ یکجای ارائه‌شده در رابطهٔ (۴ـ۳) به‌صورت زیر تعدیل می‌شود

$$\pi^{adj} \;=\; (1+i)^{-\frac{1}{2}}\sum_{l=1}^{m}\lambda^{(l)}\mu^{(l)}. \qquad (۴ـ۴)$$

در بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۴ـ۱) هیچ‌گونه تمایزی بین سنین مختلف بیمه‌گذران در نظر گرفته نشد. این در حالی است که با افزایش سن بیمه‌گذاران تعداد و شدت خسارت‌های ارائه‌شده توسط آن‌ها تغییر پیدا می‌کند. در ادامه تعمیمی بر مدل (۴ـ۱) ارائه می‌شود.

مدل ۴ـ۲. (بیمهٔ بیماری یک‌ساله با در نظر گرفتن سن بیمه‌گذاران) بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۴ـ۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید شدت و تعداد خسارت‌های پوشش‌های این بیمه‌نامه با بیمه‌گذاری که در x سالگی بیمه‌نامه را خریداری کرده است، مرتبط‌اند. به‌عبارت‌دیگر شدت و تعداد خسارت‌های پوشش‌ها به صورت $\{Y_{x,j}^{(1)}\}_{j=1}^{N_x^{(1)}}, \cdots, \{Y_{x,j}^{(m)}\}_{j=1}^{N_x^{(m)}}$ هستند.

حق‌بیمهٔ یک بیمه‌گذار x تحت مدل (۴ـ۲) به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\pi_x = (1+i)^{-1}\sum_{l=1}^{m}\lambda_x^{(l)}\mu_x^{(l)}. \qquad (۴ـ۵)$$

در مسائل واقعی محاسبهٔ دو متوسط $\lambda_x^{(l)}$ و $\mu_x^{(l)}$ برای سنین مختلف کاری مشکل است. به همین دلیل در الگوریتم زیر، یک رویکرد کاربردی ارائه می‌کنیم.

الگوریتم ۴ـ۱. برای محاسبهٔ دو امید ریاضی $\mathbf{E}(Y_{x,j}^{(l)}) = \mu_x^{(l)}$ و $\mathbf{E}(N_x^{(l)}) = \lambda_x^{(l)}$ به ترتیب زیر عمل کنید:

گام ۱: ابتدا با استفاده از رویکرد ضربی، به‌صورت

$$\begin{aligned}\mu_x^{(l)} &= \mu^{(l)}\delta_x\\ \lambda_x^{(l)} &= \lambda^{(l)}\kappa_x\end{aligned}$$

تأثیر سن و نوع پوشش را از هم جدا کنید.

گام ۲: بدون در نظر گرفتن سن بیمه‌گذاران (همانند مدل ۴ـ۱) متوسط شدت و تعداد خسارت‌های پوشش‌ها، یعنی $\mu^{(1)}, \cdots, \mu^{(m)}$ و $\lambda^{(1)}, \cdots, \lambda^{(m)}$ را محاسبه کنید،

گام ۳: به کمک ابزارهای آماری نظیر مدل‌های رگرسیونی یا مدل‌های سری زمانی، مدل‌های مربوط به $\delta_x^{(1)}, \cdots, \delta_x^{(m)}$ و $\kappa_x^{(1)}, \cdots, \kappa_x^{(m)}$ را محاسبه کنید.

بر اساس رویکرد معرفی‌شده در الگوریتم (۴ـ۱) حق‌بیمهٔ (۴ـ۵) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi_x = (1+i)^{-1}\kappa_x\delta_x\sum_{l=1}^{m}\lambda^{(l)}\mu^{(l)}. \qquad (۴ـ۶)$$

برای درک بهتر الگوریتم (۴ـ۱) مثال زیر ارائه می‌شود.

مثال ۴ـ۱. بیمهٔ بیماری یک‌ساله‌ای را در نظر بگیرید که تنها خدمات بستری در بیمارستان را پوشش می‌دهد. اگر به‌طور متوسط هزینه‌های بستری روزانه یک بیمه‌گذار ۱۰۰ واحد و متوسط تعداد روز بستری در بیمارستان برای هر بیمه‌گذار ۰/۱۲ روز باشد، با در نظر گرفتن نرخ بهره سالانه ۱۰ درصد باشد، حق‌بیمهٔ ماهانه این بیمه‌نامه را محاسبه کنید.

حل. با توجه به اطلاعات ارائه‌شده، ناگزیریم، مسئله را تحت فرض اینکه هزینه‌ها در انتهای سال پرداخت می‌شوند، حل کنیم. تحت این فرض، با استفاده از معادلهٔ (۴ـ۳) حق‌بیمهٔ یکجای این بیمه‌نامه برابر $\pi = ۱۰/۹۰۹۱$ خواهد بود. □

در مثال (۴ـ۱) سن بیمه‌گذاران هیچ نقشی در محاسبهٔ حق‌بیمه ایفاء نکرد، اکنون مثالی ارائه می‌کنیم که در آن تأثیر سن بیمه‌گذاران قبلاً با استفاده از یک روش رگرسیونی مدل شده است.

مثال ۴ـ۲. (ادامهٔ مثال ۴ـ۱) بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مثال (۴ـ۱) را در نظر بگیرید. اگر تأثیر سن بر هزینه‌ها و تعداد روز بستری، به‌ترتیب، به‌صورت

$$\begin{aligned}\ln(\delta_x) &= \ln(۱/۲۷۲۹) + ۰/۰۲۹۸x\\ \ln(\kappa_x) &= \ln(۰/۶۵۵۴) + ۰/۰۰۸۸x\end{aligned}$$

مدل شده باشند، حق‌بیمهٔ ماهانه را برای یک بیمه‌گذار که در x سالگی اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند، محاسبه کنید.

حل. تحت شرایط مثال (۴ـ۱) حق بیمهٔ یکجا برابر $\pi_x = ۹/۱۰۱۰e^{۰/۰۳۸۶x}$ خواهد بود. □

در دو مثال (۴ـ۱) و (۴ـ۲) حق‌بیمهٔ یک بیمه‌گذار محاسبه شد. اما در عمل بسیاری از بیمه‌نامه‌های یک‌ساله بیماری به صورت گروهی به فروش می‌رسند. در آیین‌نامه ۹۹ بیمه مرکزی تعریف گروه و حداقل اندازهٔ آن دقیقاً مشخص شده‌اند. همچنین بر اساس مراجعه به نظر خبرگان، میزان تخفیف یا افزایش سقف پوشش‌ها، بر اساس اندازهٔ یک گروه مشخص شده‌اند.

در زیر با استفاده از یک رویکرد بیم‌سنجی، بیمه‌های گروهی مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

مدل ۴ـ۳. (بیمهٔ بیماری یک‌ساله گروهی) بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۴ـ۲) را در نظر بگیرید. همچنین فرض کنید:

(۱) تعداد n نفر، که توزیع سنی آن‌ها یکنواخت در بازهٔ a تا b سال است، اقدام به خرید این بیمه‌نامه کنند،

(۲) بیمه‌گر فارغ از سن و وضعیت سلامت بیمه‌گذاران، حق‌بیمه‌های برابر به‌صورت یکجا هنگام عقد قرارداد از آن‌ها دریافت می‌کند،

(۳) شدت و تعداد خسارت‌های فرد X ساله را به کمک دو معادلهٔ

$$\begin{aligned} Y_{X,j} &= Y_j \times ۱/۲۷۲۹ e^{۰/۰۲۹۸X} \\ N_X &= N \times ۰/۶۵۵۴ e^{۰/۰۰۸۸X} \end{aligned}$$

می‌توان به‌صورت ضربی تجزیه کرد،

(۴) شدت خسارت‌ها، $Y_۱$، و تعداد خسارت‌ها، N، به‌ترتیب از توزیع‌های نمایی (با میانگین ۱۰۰) و پوآسون (با میانگین $۰/۱۲n$) پیروی می‌کنند.

در مثال زیر حق‌بیمهٔ یکجای این بیمه‌نامه را مشخص می‌کنیم.

مثال ۴ـ۳. بیمه‌نامهٔ گروهی ارائه‌شده در مدل (۴ـ۳) را در نظر بگیرید. حق‌بیمهٔ یکجای این بیمه‌گذاران را محاسبه کنید.

حل. زیان تصادفی این گروه در هنگام عقد قرارداد برابر

$$L(Group\ Size = n) = (۱+i)^{-۱} \sum_{j=۱}^{N_X} Y_{X,j} - n\pi \qquad (۴\text{ـ}۷)$$

است. بر اساس مفروضات این بیمه‌نامه، دو متغیر تصادفی $Y_{X_l,j}$ و N_{X_l} به‌صورت

$$\begin{aligned} Y_{X,j} &= Y_j \times ۱/۲۷۲۹ e^{۰/۰۲۹۸X} \\ N_X &= N \times ۰/۶۵۵۴ e^{۰/۰۰۸۸X} \end{aligned}$$

قابل بازنویسی هستند. بنابراین امید ریاضی این دو متغیر تصادفی برابر

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(Y_{X_l,j}) &= ۱۲۷/۲۹\frac{e^{۰/۰۲۹۸b}-e^{۰/۰۲۹۸a}}{۰/۰۲۹۸(b-a)}\\ \mathbf{E}(N_{X_l}) &= ۰/۰۷۸۶۴۸\frac{e^{۰/۰۰۸۸b}-e^{۰/۰۰۸۸a}}{۰/۰۰۸۸(b-a)}n\end{aligned}$$

خواهند بود. لازم به ذکر است، بخش دوم معادلات بالا، بر اساس تابع مولد گشتاور توزیع یکنواخت $Unif(a,b)$ که برابر $\frac{e^{bt}-e^{at}}{(b-a)t}$ است، محاسبه شده است.

بر این اساس، ارزش بیم‌سنجی این قرارداد برابر

$$\nu(Group\ Size=n) = n۹/۱۰۱۰\frac{\left(e^{۰/۰۲۹۸b}-e^{۰/۰۲۹۸a}\right)\left(e^{۰/۰۰۸۸b}-e^{۰/۰۰۸۸a}\right)}{۰/۰۰۰۳(b-a)^{۲}}-n\pi$$

و نتیجتاً حق‌بیمهٔ یکجا برای هر بیمه‌گذار برابر

$$\pi = ۹/۱۰۱۰\frac{\left(e^{۰/۰۲۹۸b}-e^{۰/۰۲۹۸a}\right)\left(e^{۰/۰۰۸۸b}-e^{۰/۰۰۸۸a}\right)}{۰/۰۰۰۳(b-a)^{۲}}$$

واحد خواهد بود.

در شکل (۴ـ۱) حق‌بیمهٔ محاسبه‌شده بر اساس دو مثال (۴ـ۲) و (۴ـ۳) با همدیگر مقایسه می‌شوند. همان‌گونه که این نمودارها نشان می‌دهند هر قدر بازه سنی بیمه‌گذاران بزرگ‌تر می‌شود، حق‌بیمهٔ مبتنی بر رویکرد مثال (۴ـ۳) ناعادلانه‌تر خواهد شد. مقایسه این دو مثال اهمیت لحاظ کردن سن در محاسبهٔ حق‌بیمه را نشان می‌دهد. □

در مثال (۴ـ۳) یک رویکرد ساده برای محاسبهٔ حق‌بیمهٔ گروهی معرفی شد. تمرین زیر نوعی تعمیم این مثال است.

تمرین ۴ـ۱. بیمه‌نامهٔ معرفی‌شده در مثال (۴ـ۳) را در نظر بگیرید. فرض کنید افراد متقاضی این بیمه‌ها را می‌توان در سه گروه سنی تقریباً همگن قرار داد. بازه‌های سنی سه طبقه را به‌گونه‌ای تعیین کنید که حق‌بیمهٔ هر طبقه برابر میانگین حق‌بیمهٔ محاسبه‌شده بر اساس مثال (۴ـ۲) باشد.

همان‌گونه که در بالا مشاهده کردید، تعداد بیمه‌گذاران نقشی در تعدیل (یا افزایش حق‌بیمه) ایفا نکرد. دلیل این امر آن است که تعداد بیمه‌گذاران به‌صورت ضربی در تمامی جملات زیان تصادفی ظاهر شدند. به همین دلیل است که اگر از روش حق‌بیمهٔ خالص مبتنی بر اصل تعادل بیم‌سنجی محاسبه شود، تعداد بیمه‌گذاران در محاسبات هیچ نقشی ایفاء نمی‌کند. برای رفع این مشکل بهتر است از روش حق‌بیمهٔ چندکی (معرفی‌شده در تعریف ۱ ــ ۳۰ فصل اول) استفاده کنیم. نکته جالب توجه در این رویکرد آن است که تحت شرایط خاص می‌توان از قضیهٔ حدمرکزی استفاده و محاسبات را به مقدار قابل توجهی ساده کرد.

لم ۴ ــ ۱. یک بیمه‌نامهٔ گروهی سلامت را در نظر بگیرید. تحت مفروضات

(۱) شرایط بیمه‌نامه برای تمام افراد یکسان است،

(۲) توزیع سنی تمامی بیمه‌گذاران یک دنباله تصادفی مستقل و هم‌توزیع هستند،

(۳) هزینه‌های بیمه‌گذاران برای هر مزیت یک دنبالهٔ تصادفی مستقل و هم‌توزیع هستند،

(۴) حداقل اندازه گروه ۲۵ نفر است.

حق‌بیمهٔ چندک $\%(1-\alpha)100$ از حل معادلهٔ

$$\sqrt{n}\mathbf{E}(L_1) = z_{1-\alpha}\sqrt{\mathbf{Var}(L_1)} \qquad (۴ــ۸)$$

حاصل می‌شود، که در آن n تعداد بیمه‌گذاران قرارداد گروهی، $z_{1-\alpha}$ چندک $\%(1-\alpha)100$ توزیع نرمال استاندارد و $\mathbf{E}(L_1)$ و $\mathbf{Var}(L_1)$ به‌ترتیب، امید ریاضی و واریانس زیان تصادفی بیمه‌گذار اول هستند.

برهان. اگر $L_1, \cdots, L_n$ زیان‌های تصادفی این بیمه‌گذاران باشند، با توجه به مفروضات، آن‌ها مستقل و هم‌توزیع خواهند بود.

برای محاسبهٔ حق‌بیمهٔ چندکی، برای این بیمه‌نامهٔ گروهی، باید ابتدا احتمال

$$P(\sum_{i=1}^{n} L_i \leq 0)$$

محاسبه شود. با استفاده از قضیهٔ حدمرکزی داریم:

$$\begin{aligned} P(\sum_{i=1}^{n} L_i \le 0) &= P\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} L_i - n\mathbf{E}(L_1)}{\sqrt{n\mathbf{Var}(L_1)}} \le \frac{0 - n\mathbf{E}(L_1)}{\sqrt{n\mathbf{Var}(L_1)}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\sqrt{n}\mathbf{E}(L_1)}{\sqrt{\mathbf{Var}(L_1)}}\right). \end{aligned}$$

که در آن $\Phi(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی توزیع نرمال استاندارد است. بعد از استفاده از معادلهٔ

$$\Phi\left(\frac{\sqrt{n}\mathbf{E}(L_1)}{\sqrt{\mathbf{Var}(L_1)}}\right) = 1 - \alpha$$

اثبات مورد نظر را حاصل می‌شود. □

در ادامه چگونگی استفاده از مبانی نظریهٔ ریسک غیرزندگی را در محاسبات بیمه‌های سلامت، مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

پروژهٔ ۴ـ۱. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مثال (۴ـ۳) را در نظر بگیرید. همچنین فرض کنید

(۱) زیان تصادفی بیمه‌گذار x ساله i ام را در دورهٔ t ام قراردادش، با ${}_tL_{[x],i}$ نمایش می‌دهیم،

(۲) سن بیمه‌گذاران از توزیع یکنواخت a و b پیروی می‌کند،

(۳) تعداد خسارت‌های پوشش l ام یک فرایند پوآسون با نرخ λ_l است،

(۴) شدت خسارت‌های پوشش l ام از توزیع نمایی با میانگین μ_l پیروی می‌کند.

اگر دنبالهٔ $\pi_0, \pi_1, \cdots, \pi_{T-2}, \pi_{T-1}$ حق‌بیمه‌های این قرارداد گروهی باشد، با استفاده از روش حق‌بیمهٔ چندکی این حق‌بیمه‌ها را به‌گونه‌ای محاسبه کنید اگر احتمال ورشکستگی شرکت در سال متناظر با آن حق‌بیمه حداکثر ۰/۰۰۰۱ باشد.[1]

[1] در اینجا احتمال ورشکستگی در سال t ام، را به‌صورت $1 - P({}_tL^{Prospective}_{\overline{x:T|}} \le 0)$ تعریف می‌کنیم. برای آشنایی بیشتر با احتمال ورشکستگی در بیمه‌های گروهی به فروستیک و همکاران (۲۰۰۳) مراجعه کنید.

۴ـ۳ مبانی بیم‌سنجی بیمه بیماری چندساله

بیمه‌های چندساله (یا تمام‌عمر) در واقع تعمیمی از بیمه‌های یک‌ساله هستند. حق‌بیمهٔ این نوع بیمه‌نامه‌ها به روش‌های بسیار متنوع قابل دریافت هستند. در ادامه یکی از روش‌های دریافت حق‌بیمه معرفی می‌شود.

تعریف ۴ـ۲. (حق‌بیمه‌ی طبیعی) به حق‌بیمهٔ که بر اساس متوسط خسارت‌ها محاسبه می‌شود، حق‌بیمهٔ طبیعی گویند.

در نگاه اول ممکن است تفاوت حق‌بیمهٔ طبیعی با سایر حق‌بیمه‌ها به‌خوبی مشخص نشود. شاید بتوان گفت تفاوت عمدهٔ این روش محاسبهٔ حق‌بیمه، نامشخص بودن آن در ابتدای قرارداد است. به‌عبارت‌دیگر بیمه‌گر در پایان هر سال بر اساس متوسط خسارت‌ها سال‌های گذشته، متوسط خسارت‌های سال آینده را پیش‌گویی و بر اساس آن حق‌بیمهٔ طبیعی را مشخص می‌کند. به همین دلیل است اگر روش محاسبهٔ حق‌بیمهٔ یک بیمهٔ پوشش هزینه‌های درمانی، روش حق‌بیمهٔ طبیعی باشد، بیمه‌گر لزومی ندارد ذخیرهٔ ریاضی محاسبه کند.

قبل از وارد شدن به بحث بیم‌سنجی، ارائهٔ تذکر زیر بسیار مهم است.

نکتهٔ ۴ـ۳. در تمامی قراردادهای بلندمدت مورد بررسی در این فصل، فرض می‌کنیم بیمه‌گذاران اجازهٔ فسخ قرارداد را ندارند. این فرض بدین معنی است که از حق‌بیمه به‌صورت یکجا دریافت شده باشد، بیمه‌گر هیچ تعهدی به بازپرداخت حق‌بیمه در صورت انصراف بیمه‌گذار ندارد. همچنین اگر بیمه‌گذار حق‌بیمه‌های خود را سالانه پرداخت کند و در طی قرارداد حق‌بیمهٔ خود را پرداخت نکند، با او همانند بیمه‌گذار فوت‌شده برخورد می‌کنیم.

در ادامه این بخش فرض می‌کنیم:

(۱) حق‌بیمه‌های قرارداد چندساله در ابتدای هر سال دریافت، ولی بازپرداخت هزینه‌ها به صورت لحظه‌ای (رویکرد پیوسته) یا در انتهای سال (رویکرد گسسته) انجام می‌شود. بنابراین برای محاسبهٔ ارزش بیم‌سنجی حق‌بیمه‌ها، همواره نیازمند محاسبهٔ احتمال بقا با رویکرد گسسته هستیم. اما اگر بازپرداخت هزینه‌ها به صورت لحظه‌ای انجام شود، برای محاسبهٔ ارزش بیم‌سنجی مزایا، نیازمند محاسبهٔ احتمال بقا با رویکرد پیوسته هستیم.

(۲) فرض می‌کنیم هزینه‌های مرتبط به پوشش‌های، فرد x ساله، در سال t ام قرارداد برابر $W_x(t)=\sum_{l=1}^{m}\sum_{j=1}^{N_x^{(l)}(t)}Y_{x,j}^{(l)}(t)$ است. همچنین برای سادگی فرض می‌کنیم، برای تمامی m پوشش‌ها

$$\begin{aligned} Y_{x,j}^{(l)}(t) &= Y_j^{(l)}\delta_{x+t} \\ N_x^{(l)}(t) &= N^{(l)}\kappa_{x+t} \end{aligned}$$

که در آن‌ها تمامی متغیرهای تصادفی از همدیگر مستقل‌اند. بنابراین

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(W_x(t)) &= \sum_{l=1}^{m}\mathbf{E}(Y_j^{(l)})\delta_{x+t}\mathbf{E}(N^{(l)})\kappa_{x+t} \\ &= \sum_{l=1}^{m}\mu^{(l)}\delta_{x+t}\lambda^{(l)}\kappa_{x+t}. \end{aligned} \qquad (۴\text{ـ}۹)$$

(۳) در صورت در نظر گرفتن نرخ تورم ثابت j در معادلات، توابع δ_{x+t} و κ_{x+t} به‌ترتیب با $\delta^\star_{x+t}=(1+j)^t\delta_{x+t}$ و $\kappa^\star_{x+t}=(1+j)^t\kappa_{x+t}$ جایگزین می‌شوند.

مدل ۴ـ۴. (بیمه‌نامه بیماری چندساله با پرداخت‌های پیوسته) بیمه‌نامهٔ بیماری ارائه‌شده در مدل (۴ـ۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) این بیمه‌نامه به‌صورت T ساله عرضه می‌شود،

(۲) بیمه‌گر مقدار $W_x(t)dt$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t,t+dt)$ به‌عنوان بازپرداخت هزینه‌های درمان بیمه به بیمه‌گذار پرداخت می‌کند،

(۳) حق‌بیمهٔ زمان صدور بیمه‌نامه $\pi_{x,0}$ بوده، هر سال بر اساس نرخ تورم افزایش یافته و در ابتدای سال دریافت می‌شود.

در معادلات بالا $W_x(t)=\sum_{l=1}^{m}\sum_{j=1}^{N_x^{(l)}(t)}Y_{x,j}^{(l)}(t)$.

اگر i نرخ بهره و j نرخ تورم در سال باشند، زیان تصادفی این قرارداد در زمان صدور برابر

$$L_x = \int_0^T \nu^t I(T_x\ge t)W_x(t)dt-\sum_{t=0}^{T-1}\pi_{x,0}(1+j)^t\nu^t I(T_x\ge t). \qquad (۴\text{ـ}۱۰)$$

خواهد بود، که در آن T_x مانده طول عمر بیمه‌گذاری است که تا x سالگی زنده بوده و $\nu = ۱/(۱+i)$ نرخ تعدیل است.

با استفاده از (۴ــ۹) ارزش بیم‌سنجی مدل (۴ــ۴) در زمان صدور برابر

$$\nu_x = \int_{\cdot}^{T} \nu^t {}_tp_x \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)} \delta_{x+t} \lambda^{(l)} \kappa_{x+t} dt - \sum_{t=\cdot}^{T-۱} \pi_{x,\cdot}(۱+j)^t \nu^t {}_tp_x. \quad (۴\text{ــ}۱۱)$$

و نتیجتاً حق‌بیمهٔ زمان صدور این قرارداد، برای فرد x ساله، برابر

$$\pi_{x,\cdot} = \frac{\int_{\cdot}^{T} \nu^t {}_tp_x \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)} \delta_{x+t} \lambda^{(l)} \kappa_{x+t} dt}{\sum_{t=\cdot}^{T-۱} (۱+j)^t \nu^t {}_tp_x} \quad (۴\text{ــ}۱۲)$$

و حق‌بیمه‌ی سال k ام، به شرط حیات بیمه‌گذار در ابتدای سال، برابر $(۱+j)^k \pi_{x,\cdot}$ خواهد بود.

به همین ترتیب زیان تصادفی آینده‌نگر این قرارداد در سال t ام، به شرط حیات بیمه‌گذار، برابر

$$\begin{aligned} {}_tL_x &= \int_{\cdot}^{T-t} \nu^s I(T_x > t+s | T_x \geq t) W_x(t+s) ds \\ &\quad - \sum_{s=\cdot}^{T-t-۱} \pi_{x,\cdot}(۱+j)^{t+s} \nu^s I(T_x \geq t+s | T_x \geq t) \end{aligned}$$

خواهد بود. نتیجتاً ذخیره ریاضی آینده‌نگر او در این سال، به شرط حیات، برابر است با:

$$\begin{aligned} {}_t\nu_x &= \int_{\cdot}^{T-t} \nu^s {}_sp_{x+t} \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)} \delta_{x+t+s} \lambda^{(l)} \kappa_{x+t+s} ds \\ &\quad - \pi_{x,\cdot} \sum_{s=\cdot}^{T-t-۱} (۱+j)^{t+s} \nu^s {}_sp_{x+t}. \end{aligned} \quad (۴\text{ــ}۱۳)$$

برای آشنایی با چگونگی به‌کارگیری مدل (۴ــ۴) به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۴ــ۴. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده توسط مدل (۴ــ۴) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) بیمه‌گذاران هنگام عقد قرارداد یک فرایند ارزیابی را طی می‌کنند، که اعتبار آن ۲ سال است و نرخ مرگ‌ومیر، افراد انتخاب‌شده را به‌صورت

$$\mu_{[x]+s} = ۰/۹^{۲-s}\mu_{x+s}, \quad s \in [۰, ۲] \qquad (۱۴\text{ـ}۴)$$

تعدیل می‌کند،

(۲) نرخ مرگ‌ومیر افراد جامعه مطابق مدل مک‌هام

$$\mu_x = a + bc^x$$

با پارامترهای $a = ۰/۰۰۰۲۲$ ، $b = ۲/۷ \times ۱۰^{-۶}$ و $c = ۱/۱۲۴$ است،

(۳) نرخ تورم $j = ۱۰٪$ و نرخ بهره $i = ۱۲٪$ هستند،

(۴) بیمه‌نامه دو نوع پوشش ارائه می‌کند که مجموع هزینه‌های پوشش اول و دوم، برای تمامی سنین، به ترتیب از توزیع‌های نرمال $(\mu = ۱۰۰, \sigma^۲ = ۴)$ و گاما $(\alpha = ۱۰۰, \beta = ۵)$ پیروی می‌کنند. همچنین نرخ تعدیل هزینه‌ها برای x سالگی در سال t ام قرارداد، به صورت $\delta_{x+t} = ۱/۲۷۲۹(۱ + j)^t \exp\{۰/۰۲۹(x + t)\}$ و $\kappa_{x+t} = ۰/۶۵۵۴(۱ + j)^t \exp\{۰/۰۰۸۸(x + t)\}$ است.

حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ۵۰, ۵۵$ ساله و دوره‌های $T = ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰$ محاسبه کنید.

حل. با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۴ــ۱) و نمودار (۴ــ۲) این نتایج را نشان می‌دهند. □

در برخی از بیمه‌نامه‌ها پرداخت‌های مرتبط با مزایا را در انتهای سال انجام می‌دهد. در ادامه این گونه قراردادها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

مدل ۴ــ۵. (بیمه‌نامهٔ بیماری چندساله با پرداخت‌های گسسته) بیمه‌نامهٔ بیماری ارائه‌شده در مدل (۴ــ۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

جدول ۴ـ۱: حق‌بیمهٔ مربوط به مثال (۴ـ۴)

سن	طول قرارداد به سال				
	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
۳۰	۷۰/۵۰	۱۰۵/۱۷	۱۶۰/۵۱	۲۴۹/۹۵	۳۹۵/۷۵
۳۵	۸۵/۴۹	۱۲۷/۴۹	۱۹۴/۴۳	۳۰۲/۳۰	۴۷۷/۲۲
۴۰	۱۰۳/۶۶	۱۵۴/۴۷	۲۳۵/۲۷	۳۶۴/۸۱	۵۷۲/۸۲
۴۵	۱۲۵/۶۴	۱۸۷/۰۲	۲۸۴/۱۷	۴۳۸/۴۸	۶۸۱/۹۹
۵۰	۱۵۲/۱۹	۲۲۶/۱۱	۳۴۲/۰۹	۵۲۳/۳۰	۸۰۰/۳۶
۵۵	۱۸۴/۱۹	۲۷۲/۶۸	۴۰۹/۴۰	۶۱۶/۷۱	۹۱۵/۹۹

(۱) این بیمه‌نامه به‌صورت T ساله ارائه می‌شود،

(۲) بیمه‌گر مقدار $W_x(t)$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t-۱, t)$ به‌عنوان بازپرداخت هزینه‌های درمان بیمه به بیمه‌گذار در انتهای سال t ام پرداخت می‌کند،

(۳) حق‌بیمهٔ زمان صدور بیمه‌نامه $\pi_{x,\cdot}$ بوده، هر سال بر اساس نرخ تورم افزایش یافته و در ابتدای سال دریافت می‌شود.

در عبارت‌های بالا $W_x(t) = \sum_{l=۱}^{m} \sum_{j=۱}^{N_x^{(l)}(t)} Y_{x,j}^{(l)}(t)$.

اگر i نرخ بهره و j نرخ تورم در سال باشند، زیان تصادفی این قرارداد در زمان صدور برابر

$$L_x = \sum_{t=۱}^{T} \nu^t I(T_x \geq t) W_x(t) - \sum_{t=\cdot}^{T-۱} \pi_{x,\cdot} (۱+j)^t \nu^t I(T_x \geq t). \quad (۴\text{ـ}۱۵)$$

خواهد بود، که در آن T_x مانده طول عمر بیمه‌گذاری است که تا x سالگی زنده بوده و $\nu = ۱/(۱+i)$ نرخ تنزیل است.

با استفاده از (۴ـ۹) ارزش بیم‌سنجی مدل (۴ـ۵) در زمان صدور برابر

$$\nu_x = \sum_{t=۱}^{T} \nu^t {}_t p_x \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)} \delta_{x+t} \lambda^{(l)} \kappa_{x+t} - \sum_{t=\cdot}^{T-۱} \pi_{x,\cdot} (۱+j)^t \nu^t {}_t p_x. \quad (۴\text{ـ}۱۶)$$

و نتیجتاً حق‌بیمهٔ زمان صدور این قرارداد، برای فرد x ساله، برابر

$$\pi_{x,\cdot} = \frac{\sum_{t=۱}^{T} \nu^t {}_tp_x \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)} \delta_{x+t} \lambda^{(l)} \kappa_{x+t}}{\sum_{t=\cdot}^{T-۱} (۱+j)^t \nu^t {}_tp_x} \qquad (۱۷\text{ـ}۴)$$

و حق‌بیمهٔ سال k ام، به شرط حیات بیمه‌گذار در ابتدای سال، برابر $(۱+j)^k \pi_{x,\cdot}$. خواهد بود.

به همین ترتیب زیان تصادفی آینده‌نگر این قرارداد در سال t ام، به شرط حیات بیمه‌گذار، برابر

$$\begin{aligned} {}_tL_x &= \sum_{s=۱}^{T-t} \nu^s I(T_x > t+s | T_x \geq t) W_x(t+s) \\ &- \sum_{s=\cdot}^{T-t-۱} \pi_{x,\cdot} (۱+j)^{t+s} \nu^s I(T_x \geq t+s | T_x \geq t) \end{aligned}$$

خواهد بود. نتیجتاً ذخیره ریاضی آینده‌نگر او در این سال، به شرط حیات، برابر

$$\begin{aligned} {}_t\nu_x &= \sum_{s=۱}^{T-t} \nu^s {}_sp_{x+t} \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)} \delta_{x+t+s} \lambda^{(l)} \kappa_{x+t+s} \\ & -\pi_{x,\cdot} \sum_{s=\cdot}^{T-t-۱} (۱+j)^{t+s} \nu^s {}_sp_{x+t}. \end{aligned} \qquad (۱۸\text{ـ}۴)$$

لازم به ذکر است اگر بیمه‌نامهٔ معرفی‌شده در مدل **(۴ـ۵)** تمام‌عمر باشد، تمامی مجموع‌های بالا تا بی‌نهایت خواهد بود. به‌عبارت‌دیگر در تمامی معادلات $T \to \infty$.

مثال ۴ـ۵. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۴ـ۵) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) مدل مرگ‌ومیر افراد جامعه مدل هیلمن‌پولادر با پارامترهای $a = ۰/۰۰۰۵۴$، $b = ۰/۰۱۷$، $c = ۰/۱۰۱$، $d = ۰/۰۰۰۱۳$، $e = ۱۰/۷۲$، $f = ۱۸/۶۷$، $g = ۰/۰۰۰۰۱۴۶۴$ و $h = ۱/۱۱$ است،

(۲) بیمه‌نامه تنها یک پوشش به بیمه‌گذاران خود ارائه می‌کند، که مجموع

جدول ۴ـ۲: حق‌بیمهٔ مربوط به مثال (۴ـ۵)

سن	طول قرارداد به سال				
	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
۳۰	۲۳/۴۱	۲۰/۸۸	۱۸/۸۲	۱۷/۱۴	۱۵/۷۸
۳۵	۲۸/۳۸	۲۵/۳۲	۲۲/۸۴	۲۰/۸۲	۱۹/۲۰
۴۰	۳۴/۴۲	۳۰/۷۱	۲۷/۷۲	۲۵/۳۳	۲۳/۴۲
۴۵	۴۱/۷۲	۳۷/۲۵	۳۳/۶۸	۳۰/۸۵	۲۸/۶۸
۵۰	۵۰/۵۵	۴۵/۱۹	۴۰/۹۶	۳۷/۷۰	۳۵/۳۱
۵۵	۶۱/۲۱	۵۴/۸۲	۴۹/۹۰	۴۶/۲۷	۴۳/۸۳

هزینه‌های آن برای فرد x ساله در سال t ام برابر $\sum_{j=1}^{N_x(t)} Y_{x,j}(t)$ است، که در آن

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(Y_{x,j}(t)) &= ۱۰۰ \times ۱/۲۷۲۹(۱+j)^t \exp\{۰/۲۹(x+t)\}\\ \mathbf{E}N_x(t) &= ۰/۱۲ \times ۰/۶۵۵۴(۱+j)^t \exp\{۰/۰۰۸۸(x+t)\}.\end{aligned}$$

و $i = ۱۲\%$ نرخ بهره و $j = ۱۰\%$ نرخ تورم ثابت هستند.

حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ۵۰, ۵۵$ ساله و دوره‌های $T = ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰$ محاسبه کنید.

حل. با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۴ـ۲) و نمودار (۴ـ۳) این نتایج را نشان می‌دهند. □

اکنون بیمه‌نامهٔ بیماری را بررسی می‌کنیم که حق‌بیمه‌های آن به‌صورت سطح‌بندی شده برای مدتی مشخص از قرارداد ادامه پیدا می‌کند.

مدل ۴ـ۶. (بیمه‌نامهٔ بیماری چندساله با حق‌بیمهٔ سه‌سطحی) بیمه‌نامهٔ بیماری ارائه‌شده در مدل (۴ـ۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) این بیمه‌نامه به‌صورت T ساله ارائه می‌شود،

(۲) بیمه‌گر مقدار $W_x(t)$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t-۱, t)$ به‌عنوان بازپرداخت هزینه‌های درمان بیمه به بیمه‌گذار در انتهای سال t ام پرداخت می‌کند،

(۳) حق‌بیمه‌های بیمه‌گذاری که در x سالگی بیمه‌نامه را خریداری می‌کند، در سه سطح $\pi_{x,۱}$ ، $\pi_{x,۲}$ و $\pi_{x,۳}$ به‌ترتیب برای مدت $r_۱$، $r_۲$ و $r_۳$ سال، در ابتدای هر سال، دریافت می‌شوند (به‌طوری‌که $r_۱ + r_۲ + r_۳ < T$ است).

اگر i نرخ بهره در سال باشد، زیان تصادفی این قرارداد در زمان صدور برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$
\begin{aligned}
L_x &= -\sum_{s=۰}^{r_۱} \pi_{x,۱}\nu^s I(T_x \geq s) - \nu^{r_۱}\sum_{s=۰}^{r_۲} \pi_{x,۲}\nu^s I(T_{x+r_۱} \geq s) \\
&\quad -\nu^{r_۱+r_۲}\sum_{s=۰}^{r_۳} \pi_{x,۳}\nu^s I(T_{x+r_۱+r_۲} \geq s) + \sum_{t=۱}^{T} \nu^t I(T_x \geq t) W_x(t).
\end{aligned} \qquad (۴\text{ـ}۱۹)
$$

که در آن T_x مانده طول عمر بیمه‌گذاری است که تا x سالگی زنده بوده است و $\nu = ۱/(۱+i)$ نرخ تعدیل هستند.

با استفاده از معادلهٔ (۴ـ۹) ارزش بیم‌سنجی مدل (۴ـ۶) در زمان صدور برابر

$$
\begin{aligned}
\nu_x &= -\pi_{x,۱}\sum_{s=۰}^{r_۱} \nu^s {}_sp_x - \pi_{x,۲}\sum_{s=۰}^{r_۲} \nu^{s+r_۱} {}_sp_{x+r_۱} \\
&\quad -\pi_{x,۳}\sum_{s=۰}^{r_۳} \nu^{s+r_۱+r_۲} {}_sp_{x+r_۱+r_۲} + \sum_{t=۱}^{T} \nu^t {}_tp_{[x]} \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)}\delta_{t,x}\lambda^{(l)}\kappa_{t,x} \\
&= -\pi_{x,۱}\sum_{s=۰}^{r_۱} \nu^s {}_sp_x - \pi_{x,۲}\sum_{s=۰}^{r_۲} \nu^{s+r_۱} {}_sp_{x+r_۱} \\
&\quad -\pi_{x,۳}\sum_{s=۰}^{r_۳} \nu^{s+r_۱+r_۲} {}_sp_{x+r_۱+r_۲} + \sum_{t=۱}^{T} \nu^t {}_tp_x \sum_{l=۱}^{m} \mu^{(l)}\delta_{x+t}\lambda^{(l)}\kappa_{x+t}
\end{aligned} \qquad (۴\text{ـ}۲۰)
$$

خواهد بود. به کلی نمی‌توان به کمک معادلهٔ (۴ـ۲۰) سه سطح حق‌بیمه را محاسبه کرد. اگر فرض کنیم $\pi_{x,۲} = \alpha_{x,۲}\pi_{x,۱}$ و $\pi_{x,۳} = \alpha_{x,۳}\pi_{x,۱}$ که در آن‌ها $\alpha_{x,۲}$ و $\alpha_{x,۳}$ ضرایبی معلوم با شرط $\alpha_{x,۲} < \alpha_{x,۳}$ هستند، حق‌بیمهٔ، سطح اول، یا حق‌بیمهٔ زمان صدور

این قرارداد برابر

$$\pi_{x,1} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \nu^t {}_tp_x \sum_{l=1}^{m} \mu^{(l)} \delta_{x+t} \lambda^{(l)} \kappa_{x+t}}{\sum_{s=0}^{r_1} \nu^s {}_sp_x + \alpha_{x,2} \sum_{s=0}^{r_2} \nu^{s+r_1} {}_sp_{x+r_1} + \alpha_{x,3} \sum_{s=0}^{r_3} \nu^{s+r_1+r_2} {}_sp_{x+r_1+r_2}} \quad (۴\text{ـ}۲۱)$$

همچنین حق‌بیمه‌های سطح دوم و سوم، به شرط حیات بیمه‌گذار در ابتدای سال اخذ حق‌بیمه، به ترتیب برابر $\pi_{x,2} = \alpha_{x,2}\pi_{x,1}$ و $\pi_{x,3} = \alpha_{x,3}\pi_{x,1}$ هستند.

به‌همین ترتیب زیان تصادفی آینده‌نگر این قرارداد در سال t ام، به شرط حیات بیمه‌گذار،

(۱) برای $t \le r_1$ برابر

$$\begin{aligned} {}_tL_x &= -\sum_{s=t}^{r_1} \pi_{x,1} \nu^s I(T_x \ge s | T_x \ge t) - \nu^{r_1} \sum_{s=0}^{r_2} \pi_{x,2} \nu^s I(T_{x+r_1} \ge s) \\ &\quad -\nu^{r_1+r_2} \sum_{s=0}^{r_3} \pi_{x,3} \nu^s I(T_{x+r_1+r_2} \ge s) + \sum_{s=1}^{T-t} \nu^t I(T_x \ge t+s | T_x \ge t) W_x(t+s) \end{aligned}$$

(۲) برای $r_1 < t \le r_1 + r_2$ برابر

$$\begin{aligned} {}_tL_x &= -\nu^{r_1} \sum_{s=t}^{r_2} \pi_{x,2} \nu^s I(T_{x+r_1} \ge s | T_x \ge t) - \nu^{r_1+r_2} \sum_{s=0}^{r_3} \pi_{x,3} \nu^s I(T_{x+r_1+r_2} \ge s) \\ &\quad + \sum_{s=1}^{T-t} \nu^t I(T_x \ge t+s | T_x \ge t) W_x(t+s) \end{aligned}$$

(۳) و برای $r_1 + r_2 < t \le r_1 + r_2 + r_3$ برابر

$${}_tL_x = -\nu^{r_1+r_2} \sum_{s=0}^{r_3} \pi_{x,3} \nu^s I(T_{x+r_1+r_2} \ge s | T_x \ge t) + \sum_{s=1}^{T-t} \nu^t I(T_x \ge t+s | T_x \ge t) W_x(t+s)$$

خواهد بود. نتیجتاً ذخیره ریاضی آینده‌نگر او در این سال، به شرط حیات، برابر

(۱) برای $t \leq r_۱$ برابر

$$
\begin{aligned}
{}_t\nu_x &= -\sum_{s=t}^{r_۱} \pi_{x,۱}\nu^s{}_s p_{x+t} - \nu^{r_۱}\sum_{s=۰}^{r_۲} \pi_{x,۲}\nu^s{}_s p_{x+r_۱} - \nu^{r_۱+r_۲}\sum_{s=۰}^{r_۳} \pi_{x,۳}\nu^s{}_s p_{x+r_۱+r_۲} \\
&\quad + \sum_{s=۱}^{T-t} \nu^t{}_s p_{x+t}\mathbf{E}(W_x(t+s))
\end{aligned}
$$

(۲) برای $r_۱ < t \leq r_۱ + r_۲$ برابر

$$
{}_t\nu_x = -\nu^{r_۱}\sum_{s=t}^{r_۲} \pi_{x,۲}\nu^s{}_s p_{x+t} - \nu^{r_۱+r_۲}\sum_{s=۰}^{r_۳} \pi_{x,۳}\nu^s{}_s p_{x+t+r_۲} + \sum_{s=۱}^{T-t} \nu^t{}_s p_{x+t}\mathbf{E}(W_x(t+s))
$$

(۳) و برای $r_۱ + r_۲ < t \leq r_۱ + r_۲ + r_۳$ برابر

$$
{}_t\nu_x = -\nu^{r_۱+r_۲}\sum_{s=t}^{r_۳} \pi_{x,۳}\nu^s{}_s p_{x+t} + \sum_{s=۱}^{T-t} \nu^t{}_s p_{x+t}\mathbf{E}(W_x(t+s)).
$$

اکنون با ارائهٔ یک مثال چگونگی به‌کارگیری مدل (۴ـ۶) را بررسی می‌کنیم.

مثال ۴ـ۶. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده تحت مدل (۴ـ۶) را در نظر بگیرید. تحت مفروضات مثال (۴ـ۵) با فرض

(۱) نرخ تورم $j = ۱۰\%$ و نرخ بهره $i = ۱۲\%$،

(۲) $r_۲ = ۲r_۱$ ، $r_۳ = ۳r_۱$ و $r_۱ = [(T-۲)/۶]$

(۳) $\alpha_{x,۲} = ۲$ و $\alpha_{x,۳} = ۳$

حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ۵۰, ۵۵$ ساله و دوره‌های $T = ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰$ محاسبه کنید.

با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول‌های (۴ـ۳) و (۴ـ۴) و نمودار (۴ـ۴) این نتایج را نشان می‌دهند.

□

جدول ۴ــ۳:   حق‌بیمه‌های مربوط به مثال (۴ــ۶)

سن	طول قرارداد به سال								
	۱۰			۱۵			۲۰		
	π_1	π_2	π_3	π_1	π_2	π_3	π_1	π_2	π_3
۳۰	۴۰/۸۱	۸۱/۶۳	۱۲۲/۴۴	۶۵/۵۴	۱۳۱/۰۸	۱۹۶/۶۲	۱۱۳/۲	۲۲۶/۴	۳۳۹/۶
۳۵	۴۹/۴۱	۹۸/۸۲	۱۴۸/۲۳	۷۹/۲۱	۱۵۸/۴۲	۲۳۷/۶۴	۱۳۶/۴۲	۲۷۲/۸۴	۴۰۹/۲۶
۴۰	۵۹/۷۴	۱۱۹/۴۸	۱۷۹/۲۱	۹۵/۵	۱۹۱/۰۱	۲۸۶/۵۱	۱۶۳/۶۸	۳۲۷/۳۶	۴۹۱/۰۵
۴۵	۷۲/۰۷	۱۴۴/۱۴	۲۱۶/۲	۱۱۴/۶۸	۲۲۹/۳۶	۳۴۴/۰۴	۱۹۴/۹۷	۳۸۹/۹۳	۵۸۴/۹
۵۰	۸۶/۶۳	۱۷۳/۲۵	۲۵۹/۸۸	۱۳۶/۷۸	۲۷۳/۵۵	۴۱۰/۳۳	۲۲۹/۴۳	۴۵۸/۸۷	۶۸۸/۳
۵۵	۱۰۳/۴۹	۲۰۶/۹۸	۳۱۰/۴۸	۱۶۱/۳۱	۳۲۲/۶۱	۴۸۳/۹۲	۲۶۴/۶۹	۵۲۹/۳۹	۷۹۴/۰۸

جدول ۴ــ۴:   ادامهٔ حق‌بیمه‌های مربوط به مثال (۴ــ۶)

سن	طول قرارداد به سال					
	۲۵			۳۰		
	π_1	π_2	π_3	π_1	π_2	π_3
۳۰	۲۰۹/۷۳	۴۱۹/۴۶	۶۲۹/۱۹	۳۶۰/۷۶	۷۲۱/۵۲	۱۰۸۲/۲۸
۳۵	۲۵۱/۰۹	۵۰۲/۱۸	۷۵۳/۲۷	۴۲۷/۸۲	۸۵۵/۶۴	۱۲۸۳/۴۶
۴۰	۲۹۷/۹۷	۵۹۵/۹۵	۸۹۳/۹۲	۴۹۹/۷۷	۹۹۹/۵۴	۱۴۹۹/۳۱
۴۵	۳۴۸/۵۱	۶۹۷/۰۲	۱۰۴۵/۵۳	۵۶۹/۶۸	۱۱۳۹/۳۶	۱۷۰۹/۰۴
۵۰	۳۹۸/۰۶	۷۹۶/۱۱	۱۱۹۴/۱۷	۶۲۴/۴۶	۱۲۴۸/۹۳	۱۸۷۳/۳۹
۵۵	۴۳۷/۷۶	۸۷۵/۵۲	۱۳۱۳/۲۹	۶۴۴/۹	۱۲۸۹/۸	۱۹۳۴/۷۱

اکنون یک بیمه‌نامهٔ چندساله که شرکت به‌صورت گروهی اقدام به عرضهٔ آن می‌کند را در نظر می‌گیریم. در این بیمه‌نامه حق‌بیمه‌های تمامی اعضای گروه یکسان محاسبه می‌شود. بنابراین ممکن است با برخی از بیمه‌های گروهی که در عمل توسط شرکت‌های بیمه‌ای به فروش می‌رسند، متفاوت باشد. البته این مدل تنها جنبه آموزشی دارد و لزوماً قابلیت اجرا در عمل را ندارد. برای آشنایی با خصوصیات بیمه‌های گروهی که در عمل توسط شرکت‌های بیمه عرضه می‌شوند، به گلدمن (۱۹۹۰) و جنسن (۱۹۹۰) مراجعه کنید.

مدل ۴ـ۷. (بیمه‌نامه بیماری چندسالهٔ گروهی) بیمه‌نامهٔ بیماری ارائه‌شده در مدل (۴ـ۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) این بیمه‌نامه به‌صورت T ساله ارائه می‌شود،

(۲) بیمه‌گر مقدار $W_x(t)$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t-۱, t)$ به‌عنوان بازپرداخت هزینه‌های درمان بیمه به بیمه‌گذار در انتهای سال t ام پرداخت می‌کند،

(۳) حق‌بیمهٔ زمان صدور بیمه‌نامه برابر $\pi.$ است، که هر سال بر اساس نرخ تورم افزایش یافته و در ابتدای سال دریافت می‌شود،

(۴) بیمه‌نامه به صورت گروهی عرضه می‌شود، همچنین فرض کنید:

(۴-۱) در سال t ام قرارداد، تعداد M_t بیمه‌گذار اقدام به تمدید (یا خرید بیمه‌نامه) می‌کنند،

(۴-۲) متغیر شمارشی M_t از توزیع پوآسون با نرخ λ_t بیمه‌گذار در سال است،

(۴-۳) حداقل حجم گروه در تمامی طول قرارداد $n^\star$ نفر تعیین شده است، درصورتی‌که این شرط نقض شود، قرارداد منقضی خواهد شد،

(۵) سن بیمه‌گذاران یک متغیر تصادفی پیوسته با تکیه‌گاه $S = [a, b]$ و تابع چگالی $f_X(\cdot)$ است.

اگر i نرخ بهره و j نرخ تورم در سال باشند، زیان تصادفی این قرارداد در زمان صدور برابر

$$\begin{aligned} L_{Group} &= -\sum_{t=۰}^{T-۱} \pi.M_t(۱+j)^t \nu^t I(M_t \geq n^\star) \int_a^b I(T_x \geq t) f_X(x)dx \\ &\quad + \sum_{t=۱}^{T} \nu^t I(M_t \geq n^\star) \int_a^b M_t W_x(t) I(T_x \geq t) f_X(x)dx. \end{aligned} \tag{۴ـ۲۲}$$

خواهد بود. بنابراین ارزش بیم‌سنجی این قرارداد در هنگام صدور برابر عبارت زیر است:

$$\begin{aligned} {}_{\cdot}\nu_{Group} &= -\sum_{t=\cdot}^{T-۱} \pi_{\cdot} H_{ab}(t)G_t(n^\star)(۱+j)^t\nu^t \\ &+ \sum_{t=۱}^{T} \nu^t H_{ab}(t)G_t(n^\star)\sum_{l=۱}^{m}\mu^{(l)}\lambda^{(l)}\int_a^b \delta_{x+t}\kappa_{x+t}f_X(x)dx \end{aligned} \tag{۴ـ۲۳}$$

که در آن

$$\begin{aligned} H_{ab}(t) &= \int_a^b {}_tp_{[x]}f_X(x)dx \\ G_t(n^\star) &= \mathbf{E}(M_tI(M_t \geq n^\star)) = \sum_{l=n^\star}^{\infty} l\frac{e^{-\lambda_t}\lambda_t^l}{l!} \end{aligned}$$

هستند. بنابراین حق‌بیمهٔ سال اول این بیمه‌نامه برای هر بیمه‌گذار

$$\pi_{\cdot} = \frac{\sum_{t=۱}^{T} \nu^t H_{ab}(t)G_t(n^\star)\sum_{l=۱}^{m}\mu^{(l)}\lambda^{(l)}\int_a^b \delta_{x+t}\kappa_{x+t}f_X(x)dx}{\sum_{t=\cdot}^{T-۱} H_{ab}(t)G_t(n^\star)(۱+j)^t\nu^t} \tag{۴ـ۲۴}$$

خواهد بود. همچنین زیان تصادفی (آینده‌نگر) این بیمه‌نامه در سال t ام برابر

$$\begin{aligned} {}_tL_{Group} &= -\sum_{s=\cdot}^{T-t-۱} \pi_{\cdot} M_s(۱+j)^{t+s}\nu^sI(M_s \geq n^\star)\int_a^b I(T_x \geq t+s|T_x \geq t)f_X(x)dx \\ &+ \sum_{s=۱}^{T-t}\nu^sI(M_s \geq n^\star)\int_a^b M_sW_x(t+s)I(T_x \geq t+s|T_x \geq t)f_X(x)dx \end{aligned} \tag{۴ـ۲۵}$$

است. بنابراین ذخیره ریاضی (آینده‌نگر) آن در سال t ام قرارداد

$$
\begin{aligned}
{}_t\nu_{Group} &= \sum_{s=\text{۰}}^{T-t-\text{۱}} \pi . H_{ab}(s) G_s(n^\star)(\text{۱}+j)^{t+s}\nu^s \\
&- \sum_{s=\text{۱}}^{T-t} \nu^s H_{ab}(s) G_s(n^\star) \sum_{l=\text{۱}}^{m} \mu^{(l)}\lambda^{(l)} \int_a^b \delta_{x+t+s}\kappa_{x+t+s} f_X(x)dx.
\end{aligned}
\tag{۴ـ۲۶}
$$

اکنون با استفاده از مدل مرگ‌ومیر مک‌هام، چگونگی استفاده از مدل (۴ـ۷) را بررسی می‌کنیم.

مثال ۴ـ۷. بیمه‌نامهٔ گروهی ارائه‌شده در مدل (۴ـ۷) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) نرخ مرگ‌ومیر افراد جامعه مطابق مدل مک‌هام

$$\mu_x = \text{۰/۰۰۰۲۲} + \text{۲/۷} \times \text{۱/۱۲۴}^x \times \text{۱۰}^{-\text{۶}}$$

است،

(۲) توزیع سنی بیمه‌گذاران یک توزیع یکنواخت پیوسته با پارامترهای a و b سال است،

(۳) بیمه‌نامه تنها یک پوشش ارائه می‌کند که در آن $\mu = \text{۱۰۰}$، $\lambda = \text{۰/۱۲}$ و

$$
\begin{aligned}
\delta_{x+t} &= \text{۱/۲۷۲۹}(\text{۱}+j)^t e^{\text{۰/۰۲۹۸}(x+t)} \\
\kappa_{x+t} &= \text{۰/۶۵۵۴}(\text{۱}+j)^t e^{\text{۰/۰۰۸۸}(x+t)}
\end{aligned}
$$

(۴) سایر پارامترهای بیمه‌نامه برابر $n^\star = \text{۵۰}$ ، $\lambda_t = \text{۱۰۰}e^{-\text{۰/۰۴}t}$ $i = \text{۰/۱۲}$ $j = \text{۰/۱۰}$ هستند.

برای دو حالت:

(الف) پذیرش بیمه‌گذاران با در نظر گرفتن یک فرایند ارزیابی (با اعتبار ۲ سال) و مدل تعدیل

$$\mu_{[x]+s} = \text{۰/۹}^{\text{۲}-s}\mu_{x+s}, \quad s \in [\text{۰}, \text{۲}]$$

(ب) پذیرش بیمه‌گذاران بدون در نظر گرفتن فرایند ارزیابی

حق‌بیمهٔ سال اول و ذخایر ریاضی بیمه‌نامه را برای دوره‌های $T = ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰$ محاسبه کنید.

حل. احتمال‌های ${}_tp_{[x]}$ و ${}_tp_x$ تحت مدل مرگ‌ومیر مک‌هام برابر

$$\begin{aligned} {}_tp_{[x]} &= \exp\left\{۰/۹^{۲-t}\left(\frac{۱-۰/۹^t}{\ln(۰/۹)}\times ۰/۰۰۰۲۲+\frac{c^t-۰/۹^t}{\ln(۰/۹/۱/۱۲۴)}\times ۲/۷\times ۱۰^{-۶}۱/۱۲۴^x\right)\right\} I_{[۰,۲]}(t) \\ &\quad +\exp\left\{-۰/۰۰۰۲۲t-\frac{۲/۷\times ۱۰^{-۶}}{\ln(۱/۱۲۴)}۱/۱۲۴^x(۱/۱۲۴^t-۱)\right\} I_{(۲,\infty)}(t) \\ {}_tp_x &= \exp\left\{-۰/۰۰۰۲۲t-\frac{۲/۷\times ۱۰^{-۶}}{\ln(۱/۱۲۴)}۱/۱۲۴^x(۱/۱۲۴^t-۱)\right\} \end{aligned}$$

هستند. با تعریف کمیت‌های

$$\begin{aligned} H_{ab}^{l=۱}(t) &= \frac{\int_a^b {}_tp_{[x]}dx}{b-a} \\ H_{ab}^{l=۲}(t) &= \frac{\int_a^b {}_tp_x dx}{b-a} \\ G_t(۵۰) &= \sum_{l=۵۰}^{\infty} l\frac{e^{-۱۰۰\exp\{-۰/۰۴t\}}(۱۰۰\exp\{-۰/۰۴t\})^l}{l!} \end{aligned}$$

می‌توان حق‌بیمهٔ سال اول را برای حالت‌های (الف) و (ب) به‌ترتیب زیر محاسبه کرد:

$$\pi_{\cdot}^l = \frac{۹/۹۹۵۸\sum_{t=۱}^{T}\nu^t H_{ab}^l(t)G_t(۵۰)e^{۰/۰۰۰۲۶t}\mathbf{M}_{Unif(a,b)}(۰/۰۰۰۲۶)}{\sum_{t=۰}^{T-۱}H_{ab}^l(t)G_t(۵۰)(۱+j)^t\nu^t}$$

که در آن $\mathbf{M}_{Unif(a,b)}(z)$ تابع مولد گشتاور توزیع یکنواخت در نقطه z است. به همین ترتیب ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه در زمان

جدول ۴ــ ۵: حق‌بیمهٔ مربوط به مثال (۴ــ ۷)

بازهٔ سنی	طول قرارداد به سال				
	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
[۳۰, ۶۰]	۹/۸۳	۱۴/۱۶	۱۷/۸۷	۱۹/۱۶	۱۹/۳۰
[۳۵, ۶۰]	۱۵/۸۹	۲۲/۸۹	۲۸/۹۰	۳۰/۹۷	۳۱/۲۰
[۴۰, ۶۰]	۲۶/۷۶	۳۸/۵۵	۴۸/۶۶	۵۲/۱۵	۵۲/۵۴
[۴۵, ۶۰]	۴۸/۰۷	۶۹/۲۴	۸۷/۴۰	۹۳/۶۷	۹۴/۳۷
[۵۰, ۶۰]	۹۷/۱۴	۱۳۹/۹۱	۱۷۶/۶۱	۱۸۹/۲۸	۱۹۰/۷۰
[۵۵, ۶۰]	۲۶۱/۷۴	۳۷۶/۹۶	۴۷۵/۸۶	۵۰۹/۹۹	۵۱۳/۸۱

برای دو حالت (الف) و (ب)

$$\begin{aligned} {}_t\nu^l_{Group} &= -\sum_{s=۰}^{T-t-۱} \pi . H^l_{ab}(s) G_s(۵۰)(۱+j)^{t+s}\nu^s \\ &\quad + ۹/۹۹۵۸ \sum_{s=۱}^{T-t} \nu^s H^l_{ab}(s) G_s(۵۰) e^{۰/۰۰۰۲۶(t+s)} \mathbf{M}_{Unif(a,b)}(۰/۰۰۰۲۶) \end{aligned}$$

خواهد بود.

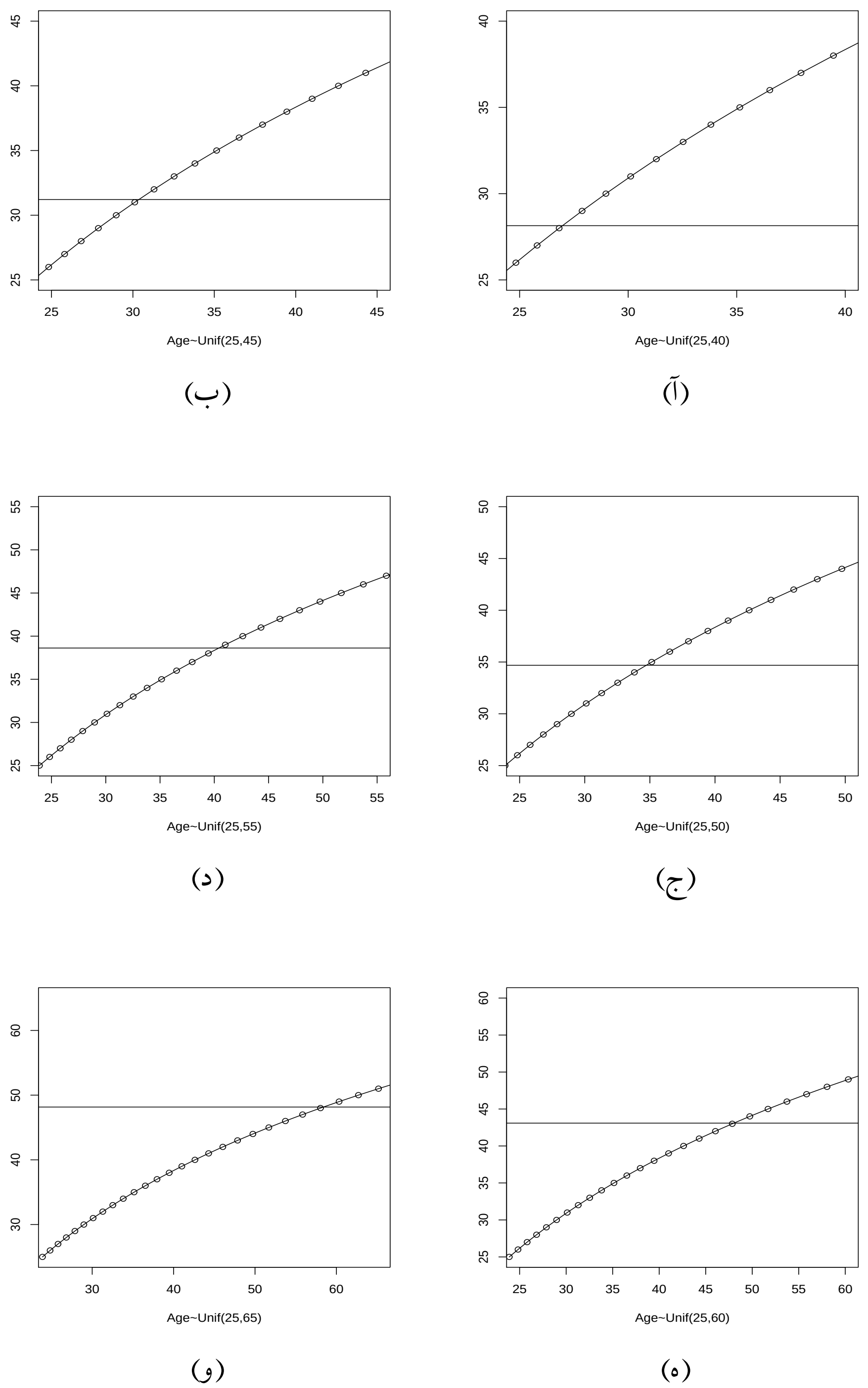
با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۴ــ ۵) و نمودار (۴ــ ۵) این نتایج را نشان می‌دهند.

تمرین ۴ــ ۲. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مثال (۴ــ ۷) را برای مدل مرگ‌ومیر هیلمن‌پولادر با پارامترهای $a = ۰/۰۰۰۵۴$، $b = ۰/۰۱۷$، $c = ۰/۱۰۱$، $d = ۰/۰۰۰۱۳$، $e = ۱۰/۷۲$، $f = ۱۸/۶۷$، $g = ۰/۰۰۰۰۱۴۶۴$ و $h = ۱/۱۱$ بررسی کنید.

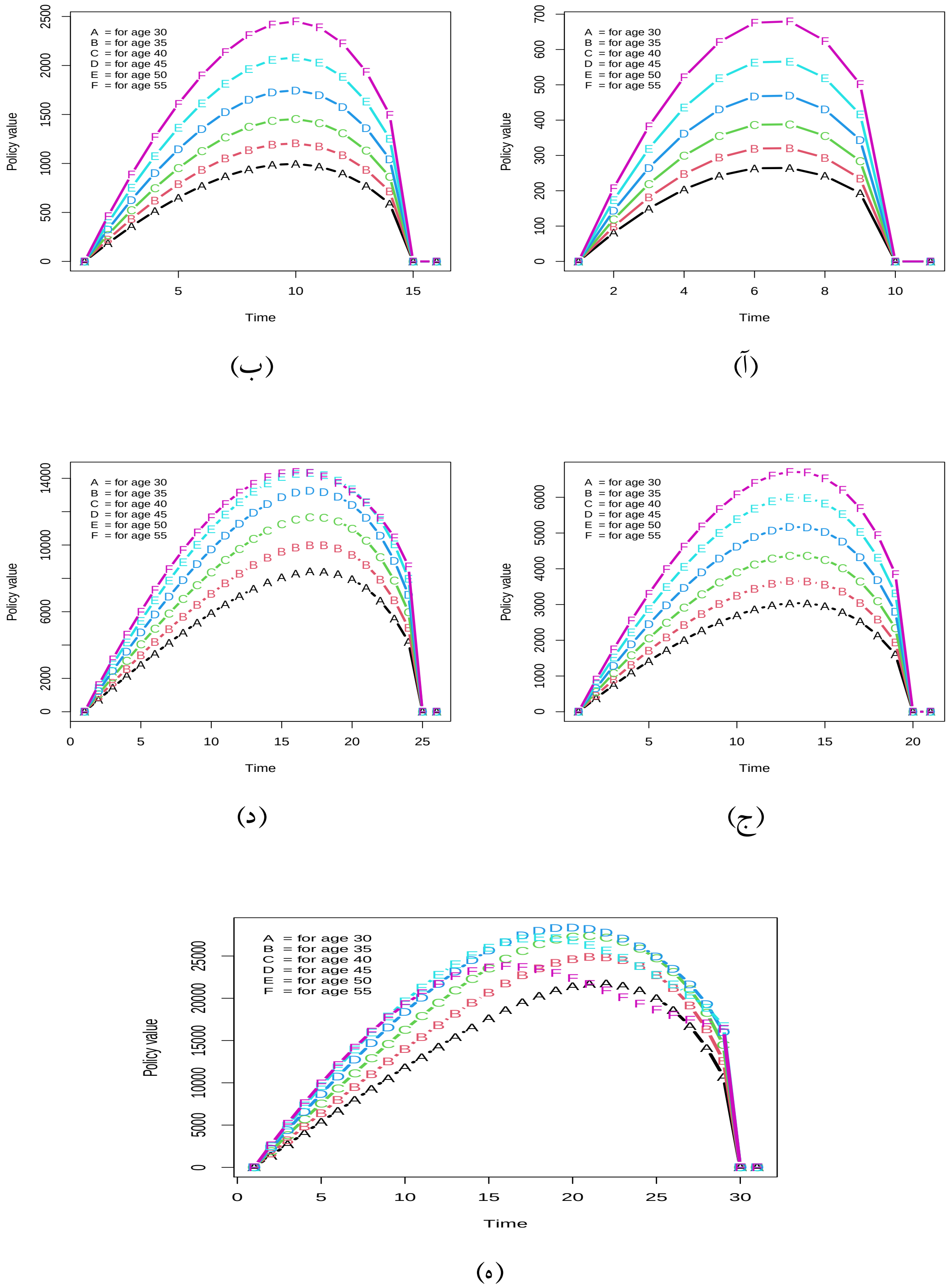
تمرین ۴ــ ۳. فرض یکنواخت بودن توزیع سنی بیمه‌گذاران را بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده تمرین (۴ــ ۲) را به توزیع گاما با میانگین ۴۲ و انحراف‌معیار ۴ سال، تغییر دهید.

پروژهٔ ۴ــ ۲. با استفاده از لم (۴ــ ۱) بر اساس قضیهٔ حدمرکزی حق‌بیمهٔ چندکی را برای بیمه‌نامهٔ گروهی (۴ــ ۷) محاسبه کنید. همچنین با استفاده از پروژهٔ (۴ــ ۱)

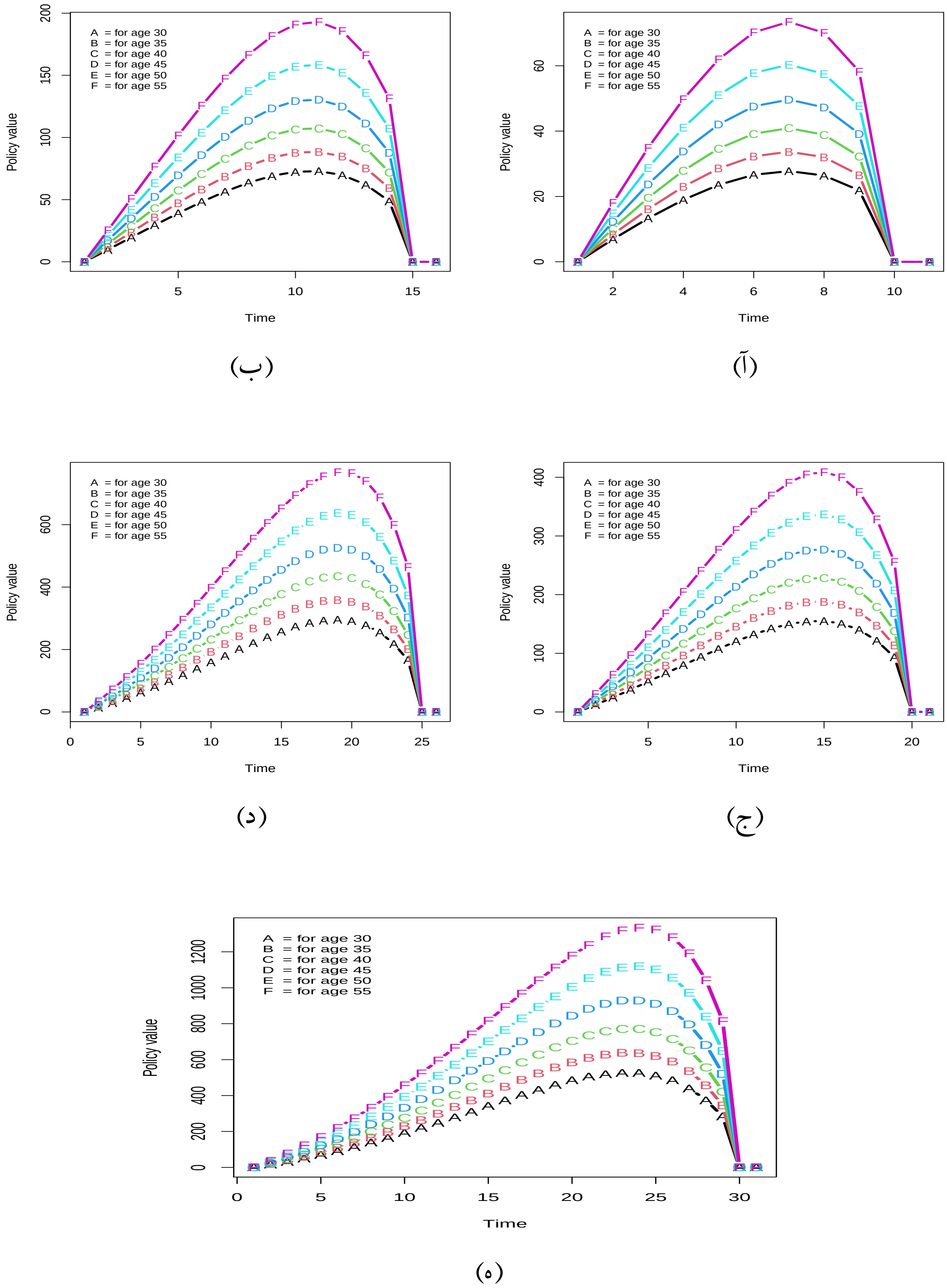
دنبالهٔ $\pi_{T-1}, \pi_{T-2}, \cdots, \pi_1, \pi_0$ حق‌بیمه‌های چندکی را به‌گونه‌ای محاسبه کنید که احتمال ورشکستگی شرکت در سال متناظر با آن حق‌بیمه حداکثر ۰/۰۰۰۱ باشد.



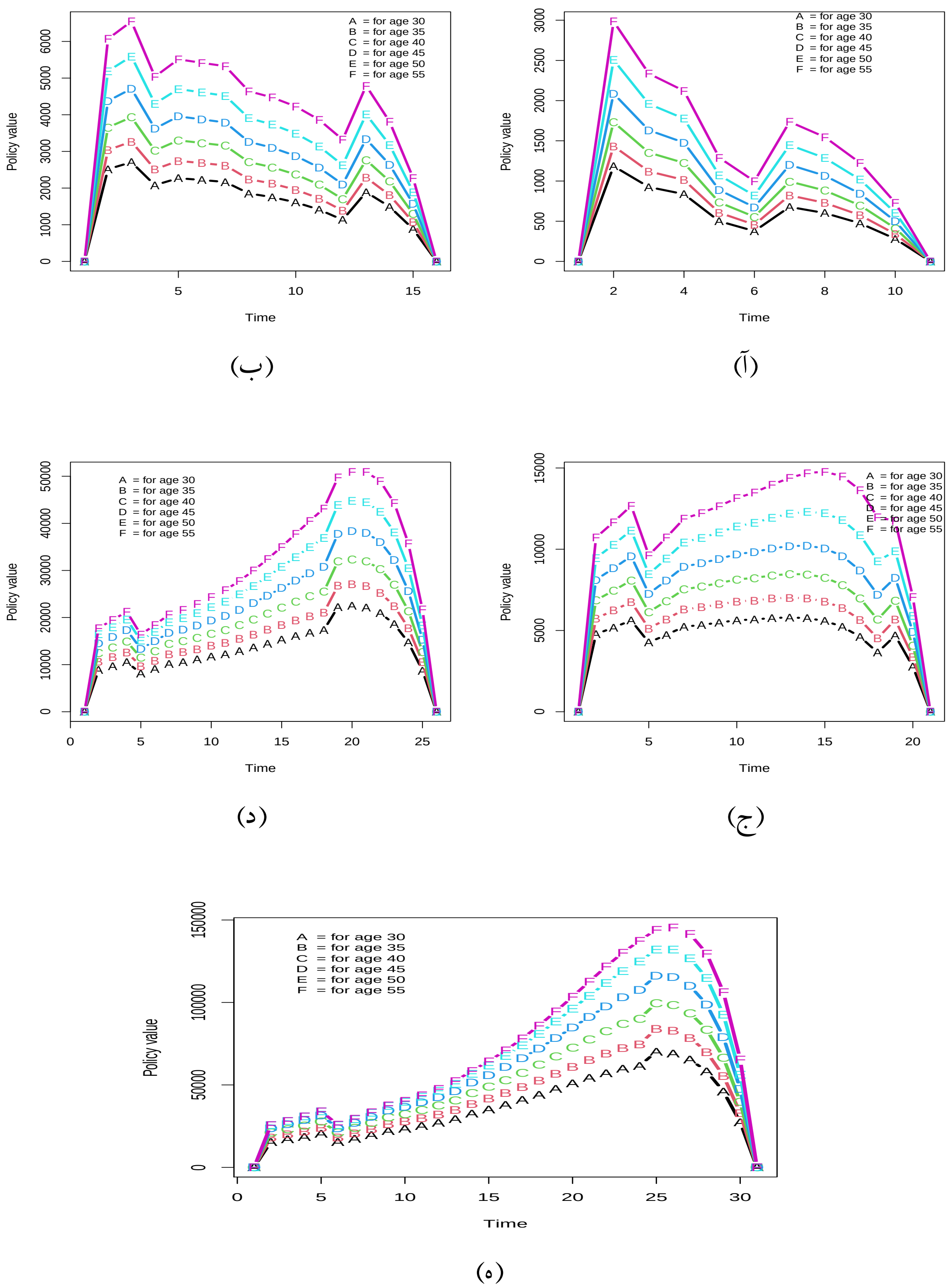
شکل ۴ـ۱: مقایسهٔ حق‌بیمهٔ محاسبه‌شده بر اساس مثال (۴ـ۲) و حق‌بیمهٔ محاسبه‌شده بر اساس مثال (۴ـ۳) برای بازه‌های سنی مختلف، بخش (آ) بازهٔ سنی ۲۵ تا ۴۰ ، بخش (ب) بازهٔ سنی ۲۵ تا ۴۵ ، بخش (ج) بازهٔ سنی ۲۵ تا ۵۰ ، بخش (د) بازهٔ سنی ۲۵ تا ۵۵ ، بخش (ه) بازهٔ سنی ۲۵ تا ۶۰ و بخش (و) بازهٔ سنی ۲۵ تا ۶۵ ، مربوط به مثال (۴ـ۳)



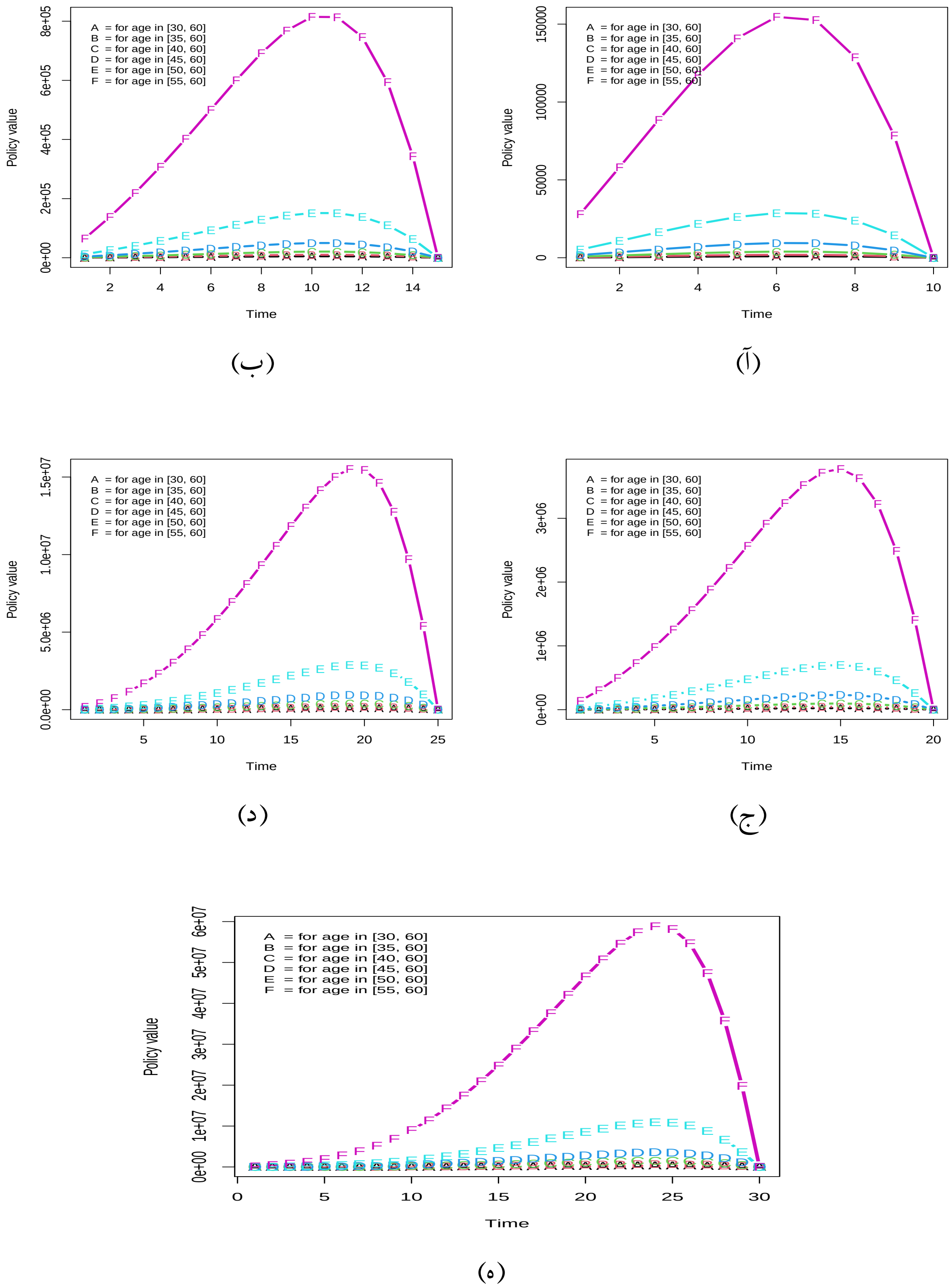
شکل ۴ـ۲: ذخایر آینده‌نگر، مربوط به مثال (۴ـ۴)



شکل ۴ـ۳: ذخایر آینده‌نگر، مربوط به مثال (۴ـ۵)



شکل ۴ـ۴: ذخایر آینده‌نگر، مربوط به مثال (۴ـ۶)



(آ) (ب) (ج) (د) (ه)

شکل ۴ــ۵: ذخایر آینده‌نگر برای تمام بیمه‌گذاران، مربوط به مثال (۴ــ۷)

فصل ۵

بیمه‌های ازکارافتادگی و بیماری‌های صعب‌العلاج

بیمهٔ ازکارافتادگی، نوعی بیمه است که در صورت عدم توانایی یک کارگر یا کارمند (بیمه‌گذار) در انجام کار یا کسب درآمد به دلیل معلولیت، (بخشی یا تمام) درآمد او را پرداخت خواهد کرد. این بیمه پایه یک مفهوم کلیدی مربوط به عدالت اجتماعی است. در عین حال بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج بیمه‌نامه‌ای است که در صورت ابتلای بیمه‌گذاری به یک بیماری صعب‌العلاج به او مستمری (یا مبلغ یکجایی) پرداخت می‌شود. به دلیل تشابه این دو بیمه‌نامه از نظر مزایا، هر دو را در یک فصل بررسی می‌کنیم.

لازم به ذکر است بیمه‌های ازکارافتادگی و بیماری‌های صعب‌العلاج که در بسیاری از منابع بیم‌سنجی ارائه شده‌اند، به‌صورت الحاقیه بر بیمه‌های زندگی ارائه شده‌اند. حتی در مواردی که این بیمه‌نامه‌ها به‌صورت مستقل مورد مطالعه قرار گرفتند، تنها مزایای بیمه‌نامه‌ها، سرمایهٔ ازکارافتادگی یا سرمایهٔ بیماری صعب‌العلاج (که مقادیری ثابت هستند) است. در این فصل نسخهٔ کامل‌تری از این دو بیمه‌نامه بررسی می‌شود که به‌صورت مستقل و با مزایای پوشش هزینه‌های تصادفی درمان، عرضه شده‌اند.

۵ـ۱ تعاریف و نمادها

قبل از وارد شدن به بحث اصلی معرفی بیمه‌های ازکارافتادگی و بیمارهای صعب‌العلاج، برخی از واژه‌های کلیدی این دو بیمه‌نامه، به‌صورت کلی، تعریف می‌شوند. لازم به ذکر است این واژه‌ها معمولاً در بیمه‌های سلامت بلندمدت (LTC[۱]) که در فصل بعد بررسی می‌شوند، نیز کاربرد دارند.

تعریف ۵ـ۱. به حداکثر مدت زمانی که از نظر قانونی، ادعای ازکارافتادگی (یا وقوع بیماری صعب‌العلاج) راست‌آزمایی می‌شود، دورهٔ صلاحیت می‌گویند و آن‌را با نماد q نمایش می‌دهند.

بر اساس قانون، اگر دورهٔ ارزیابی بیش از دورهٔ صلاحیت شود، ادعای مطرح‌شده به‌صورت خودکار تأیید می‌شود، مگر آنکه در بندهای قرارداد، شرایط ویژه‌ای گنجانده شده باشد.

تعریف ۵ـ۲. دورهٔ تعویق یا دورهٔ حذف، مدت زمانی است که بعد از تایید ازکارافتادگی (یا وقوع بیماری صعب‌العلاج) و طی دورهٔ صلاحیت، مزایای ازکارافتادگی (یا بیماری صعب‌العلاج) پرداخت نمی‌شود. دورهٔ تعویق را با نماد f نمایش می‌دهیم.

دورهٔ تعویق به دو صورت تکلیفی (بر اساس آیین‌نامه‌ها) و یا توافقی (توافق بین بیمه‌گر و بیمه‌گذار) مشخص می‌شود. در برخی از کشورها این دوره بر اساس رویکرد تکلیفی تعیین می‌شود، بر اساس این رویکرد طول دورهٔ تعویق معمولاً ۶ ماه است. حال آنکه در برخی از کشورها نظیر انگلستان طول این دوره برای بیمه‌های ازکارافتادگی بعد از توافق بین بیمه‌گر و بیمه‌گذار تعیین می‌شود. واضح است هر قدر طول این دوره کوتاه‌تر تعیین شود، حق‌بیمهٔ محصول بیشتر خواهد بود.

اگر در یک قرارداد بیمهٔ ازکارافتادگی (بیماری صعب‌العلاج) دورهٔ تعویق مشخص نشده باشد، این زمان را در محاسبات برابر $f = 0$ در نظر می‌گیریم.

تعریف ۵ـ۳. به مدت زمانی که از نظر قانونی بیمه‌گذار نمی‌تواند در آن دوره ادعای ازکارافتادگی (یا وقوع بیماری صعب‌العلاج) کند، دوره انتظار گویند و آن‌را با نماد c نمایش می‌دهند.

[۱] Long Term Care

سن توقف، به سنی اطلاق می‌شود که مزایای بیمهٔ ازکارافتادگی در آن سن متوقف می‌شود. معمولاً سن توقف همان سن بازنشستگی است که در آن سن بیمه بازنشستگی فعال می‌شود و ازکارافتادگی معنی و مفهوم دیگری پیدا می‌کند.

تعریف ۵ـ۴. به حداکثر مدت زمانی که یک بیمه‌گذار می‌تواند در وضعیت ازکارافتادگی باقی بماند، و از مزایای ازکارافتادگی استفاده کند، طول دوره ازکارافتادگی (یا طول دوره مزایا) گویند و آن‌را با نماد r نمایش می‌دهند.

اگر در یک قرارداد بیمهٔ ازکارافتادگی طول دوره مشخص نشده باشد، مقدار آن‌را در محاسبات $r = \infty$ در نظر می‌گیریم. البته اگر سن توقف ζ در نظر گرفته شود، برای بیمه‌گذاری که در x سالگی این بیمه‌نامه را خریداری کرده است، طول دوره برابر $r = \zeta - x$ خواهد بود.

تعریف ۵ـ۵. به حداکثر طول دورهٔ فعال بودن مزایای ازکارافتادگی، دورهٔ مزایا گویند و آن‌را با نماد s نمایش می‌دهند.

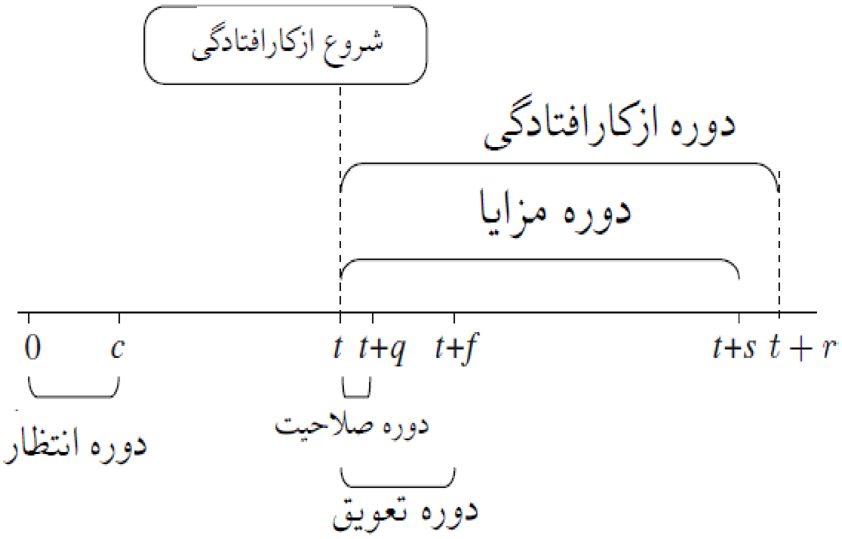
دو مفهوم طول دوره ازکارافتادگی و طول دوره کاملاً از همدیگر متمایزند. این دو دوره، به خصوص در بیمه‌های ازکارافتادگی درجه‌بندی شده، می‌توانند کاملاً نابرابر باشند. برای مثال اگر میزان ازکارافتادگی یک بیمه‌گذار بسیار زیاد باشد به‌گونه‌ای که میزان مزایایی دریافتی او بیشتر از حد متوسط باشد، به‌وضوح $s < r$ خواهد بود. به همین دلیل همواره در محاسبات مدت زمان فعال بودن مزایای ازکارافتادگی $\min\{r, s\}$ در نظر گرفته می‌شود.

اگر تمامی واژه‌های کلیدی بالا را در یک مجموعه قرار دهیم، می‌توانیم شرایط اختصاصی یک بیمهٔ ازکارافتادگی را به‌صورت زیر تعریف کنیم.

تعریف ۵ـ۶. به پنج‌تایی مرتب $\Gamma(c, T, f, s, r)$ شرایط اختصاصی بیمهٔ ازکارافتادگی (بیماری صعب‌العلاج) گویند. شرایط اختصاصی قرارداد به ترتیب شامل طول دورهٔ انتظار، طول قرارداد، دورهٔ تعویق، طول دورهٔ فعال بودن مزایا و طول دورهٔ ازکارافتادگی هستند.

البته برخی از بیمه‌های ازکارافتادگی (بیماری صعب‌العلاج) می‌توانند واژه‌های تخصصی دیگری داشته باشند.

شکل (۵ـ۱) واژه‌های تعریف‌شده در بالا را برای یک بیمهٔ ازکارافتادگی نمایش می‌دهد.



شکل ۵ـ۱: نمایش اجزای یک بیمهٔ ازکارافتادگی

در جمعیت‌شناسی برای نمایش پدیده‌های مرتبط با وقایع زندگی (نظیر فوت) از نموداری با عنوان نمودار لکزیس استفاده می‌کنند. در ادامه تعریف این نمودار ارائه می‌شود.

تعریف ۵ـ۷. به نمودار دوبعدی که محور افقی آن زمان و محور عمودی آن مدت زمان اقامت فرد در وضعیت مورد مطالعه را نشان می‌دهد، نمودار لکزیس آن وضعیت گویند.

اگر نمودار لکزیس برای سن افراد (مدت زمان اقامت افراد در وضعیت زندگی) ترسیم شود. با تولد فرد شروع به ترسیم یک خط موازی با نیمساز ربع اول و چهارم کرده و با و فوت او ترسیم خط متوقف می‌شود.

مثال ۵ـ۱. شکل (۵ـ۲) دو نمودار لکزیس را نشان می‌دهد. در بخش (آ) نمودار پدیده‌های تولد، مرگ، مهاجرت به خارج و مهاجرت به داخل، نمایش داده شده‌اند. در این نمودار:

(۱) مرگ و یا توقف روند با نماد ×،

(۲) مهاجرت به خارج را با نماد • و

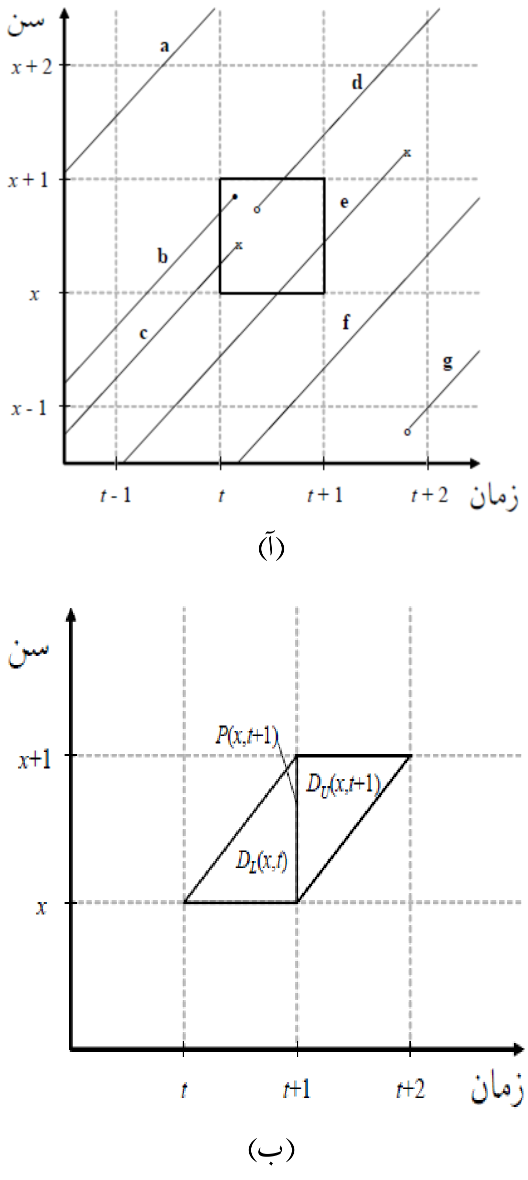
(۳) مهاجرت به داخل را با نماد ∘

نمایش داده شده‌اند؛ مثلاً خط e روند زندگی فردی را نشان می‌دهد که در بازهٔ زمانی $(t-۱, t)$ متولد و در بازهٔ زمانی $(t+۱, t+۲)$ در $x+۱$ سالگی، فوت کرده است. در بخش (ب) چگونگی تعریف برخی از متغیرهای تصادفی، مورد استفاده در محاسبات کمیت‌های مربوط به مرگ‌ومیر را نشان می‌دهد. مثلاً متغیرهای تصادفی $D_U(x,t)$ و $D_L(x,t)$ به‌ترتیب حداکثر و حداکثر تعداد افرادی که در بازه سنی $[x, x+۱)$ سالگی و در زمان t ام فوت کرده‌اند، را نمایش می‌دهند. متغیر تصادفی $P(x,t)$ تعداد افرادی که در زمان t در بازه سنی $[x, x+۱)$ قرار دارند، را نشان می‌دهد.

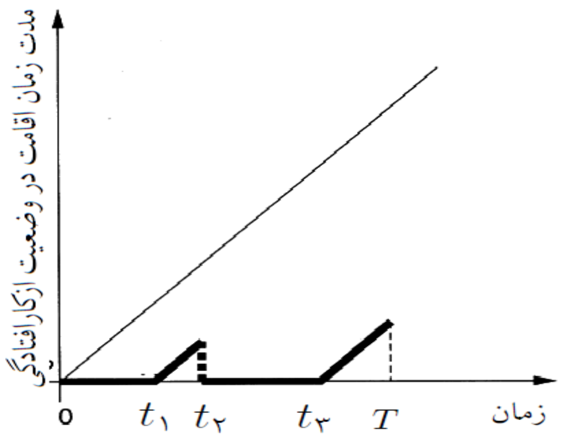
برای آشنایی بیشتر با کاربردهای نمودار لکزیس در مطالعات جمعیت‌شناسی و مرگ‌ومیر به ویل‌موث (۲۰۰۷) و رو و همکاران (۲۰۱۷) مراجعه کنید.

یکی از دیگر ازکاربردهای نمودار لکزیس استفاده از آن برای نمایش تاریخچه یک فرد در بیمه‌های بلندمدت است. برای مثال یک بیمهٔ ازکارافتادگی موقت T ساله را در نظر بگیرید. اگر بیمه‌گذاری در زمان‌های $t_۱$ و $t_۳$ ازکارافتاده‌شده، ولی در زمان $t_۲$ بهبود یافته و با وضعیت «فعال» برگشته باشد. این سابقه را می‌توان به‌صورت نمودار (۵ـ۳) نمایش داد.

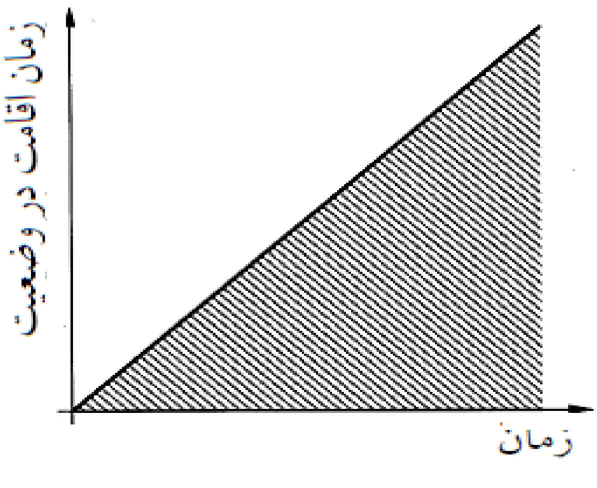
دلیل لحاظ کردن نیمساز ربع اول و چهارم آن است که اگر بیمه‌گذار در تمام طول قرارداد در وضعیت مورد مطالعه باشد، او همواره بر روی این نیمساز قرار دارد، در غیر این‌صورت روی محور افقی یا خطی موازی با این نیمساز در حال حرکت است. نکتهٔ جالب توجه در نمودار لکزیس آن است که به کمک آن تمامی سناریوهای محتمل برای یک بیمه‌گذار را می‌توان به تصویر کشید. به‌همین دلیل است که ارزش بیم‌سنجی مزایای هر وضعیت، برابر مساحت قسمت هاشور خورده نمودار لکزیس آن وضعیت است (شکل ۵ـ۴ را ملاحظه کنید).



شکل ۵ـ۲: نمودارهای لکزیس و کاربردهای آن. بخش (آ) نمایش رویدادهای مرتبط با زندگی و بخش (ب) نمایش چگونگی تعریف برخی از متغیرهای تصادفی مرتبط با رویدادها، مربوط به مثال (۵ـ۱)



شکل ۵ـ۳: نمودار لکزیس برای نمایش مدت زمان اقامت یک بیمه‌گذار در وضعیت ازکارافتادگی



شکل ۵ـ۴: ارزش بیم‌سنجی مزایای یک وضعیت، بر اساس نمودار لکزیس

۵ـ۲ بیمهٔ ازکارافتادگی

همان‌گونه که در بالا گفته شد، نسخه‌های بسیار متنوعی از بیمه‌های ازکارافتادگی در سراسر دنیا (حتی در یک کشور) ارائه می‌شود. از طرف دیگر در کنار بیمه‌گران، ممکن

است سازمان‌های دیگری این نوع پوشش را ارائه می‌کنند. تمایز عمدهٔ این بیمه‌نامه‌ها، تعریف آن‌ها از واژه‌های کلیدی ازکارافتادگی، دورهٔ صلاحیت و غیره است. تفاوت در این واژه‌های کلیدی باعث متغیر بودن قیمت این بیمه‌نامه می‌شود. نکته جالب توجه در این نوع بیمه‌نامه‌ها متغیر بودن تعریف این واژه‌های کلیدی در بیمه‌نامه‌های مختلف است، زیرا این بیمه‌نامه به‌صورت مستقل یا الحاقیه به سایر بیمه‌نامه‌ها، ارائه می‌شود. بنابراین درک دقیق این واژه‌های کلیدی قبل از خرید (یا ارزیابی) این بیمه‌نامه، از اهمیت بسیاری زیادی برخوردار است. این کتاب تنها به معرفی تعریف عمومی از این واژه‌ها می‌پردازد.

درکشور انگلستان بیمه‌های ازکارافتادگی با عنوان «بیمهٔ سلامت دائمی» درآمد هفتگی یا ماهیانه را برای کارکنانی که در حین انجام کار بیمار یا آسیب‌دیده شده‌اند، فراهم می‌کنند. بر این اساس «بیمهٔ سلامت دائمی» نوعی بیمهٔ تأمین درآمد است. به همین دلیل قبل از عقد قرارداد، ارزیاب:

(۱) درآمد فعلی بیمه‌گذار،

(۲) میزان درآمدی که در صورت ازکارافتادگی از بیمه‌گر اجتماعی دریافت می‌کند،

(۳) برنامه بیمه بازنشستگی و غیره،

بیمه‌گذار را به دقت بررسی و بر اساس آن فرایند ارزیابی را انجام می‌دهد. نکتهٔ جالب توجه در بیمهٔ سلامت دائم، انتخاب مدت زمان تعویق توسط بیمه‌گذار است. همچنین این بیمه‌نامه تا سن مشخصی (۶۵ برای مردان و ۶۰ سال برای زنان) ادامه پیدا می‌کند. همچنین تا زمانی که بیمه‌گذار به تعهدات خود عمل کند، بیمه‌گر نمی‌تواند این بیمه‌نامه را فسخ کند، به همین دلیل در اسم آن واژهٔ «دائم» وجود دارد. بر اساس شرایط این بیمه‌نامه، اگر مدت زمان بیماری بیمه‌گذاری بیش از مدت تعویق باشد، بیمه‌گر موظف به تأمین (تمام یا بخشی از) درآمدهای او است. این پرداخت‌ها تا زمان بهبودی، اتمام قرارداد (به دلیل فعال شدن بیمهٔ بازنشستگی یا رسیدن به سن توقف) یا فوت بیمه‌گذار ادامه پیدا می‌کند. در صورت بهبودی بیمه‌گذار پرداخت‌ها متوقف خواهد شد. به‌همین دلیل در این بیمه‌نامه بیمه‌گذار می‌تواند بین دو وضعیت «فعال» و «غیرفعال» حرکت رفت و برگشتی داشته باشد. درصورتی‌که در برخی از بیمه‌های ازکارافتادگی، بیمه‌گذار تنها می‌تواند از وضعیت «فعال» به وضعیت «غیرفعال» منتقل شود.

در آمریکا، بیمه‌های ازکارافتادگی با عناوین «بیمهٔ از دست‌دادن درآمد»، «ازکارافتادگی بلندمدت» یاد می‌شود. از نظر فنی این بیمه‌نامه تشابه زیادی با «بیمهٔ سلامت دائمی» دارند، تنها تفاوت آن‌ها در نامگذاری واژه‌های کلیدی است. مثلاً در آمریکا به جای واژهٔ «دوره تعویق» از واژهٔ «دوره حذف» استفاده می‌شود. همچنین آن‌ها، حداکثر مدت زمان مزایا را در قراردادهای خود می‌گنجانند. همانند انگلستان این بیمه‌نامه‌ها در آمریکا به هر دو صورت فردی و گروهی عرضه می‌شود.

در هلند دو نسخه از بیمه‌های ازکارافتادگی وجود دارد. نسخهٔ A آن تنها پوشش درآمدهای بیمه‌گذارانی که حداقل ۲۵٪ ازکارافتاده شده‌اند، را برای مدت یک‌سال انجام می‌دهد. دورهٔ تعویق این بیمه‌نامه حداکثر شش‌ماه است. درحالی‌که نسخهٔ B پوشش درآمدهای بیمه‌گذاران ازکارافتاده را تا هنگام فوت، بهبودی و یا رسیدن به سن توقف فراهم می‌کند. دورهٔ تعویق این بیمه‌نامه یک‌سال است و تنها برای بیمه‌گذارانی که حداقل ۲۵٪ از توانمندی‌های قبلی خود را از دست داده‌اند، فعال می‌شود.

همان‌گونه که در بالا گفته شد، بیمه‌های ازکارافتادگی در بسیاری از کشورهای دنیا به‌صورت فردی یا گروهی، مستقل یا به‌صورت الحاقیه با سایر بیمه‌نامه‌ها نیز عرضه می‌شوند.

بیمه‌ازکارافتادگی در ایران به دو صورت زیر ارائه می‌شود:

فرم اجتماعی: این فرم، در قالب قانون تأمین اجتماعی به دو صورت زیر ارائه می‌شود:

۱ـ ازکارافتادگی کلی: بر اساس بند ۱۳ ماده ۲ قانون تأمین اجتماعی، کاهش قدرت کار بیمه‌شده در اثر یک حادثه یا بیماری، به‌گونه‌ای که او نتواند با اشتغال مجدد حداقل $\frac{1}{3}$ دستمزد قبلی خود را کسب کند، ازکارافتادگی کلی گویند.

۲ـ ازکارافتادگی جزئی: بر اساس بند ۱۴ ماده ۲ قانون تأمین اجتماعی، کاهش قدرت کار بیمه‌شده در اثر یک حادثه یا بیماری را، به‌گونه‌ای که او با اشتغال مجدد تنها قادر به کسب بخشی از دستمزد قبلی خود باشد، ازکارافتادگی گویند.

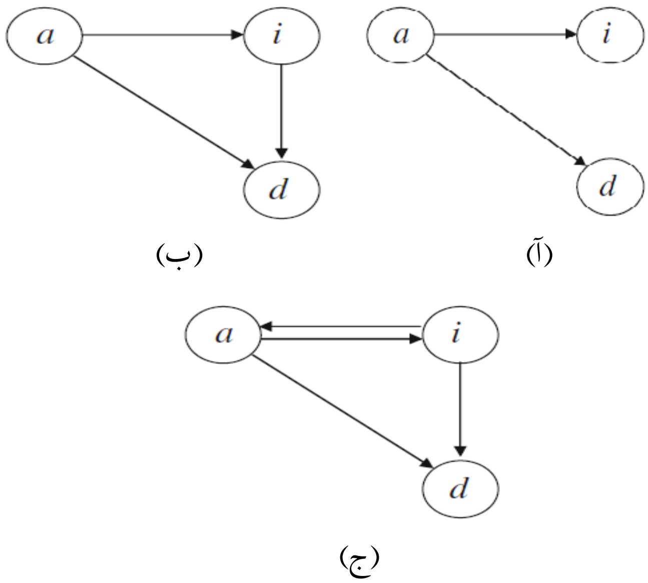
بر اساس ماده‌های ۶۰، ۷۰، ۷۱ و ۷۲ قانون تأمین اجتماعی مستمری ازکارافتادگی کلی و بر اساس ماده‌های ۶۰، ۷۰، ۷۲ و ۷۳ مستمری‌های ازکارافتادگی جزئی مشخص می‌شوند.

فرم تجاری: در ایران بیمهٔ ازکارافتادگی مستقل تجاری وجود ندارد، بلکه پوشش‌های این بیمه‌نامه به‌صورت بخشی پوشش‌های سایر بیمه‌نامه‌ها عرضه می‌شود. بنابراین می‌توان گفت: «این بیمه‌نامه به‌صورت الحاقیه» و یک‌ساله در ایران ارائه می‌شود. بیمهٔ حوادث و بیمهٔ مسئولیت کارفرمایان، دو بیمه‌نامه‌ای هستند که بیمهٔ ازکارافتادگی را به‌صورت الحاقیه در درون خود دارند.

۱ـ در بیمهٔ حوادث که به‌صورت فردی یا گروهی و برای مدت یک‌سال ارائه می‌شود، ریسک‌های مربوط به ازکارافتادگی دائم را پوشش می‌دهد. مزایای این نوع پوشش در قالب هزینه‌های درمان و درآمد است. بخش درآمدی آن به‌صورت سرمایهٔ ازکارافتادگی (دائم‌کلی یا دائم‌جزئی) به‌صورت یکجا به بیمه‌شده پرداخت می‌شود. سرمایهٔ ازکارافتادگی دائم‌کلی $\frac{۱}{۲}$ دستمزد بیمه‌شده، طی مدت ازکارافتادگی، است در حالی‌که سرمایه ازکارافتادگی دائم‌جزئی عددی بین $\frac{۱}{۴}$ تا $\frac{۱}{۸}$ دستمزد بیمه‌شده، طی مدت ازکارافتادگی است.

۲ـ در بیمهٔ مسئولیت کارفرمایان پوشش‌های مرتبط با ازکارافتادگی در قالب هزینه‌های درمان و درآمد هستند. بخش درآمدی آن در قالب دستمزد حداکثر برای مدت ۹۰ روز پرداخت می‌شود.

در ادامه این بخش بیمهٔ ازکارافتادگی را به‌صورت یک فرایند مارکفی (پیوسته یا گسسته) سه‌وضعیتی در نظر می‌گیریم. این سه وضعیت عبارت‌ند از «وضعیت فعال» (که با نماد a نمایش می‌دهیم)، «وضعیت ازکارافتاده یا غیرفعال» (با نماد i نمایش می‌دهیم) و «وضعیت فوت» (با نماد d نمایش می‌دهیم). همچنین برای سادگی درجه‌بندی ازکارافتادگی در نظر گرفته نمی‌شود، ولی سه مدل ارائه‌شده در شکل (۵ـ۵) بررسی می‌شوند. در مدل (بخش آ) بیمه‌گذاران بعد از انتقال به وضعیت «غیرفعال» یک مبلغ یکجا دریافت و با بیمه‌گر قطع رابطه می‌کنند. به‌همین دلیل در این مدل وضعیت «ازکارافتادگی» مشابه با وضعیت «فوت» است و می‌توان این مدل را در قالب یک مدل «ضایعات چندگانه» مورد مطالعه قرار داد. در مدل (بخش ب) بیمه‌گذار بعد از انتقال به وضعیت «غیرفعال» دیگر قادر به برگشت به وضعیت «فعال» نخواهد بود، ولی تا زمان فوت از خدمات بیمه‌گر منتفع می‌شود. اما در مدل (بخش ج) بیمه‌گذار می‌تواند بعد از انتقال به وضعیت ازکارافتاده مجدداً به وضعیت سلامت بازگردد.



شکل ۵ـ۵: نمایش بیمهٔ ازکارافتادگی که ازکارافتادگی به تسویه منجر می‌شود (بخش آ)، ازکارافتادگی دائم (بخش ب) و بیمهٔ ازکارافتادگی موقت (بخش ج)

توصیه می‌شود قبل از مطالعهٔ ادامهٔ مطالب این فصل، نمادهای مرتبط با مدل‌های چندوضعیتی که در فصل اول ارائه شد، مجدداً مطالعه شوند.

تمرین ۵ـ۱. تعریف و تفسیر هریک از نمادهای ${}_tp_x^{\bar{a}\bar{a}}$، ${}_tp_{[x]}^{\bar{a}\bar{a}}$، ${}_tp_x^{ai}$، $\mu_x(t)^{ia}$ و $\mu_x(t)^{ai}$ را ارائه کنید.

تنها مزایای قابل ارائه در بیمه‌های ازکارافتادگی مستمری ثابت (یا درجه‌بندی‌شده) است. قبل از ادامهٔ بحث، نیازمند ارائه تعریف مستمری هستیم.

تعریف ۵ـ۸. به پرداخت‌های متوالی که بر اساس یک دستورالعمل مشخص از یک زمان شروع و تا پایان عمر (یا دورهٔ مشخص) ادامه پیدا می‌کند، مستمری گویند.

بر اساس شرایط بیمه‌نامه زمان شروع و اتمام مستمری مشخص می‌شود. مستمری‌های می‌توانند به‌صورت ثابت یا متغیر در بیمه‌نامه‌ها طراحی و عرضه شوند.

مدل ۵ـ۱. (بیمهٔ ازکارافتادگی فردی با پرداخت‌های ثابت و پیوسته) یک بیمهٔ ازکارافتادگی سه‌وضعیتی را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) بیمه‌گذار در x سالگی اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند،

(۲) طول قرارداد T سال است و بیمه‌گر مقدار $b(۱+j)^t dt$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t, t+dt)$ به‌عنوان مستمری ازکارافتادگی پرداخت می‌کند، که در آن j نرخ تورم ثابت است،

(۳) مدل بیمه‌نامهٔ ازکارافتادگی از نوع موقت (بخش ج، شکل ۵ـ۵) است،

(۴) انتقال بین وضعیت‌ها به‌صورت لحظه‌ای (زمان پیوسته) بررسی و بدون اعمال قیود تخصصی (نظیر دورهٔ انتظار، دورهٔ تعویق و غیره) اعمال می‌شوند.

(۵) تا زمانی‌که بیمه‌گذار در وضعیت فعال است، حق‌بیمه پرداخت می‌کند. حق‌بیمهٔ زمان عقد قرارداد $\pi_{\cdot}$ است که هر سال بر اساس نرخ تورم (ثابت j) مقدار آن افزایش و در ابتدای سال دریافت می‌شود.

بر اساس مفروضات مدل (۵ـ۱) زیان تصادفی این بیمه‌نامه هنگام صدور برابر

$$L_x = -\sum_{t=۰}^{T-۱} \pi_{\cdot}(۱+j)^t \nu^t I(Y_x(t)=a|Y_x(۰)=a) + \int_{۰}^{T} b(۱+j)^u \nu^u I(Y_x(u)=i|Y_x(۰)=a)du. \qquad (۵\text{ـ}۱)$$

است. ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۵ـ۱) برابر عبارت زیر است:

$$۰ = -\sum_{t=۰}^{T-۱} \pi_{\cdot}(۱+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa} + b\int_{۰}^{T} \nu^u (۱+j)^u \Phi(x,u)du$$

که در آن $\Phi(x,u) = P(Y_x(u)=i|Y_x(۰)=a)$ است. بنابراین حق‌بیمهٔ اولیه بیمه‌نامهٔ مدل (۵ـ۱) برابر

$$\pi_{\cdot} = \frac{b\int_{۰}^{T}(۱+j)^u \nu^u \Phi(x,u)du}{\sum_{t=۰}^{T-۱}(۱+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa}}$$

خواهد بود. به‌همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) بیمه‌گذار بر اساس وضعیت او در سال t ام برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} {}_tL_x^h &= -\sum_{k=\cdot}^{T-t-\text{۱}} \pi.(\text{۱}+j)^{t+k}\nu^t I(Y_x(t+k)=a|Y_x(t)=h) \\ &\quad + \int_\cdot^{T-t} b(\text{۱}+j)^{t+u}\nu^u I(Y_x(t+u)=i|Y_x(t)=h)du \end{aligned} \qquad (\text{۵ــ۲})$$

که در آن $h\in\{a,i\}$ است. مجدداً با استفاده از تعریف $\Phi(x,u)=P(Y_x(u)=i|Y_x(\cdot)=a)$ ذخیره ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h\in\{a,i\}$ برابر

$${}_t\nu_x^h = -\sum_{k=\cdot}^{T-t-\text{۱}} \pi.(\text{۱}+j)^{t+k}\nu^t {}_kp_{x+t}^{ha} + \int_\cdot^{T-t} b(\text{۱}+j)^{t+u}\nu^u\Phi(x+t,u)du \qquad (\text{۵ــ۳})$$

لازم به ذکر است در معادلهٔ (۵ــ۳) همواره ۱ $= .p_{x+t}^{aa}$ و ۰ $= .p_{x+t}^{ia}$ هستند.

مثال ۵ــ۲. بیمهٔ ازکارافتادگی موقت، ارائه‌شده در مدل (۵ــ۱) را که تنها مستمری ثابت $b=$ ۱۰۰ واحد را برای بیمه‌گذاران ازکارافتاده ارائه می‌کند، را در نظر بگیرید. تحت مفروضات

(۱) احتمال فوت ${}_tq_x$ یک بیمه‌گذار x ساله در سال t ام قراردادش، بر اساس مدل مرگ‌ومیر هیلمن‌پولادر با پارامترهای $a=$ ۰/۰۰۰۵۴، $b=$ ۰/۰۱۷، $c=$ ۰/۱۰۱، $d=$ ۰/۰۰۰۱۳، $e=$ ۱۰/۷۲، $f=$ ۱۸/۶۷، $g=$ ۰/۰۰۰۰۱۴۶۴ و $h=$ ۱/۱۱ محاسبه می‌شود،

(۲) احتمال فوت از وضعیت‌های «فعال» و «غیرفعال» به‌ترتیب ${}_sq_{x+t}^{aa}={}_sq_{x+t}$ و ${}_sq_{x+t}^{ii}=\text{۱/۲۵}\,{}_sq_{x+t}$ هستند،

(۳) احتمال ازکارافتادگی یک بیمه‌گذار که در سال t ام، برابر ${}_tp_x^{ai}=\text{۰/۰۰۲۲۳}\times\text{۱/۰۴۶۸}^{x+t}$ است،

(۴) احتمال «فعال» شدن بیمه‌گذاری که در سال t ام، «ازکارافتادگی» بوده است، برابر ${}_sp_{x+t}^{ia}=\text{۰/۰۵}I_{[\cdot,\text{۶۰}]}(x+t+s)$ است،

(۵) نرخ بهره و تورم به‌ترتیب برابر $i=$ ۰/۱۲ و $j=$ ۰/۱۰ هستند.

جدول ۵ـ۱: حق‌بیمه‌ی مربوط به مثال (۵ـ۲)

سن	طول قرارداد به سال				
	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
۳۰	۸/۷۸	۹/۴۴	۱۰/۰۹	۱۰/۷۴	۱۱/۴۰
۳۵	۱۰/۱۹	۱۰/۸۸	۱۱/۵۷	۱۲/۲۷	۱۳/۰۱
۴۰	۱۱/۶۴	۱۲/۳۸	۱۳/۱۴	۱۳/۹۳	۱۴/۷۸
۴۵	۱۳/۱۶	۱۳/۹۸	۱۴/۸۴	۱۵/۷۸	۱۶/۸۳
۵۰	۱۴/۷۸	۱۵/۷۲	۱۶/۷۶	۱۷/۹۵	۱۹/۳۶
۵۵	۱۶/۵۳	۱۷/۶۹	۱۹/۰۵	۲۰/۶۸	۲۲/۶۹

حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ۵۵$ ساله و دوره‌های $T = ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰$ محاسبه کنید.

حل. با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۵ـ۱) و نمودارهای (۵ـ۶) (۵ـ۷) این نتایج را نشان می‌دهند. □

تمرین ۵ـ۲. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مثال (۵ـ۲) را در نظر بگیرید. نشان دهید اگر حق‌بیمهٔ این بیمه‌نامه در ۲۰ قسط مساوی (نرخ تورم $j = ۰$ در نظر گرفته شود) دریافت شود، ذخیرهٔ ریاضی وضعیت فعال این بیمه‌نامه در طی قرارداد منفی خواهد شد. اما اگر تعداد اقساط را به ۱۵ قسط کاهش داده شود، این مشکل برطرف خواهد شد.

در بیمهٔ ازکارافتادگی ارائه‌شده در مدل (۵ـ۱) حق‌بیمه‌ها تا انتهای قرارداد (تنها در هنگام ازکارافتادگی) پرداخت می‌شد. اکنون مدل (۵ـ۱) به‌صورت زیر تصحیح می‌شود.

مدل ۵ـ۲. (بیمهٔ ازکارافتادگی فردی با پرداخت‌های پیوسته مبتنی بر درجه‌ی ازکارافتادگی و حق‌بیمهٔ محدود زمانی) یک بیمهٔ ازکارافتادگی سه‌وضعیتی را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) بیمه‌گذار در x سالگی اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند،

(۲) طول قرارداد T سال است و بیمه‌گر مقدار تصادفی $b(۱+j)^t Z_x(t)dt$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t, t+dt)$ به‌عنوان مستمری ازکارافتادگی پرداخت می‌کند، که در آن j نرخ تورم ثابت است،

(۳) مدل بیمه‌نامهٔ ازکارافتادگی از نوع موقت (بخش ج، شکل ۵ـ۵) است،

(۴) انتقال بین وضعیت‌ها به‌صورت لحظه‌ای (زمان پیوسته) بررسی و بدون اعمال قیود تخصصی (نظیر دورهٔ انتظار، دورهٔ تعویق و غیره) اعمال می‌شوند،

(۵) بیمه‌گذار برای m سال ($m < T$) و تنها در سال‌های که در وضعیت فعال است، حق‌بیمه پرداخت می‌کند. حق‌بیمهٔ زمان عقد قرارداد $\pi_۰$ است که هر سال بر اساس نرخ تورم (ثابت j) مقدار آن افزایش و در ابتدای سال دریافت می‌شود.

در معادلات بالا متغیر تصادفی نامنفی $Z_x(t)$ نشان‌دهندهٔ درجه ازکارافتادگی فردی که در x سالگی بیمه‌نامه را خریداری کرده و در $x+t$ سالگی ازکارافتاده شده است.

بر اساس مفروضات مدل (۵ـ۲) زیان تصادفی این بیمه‌نامه در هنگام صدور برابر

$$\begin{aligned} L_x &= -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi_۰(۱+j)^t \nu^t I(Y_x(t)=a|Y_x(۰)=a) \\ &\quad + \int_۰^T b(۱+j)^u Z_x(t)\nu^u I(Y_x(u)=i|Y_x(۰)=a)du. \end{aligned} \tag{۵ـ۴}$$

ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۵ـ۴) برابر عبارت زیر است:

$$۰ = -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi_۰(۱+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa} + b\int_۰^T \theta_x(t)(۱+j)^u\nu^u \Phi(x,u)du$$

که در آن $\Phi(x,u) = P(Y_x(u)=i|Y_x(۰)=a)$ و $\mathbf{E}(Z_x(t)) = \theta_x(t)$ است. بنابراین حق‌بیمهٔ اولیه این بیمه‌نامه برابر

$$\pi_۰ = \frac{b\int_۰^T \theta_x(t)(۱+j)^u\nu^u\Phi(x,u)du}{\sum_{t=۰}^{m-۱}(۱+j)^t\nu^t {}_tp_x^{aa}} \tag{۵ـ۵}$$

خواهد بود. به‌همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) بیمه‌گذار بر اساس وضعیت او در

سال t ام برابر عبارت زیر است:

$$\begin{aligned} {}_tL_x^h &= -\sum_{k=0}^{\max\{m-t-1,0\}} \pi_0(1+j)^{t+k}\nu^t I(Y_x(t+k)=a|Y_x(t)=h) \\ &\quad + \int_0^{T-t} bZ_x(t)(1+j)^{t+u}\nu^u I(Y_x(t+u)=i|Y_x(t)=h)du \end{aligned} \tag{۵-۶}$$

که در آن $h \in \{a,i\}$ است. مجدداً با استفاده از تعریف $\Phi(x,u) = P(Y_x(u) = i|Y_x(0) = a)$ ذخیرهٔ ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h \in \{a,i\}$ برابر

$$\begin{aligned} {}_t\nu_x^h &= -\sum_{k=0}^{\max\{m-t-1,0\}} \pi_0(1+j)^{t+k}\nu^t {}_kp_{x+t}^{ha} \\ &\quad + \int_0^{T-t} b\theta_x(t)(1+j)^{t+u}\nu^u\Phi(x+t,u)du \end{aligned} \tag{۵-۷}$$

است. لازم به ذکر است در معادلهٔ (۵ــ۷) همواره $p_{x+t}^{aa} = 1$ و $p_{x+t}^{ia} = 0$ هستند.

مثال ۵ــ۳. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۵ــ۲) تحت مفروضات مثال (۵ــ۲) ، $m = T - 2$ و فرض اینکه درجهٔ ازکارافتادگی یک متغیر تصادفی گسسته با تابع احتمال

$$P(Z_x(t) = 0/25) = 2P(Z_x(t) = 0/5) = 3P(Z_x(t) = 1) = 6/11$$

است، حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = 30, 35, 40, 45$ ساله و دوره‌های $T = 10, 15, 20$ محاسبه کنید.

حل. با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۵ــ۲) و نمودارهای (۵ــ۸) و (۵ــ۹) این نتایج را نشان می‌دهند. □

شاید یکی از مهم‌ترین مشکلات به‌کارگیری مدل (۵ــ۲) وجود متغیر درجهٔ ازکارافتادگی بیمه‌گذاران است. در زیر یک رویکرد نسبتاً ساده برای حل این مشکل ارائه می‌شود.

نکتهٔ ۵ــ۱. اگر درجه ازکارافتادگی یک بیمه‌گذار x ساله در سال t قراردادش را یک متغیر تصادفی دوجمله‌ای در نظر بگیریم، آنگاه $\mathbf{E}(Z_x(t)) = p_{x,t}$ خواهد بود، که در آن $p_x(t)$

جدول ۵ـ۲: حق‌بیمهٔ مربوط به مثال (۵ـ۳)

سن	طول قرارداد به سال				
	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
۳۰	۳/۱۳	۲/۵۴	۲/۱۸	۱/۹۲	۱/۷۳
۳۵	۳/۶۳	۲/۹۴	۲/۵۲	۲/۲۲	۲/۰۰
۴۰	۴/۱۶	۳/۳۶	۲/۸۸	۲/۵۴	۲/۳۰
۴۵	۴/۷۱	۳/۸۰	۳/۲۶	۲/۸۹	۲/۶۴
۵۰	۵/۲۸	۴/۲۸	۳/۶۹	۳/۳۰	۳/۰۴
۵۵	۵/۸۹	۴/۸۰	۴/۱۸	۳/۸۰	۳/۵۶

احتمال ازکارافتادگی او است. اکنون می‌توان با استفاده از روش‌های رگرسیونی یک مدل مناسب برای محاسبهٔ $\mathbf{E}(Z_x(t))$ ارائه نمود.

اکنون با استفاده از یک مثال، چگونگی بکارگیری نکتهٔ (۵ـ۱) را مورد بحث قرار خواهیم داد.

مثال ۵ـ۴. مطالعات بیم‌سنج یک شرکت نشان داده است که احتمال ازکارافتادگی یک بیمه‌گذار x ساله را در سال t ام قراردادش، را می‌توان به کمک مدل رگرسیون لوژستیک

$$logit(p_x(t)) \;=\; ۰/۰۱x + ۰/۰۸t \qquad (۵ـ۸)$$

محاسبه نمود. تحت مفروضات مثال (۵ـ۳) حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ۵۰, ۵۵$ ساله و دوره‌های $T = ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰$ محاسبه کنید.

حل. با استفاده از معادله‌ی (۵ـ۸) متوسط درجه ازکارافتادگی برابر

$$\mathbf{E}(Z_x(t)) \;=\; \frac{e^{۰/۰۱x+۰/۰۸t}}{۱ + e^{۰/۰۱x+۰/۰۸t}}$$

خواهد بود. بعد از جای‌گذاری عبارت بالا، به‌جای $\theta_x(t)$ در معادله‌های (۵ـ۵) و (۵ـ۷) به‌ترتیب می‌توان حق‌بیمهٔ سال اول و ذخایر ریاضی بیمه‌نامه را محاسبه نمود.

با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۵ـ۳) و نمودارهای (۵ـ۱۰) و (۵ـ۱۱) این نتایج را نشان می‌دهند. □

جدول ۵ـ۳: حق‌بیمهٔ مربوط به مثال (۵ـ۴)

سن	طول قرارداد به سال				
	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
۳۰	۳/۹۵	۳/۲۱	۲/۷۵	۲/۴۳	۲/۱۹
۳۵	۴/۶۹	۳/۸۰	۳/۲۵	۲/۸۷	۲/۵۹
۴۰	۵/۴۸	۴/۴۳	۳/۷۹	۳/۳۵	۳/۰۳
۴۵	۶/۳۲	۵/۱۱	۴/۳۸	۳/۸۹	۳/۵۵
۵۰	۷/۲۳	۵/۸۶	۵/۰۵	۴/۵۲	۴/۱۷
۵۵	۸/۲۲	۶/۷۰	۵/۸۴	۵/۳۰	۴/۹۷

نکتهٔ ۵ـ۲. لازم به ذکر است رویکرد ارائه‌شده مبتنی بر نکتهٔ (۵ـ۱) در مثال (۵ـ۴) را به سادگی می‌توان با استفاده از مدل‌های رگرسیون لوژستیک ترتیبی (یا سایر روش‌های مدل‌سازی) به حالت‌های کلی‌تر که درجهٔ ازکارافتادگی چندین سطح دارد، تعمیم داد.

مدل‌های که تاکنون بررسی کردیم، مزایا در لحظه از زمانی که ازکارافتادگی واقع شود، فعال می‌شوند. ممکن است در عمل چنین فرضی در نظر گرفته نشود. در ادامه مدلی را بررسی می‌کنیم که تنها در انتهای هر سال قرارداد، وضعیت بیمه‌گذاران بررسی و در صورت ازکارافتادگی، مزایا به بیمه‌گذاران پرداخت می‌شود.

مدل ۵ـ۳. (بیمهٔ ازکارافتادگی فردی با پرداخت‌های گسسته مبتنی بر درجهٔ ازکارافتادگی و حق بیمهٔ محدود زمانی) یک بیمهٔ ازکارافتادگی سه‌وضعیتی را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) بیمه‌گذار در x سالگی اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند،

(۲) طول قرارداد T سال است و بیمه‌گر مقدار تصادفی $b(1+j)^t Z_x(t)dt$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t, t+dt)$ به‌عنوان مستمری ازکارافتادگی پرداخت می‌کند، که در آن j نرخ تورم ثابت است،

(۳) مدل بیمه‌نامهٔ ازکارافتادگی از نوع موقت (بخش ج، شکل ۵ـ۵) است،

(۴) انتقال بین وضعیت‌ها تنها در انتهای هر سال بررسی و اعمال می‌شوند، همچنین قیود تخصصی (نظیر دورهٔ انتظار، دورهٔ تعویق و غیره) اعمال نمی‌شوند.

(۵) بیمه‌گذار برای m سال ($m < T$) و تنها در سال‌های که در وضعیت فعال است، حق‌بیمه پرداخت می‌کند. حق‌بیمهٔ زمان عقد قرارداد $\pi.$ است، که هر سال بر اساس نرخ تورم (ثابت j) مقدار آن افزایش و در ابتدای سال دریافت می‌شود.

در معادلات بالا متغیر تصادفی نامنفی $Z_x(t)$ نشان‌دهندهٔ درجهٔ ازکارافتادگی فردی که در x سالگی بیمه‌نامه را خریداری کرده و در سن $x+t$ سالگی ازکارافتاده شده است.

بر اساس مفروضات مدل (۵ــ۳) زیان تصادفی این بیمه‌نامه هنگام صدور برابر

$$
\begin{aligned}
L_x &= -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi.(۱+j)^t \nu^t I(Y_x(t)=a|Y_x(۰)=a) \\
&+\sum_{t=۰}^{T} b(۱+j)^t Z_x(t)\nu^t I(Y_x(t)=i|Y_x(۰)=a).
\end{aligned}
\tag{۵ــ۹}
$$

ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۵ــ۹) برابر عبارت زیر است:

$$
۰ = -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi.(۱+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa} + b\sum_{t=۰}^{T} \theta_x(t)(۱+j)^t\nu^t {}_tp_x^{ai}
$$

که در آن ${}_tp_x^{ai} = P(Y_x(u)=i|Y_x(۰)=a)$ و $\mathbf{E}(Z_x(t)) = \theta_x(t)$ است. بنابراین حق‌بیمهٔ اولیه این بیمه‌نامه برابر

$$
\pi. = \frac{b\sum_{t=۰}^{T} \theta_x(t)(۱+j)^t\nu^t {}_tp_x^{ai}}{\sum_{t=۰}^{m-۱} (۱+j)^t\nu^t {}_tp_x^{aa}}
$$

خواهد بود. به‌همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) بیمه‌گذار بر اساس وضعیت او در سال t ام برابر عبارت زیر است:

$$
\begin{aligned}
{}_tL_x^h &= -\sum_{k=۰}^{\max\{m-t-۱,۰\}} \pi.(۱+j)^{t+k}\nu^t I(Y_x(t+k)=a|Y_x(t)=h) \\
&+\sum_{k=۰}^{T-t} bZ_x(t)(۱+j)^{t+k}\nu^k I(Y_x(t+k)=i|Y_x(t)=h)
\end{aligned}
\tag{۵ــ۱۰}
$$

که در آن $h \in \{a, i\}$ است. مجدداً با استفاده از تعریف ${}_tp_x^{ai} = P(Y_x(t) = i | Y_x(\cdot) = a)$ ذخیرهٔ ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h \in \{a, i\}$ برابر

$$\begin{aligned} {}_t\nu_x^h &= -\sum_{k=\cdot}^{\max\{m-t-\text{۱},\cdot\}} \pi_\cdot (\text{۱}+j)^{t+k} \nu^t {}_kp_{x+t}^{ha} \\ &\quad + \sum_{k=\cdot}^{T-t} b\theta_x(t)(\text{۱}+j)^{t+k} \nu^k {}_kp_{x+t}^{hi}. \end{aligned} \qquad (\text{۵–۱۱})$$

لازم به ذکر است در معادلهٔ (۵ــ ۱۱) همواره ۱ $= {}_\cdot p_{x+t}^{aa}$ و ۰ $= {}_\cdot p_{x+t}^{ia}$ هستند.

نکتهٔ ۵ــ۳. احتمال‌های ${}_tp_x^{l_1 l_2}$ ، برای $l_1, l_2 \in \{a, i\}$ ، استفاده شده در مدل‌های این فصل، باید به کمک مارکف گسسته ارائه‌شده در الگوریتم (۱ ــ ۱) فصل اول، محاسبه شوند. همچنین اگر برای برخی از وضعیت‌ها اجازه حداکثر دو انتقال در یک‌واحد زمانی (یک‌سال) داده شود، باید از مفروضات (۱ ــ ۱) و نکتهٔ (۱ ــ ۸) برای محاسبهٔ احتمال‌ها استفاده کرد.

تمرین ۵ــ۳. مثال (۵ــ ۲) را تحت فرض پرداخت‌های گسسته و آخر سال مجدداً حل کنید

تمرین ۵ــ۴. مثال (۵ــ ۲) را تحت فرض پرداخت‌های گسسته و آخر سال مجدداً حل کنید

تمرین ۵ــ۵. بیمهٔ ازکارافتادگی را در نظر بگیرید که مدل آن دقیقاً همانند مدل (۵ــ ۳) است، تنها تفاوت در آن اجازهٔ فسخ به بیمه‌گذار در طی قرارداد است (شکل ۵ــ ۱۲ را ملاحظه کنید). محاسبات بیم‌سنجی این بیمه‌نامه را انجام دهید.

پروژهٔ ۵ــ ۱. محاسبات بیم‌سنج یک شرکت بیمه که اقدام به فروش بیمه‌نامه ازکارافتادگی موقت با طول دورهٔ T ساله می‌کند، نشان می‌دهد که متغیر تصادفی $Z_x(t)$ که درجهٔ ازکارافتادگی را نشان می‌دهد، از توزیع بتا با پارامترهای $Beta(\alpha_x(t), \beta_x(t))$ پیروی می‌کند.

اگر میانگین، واریانس و چولگی درجهٔ ازکارافتادگی، که به ترتیب برابر

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(Z_x(t)) &= \frac{\alpha_x(t)}{\alpha_x(t)+\beta_x(t)} \\
\mathbf{V}ar(Z_x(t)) &= \frac{\alpha_x(t)\beta_x(t)}{(\alpha_x(t)+\beta_x(t))^۲(\alpha_x(t)+\beta_x(t)+۱)} \\
\mathbf{E}(Z_x(t)) &= \frac{۲(\beta_x(t)-\alpha_x(t))\sqrt{\alpha_x(t)+\beta_x(t)+۱}}{(\alpha_x(t)+\beta_x(t)+۲)\sqrt{\alpha_x(t)\beta_x(t)}}
\end{aligned}$$

هستند، توابعی صعودی نسبت به x و t باشند. ابتدا با تقریب دو پارامتر این توزیع به‌صورت ضربی

$$\begin{aligned}
\alpha_x(t) &= \alpha_x\delta_۱(t) \\
\beta_x(t) &= \beta_x\delta_۲(t)
\end{aligned}$$

سعی کنید، فرم تابعی مناسب برای α_x، $\delta_۱(t)$، β_x، و $\delta_۲(t)$ در نظر بگیرید. اکنون تحت مفروضات مثال (۵ـ۲) حق‌بیمهٔ قسطی و ذخیرهٔ ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کنید.

تمرین ۵ـ۶. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده تحت مدل (۵ـ۳) را از حالت موقت به حالت دائم تغییر دهید (یعنی برای تمام $h = ۱,۲,\cdots$ ، ${}_hp_x^{ia} = ۰$ است). تحت مفروضات

$$\begin{aligned}
\mu_x^{ai}(t) &= ۰/۰۰۰۴ + ۱۰^{۰/۰۶(x+t)-۵/۴۶} \\
\mu_x^{ad}(t) &= ۰/۰۰۰۵ + ۱۰^{۰/۰۳۸(x+t)-۴/۱۲} \\
\mu_x^{id}(t) &= ۱/۲۵\mu_x^{ad}(t)
\end{aligned}$$

و سایر مفروضات ارائه‌شده در مثال (۵ـ۴) حق‌بیمه و ذخایر ریاضی وضعیت‌های این بیمه‌نامه را محاسبه کنید.

اکنون به مطالعه بیمه‌های ازکارافتادگی گروهی می‌پردازیم.

مدل ۵ـ۴. (بیمهٔ ازکارافتادگی گروهی با پرداخت‌های پیوسته مبتنی بر درجهٔ ازکارافتادگی و حق‌بیمهٔ محدود زمانی) بیمه‌نامهٔ ازکارافتادگی با شرایط زیر را در نظر بگیرید:

(۱) بیمه‌گذار در x سالگی اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند،

(۲) طول قرارداد T سال است و بیمه‌گر مقدار تصادفی $b(۱+j)^t Z_x(t)dt$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t, t+dt)$ به‌عنوان مستمری ازکارافتادگی پرداخت می‌کند، که در آن j نرخ تورم ثابت است،

(۳) مدل بیمه‌نامهٔ ازکارافتادگی از نوع موقت (بخش ج، شکل **۵ـ۵**) است،

(۴) انتقال بین وضعیت‌ها به‌صورت لحظه‌ای (زمان پیوسته) بررسی و بدون اعمال قیود تخصصی (نظیر دوره انتظار، دوره تعویق و غیره) اعمال می‌شوند.

(۵) بیمه‌گذار برای m سال $(m < T)$ و تنها در سال‌های که در وضعیت فعال است، حق‌بیمه پرداخت می‌کند. حق‌بیمهٔ زمان عقد قرارداد $\pi.$ است که هر سال بر اساس نرخ تورم (ثابت j) مقدار آن افزایش و در ابتدای سال دریافت می‌شود،

(۶) این بیمه‌نامه به‌صورت گروهی با حداقل اندازهٔ $n^\star$ نفر در هر سال قرارداد، عرضه می‌شود،

(۷) توزیع سنی بیمه‌گذاران از توزیع یکنواخت پیوسته $Unif(\alpha, \beta)$ پیروی می‌کند،

(۸) اندازهٔ گروه در سال t ام قرارداد از توزیع پوآسون همگن با نرخ $\lambda h(t)$ ، که در آن $h(t) : (۰, \infty) \to [۰, ۱]$ یک تابع نزولی معلوم است، پیروی می‌کند.

فرض کنید متغیر شمارشی M_t اندازهٔ گروه بیمه‌نامهٔ (۵ـ۴) در سال t ام قرارداد نشان دهد. بنابراین زیان تصادفی این بیمه‌نامه در هنگام صدور برابر

$$L_{Group} = -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi.(۱+j)^t \nu^t M_t I(M_t \geq n^\star) I(Y_X(t) = a | Y_X(۰) = a) + \int_۰^T bZ_X(t)(۱+j)^u \nu^u M_t I(M_t \geq n^\star) I(Y_X(u) = i | Y_X(۰) = a) du. \quad (۵ـ۱۲)$$

ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۵ـ۱۲) برابر عبارت زیر است:

$$\nu_{Group} = -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi.(۱+j)^t \nu^t G_t(n^\star) H^{aa}(t) + \int_۰^T bK(u)(۱+j)^u \nu^u G_t(n^\star) H^{ai}(u) du.$$

که در آن

$$\begin{aligned} G_t(n^\star) &= \mathbf{E}(M_t I(M_t \geq n^\star)) = \sum_{l=n^\star}^{\infty} \frac{e^{-\lambda h(t)}(\lambda h(t))^l}{(l-۱)!} \\ H^{l_۱ l_۲}(t) &= \frac{\int_\alpha^\beta P(Y_x(t)=l_۲ | Y_x(۰)=l_۱)dx}{\beta-\alpha} \\ K(t) &= \frac{\int_\alpha^\beta \theta_x(t)dx}{\beta-\alpha} \end{aligned}$$

برای وضعیت‌ها $l_۱, l_۲ \in \{a, i\}$ هستند. بنابراین حق‌بیمهٔ اولیه این بیمه‌نامه برابر

$$\pi_۰ = \frac{\int_۰^T bK(u)(۱+j)^u \nu^u G_t(n^\star) H^{ai}(u)du}{\sum_{t=۰}^{m-۱}(۱+j)^t \nu^t G_t(n^\star) H^{aa}(t)}$$

خواهد بود. به همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) هر فرد گروه بر اساس وضعیت او در سال t ام برابر عبارت زیر است:

$$\begin{aligned} {}_tL^h_{Group} &= -\sum_{k=۰}^{\max\{m-t-۱,۰\}} \pi_۰(۱+j)^{t+k}\nu^k M_{t+k} I(M_{t+k} \geq n^\star) I(Y_X(t+k)=a|Y_X(t)=h) \\ &+ \int_۰^{T-t} bZ_{x+t}(u)(۱+j)^{t+u}\nu^u M_{t+k} I(M_{t+k} \geq n^\star) I(Y_x(t+u)=i|Y_x(t)=h)du \end{aligned}$$

که در آن $h \in \{a, i\}$ است. ذخیرهٔ ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h \in \{a, i\}$ برابر

$$\begin{aligned} {}_t\nu^h_{Group} &= -\sum_{k=۰}^{\max\{m-t-۱,۰\}} \pi_۰(۱+j)^{t+k}\nu^k G_{t+k}(n^\star) H^{ha}(k) \\ &+ \int_۰^{T-t} bK(u)(۱+j)^{t+u}\nu^u G_t(n^\star) H^{hi}(u)du. \end{aligned} \quad (۵\text{ــ}۱۳)$$

لازم به ذکر است در معادلهٔ (۵ــ۷) همواره $H^{ia}(۰) = ۰$ و $H^{aa}(۰) = ۱$ هستند.

نکتهٔ ۵ـ۴. اگر در بیمه‌نامهٔ گروهی ارائه‌شده در مدل (۵ـ۴) هیچ قیدی بر روی تعداد بیمه‌گذاران وجود نداشته باشد، در تمامی معادلات بالا $G_t(\cdot) = \mathbf{E}(M_t) = \lambda h(t)$ جایگزین $G_t(n^\star)$ خواهد شد. بنابراین حق‌بیمهٔ سال عقد قرارداد برابر

$$\pi_\cdot = \frac{\int_\cdot^T bK(u)(1+j)^u \nu^u h(t) H^{ai}(u) du}{\sum_{t=\cdot}^{m-1} (1+j)^t \nu^t h(t) H^{aa}(t)}$$

خواهد بود.

تمرین ۵ـ۷. بیمهٔ گروهی ارائه‌شده در مدل (۵ـ۴) که به‌صورت تمام‌عمر ($T = 20$) ارائه می‌شود، را در نظر بگیرید. تحت مفروضات مثال (۵ـ۴) و با فرض $\mathbf{E}(M_t) = 100e^{-0.04t}$ برای دو حالت: (۱) $n^\star = 0$ و (۲) $n^\star = 50$ حق‌بیمهٔ قسطی با تعداد ۱۵ قسط برابر (نرخ بهره صفر درصد) به همراه ذخیرهٔ ریاضی دو وضعیت «فعال» و «غیرفعال» را محاسبه کنید.

تمرین ۵ـ۸. بیمهٔ گروهی ارائه‌شده تحت مدل (۵ـ۴) را در نظر بگیرید. اگر توزیع سنی بیمه‌گذاران از توزیع گاما $Gamma(\alpha, \beta)$ پیروی کند. محاسبات بیم‌سنجی این بیمه‌نامه را انجام دهید.

نکتهٔ ۵ـ۵. لازم به ذکر است در بیمه‌های گروهی سلامت همانند بیمه‌های غیرزندگی، بیمه‌گر برای خسارت‌های واقع‌شده ولی گزارش‌نشده (IBNR) و خسارت‌های گزارش‌شده ولی تسویه‌نشده (RBNS) ملزم به ذخیره‌گیری ریاضی است. برای آشنایی بیشتر با این روش‌ها به پاینده (۱۳۹۹) مراجعه کنید.

در تمامی بیمه‌های ازکارافتادگی ارائه‌شده در این فصل، اگر بیمه‌گذار در طی مدت قرارداد فوت کند، تمامی مزایای او قطع می‌شود. در صنعت بیمه نوعی قرارداد بیمه‌ای عرضه می‌شود، که بر اساس آن، اگر بیمه‌گذاری از وضعیت ازکارافتادگی (در ادبیات این بیمه‌نامه از آن با عنوان وضعیت «بیماری صعب‌العلاج» یاد می‌کنیم) فوت کند، مبلغی ثابت با عنوان «سرمایهٔ فوت بیماری صعب‌العلاج» دریافت می‌کند. در بخش بعدی این بیمه‌نامه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۵ـ۳ بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج

بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج نوعی بیمه‌نامه است که در صورت ابتلای بیمه‌گذار به یکی از بیماری‌های مندرج در بندهای اختصاصی قرارداد (بیماری‌های خاص یا صعب‌العلاج)، بیمه‌گر (تمام یا بخشی از) هزینه‌ها او را پرداخت می‌کند. همچنین در صورت فوت بیمه‌گذار به علت آن بیماری، بیمه‌گر به بازماندگان او مبلغی تحت عنوان سرمایه فوت بیماری صعب‌العلاج، پرداخت می‌کند. برخی از معروف‌ترین بیماری‌های صعب‌العلاج، عبارت‌ند از: انواع سرطان‌ها، سکتهٔ مغزی، سکتهٔ قلبی، اعمال جراحی عروق کرونر، پیوند اعضای اصلی بدن و بیماری اماس است. همانند بیمهٔ ازکارافتادگی این بیمه‌نامه به‌صورت مستقل یا الحاقیه عرضه می‌شود.

از نظر مدل‌سازی بیم‌سنجی بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج شباهت زیادی به بیمهٔ ازکارافتادگی دارد. تنها تفاوت‌های آن‌ها در نام‌گذاری وضعیت i در دو بیمه‌نامه (در یکی آن‌را وضعیت «غیرفعال» و در دیگری آن‌را وضعیت «بیماری صعب‌العلاج» می‌نامیم) و سرمایهٔ فوت در صورتی‌که فوت از وضعیت i است. به همین دلیل در این نوع بیمه‌نامه دو نوع وضعیت «فوت» باید در نظر گرفته شود. وضعیت «فوت از وضعیت بیماری صعب‌العلاج» که آن‌را با نماد $\mathrm{d(i)}$ اگر در طی مدت قرارداد واقع شود، ورثهٔ بیمه‌گذار مبلغی تحت عنوان «سرمایهٔ فوت بیماری صعب‌العلاج» از بیمه‌گر دریافت می‌کنند. اما در وضعیت «فوت از وضعیت فعال» که آن‌را با نماد $\mathrm{d(a)}$ نمایش می‌دهیم، بیمه‌گر سرمایهٔ فوت پرداخت نمی‌کند.

مدل ۵ـ۵. (بیمهٔ بیماری صعب‌العلاج با پرداخت‌های پیوسته مبتنی بر درجهٔ بیماری و حق‌بیمهٔ محدود زمانی) یک بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج چهاروضعیتی را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) بیمه‌گذار در x سالگی اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند،

(۲) طول قرارداد T سال است و بیمه‌گر مقدار تصادفی $b(1+j)^t Z_x(t)dt$ واحد پولی را برای بازهٔ $[t, t+dt)$ به‌عنوان بازپرداخت هزینه‌های بیماری صعب‌العلاج پرداخت می‌کند، که در آن j نرخ تورم ثابت است،

(۳) در صورت فوت بیمه‌گذاری از وضعیت «بیماری صعب‌العلاج» و به دلیل بیماری صعب‌العلاج، بیمه‌گر مقدار cdt واحد پولی را برای بازه $[t, t+dt)$ به‌عنوان سرمایهٔ فوت بیماری صعب‌العلاج پرداخت می‌کند،

(۴) مدل بیمه‌نامهٔ از نوع موقت (شکل ۵ـ۱۳) است،

(۵) انتقال بین وضعیت‌ها به‌صورت لحظه‌ای (زمان پیوسته) بررسی و بدون اعمال قیود تخصصی (نظیر دورهٔ انتظار، دورهٔ تعویق و غیره) اعمال می‌شوند.

(۶) بیمه‌گذار برای m سال $(m < T)$ و تنها در سال‌های که در وضعیت فعال است، حق‌بیمه پرداخت می‌کند. حق‌بیمهٔ زمان عقد قرارداد $\pi.$ است که هر سال بر اساس نرخ تورم (ثابت j) مقدار آن افزایش و در ابتدای سال دریافت می‌شود.

بر اساس مفروضات مدل (۵ـ۵) زیان تصادفی این بیمه‌نامه در هنگام صدور برابر

$$\begin{aligned} L_x &= -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi.(۱+j)^t \nu^t I(Y_x(t)=a|Y_x(۰)=a) \\ &\quad + \int_۰^T bZ_x(u)(۱+j)^u \nu^u I(Y_x(u)=i|Y_x(۰)=a)du \\ &\quad + \int_۰^T c\nu^u I(Y_x(u)=d(i)|Y_x(۰)=a)du. \end{aligned} \qquad (۵\text{ـ}۱۴)$$

ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۵ـ۱۴) برابر عبارت زیر است:

$$۰ = -\sum_{t=۰}^{m-۱} \pi.(۱+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa} + b\int_۰^T \theta_x(t)(۱+j)^u \nu^u \Phi(x,u)du + c\int_۰^T \nu^u \Phi^\star(x,u)du$$

که در آن $\Phi(x,u) = P(Y_x(u)=i|Y_x(۰)=a)$، $\Phi^\star(x,u) = P(Y_x(u)=d(i)|Y_x(۰)=a)$ و $\mathbf{E}(Z_x(t)) = \theta_x(t)$ است. بنابراین حق‌بیمهٔ اولیه این بیمه‌نامه برابر

$$\pi. = \frac{b\int_۰^T \theta_x(t)(۱+j)^u \nu^u \Phi(x,u)du + c\int_۰^T \nu^u \Phi^\star(x,u)du}{\sum_{t=۰}^{m-۱} (۱+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa}}$$

خواهد بود. به‌همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) بیمه‌گذار بر اساس وضعیت او در

سال t ام برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} {}_tL_x^h \;=\; & -\sum_{k=\cdot}^{\max\{m-t-\text{۱},\cdot\}} \pi_\cdot(\text{۱}+j)^{t+k}\nu^t I(Y_x(t+k)=a|Y_x(t)=h) \\ & +\int_\cdot^{T-t} bZ_x(t)(\text{۱}+j)^{t+u}\nu^u I(Y_x(t+u)=i|Y_x(t)=h)du \\ & +\int_\cdot^{T-t} c\nu^u I(Y_x(t+u)=d(i)|Y_x(t)=h)du \qquad (\text{۵–۱۵}) \end{aligned}$$

که در آن $h\in\{a,i\}$ است. ذخیرهٔ ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h\in\{a,i\}$ برابر

$$\begin{aligned} {}_t\nu_x^h \;=\; & -\sum_{k=\cdot}^{\max\{m-t-\text{۱},\cdot\}} \pi_\cdot(\text{۱}+j)^{t+k}\nu^t {}_kp_{x+t}^{ha} \qquad (\text{۵–۱۶}) \\ & +\int_\cdot^{T-t} b\theta_x(t)(\text{۱}+j)^{t+u}\nu^u\Phi(x+t,u)du+\int_\cdot^{T-t} c\nu^u\Phi^\star(x+t,u)du. \end{aligned}$$

لازم به ذکر است در معادلهٔ (۵ـ۱۶) همواره ۱ $= p_{x+t}^{aa}$. و ۰ $= p_{x+t}^{ia}$. هستند.

اکنون به مطالعه بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج در حالت پرداخت‌های گسسته می‌پردازیم.

مدل ۵ـ۶. (بیمهٔ بیماری صعب‌العلاج با پرداخت‌های گسسته مبتنی بر درجهٔ بیماری) فرض کنید وقوع یا عدم‌وقوع انتقال بین وضعیت‌ها در مدل (۵ـ۵) تنها در انتهای هر سال بررسی و بر اساس آن مزایا پرداخت می‌شوند.

قبل از انجام هر گونه محاسبهٔ بیم‌سنجی، ذکر نکته زیر ضروری است.

نکتهٔ ۵ـ۶. در مدل (۵ـ۶) وضعیت بیمه‌گذار تنها در انتهای هر سال بررسی و بر اساس آن مزایا پرداخت می‌شود. بر اساس این بیمه‌نامه اگر بیمه‌گذاری از وضعیت i فوت کند، سرمایهٔ فوت دریافت می‌کند. همچنین ورثهٔ فردی که در ابتدای سال در وضعیت a در طول سال به وضعیت i منتقل و تا قبل از اتمام سال فوت کند، می‌توانند درخواست سرمایهٔ فوت کنند. اما اگر او در ابتدای سال در وضعیت i در طول سال به وضعیت a منتقل و تا قبل از اتمام سال فوت کند، می‌توانند درخواست سرمایه فوت کنند. بنابراین اگر بر اساس رویکرد مارکف گسسته معمولی، مدل بیم‌سنجی این محصول را پایه‌ریزی کنیم، محاسبات کاملاً نادرست است. زیرا در مدل معمولی مارکف گسسته، در هر

سال حداکثر یک انتقال مجاز است. به‌عبارت‌دیگر اگر بیمه‌گذاری در ابتدای سال در وضعیت a در طول سال در وضعیت i منتقل شود و قبل از پایان سال فوت کند، به کمک رویکرد سنتی تنها می‌توان انتقال $a \to d(a)$ را در نظر گرفت، حال آنکه انتقال صحیح $a \to i \to d(i)$ است. به همین ترتیب، اگر او در ابتدای سال در وضعیت i در طول سال در وضعیت $i \to d(i)$ منتقل و قبل از پایان سال فوت کند، به کمک رویکرد سنتی تنها می‌توان انتقال $i \to d(i)$ را در نظر گرفت، درصورتی‌که انتقال صحیح $i \to a \to d(a)$ است. به‌همین دلیل در اینجا از مدل مارکف گسسته تعمیم‌یافته (۱ـ۱) ارائه‌شده در فصل اول، استفاده می‌کنیم.

بر اساس مفروضات مدل (۵ـ۶) زیان تصادفی این بیمه‌نامه در هنگام صدور برابر

$$
\begin{aligned}
L_x &= -\sum_{t=0}^{m-1} \pi_0(1+j)^t \nu^t I(Y_x(t)=a|Y_x(0)=a) \\
&\quad + \sum_{t=0}^{T} bZ_x(t)(1+j)^t \nu^t I(Y_x(t)=i|Y_x(0)=a) \\
&\quad + \sum_{t=0}^{T} c\nu^t I(Y_x(u)=d(i)|Y_x(0)=a).
\end{aligned} \tag{۵ـ۱۷}
$$

ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۵ـ۱۷) برابر عبارت زیر است:

$$
0 = -\sum_{t=0}^{m-1} \pi_0(1+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa} + b\sum_{t=0}^{T} \theta_x(t)(1+j)^t \nu^t {}_tp_x^{ai} - c\sum_{t=0}^{T} \nu^t {}_tp_x^{ad(i)}
$$

که در آن $\mathbf{E}(Z_x(t)) = \theta_x(t)$ است. بنابراین حق‌بیمهٔ اولیه این بیمه‌نامه برابر

$$
\pi_0 = \frac{b\sum_{t=0}^{T} \theta_x(t)(1+j)^t \nu^t {}_tp_x^{ai} + c\sum_{t=0}^{T} \nu^t {}_tp_x^{ad(i)}}{\sum_{t=0}^{m-1} (1+j)^t \nu^t {}_tp_x^{aa}}
$$

خواهد بود. به همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) بیمه‌گذار بر اساس وضعیت او در

سال t ام برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} {}_tL_x^h &= -\sum_{k=۰}^{\max\{m-t-۱,۰\}} \pi.(۱+j)^{t+k}\nu^t I(Y_x(t+k)=a|Y_x(t)=h) \\ &+\sum_{k=۰}^{T-t} bZ_x(k)(۱+j)^{t+k}\nu^k I(Y_x(t+k)=i|Y_x(t)=h) \\ &+\sum_{k=۰}^{T-t} c\nu^k I(Y_x(t+k)=d(i)|Y_x(t)=h) \qquad (۱۸\text{ـ}۵) \end{aligned}$$

که در آن $h \in \{a,i\}$ است. ذخیرهٔ ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h \in \{a,i\}$ برابر

$$\begin{aligned} {}_t\nu_x^h &= -\sum_{k=۰}^{\max\{m-t-۱,۰\}} \pi.(۱+j)^{t+k}\nu^t{}_kp_{x+t}^{ha} + \sum_{k=۰}^{T-t} b\theta_x(k)(۱+j)^{t+k}\nu^k{}_kp_{x+t}^{hi} \\ &+\sum_{k=۰}^{T-t} c\nu^k{}_kp_{x+t}^{hd(i)}. \qquad (۱۹\text{ـ}۵) \end{aligned}$$

لازم به ذکر است در معادلهٔ (۵ـ۱۹) همواره $._{}p_{x+t}^{aa}=۱$ ، $._{}p_{x+t}^{ia}=۰$ ، $._{}p_{x+t}^{ad(i)}=۰$ و $._{}p_{x+t}^{id(i)}=۰$ هستند.

بر اساس نکتهٔ (۵ـ۶) و با استفاده از مثال (۱ـ۱۰) می‌توان احتمال وقوع دو سناریوی بررسی‌شده در این نکته را به‌صورت زیر محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} q_y^{ai} &= P(Y_y(۱)=d(i)\ \&\ Y_y(s)=i|Y_y(۰)=a)=\omega_y\frac{q_y^{ii}}{۲} \\ q_y^{ia} &= P(Y_y(۱)=d\ \&\ Y_y(s)=a|Y_y(۰)=i)=r_y\frac{q_y^{aa}}{۲} \end{aligned}$$

که در آن‌ها $s\in(۰,۱)$ ، ω_y و r_y به ترتیب احتمال «بیمار صعب‌العلاج» شدن و احتمال «فعال» شدن، هستند. بنابراین احتمال‌های مورد نیاز برای انجام محاسبات بالا به‌صورت

زیر محاسبه می‌شوند:

$$
\begin{aligned}
{}_{t+1}p_y^{ad(i)} &= {}_tp_y^{aa}q_{y+t}^{ai} + {}_tp_y^{ai}q_{y+t}^{ii} = \left[{}_tp_y^{aa}\omega_y\frac{1}{2} + {}_tp_y^{ai}\right]q_{y+t}^{ii}\\
{}_{t+1}p_y^{id(i)} &= {}_tp_y^{ia}q_{y+t}^{ai} + {}_tp_y^{ii}q_{y+t}^{ii} = \left[{}_tp_y^{ia}\omega_y\frac{q_{y+t}^{ii}}{2} + {}_tp_y^{ii}\right]q_{y+t}^{ii}.
\end{aligned}
$$

سایر احتمال‌ها بر اساس الگوریتم (۱ـ۱) فصل اول، محاسبه می‌شوند.

تمرین ۵ـ۹. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۵ـ۶) را با $b = ۱۰۰$ و $c = ۲۰۰$ در نظر بگیرید. تحت مفروضات

(۱) احتمال فوت ${}_tq_x$ یک بیمه‌گذار x ساله در سال t ام قراردادش، بر اساس مدل مرگ‌ومیر هیلمن‌پولادر با پارامترهای $a = ۰/۰۰۰۵۴$، $b = ۰/۰۱۷$، $c = ۰/۱۰۱$، $d = ۰/۰۰۰۱۳$، $e = ۱۰/۷۲$، $f = ۱۸/۶۷$، $g = ۰/۰۰۰۰۱۴۶۴$ و $h = ۱/۱۱$ محاسبه می‌شود،

(۲) احتمال فوت به دلیلی غیر از بیماری صعب‌العلاج، از وضعیت‌های «فعال» و «غیرفعال» به ترتیب ${}_sq_{x+t}^{aa} = {}_sq_{x+t}$ و ${}_sq_{x+t}^{ii} = ۱/۲۵{}_sq_{x+t}$ هستند،

(۲) احتمال فوت به دلیل بیماری صعب‌العلاج، از وضعیت «غیرفعال» برابر ${}_sq_{x+t}^{ii} = ۳/۲۵{}_sq_{x+t}$ است،

(۴) احتمال ازکارافتادگی یک بیمه‌گذار که در سال t ام، برابر ${}_tp_x^{ai} = ۰/۰۰۲۲۳ \times ۱/۰۴۶۸^{x+t}$ است،

(۵) احتمال «فعال» شدن بیمه‌گذاری که در سال t ام، «ازکارافتادگی» بوده است، برابر ${}_sp_{x+t}^{ia} = ۰/۰۵I_{[۰,۶۰]}(x+t+s)$ است،

(۶) نرخ بهره و تورم به‌ترتیب برابر $i = ۰/۱۲$ و $j = ۰/۱۰$ هستند،

(۷) متوسط درجهٔ ازکارافتادگی بیمه‌گذار x ساله در سال t ام قراردادش، برابر

$$\mathbf{E}(Z_x(t)) = \frac{e^{۰/۰۱x+۰/۰۸t}}{۱+e^{۰/۰۱x+۰/۰۸t}}$$

است.

حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵$ ساله و دوره‌های $T = ۱۰, ۱۵, ۲۰$ محاسبه کنید.

در تمرین (۵ــ ۹) برای به‌دست آوردن مدل مرگ‌ومیر افراد ازکارافتاده ناگزیر به تعدیل مدل مرگ‌ومیر هیلمن‌پولادر هستیم. در حالی که مدل مرگ‌ومیر افراد ازکارافتاده می‌تواند به‌صورت چشمگیری با مدل مرگ‌ومیر هیلمن‌پولادر متفاوت باشد، برای کسب اطلاعات بیشتر به پیتاکو (۲۰۱۲) مراجعه کنید.

تمرین ۵ــ ۱۰. مدل گروهی بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۵ــ ۶) را با قیود مشابه با بیمه‌نامهٔ گروهی (۵ــ ۴) ارائه و محاسبات بیم‌سنجی آن‌را انجام دهید.

۵ــ ۴ مدل‌بندی بر اساس شرایط اختصاصی قرارداد

در ابتدای این فصل، برخی از شرایط اختصاصی یک بیمه‌نامهٔ ازکارافتادگی (بیماری‌های صعب‌العلاج) در قالب ۵ تایی مرتب $\Gamma(c, T, f, s, r)$ ارائه شد (تعریف، ۵ــ ۶). اما در تمامی محاسبات بیم‌سنجی این شرایط اختصاصی هرگز اعمال نشد. در این بخش دو رویکرد برای اعمال این شرایط معرفی می‌شود. در رویکرد اول تمامی محاسبات بر اساس شرایط $\Gamma(c, T, f, s, r)$ تصحیح می‌شوند. حال آنکه در رویکرد دوم، که مبتنی بر یک روش گرافیکی است، محاسبات در حالت کلی (ارائه شده در بخش‌های قبلی) انجام و به‌صورت گرافیکی نمایش داده می‌شوند. سپس نمایش گرافیکی متناظر با شرایط قرارداد مشخص می‌شوند.

۵ــ ۴ــ ۱ رویکرد مبتنی بر تصحیح محاسبات

برای معرفی این رویکرد، یک بیمهٔ ازکارافتادگی موقت، که یک بیمه‌گذار در x سالگی از وضعیت «فعال» آن‌را خریداری کرده است، در نظر بگیرید. چون در این بیمه‌نامه تمامی شرایط اختصاصی $\Gamma(c, T, f, s, r)$ تنها بر روی مزایا اعمال می‌شوند. بنابر این بهتر است محاسبات مربوط به مزایا تصحیح شوند.

اکنون فرض کنید فرایند تصادفی $Y_x(t)$ وضعیت این بیمه‌گذار را در سال t ام قرارداد نشان دهد. اگر احتمال

$$\phi(x, u) = P(Y_x(u) = i | Y_x(۰) = a)$$

انتقال به وضعیت «غیرفعال» را در سال u ام نشان دهد، در این احتمال هیچ‌کدام از شرایط $\Gamma(c, T, f, s, r)$ لحاظ نشده است. به‌عبارت دقیق‌تر شرایط $\Gamma(\cdot, \infty, \cdot, \infty, \infty)$ در نظر گرفته شده است. اگر $\phi^{\Gamma(c,T,f,s,r)}(x, u)$ احتمال انتقال به وضعیت «غیرفعال» را در سال u ام تحت شرایط قرارداد $\Gamma(c, T, f, s, r)$ ، باشد. با اعمال شرایط قرارداد، احتمال $\phi(x, u)$ به‌صورت

$$\phi^{\Gamma(c,T,f,s,r)}(x, u) \leq \phi(x, u)$$

تعدیل می‌شود. بنابراین با وارد کردن $\phi^{\Gamma(c,T,f,s,r)}(x, u)$ به‌جای $\phi(x, u)$ در محاسبات بالا، شرایط اختصاصی قرارداد لحاظ خواهند شد. جالب توجه است که این احتمال $\phi^{\Gamma(c,T,f,s,r)}(x, u)$ را به‌سادگی می‌توان از احتمال $\phi(x, u)$ محاسبه نمود. مثلاً بر اساس تعریف به سادگی می‌توان

$$\phi^{\Gamma(\cdot,T,\cdot,\infty,T)}(x, t) = \phi(x, t) I_{[\cdot,T]}(t)$$

را نتیجه گرفت.

تمرین ۵ـ۱۱. در بیمهٔ ازکارافتادگی سه‌وضعیتی موقت، فرض کنید

$${}_tp_x^{ai}(\tau) = P(Y_x(u) = i | Y_x(\cdot) = a), \ \forall \ u \in [t - \tau, t]$$

است، که در آن ${}_tp_x^{ai}(\cdot) = \phi(x, t)$ و برای $\tau \geq t$ مقدار $\cdot = {}_tp_x^{ai}(\tau)$ است. اکنون نشان دهید:

$$\begin{aligned}
\phi^{\Gamma(c,\infty,\cdot,\infty,\infty)}(x, t) &= \left[{}_tp_x^{ai}(\cdot) - {}_tp_x^{ai}(t - c)\right] I_{[c,\infty)}(t) \\
\phi^{\Gamma(\cdot,\infty,f,\infty,\infty)}(x, t) &= {}_tp_x^{ai}(f) I_{[f,\infty)}(t) \\
\phi^{\Gamma(\cdot,T,\cdot,\infty,\infty)}(x, t) &= {}_tp_x^{ai}(\cdot) I_{[\cdot,T)}(t) + {}_tp_x^{ai}(t - T) I_{[T,\infty)}(t) \\
\phi^{\Gamma(\cdot,\infty,\cdot,m,\infty)}(x, t) &= {}_tp_x^{ai}(\cdot) - {}_tp_x^{ai}(m) \\
\phi^{\Gamma(\cdot,T,o,m,\infty)}(x, t) &= \left[{}_tp_x^{ai}(\max\{\cdot, t - T\}) - {}_tp_x^{ai}(m)\right] I_{[\cdot,T+m]}(t) \\
\phi^{\Gamma(\cdot,T,\cdot,\infty,T)}(x, t) &= {}_tp_x^{ai}(\cdot) I_{[\cdot,T)}(t) \\
\phi^{\Gamma(\cdot,T,\cdot,m,T)}(x, t) &= \left[{}_tp_x^{ai}(\cdot) - {}_tp_x^{ai}(m)\right] I_{[\cdot,T)}(t) \\
\phi^{\Gamma(\cdot,T,\cdot,\infty,r)}(x, t) &= {}_tp_x^{ai}(\cdot) I_{[\cdot,T)}(t) + {}_tp_x^{ai}(t - T) I_{[T,r)}(t).
\end{aligned}$$

تمرین ۵ـ۱۲. بیمهٔ ازکارافتادگی ارائه‌شده در مدل (۵ـ۳) را با شرط دریافت حق‌بیمه

به‌صورت یکجا، در نظر بگیرید. تحت مفروضات مثال (۵ــ۴) برای دو حالت: (۱) $\Gamma(\cdot, T, \cdot, \infty, T)$ و (۲) $\Gamma(\cdot, T, \cdot, s, \infty)$ حق‌بیمهٔ یکجا را محاسبه کنید.

البته در برخی از موارد، وارد کردن شرایط اختصاصی یک بیمه به محاسبات مستلزم محاسبات بسیار پیچیده است، برای نمونه موسوی و پاینده (؟) یک بیمهٔ ازکارافتادگی با دوره تعویق تصادفی (البته با یک کران ثابت معلوم) را در نظر گرفتند. آن‌ها با استفاده از رویکرد فرایند مارکف تکه‌ای‌قطعی محاسبات بیم‌سنجی این بیمه‌نامه را انجام دادند.

۵ــ۴ــ۲ رویکرد نمایش گرافیکی

در این رویکرد بر اساس الگوریتم زیر معرفی می‌شود:

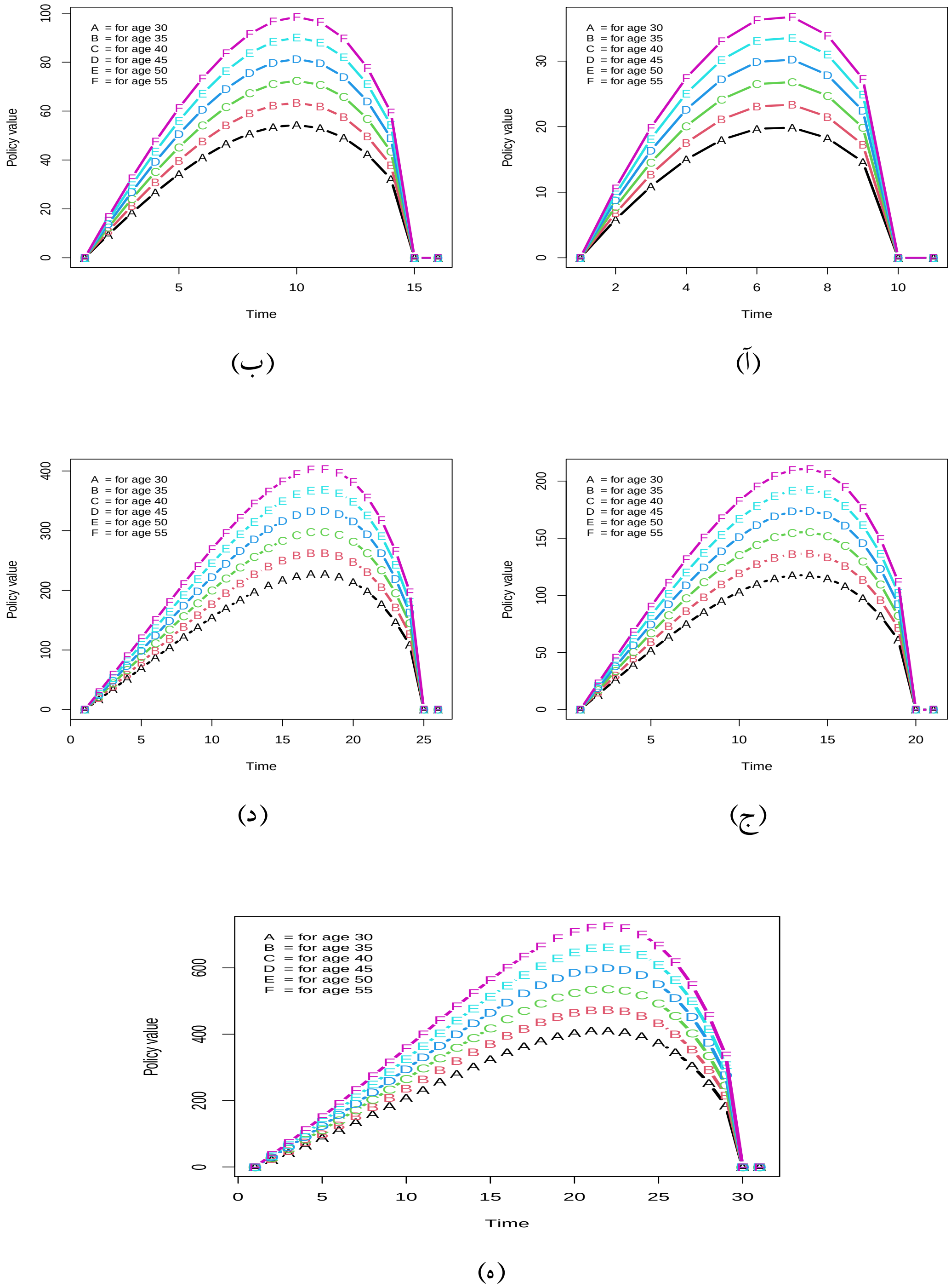
الگوریتم ۵ــ۱. (الگوریتم مربوط به رویکرد گرافیکی برای اعمال شرایط قرارداد در مدل‌بندی) ابتدا تمام وضعیت‌های که با قرار گرفتن در آن بیمه‌گذار مشمول مزایا می‌شود را مشخص کرده و برای تمامی این وضعیت‌ها گام‌های زیر را طی کنید.

گام ۱: برای وضعیت انتخاب‌شده، نمودار لکزیس، ارائه‌شده در تعریف (۵ــ۷) را ترسیم کنید.

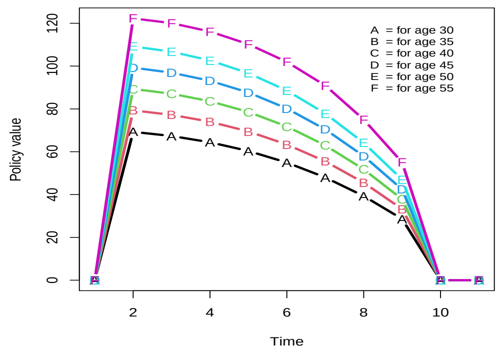
گام ۲: ارزش بیم‌سنجی مزایای ارائه‌شده برای این وضعیت در حالت $\Gamma(\cdot, \infty, \cdot, \infty, \infty)$ برابر مساحت ناحیه هاشورخورده در بخش (آ) شکل (۵ــ۱۴) است.

گام ۳: ناحیه هاشورخورده گام دوم را بر اساس شرایط قرارداد $\Gamma(c, T, f, s, r)$ و به کمک نمودارهای ارائه‌شده در شکل (۵ــ۱۴) تعدیل و مساحت ناحیه جدید را محاسبه کنید. مساحت محاسبه‌شده ارزش بیم‌سنجی مزایای این وضعیت در شرایط $\Gamma(c, T, f, s, r)$ خواهد بود.

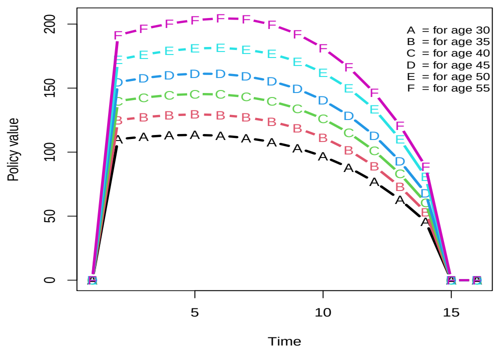
مجموع ارزش بیم‌سنجی مزایای تمامی وضعیت‌هایی که مشمول مزایا هستند، برابر حق‌بیمهٔ یکجای این بیمه‌نامه تحت شرایط $\Gamma(c, T, f, s, r)$ خواهد بود.



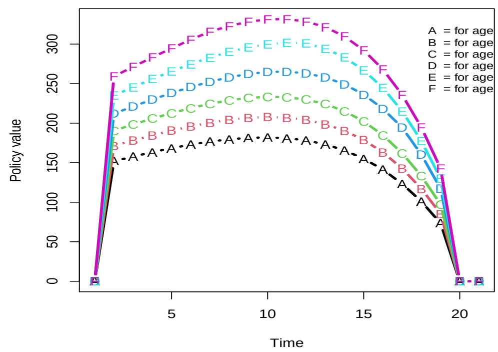
شکل ۵ـ۶: ذخایر آینده‌نگر وضعیت فعال، مربوط به مثال (۵ـ۲)



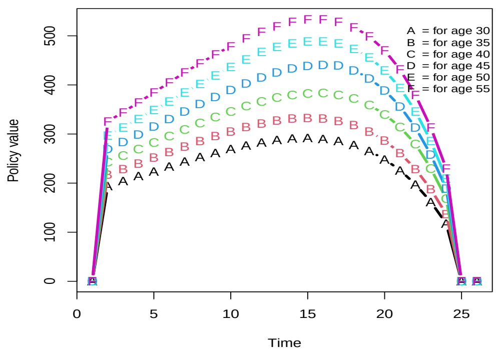
(آ)



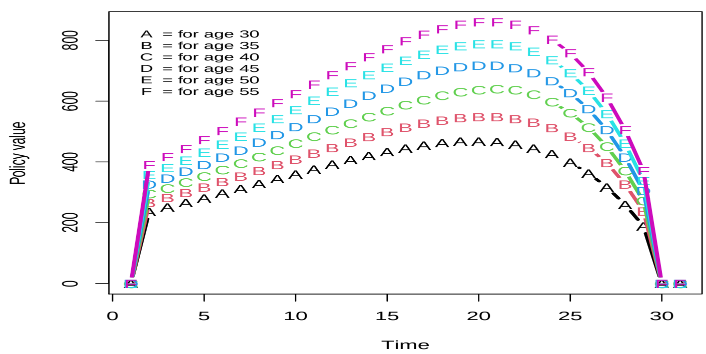
(ب)



(ج)

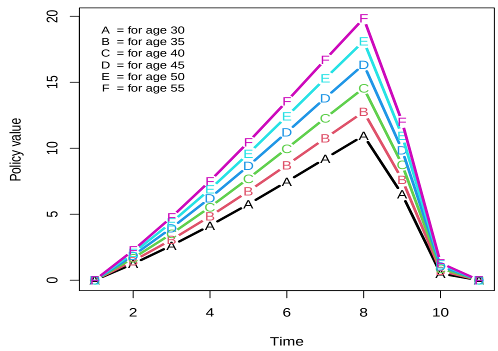


(د)

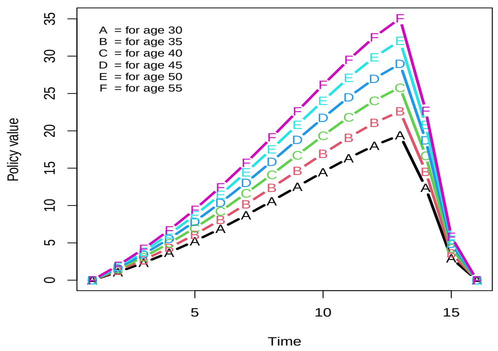


(ه)

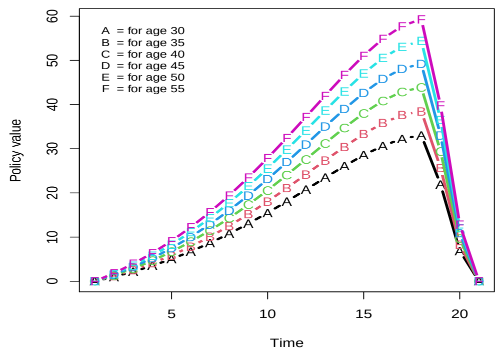
شکل ۵ـ۷: ذخایر آینده‌نگر وضعیت غیرفعال، مربوط به مثال (۵ـ۲)



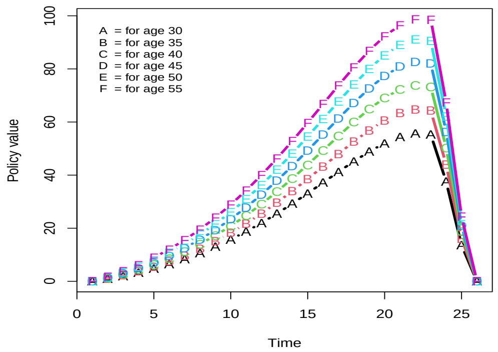
(آ)



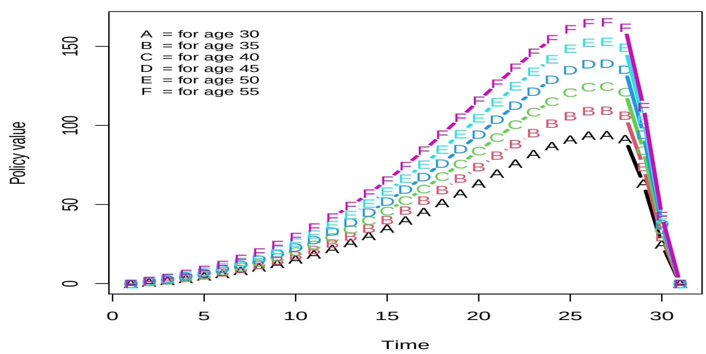
(ب)



(ج)

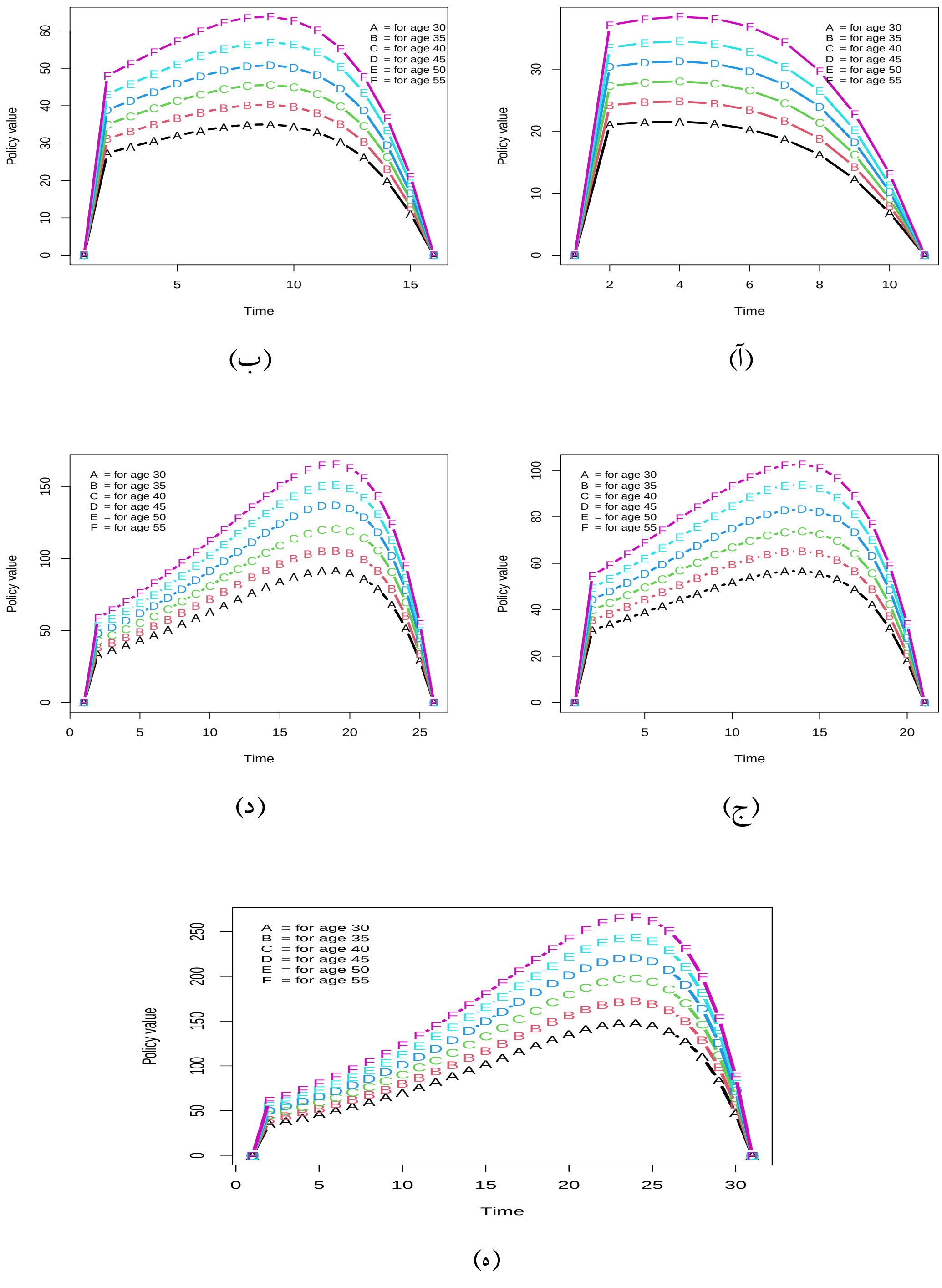


(د)

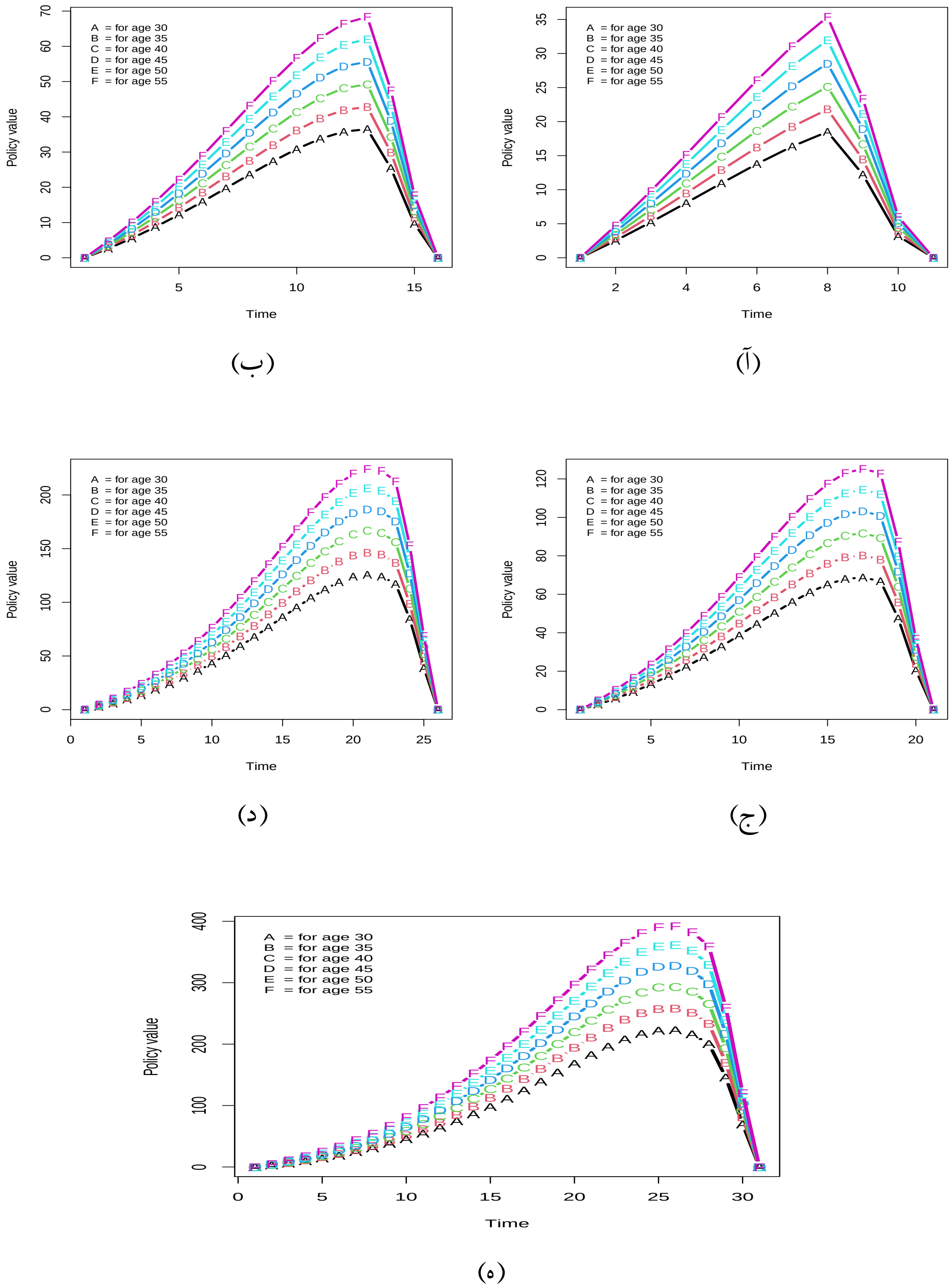


(ه)

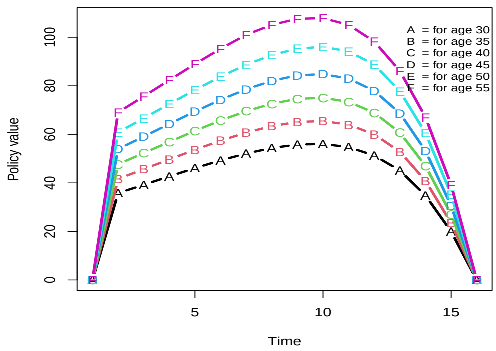
شکل ۵ـ۸: ذخایر آینده‌نگر وضعیت فعال، مربوط به مثال (۵ـ۳)



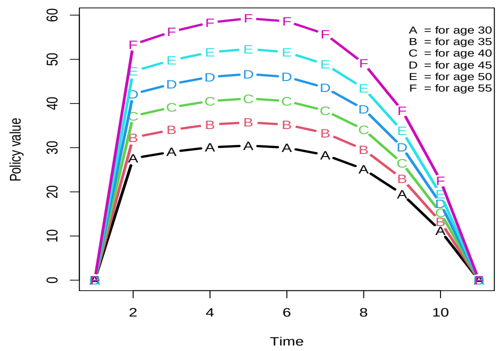
شکل ۵ـ۹: ذخایر آینده‌نگر وضعیت غیرفعال، مربوط به مثال (۵ـ۳)



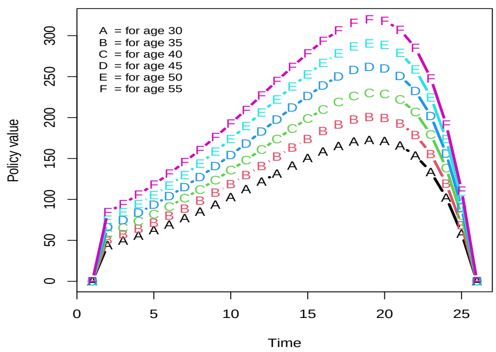
شکل ۵ـ۱۰: ذخایر آینده‌نگر وضعیت فعال، مربوط به مثال (۵ـ۴)



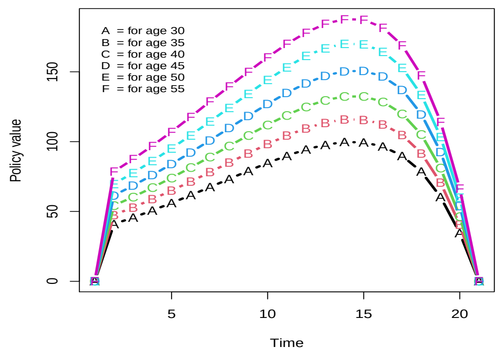
(ب)



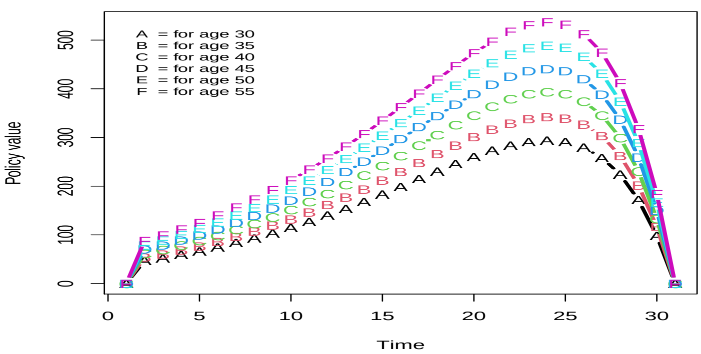
(آ)



(د)

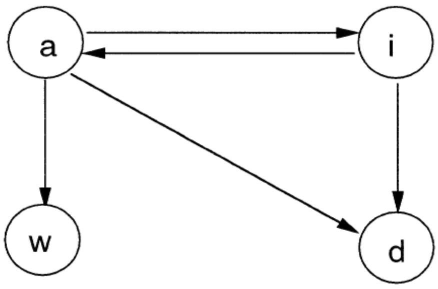


(ج)

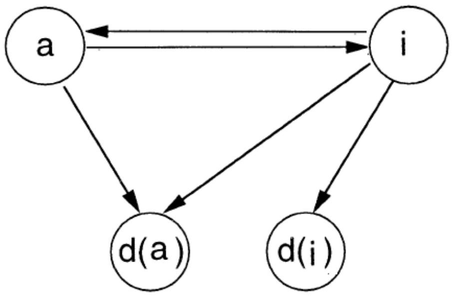


(ه)

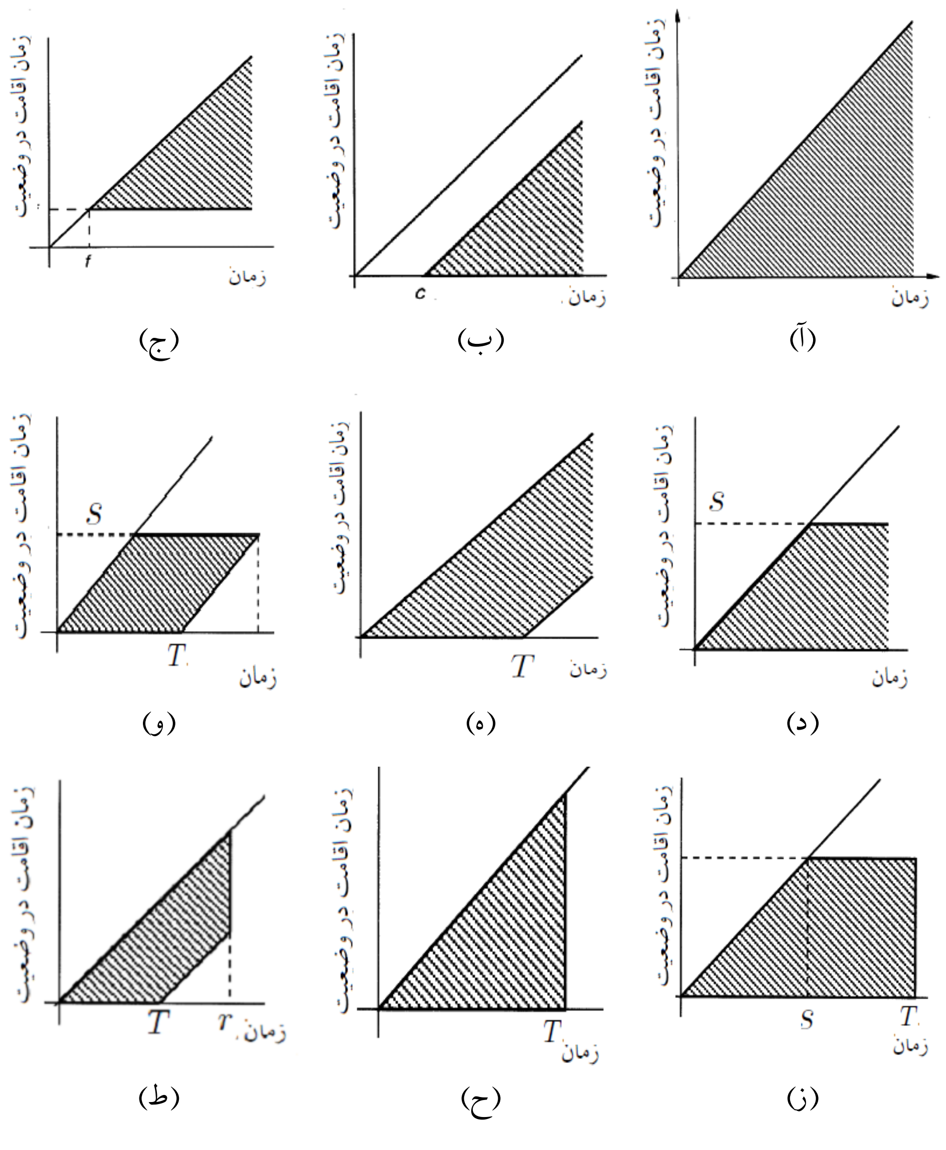
شکل ۵ـ۱۱: ذخایر آینده‌نگر وضعیت غیرفعال، مربوط به مثال (۵ـ۴)



شکل ۵ــ۱۲: نمایش اجزای یک بیمهٔ ازکارافتادگی با اجازهٔ فسخ، مربوط به تمرین ۵ــ۵



شکل ۵ــ۱۳: نمایش اجزای یک بیمهٔ بیماری‌های صعب‌العلاج



شکل ۵ـ۱۴: ارزش بیمه‌سنجی مزایا برای شرایط قرارداد: (آ) $\Gamma(0,\infty,0,\infty,\infty)$ (ب) $\Gamma(c,\infty,0,\infty,\infty)$ (ج) $\Gamma(0,\infty,f,\infty,\infty)$ (د) $\Gamma(0,\infty,0,s,\infty)$ (ه) $\Gamma(0,T,0,\infty,\infty)$ (ح) $\Gamma(0,T,0,\infty,T)$ (و) $\Gamma(0,T,0,s,\infty)$ (ط) $\Gamma(0,T,0,\infty,r)$ و (ز) $\Gamma(0,T,0,s,T)$.

فصل ۶
بیمهٔ مراقبت‌های بلندمدت

امروزه به دلیل افزایش امید به زندگی، بالا بودن هزینه‌های نگهداری از سالمندان، افزایش رشد جمعیت سالمندان نسبت به نرخ رشد جمعیت، بهبود وضع بهداشت و درمان عمومی و غیره، باعث شده است که کهنسالان به‌تدریج در پرداخت هزینه‌های مراقبت‌های بلندمدت خود احساس خطر کنند. بیمه‌های مراقبت‌های بلندمدت پاسخی مناسب به این نگرانی‌ها هستند. در این فصل ابتدا به معرفی انواع بیمه‌های مراقبت‌های بلندمدت می‌پردازیم، سپس محاسبات بیم‌سنجی برای این بیمه‌نامه را ارائه می‌کنیم.

۶ـ۱ بیمه‌هاي مراقبت‌های بلندمدت

بیمه‌های مراقبت بلندمدت بیمه‌های هستند که مزایای آن‌ها ارائهٔ خدمات مربوط به مراقبت، پوشش هزینه‌های درمان و تامین درآمد بیماران، ازکارافتادگان و سالمندان است. این بیمه‌نامه‌ها بر اساس مزایا و شرایط بیمه‌گذاران به یکی از چهار صورت زیر عرضه می‌شود:

(۱) پرداخت مستمری ثابت (یا درجه‌بندی‌شده) برای بیمه‌گذاران ازکارافتاده یا بیمار. هنگام صدور این بیمه‌نامه بیمه‌گذار در وضعیت «فعال» است.

(۲) پرداخت مستمری ثابت (یا درجه‌بندی‌شده) برای بیمه‌گذاران ازکارافتاده یا بیمار. این بیمه‌نامه به بیمه‌گذار سالمند در زمان ورود به خانه سالمندان یا مراکز مراقبتی عرضه می‌شود.

(۳) بازپرداخت هزینه‌های درمانی و خدمات پرستاری

(۴) ترکیبی از موارد بالا

این بیمه‌نامه محصولات نسبتاً جدیدی هستند که نوع و میزان مزایای آن‌ها با یکدیگر بسیار متفاوت هستند (ایسن و سالون، ۲۰۱۲).

بیمه‌های مراقبت‌های بلندمدت بسیار متنوع طراحی و عرضه می‌شوند. در طراحی آن‌ها عواملی نظیر میزان و نوع تقاضا بیمه‌گذاران مورد توجه قرار می‌گیرند. به همین دلیل هنگام مطالعهٔ یک بیمهٔ مراقبت‌های بلندمدت، بیم‌سنج باید دقیقاً شرایط اختصاصی و نوع خدمات آن بیمه‌نامه را به‌دقت مطالعه کند. نسخه‌های سنتی بیمهٔ مراقبت‌های بلندمدت خدماتی نظیر:

(۱) مراقبت درمانی در بیمارستان، مراکز درمانی و یا در منازل برای ادامهٔ درمان، حفظ سلامتی یا ادامهٔ حیات، تحت نظر پزشک، پرستار و سایر مراقبین پزشکی

(۲) ادامه مراقبت‌ها تا زمانی بیمه‌گذار فوت کند یا دیگر نیازی به مراقبت‌های پزشکی نداشته باشد و به‌تنهایی (یا با کمک بستگان خود) بتواند از عهدهٔ امور روزمره زندگی خود برآید.

(۳) ارائهٔ خدمات در زمینه فعالیت‌ها روزمره نظیر حمام کردن، غذا خوردن، تردد، و سایر فعالیت‌های روزمره

(۴) بازپرداخت (تمام یا بخشی از) هزینه‌های مرتبط با مراقبت

ارائه می‌کنند. البته میزان مزایا با درجهٔ ازکارافتادگی بیمه‌گذار ارتباط مستقیمی دارند. به‌همین دلیل در هر بیمه‌نامه چگونگی اندازه‌گیری میزان و درجهٔ ازکارافتادگی باید دقیقاً مشخص شده باشد.

۶ـ۱ـ۱ چگونگی اندازه‌گیری درجه ازکارافتادگی

روش‌های بسیار زیادی برای اندازه‌گیری درجهٔ ازکارافتادگی وجود دارد. در ادامه برخی از مهم‌ترین آن‌ها بررسی می‌شود.

رویکرد ۶ـ۱. (رویکرد مبتنی بر فعالیت‌های روزمره یا ADL[1]) در این رویکرد (که گاهی اوقات آن‌را رویکرد کاتز نیز می‌نامند) ابتدا فعالیت‌های روزمرهٔ یک فرد را به شش دستهٔ

(۱) خوردن و آشامیدن

(۲) حمام کردن

(۳) لباس پوشیدن

(۴) حرکت کردن

(۵) انجام فعالیت‌های مرتبط با بهداشت فردی

(۶) دستشویی رفتن

تقسیم می‌کنند. سپس بر اساس اینکه فرد کدام‌یک از این فعالیت‌ها را به‌تنهای می‌تواند انجام دهد، و با استفاده از یک روش نمره‌دهی، درجهٔ ازکارافتادگی او را اندازه‌گیری می‌کنند. یکی از ساده‌ترین روش نمره‌دهی، جمع کردن فعالیت‌های شش‌گانهٔ است که بیمه‌گذار به تنهای قادر به انجام آن‌ها نیست. جدول (۶ـ۱) نمونه‌ای از رتبه‌بندی بر اساس این رویکرد را نشان می‌دهد.

رویکرد ۶ـ۲. (رویکرد اداره سرشماری و مطالعات جمعیتی یا OPCS)[2] در این رویکرد ابتدا فعالیت‌های روزمره را در ۱۳ ردهٔ زیر دسته‌بندی می‌کنند:

(۱) حرکت کردن

(۲) خم و راست شدن

(۳) چالاکی

(۴) انجام فعالیت‌های مرتبط با بهداشت شخصی

(۵) کنترل ادرار و مدفوع

(۶) دیدن

[1] Activities of Daily Living
[2] Office of Population Censuses and Surveys

(۷) شنیدن

(۸) برقرار ارتباط با دیگران

(۹) کنترل رفتار

(۱۰) هوشیاری

(۱۱) خوردن، آشامیدن و هضم کردن

(۱۲) بدقواره شدن (بخشی یا تمام بدن)

(۱۳) عملکرد فکری مناسب

سپس میزان ازکارافتادگی هر یکی از این ۱۳ فعالیت را اندازه‌گیری و با $p_{۱}, \cdots, p_{۱۳}$ نمایش می‌دهند. درجهٔ ازکارافتادگی برابر

$$p = p^{(۱)} + ۰/۴p^{(۲)} + ۰/۳p^{(۳)} \qquad (۶-۱)$$

است. که در آن $p^{(۱)}, p^{(۲)}, p^{(۳)}$ به‌ترتیب سه آمارهٔ مرتب اول این ۱۳ فعالیت هستند. جدول (۶ـ۲) نمونه‌ای از رتبه‌بندی بر اساس این رویکرد را نشان می‌دهد.

یکی دیگر از روش‌های محاسبهٔ درجهٔ ازکارافتادگی استفاده از شاخص بارثل است. در ادامه این روش بررسی می‌شود.

رویکرد ۶ـ۳. در این رویکرد میزان توانایی فرد در انجام ۱۰ فعالیت روزمره بر اساس جدول (۶ـ۳) امتیازدهی می‌شوند. میزان ازکارافتادگی یک فرد ۱۰۰ منهای نمرهٔ کسب‌شده او از جدول (۶ـ۳) خواهد بود.

جدول ۶ـ۱: تعیین درجهٔ ازکارافتادگی بر اساس رویکرد ADL ، پیتاکو (۲۰۱۴).

تعداد فعالیت ازکارافتاده	درجهٔ ازکارافتادگی	مزایا
۳ فعالیت	۱	۴۰٪
۴ یا ۵ فعالیت	۲	۷۰٪
۶ فعالیت	۳	۱۰۰٪

جدول ۶ـ۲: تعیین درجهٔ ازکارافتادگی بر اساس رویکرد OPCS، پیتاکو (۲۰۱۴)

مقدار p بر اساس معادلهٔ (۶ـ۱)	درجهٔ ازکارافتادگی	مزایا
[۰/۵, ۲/۹۵]	۱	—
[۳/۰, ۴/۹۵]	۲	—
[۵/۰, ۶/۹۵]	۳	—
[۷/۰, ۸/۹۵]	۴	—
[۹/۰, ۱۰/۹۵]	۵	—
[۱۱/۰, ۱۲/۹۵]	۶	۴۰٪
[۱۳/۰, ۱۴/۹۵]	۷	۴۰٪
[۱۵/۰, ۱۶/۹۵]	۸	۴۰٪
[۱۷/۱۸/۹۵]	۹	۷۰٪
[۱۹/۰, ۲۱/۴۰]	۱۰	۱۰۰٪

جدول ۶ـ۳: تعیین درجهٔ عدم‌ازکارافتادگی بر اساس رویکرد بارثل، مک‌دول و همکاران (۲۰۰۶)

فعالیت روزمره	انجام به‌صورت مستقل	نمره به فعالیت درصورت انجام با کمک دیگران	عدم انجام
خوردن و آشامیدن	۱۰	۵	۰
حمام کردن	۱۰	۰	۰
آرایش کردن	۵	۰	۰
لباس پوشیدن	۱۰	۵	۰
کنترل مدفوع	۱۰	۵	۰
کنترل ادرار	۱۰	۵	۰
استفاده از دستشویی	۱۰	۵	۰
نشستن یا برخاستن	۱۵	۱۰ الی ۵	۰
حرکت کردن	۱۵	۱۰ الی ۵	۰
بالا یا پایین رفتن از پله‌ها	۱۰	۵	۰

همانگونه که قبلاً گفته شد، بیمه‌نامه‌های مراقبت بلندمدت، بیمه‌نامه‌های استاندارد و ثابتی نیستند. در بخش بعدی محاسبات بیم‌سنجی یک مدل بیمه مراقبت بلندمدت ارائه

می‌شود. مدل ارائه بر اساس پریتچارد (۲۰۰۶) است. برای آشنایی بیشتر با چند مدل دیگر از بیمه‌های مراقبت به پیتاکو (۱۹۹۹ و ۲۰۱۶) فوینو و واگنر (۲۰۱۸) و یلینگ و قزلباش (۲۰۱۹) مراجعه کنید.

۶ـ۲ مبانی بیم‌سنجی بیمه‌های مراقبت‌های بلندمدت

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، تنوع در بیمه‌های مراقبت‌های بلندمدت بسیار زیاد است. این تنوع بر اساس وضعیت بیمه‌گذار در زمان خرید بیمه‌نامه، مزایا، طول مزایا، مقدار مزایا و غیره حاصل می‌شود. برخی از بیمه‌ها جنبهٔ سرمایه‌گذاری دارند. مثال در بیمه‌نامه‌های که توسط هسه و همکاران (۲۰۱۸) یا موسوی و پاینده (۲۰۲۰) معرفی شد، بیمه‌گذار حق‌بیمهٔ خود را به‌صورت یکجا پرداخت کرده، بیمه‌گر آن‌را در یک (یا چند صندوق) سرمایه‌گذاری سرمایه‌گذاری می‌کند. بیمه‌گر در قبال دریافت حق‌بیمهٔ یکجا، مستمری (با حداقل تضمین‌شده‌ای) به همراه مزایا درمانی ارائه می‌کند.

برای سادگی در این بخش بیمهٔ مراقبت‌های بلندمدت را مورد مطالعه قرار می‌دهیم که تنها مزایای آن مستمری ثابت (در ۵ سطح متناسب با درجهٔ ازکارافتادگی) است. درجه ازکارافتادگی بیمه‌گذاران بر اساس رویکرد ADL (۶ـ۱) مشخص می‌شود.

مدل ۶ـ۱. بیمه‌نامه مراقبت‌های بلندمدت را در نظر بگیرید که بیمه‌گذار در سن x سالگی از وضعیت سلامت (a) اقدام به خرید بیمه‌نامه می‌کند. شرایط بیمه‌نامه به‌صورت زیر است.

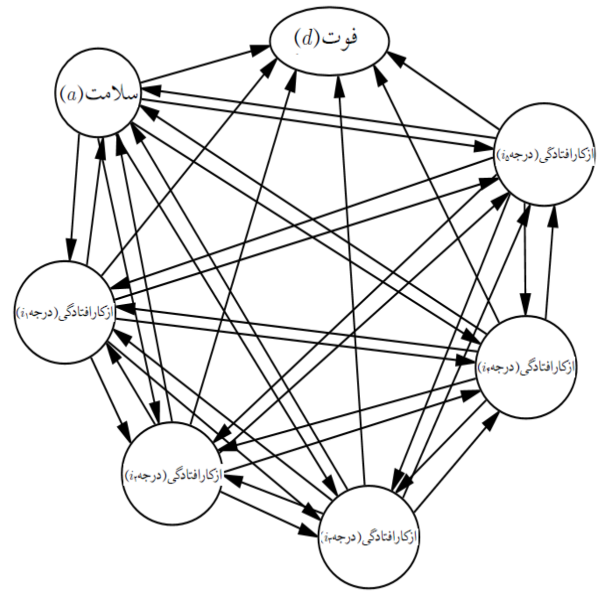
(۱) بیمه‌نامه از نوع موقت و تمام‌عمر است،

(۲) بیمه‌گذار تا زمانی در وضعیت سلامت است، حق‌بیمه پرداخت می‌کند. این حق‌بیمه‌ها در ابتدای هر سال پرداخت می‌شوند.

(۳) حق‌بیمهٔ سال اول قرارداد $\pi_{x,\cdot}$ است که هر سال بر اساس نرخ تورم ثابت j افزایش می‌یابند،

(۴) پنج‌درجهٔ ازکارافتادگی در نظر گرفته می‌شود، که مستمری آن‌ها به ترتیب $b_1(1+j)^t dt$ ، $b_2(1+j)^t dt$ ، $b_3(1+j)^t dt$ ، $b_4(1+j)^t dt$ و $b_5(1+j)^t dt$ واحد پولی برای بازهٔ $[t, t+dt)$ است، که در آن j نرخ تورم ثابت است.

چون بیمه‌نامه موقت است، بنابراین انتقال میان تمام وضعیت‌های آن (به جزء وضعیت «فوت») امکان‌پذیر است. شکل (۶ـ۱) شمایی از این بیمه‌نامه را ارائه می‌کند.



شکل ۶ـ۱: نمایش اجزای یک بیمهٔ مراقبت‌های بلندمدت

با فرض اینکه، فرایند تصادفی $Y_x(t)$ وضعیت یک بیمه‌گذار x ساله در سال t ام قراردادش را نشان دهد، ارزش تصادفی این بیمه‌نامه در زمان صدور را می‌توان به‌صورت

$$\begin{aligned} L_x \;=\; & -\sum_{t=۰}^{\infty} \pi_{۰}(۱+j)^t \nu^t I(Y_x(t)=a|Y_x(۰)=a) \\ & +\sum_{l=۱}^{۵} \int_{۰}^{\infty} b_l(۱+j)^u \nu^u I(Y_x(u)=i_l|Y_x(۰)=a)du \end{aligned} \tag{۶ـ۲}$$

محاسبه کرد. ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۶ـ۲) برابر عبارت زیر است:

$$\begin{aligned} ۰ &= -\sum_{t=۰}^{\infty} \pi_۰ (۱+j)^t \nu^t {}_t p_x^{aa} \\ &+ \sum_{l=۱}^{۵} \int_۰^{\infty} b_l (۱+j)^u \nu^u {}_u p_x^{ai_l} du \end{aligned}$$

که در آن ${}_u p_x^{ai_l} = P(Y_x(u) = i_l | Y_x(۰) = a)$ است. بنابراین حق‌بیمهٔ اولیهٔ بیمه‌نامهٔ مدل (۶ـ۱) برابر

$$\pi_۰ = \frac{\sum_{l=۱}^{۵} \int_۰^{\infty} b_l (۱+j)^u \nu^u {}_u p_x^{ai_l} du}{\sum_{t=۰}^{\infty} (۱+j)^t \nu^t {}_t p_x^{aa}}.$$

به‌همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) بیمه‌گذار بر اساس وضعیت او در سال t ام برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} {}_t L_x^h &= -\sum_{k=۰}^{\infty} \pi_۰ (۱+j)^{t+k} \nu^t I(Y_x(t+k) = a | Y_x(t) = h) \\ &+ \sum_{l=۱}^{۵} \int_۰^{\infty} b_l (۱+j)^{t+u} \nu^u I(Y_x(u) = i_l | Y_x(t) = h) du \end{aligned} \qquad (۶\text{ـ}۳)$$

که در آن $h \in \{a, i_۱, i_۲, i_۳, i_۴, i_۵\}$ است. بنابراین ذخیرهٔ ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h \in \{a, i_۱, i_۲, i_۳, i_۴, i_۵\}$ برابر

$${}_t \nu_x^h = -\sum_{k=۰}^{\infty} \pi_۰ (۱+j)^{t+k} \nu^t {}_k p_{x+t}^{ha} + \sum_{l=۱}^{۵} \int_۰^{\infty} b_l (۱+j)^{t+u} \nu^u {}_u p_{x+t}^{hi_l} du \qquad (۶\text{ـ}۴)$$

لازم به ذکر است در معادلهٔ (۶ـ۴) همواره ${}_۰ p_{x+t}^{hh} = ۱$ و برای تمام $k \neq h$ داریم ${}_۰ p_{x+t}^{hk} = ۰$.

اکنون با استفاده از مدل‌های پیشنهادی توسط پریتچارد (۲۰۰۶) برای شدت انتقال بین وضعیت‌ها، دو مثال زیر را حل می‌کنیم. قبل از ارائه و حل این مثال‌ها، یادآوری

می‌کنیم

(۱) ماتریس احتمال انتقال $\boldsymbol{P}_x(t)$ بر اساس معادلات دیفرانسیلی کلموگروف پیشرو (ارائه‌شده در لم ۱ـ۱) محاسبه می‌شود. همچنین با توجه به این واقعیت که شرایط استفاده از روش کاکس‌میلر، ارائه شده در رویکرد (۱ـ۱) فراهم است، معادلات دیفرانسیلی کلموگروف پیشرو از روش کاکس‌میلر حل می‌شوند.

(۲) ماتریس $\boldsymbol{Q}_x = [q_x^{ij}]$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} q_x^{ij} &= \mu_x^{ij} \quad \forall\, i \neq j \\ &= -\sum_{j \in \mathcal{S}} \mu_x^{ij} \quad \forall\, i = j, \end{aligned}$$

که در آن μ_x^{ij} شدت انتقال (یا نیروی انتقال) و $\mathcal{S}$ فضای وضعیت است.

اکنون به ارائه و حل این دو مثال می‌پردازیم.

مثال ۶ـ۱. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۶ـ۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱) شدت انتقال بین وضعیت‌های این مدل برابر عبارت زیر است:

$$\mu_x^{ij}(t) = \alpha_{ij} + \beta_{ij} e^{\gamma_{ij}(x+t-۶۸/۵)} \quad \forall\, x+t \in [۶۵, ۱۲۰] \qquad (۶ـ۵)$$

که در آن ضرایب مدل در جدول (۶ـ۶) آورده شده است،

(۲) مستمری‌های آن به‌ترتیب برابر $b_۱ = ۱۰۰$ ، $b_۲ = ۱۵۰$ ، $b_۳ = ۲۰۰$ ، $b_۴ = ۲۵۰$ و $b_۴ = ۳۰۰$ هستند،

(۳) نرخ بهره و تورم به‌ترتیب $i = ۱۲\%$ و $j = ۰\%$ هستند.

حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۶۵, ۷۰, ۷۵, ۸۰, ۸۵$ ساله محاسبه کنید.

حل. با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۶ـ۴) و نمودار (۶ـ۲) این نتایج را نشان می‌دهند. □

جدول ۶ـ۴: حق‌بیمهٔ مربوط به مثال (۶ـ۱)

سن	حق‌بیمه
۶۵	۲۲/۷۳
۷۰	۳۵/۹۸
۷۵	۵۸/۹۸
۸۰	۱۰۰/۶۸
۸۵	۱۸۱/۲۰

جدول ۶ـ۵: حق‌بیمهٔ مربوط به مثال (۶ـ۲)

سن	حق‌بیمه
۶۵	۲۲/۶۶
۷۰	۳۵/۴۵
۷۵	۵۶/۴۸
۸۰	۹۱/۱۲
۸۵	۱۴۸/۰۰

مثال ۶ـ۲. بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مثال (۶ـ۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید:

(۱*) تابع شدت انتقال میان وضعیت‌های آن به‌صورت زیر است:

$$\mu_x^{ij}(t) \;=\; \alpha_{ij} + \eta_{ij}\,(x+t) \quad \forall\, x+t \in [۶۵, ۱۲۰] \qquad (۶\text{ـ}۶)$$

که در آن ضرایب مدل در جدول (۶ـ۶) آمده است.

تحت سایر مفروضات مثال (۶ـ۱) حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را برای گروه‌های سنی $x = ۶۵, ۷۰, ۷۵, ۸۰, ۸۵$ ساله محاسبه و نتایج خود را با نتایج مثال (۶ـ۱) مقایسه کنید.

حل. با استفاده از کدهای R ارائه‌شده در پیوست کتاب، به‌سادگی می‌توان حق‌بیمه و ذخایر ریاضی این بیمه‌نامه را محاسبه کرد. جدول (۶ـ۵) و نمودار (۶ـ۳) این نتایج را نشان می‌دهند. □

جدول ۶ـ۶: پارامترهای شدت انتقال معادله‌های (۶ـ۶) و (۶ـ۶) ، ارائه‌شده در مثال‌های (۶ـ۱) و (۶ـ۲)

انتقال از	به	پارامترها			
		α_{ij}	β_{ij}	γ_{ij}	η_{ij}
a	$i_۱$	$-۳/۲۲ \times ۱۰^{-۲}$	$۵/۱۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۴/۳۵ \times ۱۰^{-۲}$	–
	$i_۲$	$۹/۵۸ \times ۱۰^{-۳}$	$۲/۱۱ \times ۱۰^{-۳}$	$۱/۷۴ \times ۱۰^{-۱}$	–
	$i_۳$	$-۲/۳۴ \times ۱۰^{-۲}$	–	–	$۳/۸۵ \times ۱۰^{-۴}$
	$i_۴$	$-۱/۳۷ \times ۱۰^{-۴}$	$۳/۱۶ \times ۱۰^{-۳}$	$۸/۰۱ \times ۱۰^{-۴}$	–
	$i_۵$	$-۹/۰۵ \times ۱۰^{-۴}$	$۳/۱۵ \times ۱۰^{-۳}$	$۱/۳۲ \times ۱۰^{-۱}$	–
	d	$-۱/۶۲ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$۲/۶۴ \times ۱۰^{-۳}$
$i_۱$	a	$-۳/۲۲ \times ۱۰^{-۲}$	$۵/۱۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۴/۳۵ \times ۱۰^{-۲}$	–
	$i_۲$	$-۳/۳۸ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$۸/۳۲ \times ۱۰^{-۳}$
	$i_۳$	$۲/۹۴ \times ۱۰^{-۲}$	–	–	$-۱/۵۹ \times ۱۰^{-۴}$
	$i_۴$	$-۹/۸۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۱/۳۳ \times ۱۰^{-۱}$	$۸/۱۶ \times ۱۰^{-۳}$	–
	$i_۵$	$-۱/۸۱ \times ۱۰^{-۱}$	$۳/۱۵ \times ۱۰^{-۳}$	$۱/۳۲ \times ۱۰^{-۱}$	–
	d	$-۳/۱۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۸/۸۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱}$	–
$i_۲$	a	$۱/۷۴ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$-۱/۴۵ \times ۱۰^{-۳}$
	$i_۱$	$۵/۴۵ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$-۴/۷۱ \times ۱۰^{-۳}$
	$i_۳$	$۱/۸۵ \times ۱۰^{-۱}$	$۵/۶۲ \times ۱۰^{-۳}$	–	$۱/۳۳ \times ۱۰^{-۱}$
	$i_۴$	$-۶/۱۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۱/۰۴ \times ۱۰^{-۱}$	$۳/۴۸ \times ۱۰^{-۲}$	–
	$i_۵$	$-۵/۶۱ \times ۱۰^{-۲}$	$۷/۷۲ \times ۱۰^{-۲}$	$۳/۴۸ \times ۱۰^{-۲}$	–
	d	$-۴/۶۸ \times ۱۰^{-۲}$	–	–	$۱/۹۳ \times ۱۰^{-۳}$
$i_۳$	a	$۱/۰۳ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$-۱/۱۱ \times ۱۰^{-۳}$
	$i_۱$	$-۴/۲۶ \times ۱۰^{-۳}$	$۲/۱۴ \times ۱۰^{-۳}$	$۱/۴۸ \times ۱۰^{-۱}$	–
	$i_۲$	$۱/۶۱ \times ۱۰^{۰}$	–	–	$-۱/۶۹ \times ۱۰^{-۲}$
	$i_۴$	$۱/۶۴ \times ۱۰^{-۲}$	$۲/۱۳ \times ۱۰^{-۱}$	$۴/۵۱ \times ۱۰^{-۲}$	–
	$i_۵$	$-۹/۲۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۱/۰۹ \times ۱۰^{-۱}$	$۳/۵۲ \times ۱۰^{-۲}$	–
	d	$۱/۲۷ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$-۵/۵۰ \times ۱۰^{-۴}$
$i_۴$	a	$۱/۰۶ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$-۹/۹۳ \times ۱۰^{-۴}$
	$i_۱$	$۲/۸۵ \times ۱۰^{-۴}$	–	–	$-۳/۰۸ \times ۱۰^{-۳}$
	$i_۲$	$-۱/۸۱ \times ۱۰^{-۱}$	$۲/۲۳ \times ۱۰^{-۱}$	$۴/۶۲ \times ۱۰^{-۳}$	–
	$i_۳$	$۱/۴۰ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$۳/۱۶ \times ۱۰^{-۴}$
	$i_۵$	$-۲/۰۰ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$۳/۸۰ \times ۱۰^{-۳}$
	d	$۱/۷۶ \times ۱۰^{-۱}$	$۴/۵۳ \times ۱۰^{-۲}$	$۵/۲۸ \times ۱۰^{-۲}$	
$i_۵$	a	$۲/۳۹ \times ۱۰^{-۳}$	$۲/۸۴ \times ۱۰^{-۲}$	$-۱/۱۹ \times ۱۰^{-۱}$	–
	$i_۱$	$۲/۸۹ \times ۱۰^{-۲}$	–	–	$-۲/۹۰ \times ۱۰^{-۴}$
	$i_۲$	$-۳/۱۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۳/۸۹ \times ۱۰^{-۲}$	$-۱/۰۲ \times ۱۰^{-۲}$	–
	$i_۳$	$-۱/۹۴ \times ۱۰^{-۱}$	$۲/۰۵ \times ۱۰^{-۱}$	$-۳/۶۸ \times ۱۰^{-۴}$	–
	$i_۴$	$۹/۸۷ \times ۱۰^{-۳}$	–	–	$-۶/۸۵ \times ۱۰^{-۵}$
	d	$-۵/۷۱ \times ۱۰^{-۱}$	–	–	$۹/۹۸۳ \times ۱۰^{-۳}$

در بیمه‌نامه‌های مراقبت‌های بلندمدت، روند اخذ حق‌بیمه، معمولاً در یک سن مشخص متوقف می‌شود. در ادامه بیمه‌نامهٔ ارائه‌شده در مدل (۶ـ۱) با توجه به این واقعیت تعدیل می‌شود.

مدل ۶ـ۲. بیمه‌نامهٔ مراقبت‌های بلندمدت را در نظر بگیرید که بیمه‌گذاری در x سالگی از وضعیت سلامت (a) اقدام به خرید آن می‌کند. همچنین فرض کنید شرایط بیمه‌نامه به‌صورت زیر است:

(۱) بیمه‌نامه از نوع موقت و تمام عمر است،

(۲) بیمه‌گذار تا زمانی که در وضعیت سلامت است، حق‌بیمه پرداخت می‌کند. این حق‌بیمه‌ها در ابتدای هر سال پرداخت می‌شوند.

(۳) حق‌بیمه‌ی سال اول قرارداد $\pi_{x,\cdot}$ است که هر سال بر اساس نرخ تورم ثابت j افزایش می‌یابند،

(۴) پنج‌درجهٔ ازکارافتادگی در نظر گرفته می‌شود، که مستمری آن‌ها به ترتیب $b_1(1+j)^t dt$ ، $b_2(1+j)^t dt$ ، $b_3(1+j)^t dt$ ، $b_4(1+j)^t dt$ و $b_5(1+j)^t dt$ واحد پولی برای بازهٔ $[t, t+dt)$ است، که در آن j نرخ تورم ثابت است،

(۵) در سن بازنشستگی ζ سالگی روند اخذ حق‌بیمه به‌صورت کامل متوقف می‌شود.

با فرض اینکه، فرایند تصادفی $Y_x(t)$ وضعیت یک بیمه‌گذار x ساله در سال t ام قراردادش را نشان دهد، ارزش تصادفی این بیمه‌نامه در زمان صدور را می‌توان به‌صورت

$$
\begin{aligned}
{}_{0}L_x \; = \; & - \sum_{t=0}^{\max\{\zeta - x, 0\}} \pi_{\cdot}(1+j)^t \nu^t I(Y_x(t) = a | Y_x(0) = a) \\
& + \sum_{l=1}^{5} \int_0^\infty b_l (1+j)^u \nu^u I(Y_x(u) = i_l | Y_x(0) = a) du
\end{aligned}
\qquad (۶\text{ـ}۷)
$$

محاسبه کرد. ارزش بیم‌سنجی زیان تصادفی (۶ـ۷) برابر عبارت زیر است:

$$\begin{aligned} 0 &= -\sum_{t=0}^{\max\{\zeta-x,0\}} \pi_0 (1+j)^t \nu^t {}_t p_x^{aa} \\ &+ \sum_{l=1}^{5} \int_0^\infty b_l (1+j)^u \nu^u {}_u p_x^{ai_l} du \end{aligned}$$

که در آن ${}_u p_x^{ai_l} = P(Y_x(u) = i_l | Y_x(0) = a)$ است. بنابر این حق‌بیمه‌ی اولیه بیمه‌نامهٔ مدل (۶ـ۲) برابر

$$\pi_0 = \frac{\sum_{l=1}^{5} \int_0^\infty b_l (1+j)^u \nu^u {}_u p_x^{ai_l} du}{\sum_{t=0}^{\max\{\zeta-x,0\}} (1+j)^t \nu^t {}_t p_x^{aa}}.$$

به‌همین ترتیب زیان تصادفی (آینده‌نگر) بیمه‌گذار بر اساس وضعیت او در سال t ام برابر عبارت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} {}_t L_x^h &= -\sum_{k=0}^{\max\{\zeta-x-t-1,0\}} \pi_0 (1+j)^{t+k} \nu^t I(Y_x(t+k) = a | Y_x(t) = h) \\ &+ \sum_{l=1}^{5} \int_0^\infty b_l (1+j)^{t+u} \nu^u I(Y_x(u) = i_l | Y_x(t) = h) du \qquad (۶\text{ـ}۸) \end{aligned}$$

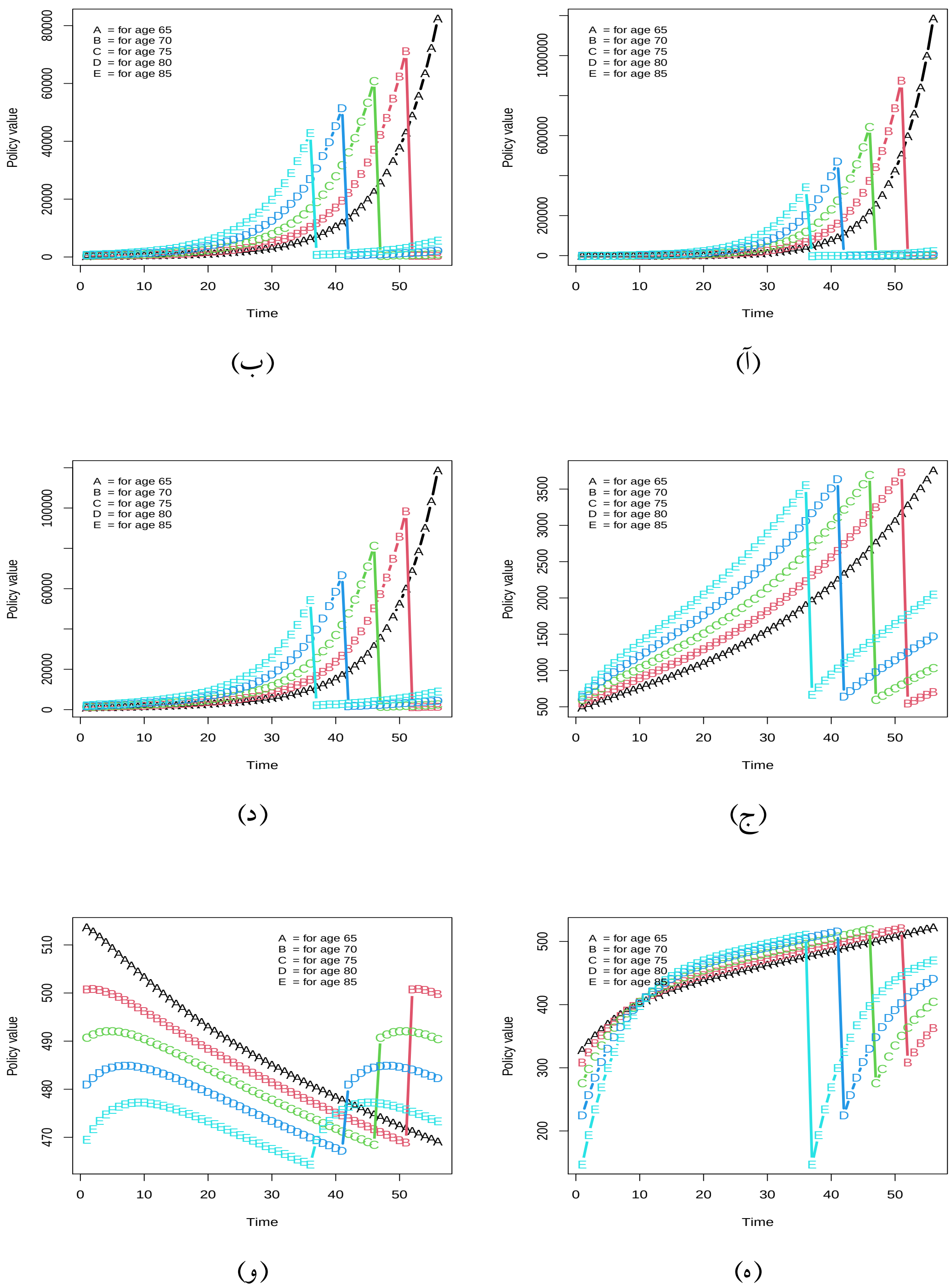
که در آن $h \in \{a, i_1, i_2, i_3, i_4, i_5\}$ است. بنابراین ذخیرهٔ ریاضی (آینده‌نگر) این محصول در زمان t برای وضعیت $h \in \{a, i_1, i_2, i_3, i_4, i_5\}$ برابر

$$\begin{aligned} {}_t \nu_x^h &= -\sum_{k=0}^{\max\{\zeta-x-t-1,0\}} \pi_0 (1+j)^{t+k} \nu^t {}_k p_{x+t}^{ha} \qquad (۶\text{ـ}۹) \\ &+ \sum_{l=1}^{5} \int_0^\infty b_l (1+j)^{t+u} \nu^u {}_u p_{x+t}^{hi_l} du. \end{aligned}$$

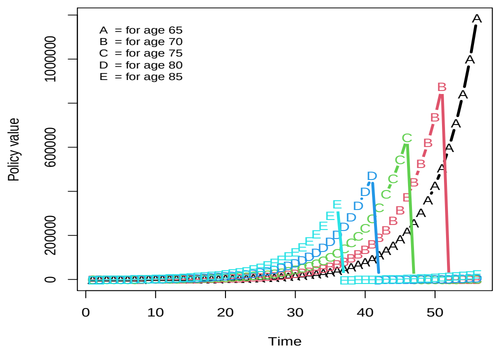
لازم به ذکر است در معادلهٔ (۶ـ۴) همواره $p_{x+t}^{hh} = 1$. و برای تمام $k \neq h$ داریم $p_{x+t}^{hk} = 0$..

تمرین ۶ـ۱. مثال (۶ـ۱) را تحت مفروضات مدل (۶ـ۲) با فرض $\zeta =$ ۷۴ حل کنید. نتایج به‌دست‌آمده را با مثال (۶ـ۱) مقایسه کنید.

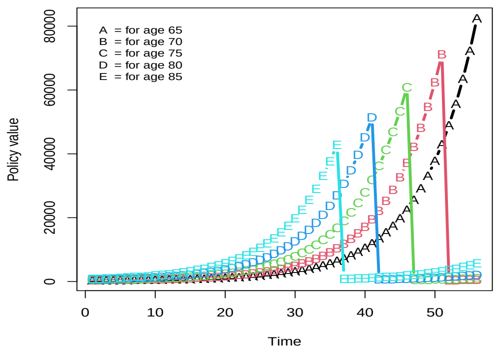
تمرین ۶ـ۲. مثال (۶ـ۲) را تحت مفروضات مدل (۶ـ۲) با فرض $\zeta =$ ۷۴ حل کنید. نتایج به‌دست‌آمده را با مثال (۶ـ۲) مقایسه کنید.



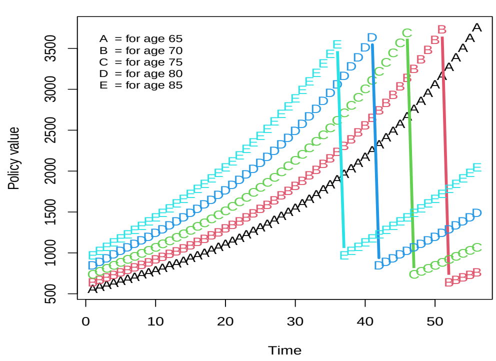
شکل ۶ـ۲: ذخایر آینده‌نگر وضعیت‌های a، i_1، i_2، i_3، i_4 و i_5، مربوط به مثال (۶ـ۱)



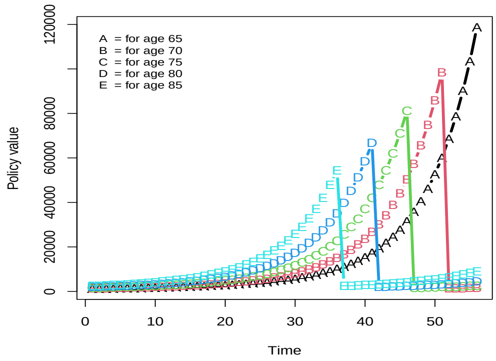
(آ)



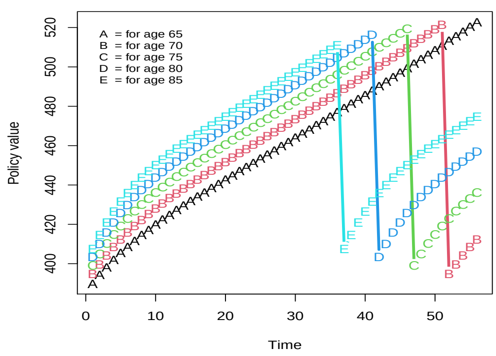
(ب)



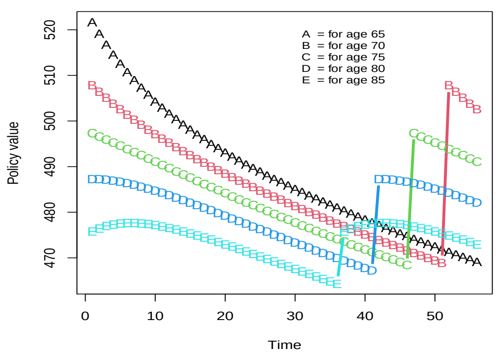
(ج)



(د)



(ه)



(و)

شکل ۶ـ۳: ذخایر آینده‌نگر وضعیت‌های a، i_1، i_2، i_3، i_4 و i_5، مربوط به مثال (۶ـ۲)

پیوست الف

چگونگی استفاده از نرم‌افزار R برای محاسبات بیم‌سنجی

شاید بتوان گفت نرم‌افزار R یکی از قوی‌ترین و محبوب‌ترین نرم‌افزارهای آماری است. این نرم‌افزار به دلیل رایگان و «متن باز» بودن، بسیار مورد استفاده کاربران علم آمار و علوم وابسته قرار می‌گیرد. بسیاری از محققان پس از توسعهٔ یک روش جدید محاسباتی، اقدام به تهیهٔ یک بستهٔ نرم‌افزاری در R می‌کنند تا سایر کاربران به سادگی بتوانند از روش محاسباتی آن‌ها استفاده کنند. این موضوع باعث شده است که میزان محبوبیت R بین کاربران دوچندان شود.

در این پیوست بعد از معرفی اجمالی نرم‌افزار R، چگونگی استفاده از این نرم‌افزار برای انجام برخی از محاسبات مرتبط با بیمه‌های سلامت بررسی می‌شود. لازم به ذکر است، تمامی برنامه‌های مربوط به مثال‌های حل شده در متن کتاب، توسط نویسنده به زبان R توسعه‌یافته و در پیوست ب ارائه‌شده است.

الف-۱ معرفی اجمالی نرم‌افزار

R یک نرم‌افزار آماری است که کاربران خود را قادر می‌سازد که:

(۱) از توابع و امکانات موجود در نرم‌افزار برای تحلیل داده‌های خود استفاده کنند و

(۲) توابع و یا امکانات جدیدی برای تحلیل داده‌های خود توسعه دهند (و یا آن‌را برای استفادهٔ سایر کاربران، در قالب بسته‌های نرم‌افزاری، به اشتراک بگذارند).

نرم‌افزارهای R و S_Plus در واقع نسخه‌های توسعه یافتهٔ نرم‌افزار S هستند. البته این دو نرم‌افزار دارای تشابه‌های زیاد هستند، ولی ماهیتاً متفاوت‌اند.

درگاه رسمی نرم‌افزار https://www.r-project.org/ است. در درگاه نرم‌افزار به دو صورت (base برای کاربران معمولی و contrib برای کاربران حرفه‌ای که قصد توسعه یک بسته نرم‌افزاری جدید دارند) برای سیستم عامل‌های ویندوز، لینوکس و مک‌کینتاش ارائه می‌شود. در کنار آخرین نسخه نرم‌افزار، در این درگاه اطلاعاتی در مورد نرم‌افزار و بسته‌های آن عرضه می‌شود.

بعد از باز کردن نرم‌افزار، اولین محیطی که کاربر با آن مواجه می شود، محیط کنسول (R Console) است. تمامی دستورات و فرامین در این محیط به‌صورت دستی تایپ می‌شوند.

نکتهٔ الف-۱. لازم به ذکر است: متأسفانه بعد از اجرای دستوراتی که از طریق محیط کنسول اجرا می‌شوند، امکان ویرایش آن‌ها وجود ندارد. این ویژگی برای دستوراتی که بعضاً طولانی هستند، مشکل آفرین خواهد بود. برای رفع این مشکل کافی است دستورات در محیط اسکریپت (که از منوی file قابل دسترس است) و یا از یک ویرایشگر نظیر R Studio (که از درگاه https://www.rstudio.org می‌توانید آن‌را اخذ کنید) تایپ، سپس در محیط کنسول آن‌ها را فراخوانی کنید. هنگامی که محیط کنسول آماده دریافت فرمان جدید است، نماد آن به‌صورت $<$ ولی در مواقعی که نرم‌افزار منتظر دریافت ادامه دستور قبلی است، نماد این محیط به‌صورت + خواهد بود.

نرم‌افزار دارای محیط‌های دیگری نظیر خروجی گرافیکی، ویرایشگرها، help و History است، که به فراخور دستور داده‌شده در محیط کنسول، فعال می‌شوند.

مثلاً برای فعال کردن محیط help و کسب اطلاعات کمکی در مورد دستور glm کافی است از فرامین glm? و یا glm?? استفاده شود. در دستور اول، نرم‌افزار اطلاعات موجود در مورد فرمان glm را از بسته‌ی نرم‌افزاری فعال اخذ و آن‌را نمایش می‌دهد.

درحالی‌که در فرمان glm?? تمامی اطلاعات موجود در مورد فرمان glm که در تمامی بسته‌های نرم‌افزاری نصب‌شده، وجود دارد را به همراه نام بسته، در محیط help فهرست می‌کند. البته به کمک فرمان help.start() می‌توان یک help نسبتاً مناسب در مورد نرم‌افزار مشاهده کنید.

خروجی دستورات اگر به‌صورت متنی باشند، خروجی در محیط کنسول نمایش داده خواهد شد، ولی اگر خروجی گرافیکی باشد، محیط گرافیکی نرم‌افزار فعال می‌شود.

در حالت معمولی نرم‌افزار در هر صفحه گرافیکی تنها یک نمودار نمایش می‌دهد.

چنانچه علاقه‌مند به افزایش تعداد نمودارها در یک صفحه هستید، ابتدا به کمک فرمان par (mfrow = c(a , b)) صفحه گرافیکی را به a سطر و b ستون تقسیم کرده، سپس شروع به اجرای دستورات گرافیکی کنید. برای غیر فعال کردن این دستور، کافی است محیط گرافیکی بسته شود.

نرم‌افزار یک پوشهٔ فعال دارد که محل آن‌را به کمک فرمان getwd() می‌توان مشاهده کرد. درصورتی‌که مایل به تغییر محل آن هستید، از طریق گزینهٔ Change dir... در منوی file، اقدام کنید.

برای ذخیره کردن تمامی محتویات محیط کنسول، به منوی file مراجعه و گزینهٔ Save Workspace... را انتخاب کنید. بعد از اجرای این فرمان، محتویات محیط با پسوند RData. در محلی که شما مشخص می‌کنید، ذخیره می‌شود. برای بازخوانی مجدد فرامین (یا خروجی‌های متنی) ذخیره‌شده، کافی است، فرمان Load Workspace... از منوی file اجرا شود.

اگر مایل هستید تنها بخشی از خروجی، مثلاً خروجی یک یا چند دستور را به‌صورت متنی ذخیره کنید، کافی است ابتدا به کمک دستور sink(file = ??.txt) در پوشهٔ فعال، فایل متنی ??.txt را ایجاد، سپس دستورات مورد نظر را اجرا و سرانجام با دستور sink() فایل متنی ??.txt را ببندید. برای مشاهده محتویات این فایل باید به پوشهٔ فعال مراجعه کنید و یا از دستور file.show("??.txt") استفاده کنید.

برای ذخیره کردن نمودار ترسیم شده در محیط گرافیکی، کافی است گزینهٔ Save as از منوی file انتخاب شود. با استفاده از این فرمان نمودار ترسیم‌شده را می‌توان با قالب‌های pdf یا postscript و غیره، ذخیره کنید.

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، وجود بسته‌های نرم‌افزاری متعدد یکی از نقاط قوت نرم‌افزار R است. وجود این بسته‌های نرم‌افزاری این امکان را به کاربر می‌دهد که تنها از بسته‌هایی استفاده کند که لازم دارد. این امر باعث افزایش سرعت پردازش نرم‌افزار

خواهد شد. برای نصب یک بستهٔ نرم‌افزاری جدید، مناسب‌ترین روش نصب روش برخط (on line) است. برای این‌کار گزینه ...Install packae(s) را از منوی Packages انتخاب کنید. بعد از مشخص کردن نام کشور، می‌توانید بستهٔ مورد نظر خود را از منوی بازشده انتخاب کنید و نصب آن‌را انجام دهید. اقدام به نصب یک بستهٔ نرم‌افزاری از طریق برخط (on line) باعث می‌شود تمامی بسته‌هایی که بستهٔ نرم‌افزاری مورد نظر شما با آن‌ها در ارتباط هستند، نیز به‌صورت خودکار نصب شوند. البته به کمک دستور

```
>install.packages("pakage name")
```

مستقیماً یک یا چند بسته‌ی نرم‌افزاری را می‌توان نصب کرد.

برای فراخوانی یک بستهٔ نصب‌شده می‌توانید از طریق گزینهٔ Load package و منوی Packages اقدام کنید، یا از دستور ("pakage name") library استفاده کنید. بسیاری از بسته‌های نرم‌افزاری دارای نوعی بخش آموزشی با عنوان demo هستند. برای مشاهده آن کافی است بعد از دستور فراخوانی بستهٔ نرم‌افزاری، از دستور demo(pakage name) استفاده کنید. برای مثال خروجی دستورهای زیر را مشاهده کنید:

```
>library(actuar)
>demo(lossdist)
>demo(credibility)
>demo(risk)
```

برای مشاهده فهرست تمام بسته‌های که این بخش کمک آموزشی را دارند، از دستور demo(package = .packages(all.available = TRUE)) استفاده کنید. همچنین با استفاده از دستور help(library="pakage name") می‌توان help بستهٔ فراخوانی‌شده را (در صورت وجود) مشاهده کرد. همچنین با استفاده از دستور example می‌توان مثال‌های حل‌شده را (در صورت وجود) مشاهده کرد. برای مثال، دستورهای

```
>example(InsectSprays)
>example(glm)
```

را اجرا و خروجی آن‌ها را مشاهده کنید. در صورت وجود داده‌ها آموزشی در بسته‌های نرم‌افزار نصب‌شده، به کمک دستور ()data می‌توان نام تمامی آن‌ها را مشاهده کرد.

الف‌ـ۱ـ۱ ساختارها و کلاس‌ها در R

ونابلز و ریپلی (۲۰۰۲) در مورد نرم‌افزار S می‌گویند: «هر چیزی در S یک ساختار است و هر ساختار متعلق به یک کلاس است!» این جمله به‌وضوح در مورد R نیز صادق است. به زبان ساده می‌توان گفت: تمامی عناصر تعریف شده در R را می‌توان ساختار یا پیکره نامید. برای مشاهده فهرست ساختارهای تعریف‌شده از دستور ()ls و برای حذف یک ساختار از فهرست ساختارها موجود از دستور remove(object names) استفاده کنید. با استفاده از دستور remove(list=ls()) همهٔ ساختارها حذف خواهند شد. برای مشاهده کلاس یک ساختار از دستور class(object name) و برای مشاهده محتویات یک ساختار از دستور object name یا unclass(object name) استفاده کنید.

برای مقداردهی یک ساختار در نرم‌افزار می‌توان از نماد -> یا = استفاده کرد. اگر در یک سطر بیش از یک دستور قرار گیرد، آن دستورها را با نماد ; از همدیگر جدا می‌کنیم.

در ادامه برخی از معروف‌ترین کلاس‌های مرتبط با ساختارها معرفی می‌شود. مقادیر درون این ساختار می‌تواند «عدد»، «نماد منطقی» و یا «کاراکتر» باشند.

(۱) بردار: این ساختار یکی از ساده‌ترین ساختارها در R است. x = c (2,3,5)، b = c (TRUE,FALSE,F) و x = c ("red" , "blue" , 22) مثال‌های از یک بردار هستند.

تمرین الف‌ـ۱. خروجی هریک از دستورات زیر را مشخص کرده و به کمک help نرم‌افزار، فرم کلی هر دستور را پیدا کنید.

```
>x = seq (1 , 16 , by = 2); y = seq (1 , 6 , length = 2)
>b = c (TRUE,FALSE,F); z<-rep (x,3); a<-1:3;
>a; a^2; a^a; a[2]^a[-1]; b[-1];x; x[-1]; x[2:3];
>x[c(2,3,6)]; x[c(2,3,6)]; x+3; x==2; x<=2; x>=2;
>length(x); class(x); class(x==2); class(a[2]^a[-1]>5);
>length(x)<-3; x;L3 <- LETTERS[1:3];
>L4=L3 <-letters[1:3]; cl <- colors(); c1[1]; cl[20:22]
>cl[c(20,25)];  S<-vector(); S2<-c(); S2<-c(S2,3); S2;
>S2<-c(S2,13); S2
```

(۲) ماتریس: بعد از بردار، ماتریس ساده‌ترین ساختار نرم‌افزار است. برای تعریف یک ماتریس روش‌های متعددی وجود دارد، اما ساده‌ترین آن استفاده از دستور

matrix (Data , nrow = a, ncol=b , byrow = T)

است. به کمک این دستور $a \times b$ مقدار اول بردار Data را به‌صورت سطری، در یک ماتریس $a \times b$ بُعدی قرار می‌دهد.

تمرین الف‌ـ۲. خروجی هریک از دستورات زیر را مشخص کنید.

```
> M=matrix (1:9 , nrow = 3 , byrow = T);
>N=matrix (1:10 , ncol = 2 , byrow = F)
>D=rbind (1:3 , 4:6 , 7:9); E=cbind (1:3 , 4:6 , 7:9);
>dim(D); length(D); D; D[1,1]; D[1,]; M; M[-1,]
```

(۳) آرایه: اگر تعدادی ماتریس هم‌بُعد را بر روی همدیگر قرار دهید، یک ساختار سُه‌بعدی با نام آرایه حاصل می‌شود.

تمرین الف‌ـ۳. خروجی هریک از دستورات زیر را مشخص کنید.

```
>A=array (1:18 , dim=c (3 , 3 , 2)); A; dim(A); length(A)
>A[1,2,1]; A[,,1]; A[,1,]; A[1,,]; A[,,-1]; A[c(2,3),,]
```

(۴) چارچوب داده‌ها: به ساختاری گفته می‌شود که شامل گروهی از متغیرها است (که لزوماً هم‌جنس نیستند) که برای مدل‌بندی در کنار هم قرار گرفته شده‌اند. به کمک دستور

data.frame(var1=values, var2=values, check.names = TRUE)

می‌توان یک چارچوب داده‌ای را مستقیماً در درون نرم‌افزار ایجاد کرد. به کمک دستورات مناسب می‌توان چارچوب داده‌ها را از یک فایل داده‌ای خارج از نرم‌افزار فراخوانی کرد. اگر فرمت فایل «متنی» با پسوند txt باشد، دستور فراخوانی داده‌ها

read.table("??.txt", header = F/T)

است. دستور مناسب برای فرمت نرم‌افزارهای SPSS، Minitab و Excel به ترتیب

read.mtp("??.mtw", header = F/T)،
read.spss("??.sav", header = F/T) و
read.xls("??.xls", sheet= "sheet number")

هستند. البته قبل از استفاده از دستور read.xls(...) باید بستهٔ gdata فراخوانی شده باشد.
لازم به ذکر است: (۱) طول بردارهای درون یک چارچوب باید برابر باشند و (۲) برای فراخوانی یک فایل، آن‌را باید به پوشهٔ فعال منتقل کنید.

تمرین الف-۴. خروجی هریک از دستورات زیر را مشخص کنید.

```
>DD<-data.frame(Var1=1:50+1, Y=1:50, X=21); DD; names(DD)
>DD$Var1; DD$Y; DD$X;DD[DD$Var1>=30,];DD[DD$Var1>=30&X<=40,];
>DD[DD$Var1>=30&DD$X<=40,];DD[which(DD$Var1>=30|DD$X<=40),];
>DD[which(DD$Var1>=30 | DD$X==40),];
>DD[which(DD$Var1>=30 | DD$X==40),]$X
```

نکتهٔ الف-۲. به کمک دستور rbind به‌ترتیب، می‌توانید دو یا چند چارچوب اطلاعاتی را ترکیب کرد. همچنین به کمک دستور subset می‌توانید بخشی از اطلاعات یک چارچوب اطلاعاتی را انتخاب کنید. همچنین به کمک دستور sample می‌توان بخشی از یک چارچوب اطلاعاتی به‌صورت تصادفی (یا نمونه‌ای) انتخاب کنید.

تمرین الف-۵. خروجی دستورهای زیر را شرح دهید.

```
>DD1<-data.frame(Var1=1:5+1, Y=1:5, X=21)
>DD2<-data.frame(Var1=10:25+1, Y=10:25, X=12)
>Total<-rbind(DD1,DD2)
>View(Total)
>head(Total)
>tail(Total)
>trainingRows<- sample(1:nrow(Total), 0.7 * nrow(Total))
>trainingData<-Total[trainingRows, ]
>testData<-Total[-trainingRows, ]
>sub<-subset(Total, X == 12 & Y>=8 & Y<=16)
>View(sub)
```

(۵) تابع: ساختاری است که یک عمل جبری یا منطقی انجام می‌دهد. برای آشنایی بیشتر به بخش بعدی مراجعه کنید.

(۶) لیست: یک ساختار پیچیده چندبُعدی است که هر بُعد آن می‌تواند یکی از ساختارهای معرفی‌شده در بالا باشد. به‌عبارت‌دیگر لیست یک بردار است که هر عضو آن می‌تواند یکی از ساختارهای بالا باشد.

تمرین الف-۶. خروجی هریک از دستورات زیر را مشخص کنید.

```
>LD = list (before = -1:10 , after = 1:10 , result = "bad" )
>LD; class(LD): LD$before; LD$after; LD$result;
```

الف-۱-۲ توابع در R

یکی دیگر از دلایل فراگیر شدن نرم‌افزار R، سادگی کدنویسی در آن است. همانند تمامی نرم‌افزارها، توابع در R به دو صورت توابع کتابخانه‌ای و توابع خودساخته قابل دسته‌بندی هستند. برخی از توابع کتابخانه‌ای در تمرین‌های بالا معرفی شدند. در تمرین بعدی چند تابع کتابخانه‌ای مربوط ریاضی معرفی شده‌اند.

تمرین الف-۷. با استفاده از help نرم‌افزار، کارکرد هر یک از توابع کتابخانه‌ای زیر را تعیین کنید. floor(.), ceiling(.), round(.), signif(.), trunc(.), abs(.), append(.), cat(.), identical(.), jitter(.), ls(), q(), paste(.), range(.), rev(.), sort(.), order(.), sign(.), vector() file.info("."), log(.), logb(),log10(.), log2(.), exp(.), expm1(.), log1p(.), sqrt(.), cos(.), sin(.), tan(.), acos(.), asin(.), atan(.), atan2(.), cosh(.), sinh(.), tanh(.), acosh(.), asinh(.), atanh(.), union(.), intersect(.), setdiff(.), setequal(.), eigen(.), deriv(.), integrate(.), mean(.), weighted.mean(.), median(.), min(.), max(.), quantile(.), rnorm(.), runif(.), sd(.), summary(.), sum(.), var(.), sample(.), ecdf(.), t(.), ginv(.), diag(.), eigen(.), det(.), outer(.), kronecker(.), .%*%., Vectorize(.), table(.), attach(.), scan(), data(), data(.)

عملگرهای منطقی در R عبارت‌اند از: & (و)، | (یا)، ! (نقیض)، < (بزرگ‌تری)، =< (بزرگ‌تر یا مساوی)، => (کوچک‌تر یا مساوی)، == (برقراری یک تساوی) هستند. خروجی این دستورها TRUE یا FALSE است. مثلاً خروجی دستور !c(1,2,3)==2 به‌صورت TRUE FALSE TRUE است.

به کمک دستورات while و for می‌توان تکرار یک دستور و به کمک عملگرهای شرطی if و else if می‌توان شرایط اجرای یک دستور را به نرم‌افزار معرفی کرد. با انجام چند مثال زیر، چگونگی به‌کارگیری این دستورات را فراگیرید.

```
>X = 1; while (X < 11){print(X); X = X + 1}
>for (i in 1:10){print(i)}
>i = 1; repeat {print (i); i = i + 1;if (i > 10) break}
>if (x > y){print ("x is bigger than y")}
>if (x > y){print ("x is bigger than y")}
>                     else{print ("y is bigger than x")}
```

برای نوشتن یک تابع جدید در R کافی است از فرمت

```
>function name <-function(argument1,argument2,...)
{
statements
}
```

استفاده شود. برای اجرای یک تابع کافی است نام تابع به همراه شناسه‌های (ورودی‌های) آن در محیط کنسول نوشته شود. همچنین با دستور edit(function name) می‌توان متن یک تابع را در یک محیط ویراستاری، ویرایش کرد. دستور stdError <- function(x) sqrt(var(x)/length(x)) تابعی را نشان می‌دهد که انحراف‌استاندارد متغیر ورودی خود را محاسبه می‌کند. با استفاده از دستور tapply می‌توان اجرای یک تابع را بر روی یک آرایه مدیریت کرد. برای مثال دو دستور tapply(incomes, Groupsf, mean) و tapply(incomes, Groupsf, stdError) در مثال

```
>Groups<-c("A","B","C","A","B","B","C","C","A","A","B","B","B",
+ "A", "A","A","B","A","B","C","A","A","A","B","C","C","C","C",
+ "C", "C")
>incomes <- c(60,49,40,61,64,60,59,54,62,69,70,42,56,61,61,
+ 61, 58, 51, 48, 65, 49, 49, 41, 48, 52, 46, 59, 46, 58, 43)
>stdError <- function(x){ sqrt(var(x)/length(x))}
>Groupsf <- factor(Groups); levels(Groupsf)
>tapply(incomes, Groupsf, mean); tapply(incomes, Groupsf, stdError)
```

به ترتیب میانگین و انحراف‌استاندارد درآمد (ارائه‌شده در متغیر incomes) سه گروه (ارائه‌شده در متغیر Groups) را نشان می‌دهند. با استفاده از دستورات sapply و lapply می‌توان اجرای یک تابع را بر روی عناصر یک لیست اجرا کرد. تفاوت این دو دستور، تنها بر روی فرمت خروجی آن‌ها است.

برخی از محاسبات ریاضی نسبتاً پیشرفته را می‌توان به کمک نرم‌افزار R انجام داد. مثلاً به کمک دستور deriv(~function expression, 'x') می‌توان از تابعی که متن آن

در دستور تایپ شده است، نسبت به متغیر x مشتق‌گیری کنید،[1] یا به کمک دستورات integrate(g , a , b) و uniroot(g, c(a,b), tol=0.000001) می‌توان به ترتیب از تابع یک متغیره $g(x)$ (که قبلاً تعریف‌شده) در بازهٔ a تا b انتگرال‌گیری و ریشهٔ (احتمالی) آن را با دقت ۰/۰۰۰۰۰۱ در بازهٔ a تا b محاسبه کرد.

تمرین الفـ۸. خروجی دستورهای زیر را مشخص کنید.

```
>deriv(~(2*(x^5)+sin(x)),'x')
> f = function(x) {exp(-x)/sqrt(x)}; integrate(f , 1, Inf)
>g<-function(x) exp(-x)*(x-12)+3; uniroot(g, c(0,2), tol=0.00000001)
```

با استفادهٔ خلاقانه از دستور uniroot تابع

```
>inverse = function (f, lower1, upper1, tol1)
{
function (y) uniroot((function (x) f(x) - y), lower = lower1,
upper = upper1, tol=tol1)$root
}
```

را ارائه می‌کند، که به کمک آن می‌توان معکوس تابع یک‌بُعدی f(x) را محاسبه کرد. مثلاً اگر تابع g معکوس تابع $f(x) = \frac{x^۲}{x+۳}e^{۳x} - ۱$ باشد، آن‌را به‌صورت

```
>f=function(x){x^2/(x+3)*exp(3*x)-1}
>g=inverse(f,0,100,0.0000001)
> par(mfrow = c(2, 1))
>plot(seq(1,10,length=200),sapply(seq(1,10,length=200), f),
"l", ylab="f", xlab="x")
>plot(seq(1,10,length=200),sapply(seq(1,10,length=200), g),
"l", ylab="f-inverse", xlab="x")
```

محاسبه و ترسیم می‌کنیم.

برخی از توابع توزیع آماری در بستهٔ نرم‌افزاری stats تعریف شده‌اند. جدول (الفـ ۱) ریشه این توابع توزیع را نشان می‌دهد. با استفاده از حرف‌های d، p، q و r قبل از کد یک

[1] دستور deriv برای توابعی که قبلاً تعریف شده‌اند، عمل نمی‌کند. اگر مایل به مشتق‌گیری از توابع پیچیده‌تر هستید، توصیه می‌شود: ابتدا بستهٔ نرم‌افزاری Deriv نصب شود، سپس بعد از فراخوانی این بسته، تابع f(x) تعریف کرده و سرانجام با دستور deriv(~f(x) , 'x') نسبت به x مشتق‌گیری کنید.

توزیع، می‌توانید به‌ترتیب تابع (جرم/چگالی) احتمال، تابع توزیع تجمعی، چندک و عدد تصادفی آن توزیع را محاسبه کنید. مثلاً خروجی دستور rnorm(100, 2,4)، ۱۰۰ عدد تصادفی از توزیع میانگین ۲ و انحراف‌معیار ۴ است، اما خروجی دستور pchisq(1.2, 2) مساحت سمت چپ توزیع خی‌دوی (مرکزی) در نقطهٔ ۱/۲ است. دستور dnorm(1.2, 2,4) مقدار تابع چگالی احتمال توزیع نرمال (با پارامترهای ۲ = μ و ۴ = σ) را محاسبه می‌کند. سرانجام دستور qf(0.2, 2,4, 1.2) چندک ٪۲۰ توزیع فیشر با درجات آزادی ۲ و ۴ و پارامتر نامرکزی ۱/۲ را محاسبه می‌کند.

جدول الف‌ــ۱: کدتوزیع‌های آماری بسته نرم‌افزاری stats

توزیع	کد توزیع	پارامترهای مورد نیاز (مقدار پیش فرض)
بتا	beta	α ،β ،$\gamma(=۰)$
دوجمله‌ای	binom	n p،
کوشی	cauchy	μ ،σ
خی‌دو	chisq	df ،$\gamma(=۰)$
نمایی	exp	λ
فیشر	f	$df_۱$ ،$df_۲$ ،$\gamma(=۰)$
گاما	gamma	α ،β
هندسی	geom	p
فوق‌هندسی	hyper	n ،m ،k
لوگ‌نرمال	lnorm	μ ،σ
لوژستیک	logis	μ ،σ
دوجمله‌ای منفی	nbinom	p ،n
نرمال	norm	μ ،σ
پوآسون	pois	λ
استیودنت	t	df ،$\gamma(=۰)$
یکنواخت	unif	min ،max
وایبل	weibull	μ ،σ
ویلکاکسون	wilcox	n ،m

نکتهٔ الف‌ــ۳. در برخی از بسته‌های دیگر نرم‌افزار، نیز توزیع‌های آماری تعریف شده‌اند. هنگام استفاده از آن توزیع‌ها باید روش استفاده از آن‌ها را از help آن بسته فرا گیرید.

الف‌ــ۱ــ۳ نمودارها در R

یکی دیگر از قابلیت‌های غیرقابل‌انکار نرم‌افزار R، قدرت آن برای ترسیم نمودارهای بسیار متنوع و جذاب است.

بستهٔ نرم‌افزاری graphics برای ترسیم نمودارها در R طراحی شده است. برای مشاهده فهرست تمام دستورات بستهٔ graphics که به کمک آن‌ها می‌توان یک نمودار ترسیم یا به نمودار ترسیم شده، قابلیتی افزود، از دو دستور

```
>library(gdata)
```

```
>ls.funs("package:graphics")
```

استفاده کنید. برای مثال به کمک دستورات plot، hist، barplot، piechart، dotchart، boxplot، curve و qqplot به‌ترتیب می‌توان نمودارهای پراکنش، بافت‌نگار (هیستوگرام)، میله‌ای، دایره‌ای، نقطه‌ای، جعبه‌ای، منحنی و چندک‌چندک (توزیع نرمال) ترسیم کرد.

تمرین الف-۹. خروجی دستورات زیر را مشخص کنید.

```
>x =rnorm(20); y =1:20; plot(x); plot (x, y)
>hist(rt(2000, 2, 1.2)); boxplot(rt(200, 2))
>pie(c(10,500,30,100)); dotchart(rnorm(20))
>barplot(rpois(20,2)); x=rnorm(20); curve (dchisq(x,3),0,10)
>x =rnorm(20); qqnorm(x); qqline(x)
```

مثال‌های بالا مربوط به بستهٔ graphics است. بسیاری از بسته‌ها نیز قابلیت ترسیم نمودارهای تخصصی را دارا هستند. برای مثال دستور qqPlot از بستهٔ car این قابلیت را برای کاربر فراهم می‌کند، که نمودار چندک‌چندک بسیاری از توزیع‌های معروف را ترسیم کند. خروجی فرمان‌های زیر را ملاحظه کنید.

```
>library(car); qqPlot((rnorm(2000, 2,1))^2, dist="chisq", df=2)
```

برای افزودن اطلاعات اضافه به یک نمودار، دستوراتی وجود دارد که برخی از آن‌ها در ادامه بررسی می‌شوند. مثلاً برای اضافه کردن یک خط راست، یک خط شکسته و یک پانل توضیحی، به یک نمودار ترسیم‌شده، به‌ترتیب از دستورات abline، lines، و legend استفاده کنید. برای اضافه کردن منحنی چگالی به نمودار بافت‌نگار از دستور lines(density(.)) استفاده کنید.

در نرم‌افزار R به‌صورت منظم بسته‌های جدیدی توسعه پیدا می‌کنند که توانایی کاربران را برای انجام تحلیل‌ها افزایش می‌دهند. برای نمونه دستورهای describeBy، group.CI، plotmeans، matplot و posthocKW که در سال‌های اخیر توسعه یافته‌اند، به‌ترتیب، کاربران را قادر می‌سازند که آمار توصیفی به تکفکیک گروه، بازه اطمینان به تفکیک گروه، نمودار میانگین‌ها (به همراه بازه اطمینان) به تفکیک گروه، نمودار هم‌زمان برای ستون‌های یک چارچوب اطلاعاتی و نمودار آزمون کروسکال‌والیس ترسیم کنند.

تمرین الف-۱۰. خروجی دستورهای زیر را شرح دهید.

```
>library(graphics)
>library(postHoc)
>data(sat.act)
>data(iris)
>data(DeIdentifiedExample)
>describeBy(sat.act$age,sat.act$education)
>group.CI(sat.act$age~sat.act$education, data=sat.act)
>plotmeans(sat.act$age~sat.act$education)
>matplot(iris[,1:4])
>A<-posthocKW(DeIdentifiedExample$Y, DeIdentifiedExample$Treatment)
>plot(A)
```

الف‌ـ۲ مدل‌سازی به کمک R

در این بخش چگونگی برازش توزیع (یک‌بُعدی و چندبُعدی)، مدل آماری و برآورد پارمترها به کمک داده‌ها بررسی می‌شوند.

الف‌ـ۲ـ۱ برازش توزیع‌های احتمال به داده‌ها

بسته‌های نرم‌افزار R مجموعهٔ غنی‌ای از توزیع‌های آماری را در اختیار کاربران قرار داده است. گام اول برازش یک توزیع به یک دسته داده، ترسیم نمودار بافت‌نگار آن داده‌ها است. واضح است در بسیاری از موارد نمی‌توانیم از مجموعه توزیع‌های موجود یک توزیع برای داده‌ها کاندید کنیم. در این‌گونه مواقع بهتر است با استفاده از تبدیل‌ها و یا آمیختن توزیع‌های کلاسیک توزیع‌های جدید و مناسب برای داده‌های خود پیشنهاد کنیم.

تغییر رفتار یک متغیر تصادفی بعد از اعمال یک تبدیل ریاضی بر روی آن، را به دو صورت (۱) اعمال تبدیل بر روی تابع چگالی آن متغیر (بر اساس روش ژاکوبین) و (۲) یا اعمال مستقیم تبدیل بر روی اعداد تولیدشده از آن متغیر تصادفی، می‌توان ترسیم کرد.

مثال الف‌ـ۱. فرض کنید متغیر تصادفی X از توزیع گاما با پارامترهای ۱۰۰ و ۲ پیروی می‌کند. توزیع متغیرهای تصادفی $X_1 = X + 1$، $X_2 = 2X$، $X_3 = \sqrt{X}$، $X_4 = 1/X$ و $X_5 = \exp\{X\}$ را با توزیع X مقایسه کنید.

حل. توابع چگالی متغیرهای جدید ابتدا با استفاده از روش ژاکوبین تعیین، سپس به‌صورت زیر به نرم‌افزار معرفی می‌شوند. بخش اول شکل (الف‌ــ ۱) تغییر رفتار آن‌ها را نسبت به تابع چگالی اولیه نشان می‌دهد.

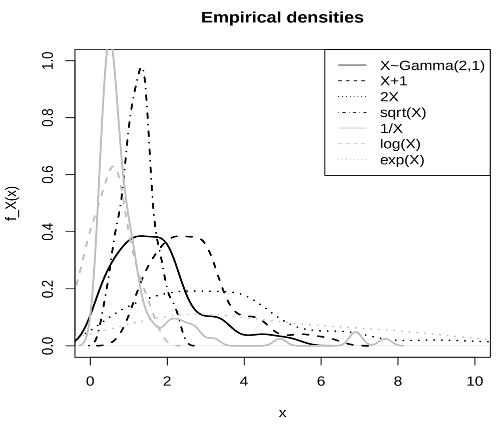
```
> f <- function(x) dgamma(x,2)
> f1 <- function(x) f(x-1)
> f2 <- function(x) f(x/2)/2
> f3 <- function(x) 2*x*f(x^2)
> f4 <- function(x) f(1/x)/x^2
> f5 <- function(x) f(exp(x))*exp(x)
> f6 <- function(x) f(log(x))/x
> x=seq(0,10,by=.025)
> plot(x,f(x),ylim=c(0, 1.3),xlim=c(0, 10),main="Theoretial densities",
+      lwd=2, type="l", xlab="x", ylab="")
> lines(x,f1(x), lty=2, lwd=2)
> lines(x,f2(x), lty=3, lwd=2)
> lines(x,f3(x), lty=4, lwd=2)
> lines(x,f4(x), lty=1, col="grey", lwd=2)
> lines(x,f5(x), lty=2, col="grey", lwd=2)
> lines(x,f6(x), lty=3, col="grey", lwd=2)
> legend("topright", lty=1:4, col=c(rep("black", 4), rep("grey", 3)),
leg=c("X~Gamma(2,1)","X+1","2X", "sqrt(X)", "1/X", "log(X)", "exp(X)"))
```

اعمال مستقیم تبدیل‌ها روی متغیر تصادفی اولیه، به‌صورت زیر به نرم‌افزار معرفی می‌شوند. بخش دوم شکل (الف‌ــ ۱) تغییر رفتار آن‌ها را نسبت به تابع چگالی اولیه نشان می‌دهد.

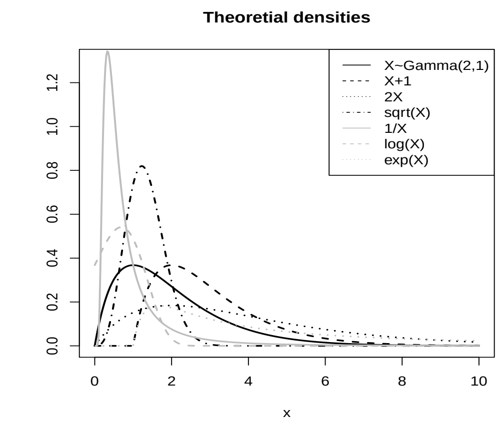
```
> set.seed(123)
> x <- rgamma(100, 2)
> x1 <- x+1
> x2 <- 2*x
> x3 <- sqrt(x)
> x4 <- 1/x
> x5 <- log(x)
> x6 <- exp(x)
> plot(density(x),ylim=c(0, 1),xlim=c(0, 10),main="Empirical densities",
+ lwd=2, xlab="x", ylab="f_X(x)")
> lines(density(x1), lty=2, lwd=2)
> lines(density(x2), lty=3, lwd=2)
> lines(density(x3), lty=4, lwd=2)
> lines(density(x4), lty=1, col="grey", lwd=2)
> lines(density(x5), lty=2, col="grey", lwd=2)
```

```
> lines(density(x6), lty=3, col="grey", lwd=2)
> legend("topright", lty=1:4, col=c(rep("black", 4), rep("grey", 3)),
leg=c("X~Gamma(2,1)","X+1","2X", "sqrt(X)", "1/X", "log(X)", "exp(X)"))
```

□



(ب)



(آ)

شکل الف‌ـ۱: نمودار تغییر رفتار توزیع بعد از اعمال تبدیل، به دو روش ژاکوبین و شبیه‌سازی، مربوط به مثال (الف‌ـ۱)

بعد از کاندید کردن یک توزیع برای داده‌ها باید اقدام به برآورد پارامترهای آن توزیع و بررسی نیکویی برازش توزیع کاندید، به داده‌ها می‌کنیم. اگر مایل به برآورد پارامترها به کمک روش حداکثر درست‌نمایی هستید، این‌کار را می‌توانید به روش‌های مختلفی توسط نرم‌افزار R انجام دهید. یکی از روش‌ها استفاده از دستور optim به‌ترتیب زیر است: گام (۱) منفی تابع لگاریتم تابع درست‌نمایی توزیع را به‌عنوان تابعی از پارامترهای مجهول و بردار مشاهدات به نرم‌افزار معرفی کنید، گام (۲) با استفاده از دستور op-tim(starting values, log-likelihood, data) پارامترهای مجهول را برآورد کنید. برای آشنایی بیشتر به مثال زیر توجه کنید.

مثال الف‌ـ۲. فرض کنید علاقه‌مند به برآورد پارامترهای میانگین و واریانس توزیع نرمال بر اساس n مشاهده هستیم. می‌دانیم لگاریتم تابع درست‌نمایی این توزیع به‌صورت

$$l(\theta) = -۰/۵n\ln(۲\pi) - ۰/۵n\ln(\sigma^۲) - \sum_{i=۱}^{n}(y_i-\mu)^۲/(۲\sigma^۲)$$

است. دستورهای زیر مراحل برآورد این پارامترها را نشان می‌دهد.

```
>fn<-function(theta,y){mu<-theta[1]; sigma2<-theta[2]; n<-length(y)
logl<- -.5*n*log(2*pi)-.5*n*log(sigma2)-(1/(2*sigma2))*sum((y-mu)^2);
+  return(-logl)}
>plot(seq(-3,3,.1),-1*sapply(seq(-3,3,.1),fn,theta=c(0,1)),type='l',
+ ylab='',xlab='')
>x<-c(1,2,4,3,1,2,4,5,6,7,8,9,1,3,2,1,2,3,4)
>optim(c(0,1),fn,y=x)$par
```

روش دیگر استفاده از دستور fitdistr(x, ”Distributions name”) از بستهٔ نرم‌افزاری MASS است. با استفاده از این دستور به‌سادگی می‌توان پارامترهای توزیع‌های ارائه‌شده در جدول (الف‌ـ۱) را به روش حداکثر درست‌نمایی برآورد کرد. برای مثال دستورات

```
>x<-c(1,1,2,3,4,1,2,1,1,1,2,3.4,4,5)
>library(MASS); fitdistr(x, "gamma")$estimate
```

پارامترهای توزیع گاما را برآورد می‌کنند.

رویکرد دیگر می‌تواند استفاده از بستهٔ نرم‌افزاری fitdistrplus باشد. این بسته در سال ۲۰۰۹ به نرم‌افزار R اضافه شد. به کمک توابع این بسته می‌توان به داده‌های سانسورشده و سانسورنشده تعداد بسیار زیادی توزیع آماری برازش داد. از طرف دیگر قابلیت گرافیکی بسیار بالای این بسته جذابیت آن‌را دوچندان کرده است. توابع معروف این بسته عبارتند از: fitdist (برازش توزیع به داده‌های سانسورنشده)، fitdistcens (برازش توزیع به داده‌های سانسورشده)، mgedist (محاسبهٔ حداکثر مقدار نیکویی‌برازش، تحت توزیع برازش‌شده)، qmedist (برآورد پارامترهای توزیع کاندیدا، به روش چندکی)، mmedist (برآورد پارامترهای توزیع کاندیدا، به روش گشتاوری) و mledist (برآورد پارامترهای توزیع کاندیدا، به روش حداکثردرست‌نمایی).

در ادامه با ارائهٔ یک مثال، چگونگی استفاده از قابلیت‌های این بسته‌ی نرم‌افزاری شرح داده می‌شود.

مثال الف‌ـ۳. در بستهٔ نرم‌افزاری fitdistrplus مجموعه داده‌های به‌عنوان groundbeef وجود دارد. داده‌های متغیر serving این مجموعه داده را در نظر گرفته یک توزیع آماری مناسب برای آن پیدا کنید.

حل. ابتدا به کمک دستورات

>library(fitdistrplus); data("groundbeef"); data <- groundbeef$serving

بسته و مجموعه داده‌ها را فراخوانی کرده، متغیر serving را در متغیر data قرار می‌دهیم. اکنون به کمک plot(data, pch=20) و plotdist(data, histo = TRUE, demp = TRUE) به‌ترتیب نمودارهای پراکنش، بافت‌نگار، چگالی تجربی و توزیع تجمعی تجربی داده‌ها را ترسیم کنید (دو قسمت شکل الف‌ـ۲). اکنون با استفاده از دستور descdist(data, discrete=FALSE, boot=500) نمودار کالن و فری (۱۹۹۹) که بر اساس دو معیار چولگی و برجستگی چند توزیع برای داده‌ها پیشنهاد می‌کند، را ترسیم می‌کنیم (شکل، الف‌ـ۳).

با توجه به نزدیکی محل داده‌های مشاهده شده به خطوط مربوط به توزیع‌های گاما، لگ‌نرمال و وایبول در نمودار کالن و فری، این سه توزیع را به‌عنوان کاندیدا انتخاب می‌کنیم.

اکنون با دستورات

```
>fitWeibull  <- fitdist(data, "weibull")
>fitGamma  <- fitdist(data, "gamma")
>fitLognorm <- fitdist(data, "lnorm")
```

این سه توزیع را به داده‌ها برازش می‌دهید. با دستورات

```
>par(mfrow=c(2,2))
>plot.legend <- c("Weibull", "lognormal", "gamma")
>denscomp(list(fitWeibull, fitGamma, fitLognorm),
+   legendtext = plot.legend)
>cdfcomp (list(fitWeibull, fitGamma, fitLognorm),
+  legendtext = plot.legend)
>qqcomp  (list(fitWeibull, fitGamma, fitLognorm),
+  legendtext = plot.legend)
>ppcomp  (list(fitWeibull, fitGamma, fitLognorm),
+  legendtext = plot.legend)
```

نمودارهای بافت‌نگار، چگالی تجربی، توزیع تجمعی تجربی و دقیق، نمودارهای چندک‌چندک و احتمال‌احتمال این سه توزیع برازش شده را در یک صفحه گرافیکی مشاهده کنید (شکل الف‌ـ۴). به نظر می‌رسید توزیع لگ‌نرمال مناسب‌ترین توزیع است.

اگر علاقمند به برازش توزیع‌های بیشتر نظیر «بر»، لوگ‌لوژستیک و پارتو به داده‌ها هستید، چون این توزیع‌ها در بستهٔ نرم‌افزاری actuar هستند، ابتدا به کمک دستور library(actuar) این بسته را فراخوانی کرده، سپس به کمک دستورات

```
>fit_ll<-fitdist(data, "llogis", start=list(shape=1, scale=500))
>fit_P<-fitdist(data,"pareto",start=list(shape= 1, scale=500))
>fit_B<-fitdist(data,"burr",start=list(shape1=0.3,shape2=1,rate=1))
>cdfcomp(list(fitLognorm,fit_ll,fit_P,fit_B),xlogscale=T,ylogscale =T,
+ legendtext=c("lognormal", "loglogistic","Pareto","Burr"),lwd=2)
```

نمودار توزیع تجمعی تجربی و توزیع دقیق این چهار توزیع، را ترسیم کنید (شکل الف‌ـ۵). برای انجام آزمون نیکویی‌برازش از دستور

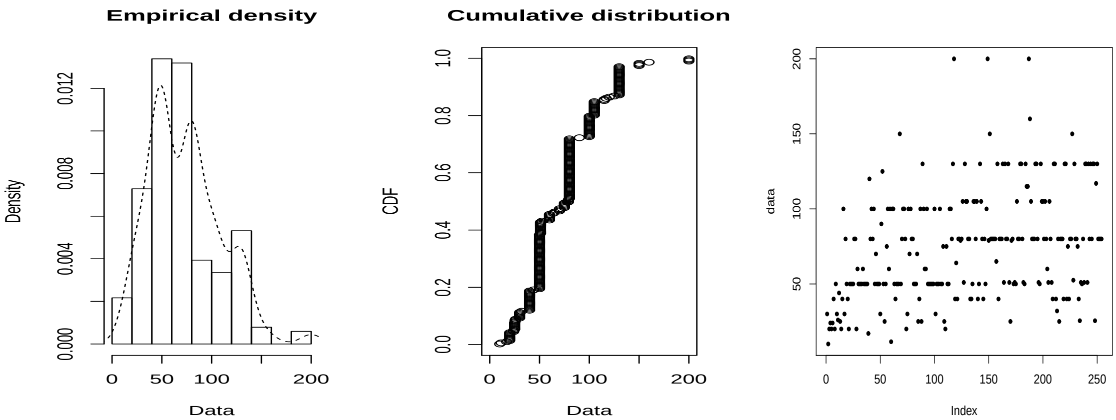
```
>gofstat(list(fitLognorm,fit_ll,fit_P, fit_B),fitnames=c("lognorm",
"loglogistic","Pareto", "Burr"))
```

استفاده کنید، تا خروجی زیر حاصل شود.

```
Goodness-of-fit statistics
                              lognorm   loglogistic   Pareto    Burr
Kolmogorov-Smirnov statistic 0.14931   0.13972      0.30097  0.14244
Cramer-von Mises statistic   0.82774   0.80590      6.10040  0.69869
Anderson-Darling statistic   4.54365   4.48127     31.94203  3.58529
Goodness-of-fit criteria
                                  lognorm   loglogistic Pareto   Burr
Akaike's Information Criterion  2526.6    2529.1      2696.0  2514.2
Bayesian Information Criterion  2533.7    2536.1      2703.1  2524.8
```

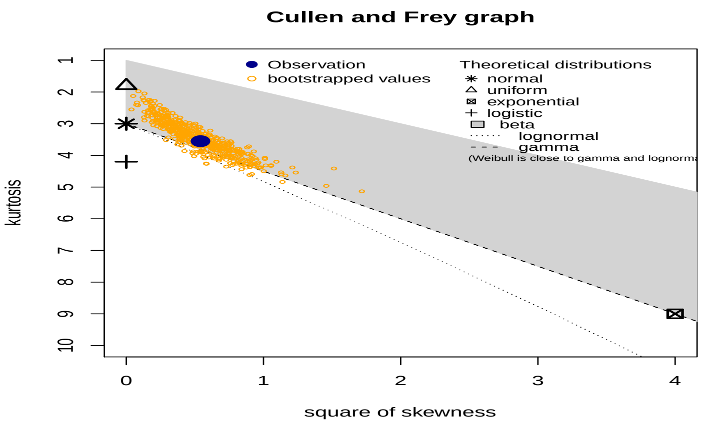
با استفاده از معیارهای بالا، به نظر می‌رسد: مناسب‌ترین توزیع برای این داده‌ها توزیع «بر» است.

□



(ب) (آ)

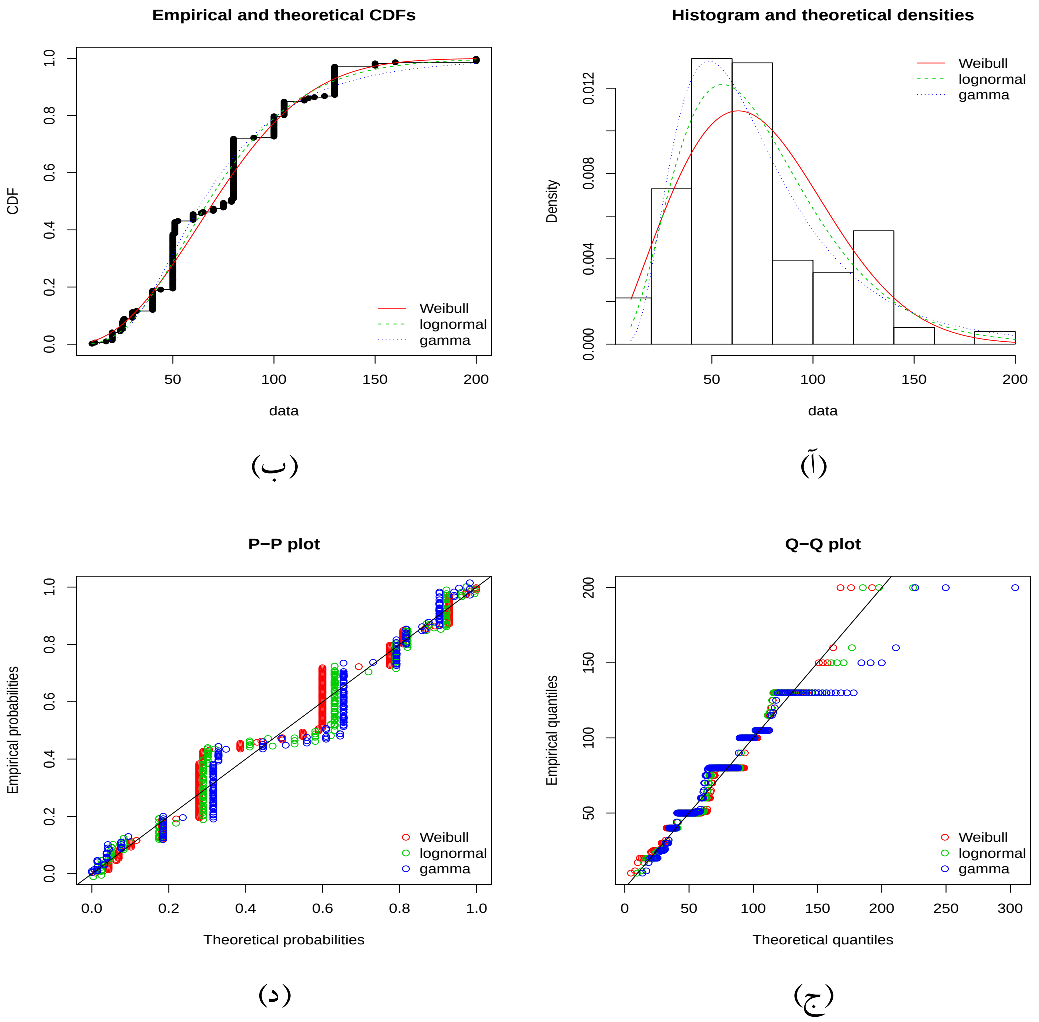
شکل الف‌ـ۲: نمودارهای پراکنش، بافت‌نگار، چگالی تجربی و توزیع تجمعی تجربی داده‌های مربوط به مثال (الف‌ـ۳)



(آ)

شکل الف‌ـ۳: نمودار کالن و فری برای داده‌های مثال (الف‌ـ۳).

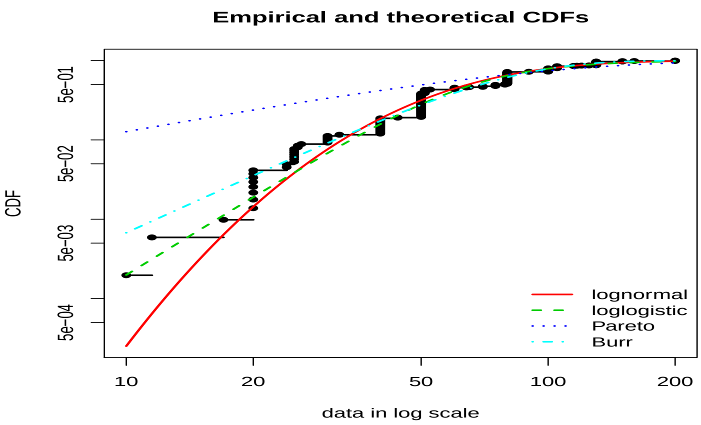
لازم به ذکر است، به کمک این بستهٔ نرم‌افزاری و با فراخوانی بسته‌های نرم‌افزاری جدید (نظیر gamlss.dist) حتی می‌توان توزیع‌های آماسیده در صفر را به داده‌ها برازش داد.



شکل الف‌ـ۴: نمودارهای بافت‌نگار، چگالی تجربی، توزیع تجمعی تجربی و دقیق، نمودارهای چندک‌چندک و احتمال‌احتمال سه توزیع برازش‌شده وایبول، گاما و لوگ‌نرمال، به داده‌های مثال (الف‌ـ۳)

برای نمونه خروجی دستورات زیر را بررسی کنید.

```
>library(gamlss.dist); x <- rZIP(n = 30, mu = 5, sigma = 0.2)
>plotdist(x, discrete = TRUE)
```



(آ)

شکل الف ـ ۵: نمودار توزیع تجمعی تجربی و توزیع دقیق چهار توزیع لوگ‌نرمال، لوگ‌لوژستیک، پارتو و «بر» به داده‌های مثال (الف ـ ۳)

```
>fitzip<-fitdist(x,"ZIP",start=list(mu=4,sigma=0.15),discrete=T,
optim.method="L-BFGS-B", lower=c(0,0),upper=c(Inf,1))
>summary(fitzip); plot(fitzip); fitp <- fitdist(x, "pois");
>cdfcomp(list(fitzip, fitp)); gofstat(list(fitzip, fitp))
```

مثال زیر چگونگی برازش یک توزیع آمیختهٔ متناهی، به یک دسته‌داده را بررسی می‌کند.

مثال الف ـ ۴. مجموعه داده‌های Davis بستهٔ carData حاوی اطلاعات مربوط به ۲۰۰ زن و مرد است. یک توزیع آماری مناسب به متغیر height این مجموعه داده، برازش دهید.

حل. ابتدا به کمک دستورات

library(carData); data(Davis); X <- Davis$height

بسته و مجموعه داده‌ها را فراخوانی کرده، متغیر height را در متغیر X قرار می‌دهیم. اکنون به کمک دستورهای hist(X, freq=F, main ="Histogram of All Data", xlab="height") و lines(density(X), lty=2, lwd=2) به ترتیب نمودارهای بافت‌نگار و چگالی‌تجربی داده‌های را ترسیم کنید (بخش اول شکل الف ـ ۶). همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید، تقریباً هیچ توزیع مناسبی برای این داده‌ها نمی‌توان پیدا کرد. اگر همین نمودار

را برای زنان و مردان به‌صورت مجزا رسم کنید (بخش دوم و سوم شکل الف‌ـ ۶) می‌توان نتیجه گرفت: اگر به‌جای یک توزیع، به داده‌ها دو توزیع (یک توزیع آمیخته) برازش داده شود، بهتر می‌توان توزیع داده‌ها را پیدا کرد. دستور ترسیم این دو نمودار به‌صورت زیر است:

```
>hist(Davis[Davis$sex=="F",]$height, freq=F,
+  main ="Histogram of Females Data", xlab="height");
> lines(density(Davis[Davis$sex=="F",]$height), lty=2, lwd=2)
>hist(Davis[Davis$sex=="M",]$height, freq=F,
+  main ="Histogram of Males Data",xlab="height");
> lines(density(Davis[Davis$sex=="M",]$height), lty=2, lwd=2)
```

در ادامه برای سادگی، توزیع آمیخته نرمال به‌صورت

$$X \sim pN(\mu_1,\ \sigma_1^2) + (1-p)N(\mu_2,\ \sigma_2^2)$$

را برای این داده‌ها کاندید می‌کنیم.

تابع چگالی این توزیع آمیخته را به‌صورت زیر به نرم‌افزار معرفی می‌کنیم:

```
> logdf<-function(x,parameter){ p <- parameter[1]; m1 <- parameter[2];
m2 <- parameter[3]; s1<-parameter[4]; s2 <- parameter[5]
return(log(p*dnorm(x,m1,s1)+(1-p)*dnorm(x,m2,s2)))
}
```

با توجه به اینکه قیود $p \in (0,1)$، $\sigma_1 > 0$ و $\sigma_2 > 0$ را بر روی پارامترها داریم، ابتدا این قیود را به‌صورت،

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \geq 0$$

بازنویسی و پارامترهای مقید را به کمک دستور constrOptim برآورد می‌کنیم. این قیود در دستور constrOptim به‌صورت $ui \times \theta - ci \geq 0$ خواهند بود. در ادامه چگونگی تعریف این قیود، استفاده از آن‌ها برای برآورد، و خروجی دستور، آورده شده است.

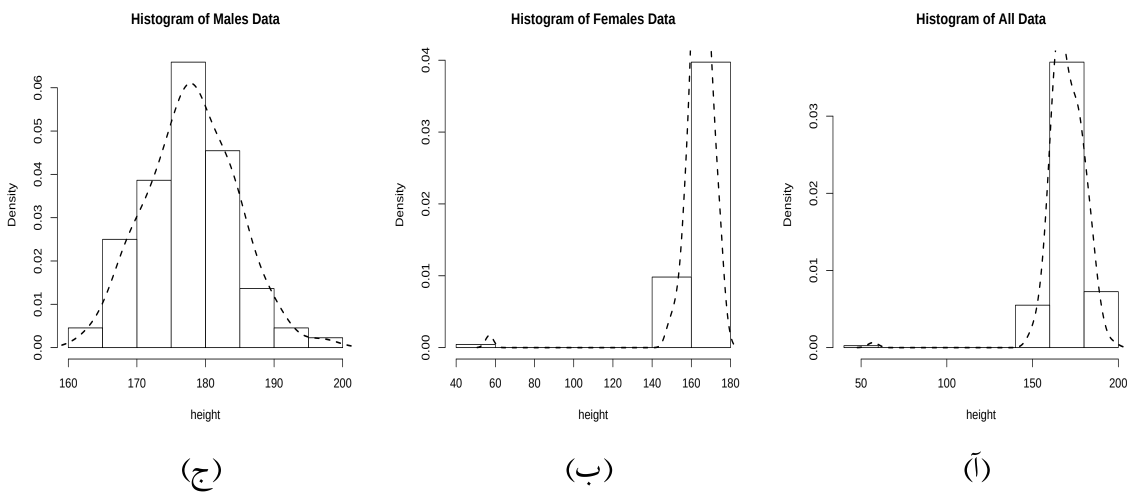
```
> logL <- function(parameter) -sum(logdf(X,parameter))
> Amat <- matrix(c(1,-1,0,0,0,0,
+ 0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1), 4, 5)
> bvec <- c(0,-1,0,0)
> constrOptim(c(.5,160,180,10,10), logL, NULL,
+  ui = Amat, ci = bvec)$par
[1] 0.5996263 165.2690084 178.4991624 5.9447675 6.3564746
```

بنابراین توزیع آمیخته نرمال برازش‌شده به این داده‌ها برابر

$$X \sim ۰/۶N(۱۶۵/۲۶۹,\ ۵/۹۴۵^۲) + ۰/۴N(۱۷۸/۴۹۹,\ ۶/۳۵۶^۲)$$

خواهد بود.

□



شکل الف‌ـ۶: نمودارهای بافت‌نگار و چگالی تجربی تمام داده‌ها، داده‌های زنان و داده‌های مردان، مربوط به مثال (الف‌ـ۴)

الف‌ـ۲ـ۲ محاسبهٔ تقریب یک توزیع

در فصل اول در مورد محاسبهٔ دقیق و تقریبی توزیع‌های مرکب، که بر اساس مجموع تصادفی $S_N = \sum_{i=1}^{N} X_i$ تعریف می‌شوند، صبحت کردیم. به کمک دستور aggregateDist از بستهٔ نرم‌افزاری actuar می‌توان به روش‌های بازگشتی پنجر، فرمول دقیق (که بر اساس پیچش به‌دست می‌آید)، تقریب نرمال، تقریب نرمال‌توانی و شبیه‌سازی، توزیع تجمعی $S_N = \sum_{i=1}^{N} X_i$ را محاسبه کرد. فرم کلی این دستور به‌صورت

```
>aggregateDist(method="?", model.freq = ?, model.sev =?, p0 = ?,
              x.scale =?, convolve = ?, moments=?, nb.simul=?, ???)
```

است. شناسه‌های این دستور بر اساس محاسبه توزیع $S_N = \sum_{i=1}^{N} X_i$ به‌صورت زیر تعیین می‌شود.

(۱) method: روش برآورد را در مقابل این شناسه وارد کنید. برای روش بازگشتی پنجر از "recursive" روش دقیق مبتنی بر پیچش از "convolution" روش تقریب نرمال از "normal" روش تقریب نرمال‌توانی از "npower" و برای روش شبیه‌سازی از "simulation" استفاده کنید.

(۲) model.freq: این شناسه مربوط به توزیع شمارشی N است. در مقابل این شناسه در روش بازگشتی باید نام یک توزیع از عضو خانواده توزیع‌های $(a, b, ۰)$ یا $(a, b, ۱)$ قرار دهید، در روش دقیق یک بردار احتمال قرار دهید، در روش شبیه‌سازی مقدار آن‌را NULL قرار دهید و یا یک بردار شبیه‌سازی شده از توزیع N قرار دهید. سرانجام برای دو روش تقریب نرمال و تقریب نرمال‌توانی این شناسه را حذف کنید.

(۳) model.sev: برای دو روش بازگشتی و دقیق در مقابل این شناسه بردار احتمالی برای مقادیر شدت خسارت‌ها قرار دهید، برای روش شبیه‌سازی، برداری از مقادیر شبیه‌سازی‌شده از توزیع X_i ها قرار دهید و برای دو روش تقریب نرمال و تقریب نرمال‌توانی این شناسه را حذف کنید.

(۴) p0: این شناسه فقط برای روش بازگشتی عمل می‌کند. اگر احتمال وقوع در صفر (به دلیل برازش توزیع آماسیده یا اصلاح‌شده) متفاوت است، مقدار آن‌را در مقابل شناسهٔ p0 وارد کنید، در غیر این صورت آن‌را برابر صفر قرار دهید.

(۵) x.scale: ارزش واحد پولی را در مقابل این شناسه وارد کنید. مقدار پیش فرض این شناسه ۱ بوده و تنها این شناسه برای دو روش بازگشتی و دقیق عمل می‌کند.

(۶) convolve: این گزینه تنها برای روش بازگشتی عمل می‌کند و در مقابل آن تعداد مرتبهٔ که باید پیچش مبتنی بر روش بازگشتی پنجر انجام پذیرد، را وارد کنید.

(۷) moments: در مقابل این شناسه میانگین، انحراف‌معیار و چولگی توزیع S_N را به‌صورت بردار وارد کنید. معرفی این شناسه تنها برای دو روش نرمال و تقریب نرمال‌توانی ضروری است.

(۸) nb.simul: تعداد مرتبه‌ای که در روش شبیه‌سازی باید عمل شبیه‌سازی تکرار شود، را در مقابل این شناسه وارد کنید.

مثال الف‌ـ۵. یک بیمهٔ پوشش هزینه‌های دندان‌پزشکی را در نظر بگیرید. فرض کنید این بیمه‌نامه بدون توجه به تعداد اعضاء یک خانواده با حق‌بیمهٔ یکسان برای پوشش هزینه‌های درمان تمام اعضای خانواده صادر می‌شود. با فرض این‌که

ارزش هر واحد، برابر با ۲۵ دلار بوده و بیمه‌گر بر اساس تجربه خود، متوجه شده است که توزیع هزینه‌های پرداختی و تعداد مراجعهٔ هر خانواده را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} f_۱ &= ۰/۱۵۰, f_۲ = ۰/۲۰۰, f_۳ = ۰/۲۵۰, f_۴ = ۰/۱۲۵, f_۵ = ۰/۰۷۵, \\ &\quad f_۶ = ۰/۰۵۰, f_۷ = ۰/۰۵۰, f_۸ = ۰/۰۵۰, f_۹ = ۰/۰۲۵, f_{۱۰} = ۰/۰۲۵ \\ p_۰ &= ۰/۰۵, p_۱ = ۰/۱۰, p_۲ = ۰/۱۵, p_۳ = ۰/۲۰, p_۴ = ۰/۲۵, p_۵ = ۰/۱۵, \\ &\quad p_۶ = ۰/۰۶, p_۷ = ۰/۰۳, p_۸ = ۰/۰۱ \end{aligned}$$

که در آن $f_x = P(X = x)$ و $p_n = P(N = n)$ توابع جرم احتمال دو متغیر X و N هستند. توزیع مجموع هزینه‌های یک خانوار S_N در یک سال را پیدا کنید.

حل. به کمک دستورهای

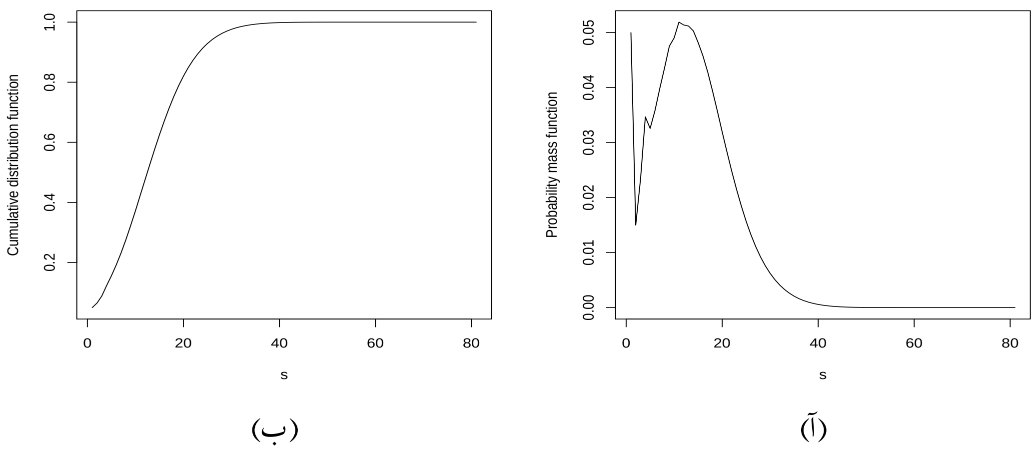
```
>fx<-c(0,0.15,0.2,0.25,0.125,0.075,0.05,0.05,0.05,0.025,0.025)
>pn<-c(0.05,0.1,0.15,0.2,0.25,0.15,0.06,0.03,0.01)
>Fs<-aggregateDist("convolution",model.freq=pn,model.sev=fx,
+  x.scale=25)
```

توزیع S_N را می‌توان به روش دقیق محاسبه کرد. به کمک دستور `> summary(Fs)` می‌توانید خلاصه‌ای از کمیت‌های آمار توصیفی، نظیر چارک‌های توزیع S_N را مشاهده کنید. به کمک دو دستور

```
>plot(c(Fs(0),diff(Fs(25*0:80))),xlab="s",
+  ylab="Probability mass function", type="l")
>plot(sapply(25*0:80,Fs),xlab="s",
+  ylab="Cumulative distribution function", type="l")
```

می‌توانید نمودارهای تابع جرم احتمال و تابع توزیع تجمعی S_N را ترسیم کنید (شکل الف‌ـ۷).

$\square$



شکل الف‌ـ۷: نمودارهای تابع جرم احتمال و تابع توزیع تجمعی S_N، مربوط به مثال (الف‌ـ۵)

مثال الف‌ـ۶. (ادامهٔ مثال الف‌ـ۵) در مثال (الف‌ـ۵) اگر متغیر شمارشی N دارای توزیع پوآسون با پارامتر $\lambda = ۳$ باشد. توزیع تقریبی S_N را پیدا کنید.

حل. به کمک دستور

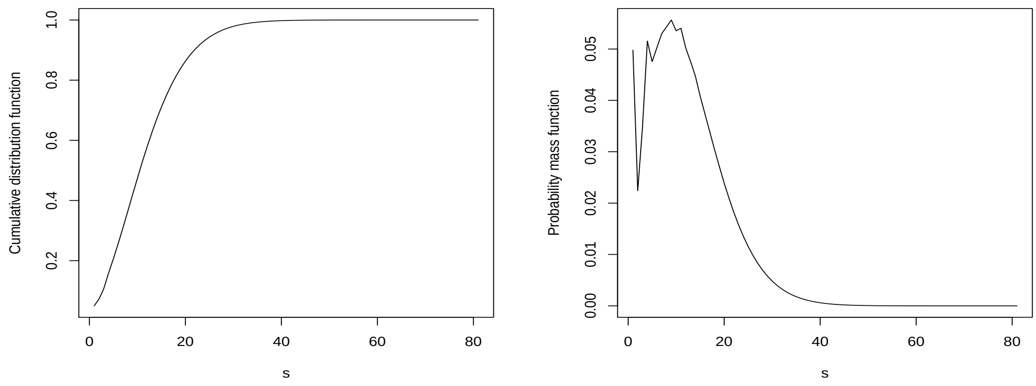
Fs2<-aggregateDist(”recursive”,model.freq=”poisson”,model.sev=fx,lambda=3, x.scale=25)

می‌توان روش بازگشتی را برای محاسبهٔ این توزیع بکار گرفت. اکنون به کمک دو دستور

```
>plot(c(Fs2(0),diff(Fs2(25*0:80))),xlab="s",
+  ylab="Probability mass function", type="l")
>plot(sapply(25*0:80,Fs2),xlab="s",
+  ylab="Cumulative distribution function",type="l")
```

می‌توانید نمودارهای تابع جرم احتمال و تابع توزیع تجمعی تقریب‌زده برای S_N را ترسیم کنید (دو نمودار اول، شکل الف‌ـ۸).

□



(ب) (آ)

شکل الف‌ـ۸: نمودارهای تابع جرم احتمال و تابع توزیع تجمعی تقریبی S_N، مربوط به مثال (الف‌ـ۶)

همانگونه که در فصل اول گفته شد، دو روش دقیق و بازگشتی پنجر تنها قابل استفاده برای توزیع‌های خسارت‌های گسسته هستند. درصورتی‌که مایل به استفاده از این دو روش

برای توزیع‌های پیوسته هستید، باید ابتدا به کمک دستور discretize روش گسسته‌سازی را روی آن توزیع پیاده کرده، سپس از این دو روش استفاده کنید. برای آشنایی بیشتر به مثال زیر توجه کنید.

مثال الف‌ـ۷. (ادامه‌ی مثال، الف‌ـ۵) در مثال (الف‌ـ۵) اگر خسارت‌های ادعایی توسط هر خانواده از توزیع پارتو با پارامترهای ۲ و ۳ باشد. توزیع S_N را پیدا کنید.

حل. ابتدا با استفاده از دستور

```
fx<-discretize(ppareto(x, 2,3), from = 0, to = 100, method = "lower")
```

روش گسسته‌سازی را اعمال، سپس با دستور

```
Fs<-aggregateDist("convolution",model.freq=pn,model.sev=fx,x.scale=25)
```

توزیع S_N را به روش دقیق پیدا کنید.

□

الف‌ـ۲ـ۲ـ۱ نکات تکمیلی

در ادامه برخی از دستورهای تکمیلی، که تئوری آن‌ها در متن کتاب مورد بررسی قرار نگرفته است، به اختصار شرح داده می‌شود.

برای برازش توزیع تقریبی به داده‌های سانسور شده (از راست) از روش موسوم به کاپلن‌مایر استفاده می‌شود. به کمک دستور km از بستهٔ npsurv یا دستور KaplanMeier از بستهٔ ReIns می‌توان این روش را بر روی داده‌ها پیاده کرد.

به کمک دستور grouped.data از بستهٔ actuar، می‌توانید یک ساختار برای داده‌های گروهی ایجاد و به کمک دستور Extract.grouped.data می‌توانید یک بخشی از یک ساختار مربوط به داده‌های گروهی را تغییر دهید.

همچنین به کمک دستورهای hist.grouped.data، mean.grouped.data و quantile.grouped.data به ترتیب می‌توانید نمودار بافت‌نگار، میانگین و چندک‌های داده‌های گروهی را محاسبه کنید. به کمک دستور coverage از بستهٔ actuar، می‌توانید تابع چگالی و توزیع یک توزیع اصلاح شده را پیدا کنید.

به کمک دستور fit.cop.IFM.2 از بستهٔ نرم‌افزاری fCopulae می‌توان مناسب‌ترین مفصل را به داده‌های چندبُعدی برازش داد. همچنین به کمک دستور gofCopula می‌توان نیکویی‌برازش یک مفصل برازش داده شده را بررسی کرد.

جدول الف‌ـ۲: مدل‌های آماری و چگونگی معرفی آن‌ها به نرم‌افزار

مدل آماری	روش معرفی مدل در R
$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \epsilon$	$y \sim 1 + x_1$ یا $y \sim x_1$
$y = \alpha_1 x_1 + \epsilon$	$y \sim x_1 - 1$ یا $y \sim -1 + x_1$ یا $y \sim 0 + x_1$
$\ln(y) = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \epsilon$	$y \sim x_1 + x_2$
$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_1^2 + \epsilon$	$y \sim 1 + x_1 + I(x_1^2)$ یا $y \sim ploy(x_1, 2)$
$\ln(y) = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \epsilon \quad (H_0 : \alpha_1 = \alpha_2)$	$y \sim 1 + I(x_1 + x_2)$

الف‌ـ۲ـ۳ مدل‌های آماری در R

برای برازش یک مدل آماری به داده‌ها، ابتدا باید آن مدل به نرم‌افزار معرفی شود. جدول الف‌ـ۲ چگونگی معرفی یک مدل آماری به نرم‌افزار نشان می‌دهد. با استفاده از دستور

$$\text{lm(formula, data = data.frame)}$$

می‌توان یک مدل رگرسیونی به داده‌ها (که به‌صورت چارچوب اطلاعاتی ذخیره شده‌اند) برازش داد. چون خروجی این دستور بسیار متنوع و زیاد است، بهتر است خروجی را در قالب یک ساختار، نظیر A<-lm(formula, data = data.frame)، ذخیره، سپس به کمک دستور summary(A) خروجی مختصر دستور را مشاهده کنید. بعد از برازش مدل رگرسیونی به داده‌ها، با استفاده از فرامین ارائه‌شده در جدول (الف‌ـ۳) می‌توان مدل برازش‌شده را ارزیابی کرد.

برای برازش یک مدل خطی تعمیم‌یافته باید از دستور glm(formula, family=?, data=?) استفاده کنید. البته قبل از استفاده از این دستور باید یک توزیع از خانواده توزیع‌های نمایی انتخاب کنید و در مقابل شناسهٔ =family آن‌را معرفی کنید.

مثال زیر چگونگی برازش یک مدل رگرسیونی غیرخطی را به کمک دستور nlm نشان می‌دهد.

مثال الف‌ـ۸. به کمک دستورات زیر پارامترهای مدل غیرخطی $y = \frac{\alpha x}{\beta + x} + \epsilon$ به روش حداقل مربعات خطا برآورد شده‌اند.

```
> x<-c(0.02,0.02,0.06,0.06,0.11,0.11,0.22,0.22,0.56,0.56,1.10,1.10)
>y <- c(76, 47, 97, 107, 123, 139, 159, 152, 191, 201, 207, 200)
>fn <- function(p) sum((y - (p[1] * x)/(p[2] + x))^2)
>out <- nlm(fn, p = c(200, 0.1), hessian = TRUE)
>out$estimate
```

جدول الف-۳: ارزیابی مدل برازش‌شده.

دستور	کاربرد
coef(A)	نمایش ضرایب برازش‌شده
deviance(A)	نمایش میزان انحراف مدل
formula(A)	نمایش فرمول مدل برازش‌شده
plot(A)	ترسیم نمودارهای مربوط به مانده‌ها و مقادیر برازش‌شده
predict(A, newdata=data.frame)	پیشگویی توسط مدل برازش‌شده برای داده‌های جدید
residuals(A)	نمایش مانده‌های مدل
summary(A)	نمایش خلاصه‌ای از مدل برازش‌شده
vcov(A)	نمایش ماتریس واریانس‌کوواریانس برازش‌شده
step(A)	بکارگیری روش گام‌به‌گام برای تعیین مناسب‌ترین مدل رگرسیونی
anova(A, B)	جدول آنالیز واریانس برای مقایسه دو مدل برازش‌شده که نتایج آن‌ها در دو ساختار ذخیره شده‌اند

الف-۳ مدل‌بندی اطلاعات و سناریوهای مختلف مربوط به یک نظام سلامت

اطلاعات و داده‌های مربوط به یک نظام سلامت می‌توان در قالب هزینه‌ها، سناریوهای هزینه‌ها و برنامه‌ها باشند. در این بخش سه بستهٔ نرم‌افزاری که کمک شایانی به بیم‌سنج‌ها می‌کنند، معرفی می‌شوند.

الف-۳-۱ بسته‌ی نرم‌افزاری healthcareai

بسته‌های زیادی برای انجام تحلیل‌های مرتبط با یادگیری ماشین وجود دارد. اما بستهٔ healthcareai به کاربران امکان می‌دهد

(۱) با کمترین دستور (کد) مدل‌های یادگیری ماشین سفارشی، قابل اعتماد و با کارایی بالا تولید کنند،

(۲) با استفاده از مدل‌های توسعه‌یافته، به سادگی پیش‌گویی و نتایج را به یک پایگاه داده‌ها منتقل کنند.

جدول الف‌ــ۴: جدول دستورهای مهم بسته‌ی نرم‌افزاری healthcareai

دستور	کاربرد
missingness(DATA)	محاسبهٔ درصد داده‌های گمشده متغیرهای پایگاه DATA
plot(Table-healthcareai)	نمودار درصد داده‌های گمشده پایگاه DATA
pivot	ساخت جدول توافقی
split_train_test	جداسازی بخشی از داده‌های به عنوان داده‌های یادگیری و مابقی به‌عنوان داده‌های تست
machine_learn	برازش مدل: جنگل تصادفی، رگرسیون منظم یا گرادیان به داده‌ها
get_variable_importance	رسم میزان اهمیت متغیرها در مدل برازش‌شده
control_chart	رسم نمودار کنترل
evaluate	ارزیابی مدل برازش‌شده
predict	پیش‌گویی بر اساس مدل برازش‌شده

برخی از دستورهای پراستفاده این بسته نرم‌افزاری به همراه کاربرد آن‌ها در جدول (الف‌ــ۴) ارائه شده‌اند.

با ارائه یک مثال چگونگی استفاده از برخی از دستورهای ارائه‌شده در جدول (الف‌ــ۴) را نشان می‌دهیم.

مثال الف‌ــ۹. مجموعهٔ داده‌های pima_diabetes حاوی وضعیت دیابت (و سایر متغیرهای مربوط به سلامت) ۷۶۸ زن هندی با حداقل ۲۱ سال است. این پایگاه داده‌ها حاوی متغیرهای نظیر سن (پیوسته)، داشتن یا نداشتن دیابت و غیره است. در دستورهای زیر بعد از فراخوانی داده‌ها و ترسیم نمودار درصد گم‌شدگی هر متغیر، داده‌ها به دو بخش «یادگیری» و «تست» تقسیم می‌شوند. سپس در دو مدل یادگیری ماشین «سن» و «داشتن یا نداشتن دیابت» افراد پیش‌گویی می‌شود. نمودارهای (الف‌ــ۹) و (الف‌ــ۱۰) خروجی‌های گرافیکی این دستورها را نشان می‌دهند.

```
>library(healthcareai)
>d = pima_diabetes
>plot(missingness(d))
>d<-split_train_test(d = pima_diabetes, outcome=diabetes,
+  percent_train= 0.70)
>age_model <- machine_learn(d$train, patient_id, outcome = age)
>age_model
>evaluate(age_model)
```

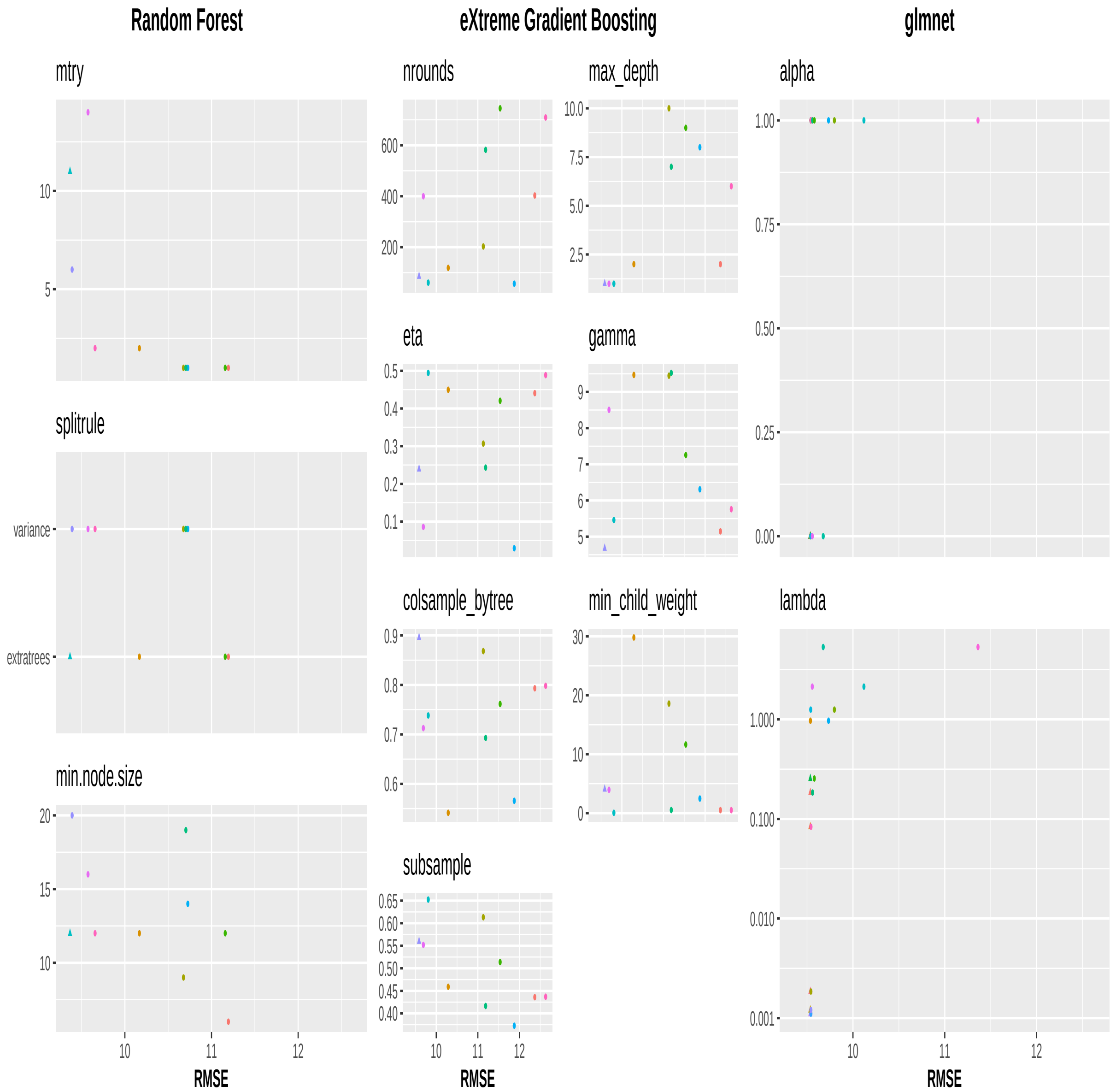
```
>plot(age_model)
>predict(age_model, d$test)
>plot(predict(age_model, d$test))
>diabetes_models <- machine_learn(d$train, patient_id,
+  outcome = diabetes)
>predict(diabetes_models, d$test)
>plot(predict(diabetes_models, d$test))
```

الف‌ـ۳ـ۲   کمک بسته‌ی heemod

به کمک این بستهٔ نرم‌افزاری به‌سادگی می‌توان سناریوهای تغییر هزینه‌های یک نظام سلامت را به کمک زنجیرهای مارکفی (نیم‌مارکفی و مارکف‌های ناهمگن زمانی) مدل‌بندی، پیش‌گویی و تحلیل حساسیت کرد. برای آشنایی بیشتر به مثال زیر توجه کنید.

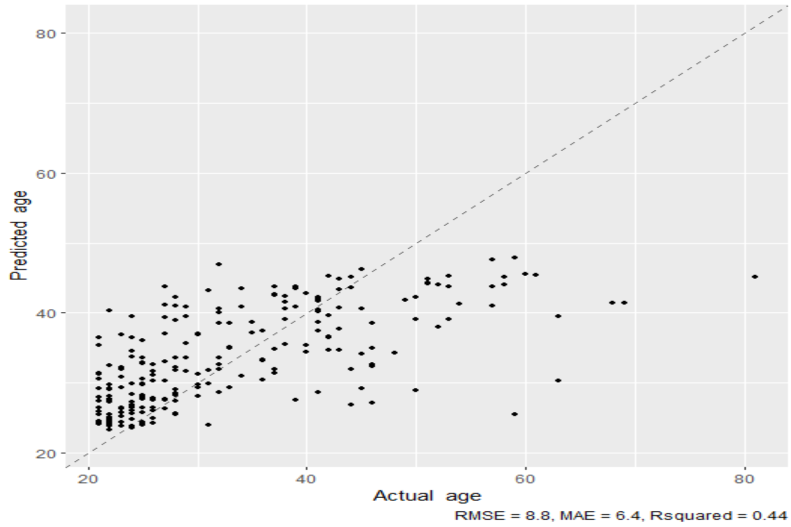
مثال الف‌ـ۱۰. یک نظام سلامت را در نظر بگیرید که هزینه‌های آن مطابق یکی از دو مدل مارکفی سه‌وضعیتی (ترسیم‌شده در دو بخش شکل الف‌ـ۱۱) می‌تواند تغییر کند. تفاوت‌های دو مدل در احتمال انتقال بین وضعیت‌ها و نرخ تنزیل است (در مدل دوم نرخ افزایش هزینه‌های صفردرصد در نظر گرفته شده است). به کمک دستورهای

```
>library(diagram)
>library(heemod)
>param <- define_parameters(p1 = 0.5, p2 = 0.2, p3=0.2, r = .05)
>mat1 <- define_transition(state_names = c("s1", "s2", "s3"),
+p1, p2,1-p1-p2,
+p3, p2, 1-p2-p3,
+p3, p1,1-p1-p3)
>plot(mat1)
>s1 <- define_state(cost = discount(543, r),ly = 1)
>s2 <- define_state(cost = discount(432, r),ly = 1)
>s3 <- define_state(cost = discount(1543, r),ly = 1)
>mod1<-define_strategy(transition=mat1,s1=s1,s2=s2,s3=s3)
>mat2 <- define_transition(state_names = c("s1", "s2", "s3"),
+1-p1-p2, p1,p2,
+p2, 1-p2-p3,p3,
+p3, p1, 1-p1-p3)
>plot(mat2)
>s1_2 <- define_state(cost = 543,ly = 1)
```

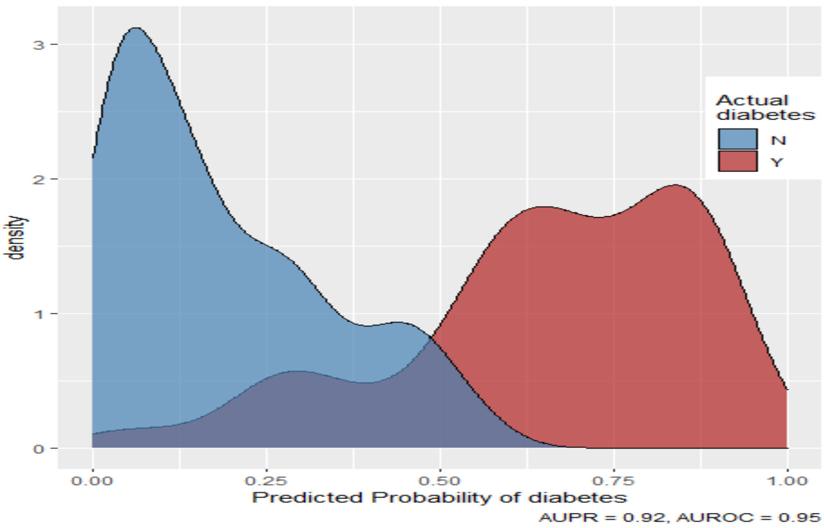


شکل الف-۹: نمودار مربوط به برازش مدل درخت تصادفی به داده‌های مثال (الف-۹)

```
>s2_2 <- define_state(cost = 432,ly = 1)
>s3_2 <- define_state(cost = 1543,ly = 1)
```



(آ)



(ب)

شکل الف‌ـ۱۰: پیش‌گویی سن (بخش آ) و وضعیت داشتن/نداشتن دیابت (بخش ب) برای اساس دو مدل درخت تصادفی، مربوط به مثال (الف‌ـ۹)

```
>mod2<-define_strategy(transition = mat2,s1 = s1_2,s2 = s2_2, s3=s3_2)
```

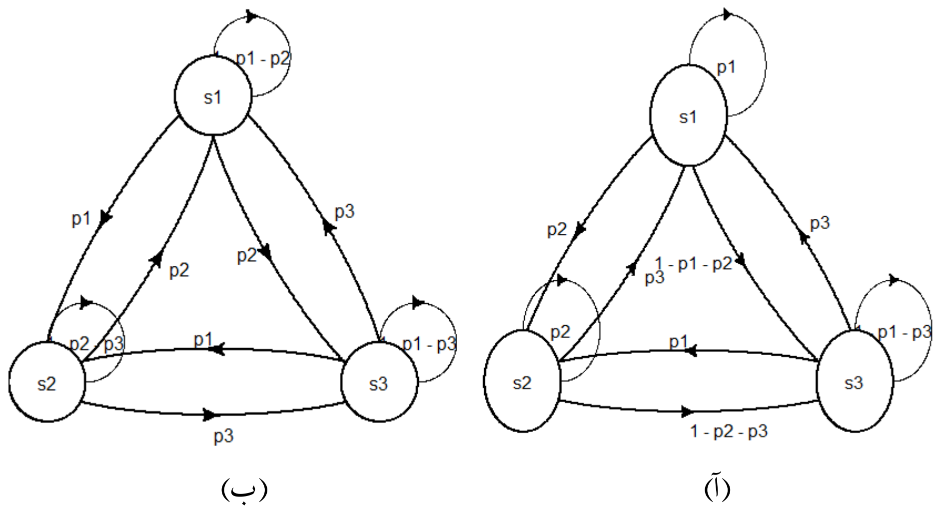
ابتدا دو مدل به نرم‌افزار معرفی می‌شوند. سپس به کمک دستورهای

```
>res2 <- run_model(mod1, mod2,parameters = param,
+init = c(100, 0,0), cycles = 10, cost = cost,effect = ly)
>plot(res2)
```

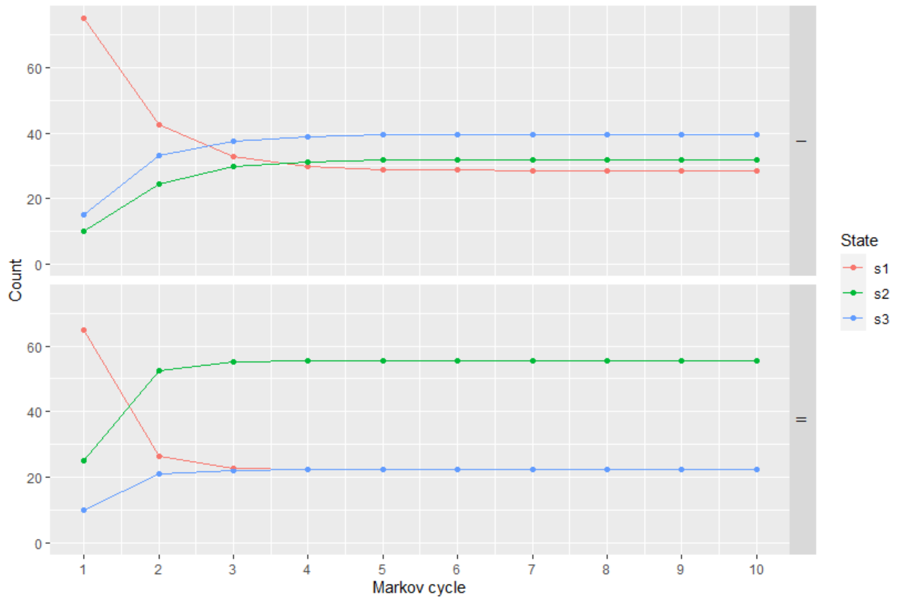
هزینه‌های سیستم سلامت برای یک افق ۱۰ ساله، تحت دو مدل، پیش‌گویی می‌شود (نمودار الف‌ـ۱۲ ملاحظه شود). سرانجام با استفاده از دستورهای

```
>ds <- define_dsa(
+p1, .01, .3,
+p2, .01, .3,
+r, .05, .5)
>x <- run_dsa(res2, ds)
>plot(x, value = "cost")
```

تحلیل حساسیت هزینه‌های سیستم نسبت به تغییر احتمال‌ها و نرخ تنزیل بررسی می‌شود (نمودار الف‌ـ۱۳ ملاحظه شود).



شکل الف‌ـ۱۱: مدل‌های تغییر هزینه‌های سیستم سلامت، ارائه‌شده در مثال (الف‌ـ۱۰)



شکل الف‌ـ۱۲: هزینه‌های سیستم سلامت برای یک افق ۱۰ ساله، تحت دو مدل ارائه‌شده در مثال (الف‌ـ۱۰)

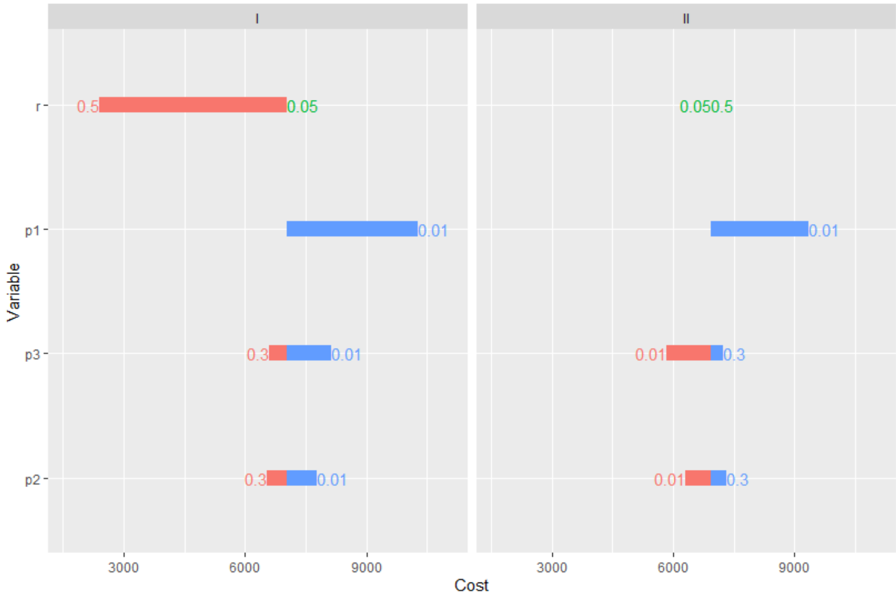
الف‌ـ۳ـ۳ بستهٔ نرم‌افزاری healthfinance

می‌توان اطلاعات مربوط به درآمدها و هزینه‌های یک نظام سلامت (یا بخشی از یک نظام سلامت، نظیر بیمارستان‌ها و غیره) را با جزئیات تا حد بیمار، وارد و برای مدت ۳۶ ماه پیش‌گویی کرد. برای ورود داده‌ها ابتدا به کمک دو دستور

```
>library(healthfinance)
>hfin()
```

محیط معرفی اطلاعات را باز کنید. این محیط که تحت یک مرورگر وب باز می‌شود. کاربران با استفاده از ابزارهای ارائه شده می‌توانند: (۱) داده‌های را به‌صورت دستی یا از فایل فراخوانی کنند، (۲) می‌توان مدل‌های رشد هزینه‌ها و درآمدها را به‌صورت درصدی معرفی می‌کند، (۳) برای حداکثر ۳۶ ماه آتی پیش‌گویی انجام دهند.

کاربران همچنین با استفاده از دستور calc_rev می‌توانند پیش‌گویی برای داده‌های واردشده را به‌صورت دستی انجام دهند.



شکل الف‌ـ۱۳: نوسان هزینه‌های سیستم سلامت نسبت به تغییرات احتمال‌ها و نرخ تنزیل در هر مدل، مربوط به مثال (الف‌ـ۱۰)

نکتهٔ الف‌ـ۴. به کمک بسته‌های نرم‌افزاری healthyR، healthyR.data و NHSRdatasets می‌توان مجموعه داده‌های بسیار زیادی مرتبط با سیستم‌های سلامت پیدا کرد. همچنین به کمک بستهٔ نرم‌افزاری HMDHFDplus می‌توان داده‌های پایگاه داده مرگ‌ومیر و باروری انسانی را از درگاه‌های https://www.mortality.org و https://www.humanfertility.org فراخوانی کرد.

الف‌ـ۴ بسته‌های مرتبط با مدل‌بندی و جدول‌های مرگ‌ومیر

چندین بستهٔ نرم‌فرازی در R وجود دارد که به کمک آن‌ها می‌توان از داده‌های مربوط به مرگ‌ومیر، مدل‌ها یا جدول‌های بیم‌سنجی مرگ‌ومیر تولید کرد. همچنین چندین بستهٔ برای فراخوانی و استفاده از جدول‌های مرگ‌ومیر استاندارد (برخی از کشورها) وجود دارد. در این بخش چند بستهٔ پر استفاده را معرفی می‌کنیم.

الف‑۴‑۱ بستهٔ نرم‌افزاری ilc

این بسته نرم‌افزاری به کمک روش‌های رگرسیونی مکرر و الگوریتم تکرار نیوتن‌رافسون مدل‌های APC به داده‌های مرگ‌ومیر برازش می‌دهد.

در قالب یک مثال دستورهای مهم این بستهٔ نرم‌افزاری آموزش داده می‌شوند.

مثال الف‑۱۱. داده‌های dd.cmi.pens اطلاعات مرگ‌ومیر کشور فرانسه را بین سال‌های ۱۸۱۶ الی ۲۰۰۶ را نشان می‌دهد. برای برازش مدل‌های لی‌کارتر از دستورهای این بسته نرم‌افزاری به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم.

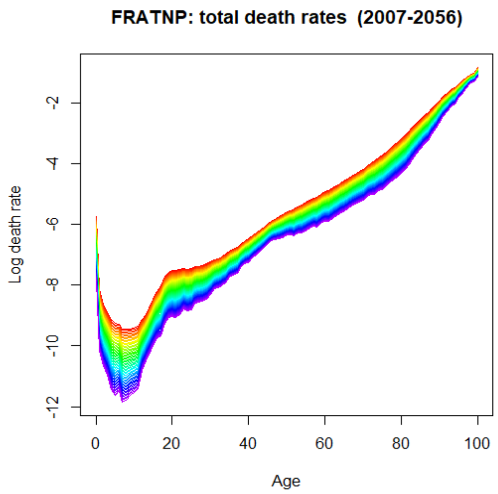
```
>mod6g<-lca.rh(fr.mort, mod='lc', error='gauss', max=110,
+ interpolate=TRUE)
>forecast(mod6g); plot(forecast(mod6g)); plot(forecast(mod6g)$kt)
>mod6p <- lca.rh(fr.mort, mod='lc', error='pois', interpolate=TRUE)
>forecast(mod6p); plot(forecast(mod6p)); plot(forecast(mod6p)$kt)
>france.LC1 <- lca(fr.mort, adjust="e0")
>forecast(france.LC1); plot(forecast(france.LC1));
>plot(forecast(france.LC1)$kt)
>france.bms <- bms(fr.mort, breakmethod="bai")
>forecast(france.bms); plot(forecast(france.bms));
>plot(forecast(france.bms)$kt)
```

سطر اول مدل لی‌کارتر با خطایی نرمال، سطر سوم با خطایی پوآسون، سطر پنجم مدل لی‌کارتر استاندارد و سطر هفتم لی‌کارتر تعمیم‌یافته توسط بوث و همکاران (۲۰۰۲) را ارائه می‌کنند. بخش از خروجی گرافیکی این دستورها به‌صورت شکل (الف‑۱۴) هستند.

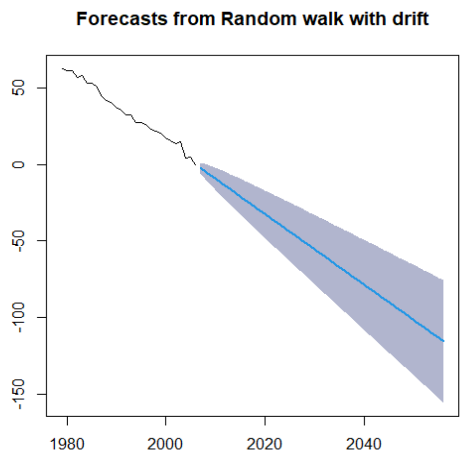
نکتهٔ الف‑۵. تقریباً تمام دستورهای بالا در بستهٔ نرم‌افزاری demography موجود است. تنها دستور اضافهٔ آن بسته، دستور lifetable است. به کمک این دستور کاربر می‌تواند از نرخ مرگ‌ومیر جدول مرگ‌ومیر را تولید کند. مثلاً به کمک دستور

```
>france.lt <- lifetable(fr.mort)
>plot(france.lt)
```

داده‌های نرخ مرگ‌ومیر فرانسه را به‌صورت جدول مرگ‌ومیر تبدیل و به کمک دستور دوم نمودار روندهای این داده‌ها (به‌صورت شکل الف‑۱۵) را ترسیم کرد.

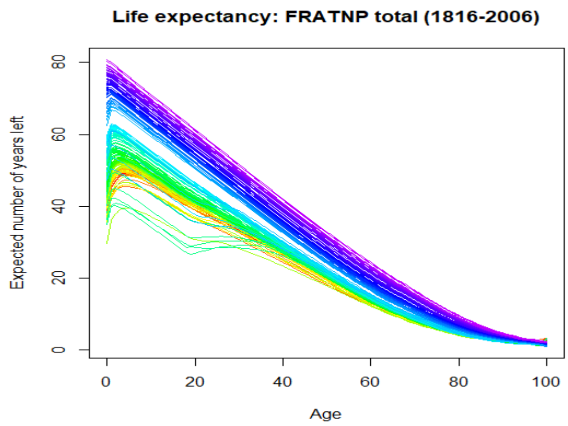


(آ)



(ب)

شکل الف–۱۴: پیش‌گویی نرخ مرگ‌ومیر کشور فرانسه بر اساس مدل لی‌کارتر، ارائه شده در مثال (الف–۱۱)



شکل الف‑۱۵: روندهای مرگ‌ومیر، مربوط به نکتهٔ (الف‑۵)

البته بستهٔ نرم‌افزاری MortCact نیز مدل‌های مرگ‌ومیر را بر اساس روش توسعه‌یافته توسط وسوس‌کوا و همکاران (۲۰۱۶) به داده‌ها برازش می‌دهد.

الف‑۴‑۲ بستهٔ نرم‌افزاری MortalityGaps

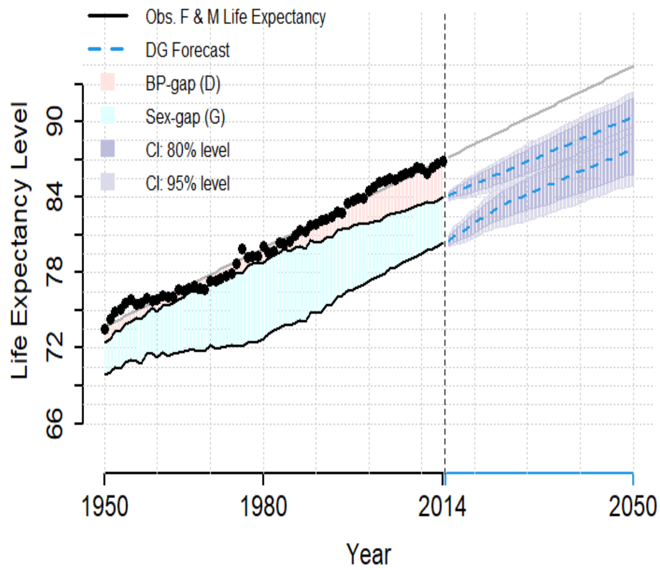
با مرور زمان میزان همبستگی امید به زندگی بین کشورها، بین مردان و زنان و غیره به‌صورت معنی‌داری افزایش پیدا کرده است. با استفاده از این واقعیت، گاه می‌توان مشکل کمبود داده برای مدل‌بندی نرخ مرگ‌ومیر یک کشور (یک جنسیت و غیره) را مرتفع کرد. نرم‌افزار موجود با استفاده از مدل‌های دوگانه (مدل‌های که بر اساس ارتباط معنی‌دار بین دو متغیر عمل می‌کنند) اقدام به مدل‌بندی و پیش‌گویی امید به‌زندگی می‌کند.

مهم‌ترین دستور این بسته DoubleGap است. به کمک این دستور می‌توان مدل‌های دوگانه مبتنی بر سری‌زمانی ARIMA به داده‌های امید به‌زندگی مرتبط با دوگروه (دو جنسیت) برازش و بر اساس آن پیش‌گویی انجام داد.

مثال الف‑۱۲. مجموعه داده‌های MortalityGaps.data شامل اطلاعات امید به‌زندگی (در بدو تولد و در ۶۵ سالگی) در ۳۸ کشور در بازهٔ زمانی ۱۹۵۰ تا ۲۰۱۴ است. به کمک دستورات زیر برای امید به‌زندگی در بدو تولد زنان و مردان، کشور سوئد یک مدل دوگانه ARIMA(2,1,1) برازش می‌دهد.

```
>library(MortalityGaps)
>exF <- MortalityGaps.data$exF
>exM <- MortalityGaps.data$exM
>M1 <-DoubleGap(DF = exF,DM = exM,age = 0,country = "SWE",
+ years =1950:2014, arima.order = c(2, 1, 1),drift = TRUE,
+ tau = 75, A = 86)
>summary(M1)
>P1 <- predict(M1, h = 36)
>plot(P1)
```

مدل برازش‌شده به همراه پیش‌گویی دوگانه در شکل (الف‌ـ۱۶) ارائه شده است.



شکل الف‌ـ۱۶: مدل برازش‌شده به همراه پیش‌گویی دوگانه برای امید به‌زندگی مردان و زنان کشور سوئد، مربوط به مثال (الف‌ـ۱۲)

الف‌ـ۴ـ۳ بستهٔ نرم افزاری MortalityTables

این بسته کاربران را قادر می‌سازد جداول عمرگروهی را برای محاسبات بیم‌سنجی طراحی و اجرا کنند. به‌طور خاص این بسته‌ی نرم‌افزاری از روند سالیانه برای برون‌یابی از سال پایه که جدول تشکیل شده است، استفاده می‌کند تا جداول مرگ‌ومیر وابسته به سال تولد ارا تولید کند. جداول عمرگروهی نیز مانند جداول عمرمقطعی از تغییر سن استفاده می‌کند و جداول عمر را ادغام می‌نماید.

در این بسته کاربران به کمک دستور mortalityTables.load(?) جدول مرگ‌ومیر معرفی‌شده را بارگذاری و یا به کمک دستور mortalityTable.period() داده‌های مرگ‌ومیر را به نرم‌افزار معرفی می‌کنند. سپس به کمک دستورهای mortalityTable.MakehamGompertz(?)، mortalityTable.Weibull(?) و mortalityTable.deMoivre(?) می‌توان به ترتیب نیروی مرگ‌ومیر مدل‌های کومپرتزمک‌هام، وایبل و دی‌موار و نیروی مرگ‌ومیر تجربی داده‌ها، را محاسبه و به‌صورت گرافیکی مقایسه کرد. برای آشنایی بیشتر به مثال زیر توجه کنید.

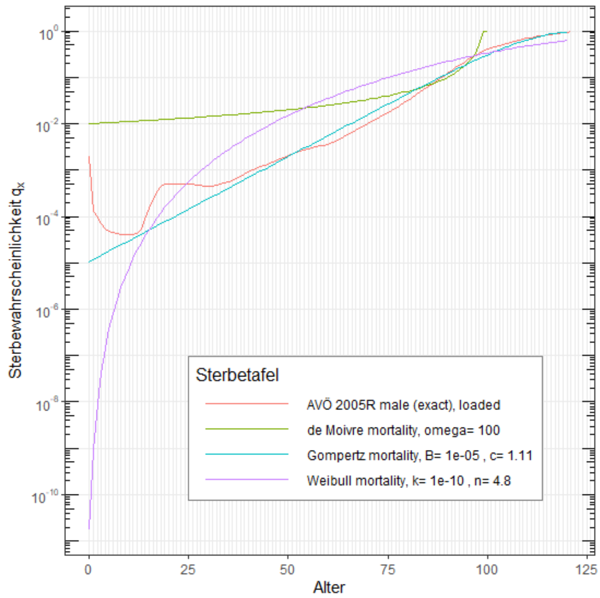
مثال الف‌ـ۱۳. به کمک دستورهای زیر نیروی مرگ‌ومیر تجربی مربوط به مستمربگیرهای استرالیا را با مدل‌های کومپرتزمک‌هام، وایبل و دی‌موار به‌صورت گرافیکی مقایسه می‌کنیم.

```
>mortalityTables.load("Austria_Annuities_AVOe2005R")
>gmp = mortalityTable.MakehamGompertz(A = 0, B = 0.00001, c = 1.11)
>mm = mortalityTable.deMoivre(100)
>wbl = mortalityTable.Weibull(k = 0.0000000001, n = 4.8)
>plot(mm,wbl, gmp, AVOe2005R.male, Period=2017)
```

خروجی گرافیکی این دستورها به‌صورت شکل (الف‌ـ۱۷) است.

الف‌ـ۴ـ۴ بستهٔ نرم‌افزاری StMoMo

به کمک این بسته یک کلاس بزرگی از مدل‌های تصادفی مرگ‌ومیر APC (نظیر لی‌کارتر، CBD (کایرنز و همکاران، ۲۰۰۶) و Plat (پلت، ۲۰۰۹)) را می‌توان به داده‌ها برازش داد.



شکل الف‌ــ۱۷: مقایسه نیروی مرگ‌ومیر تجربی با مدل‌های کومپرتزمک‌هام، وایبل و دی‌موار، مربوط به مثال (الف‌ــ۱۳)

برای برازش یک مدل تصادفی مرگ‌ومیر ابتدا در قالب یک تابع، مدل تصادفی به نرم‌افزار معرفی، سپس به کمک دستور StMoMo تابع معرفی‌شده به همراه سایر قیود در نرم‌افزار R تعریف می‌شوند. سرانجام به کمک دستور fit مدل تصادفی مرگ‌ومیر به همراه سایر قیود به داده‌ها برازش داده می‌شود. مثال زیر نمونه‌ای از کاربرد این بسته را ارائه می‌کند.

مثال الف‌ــ۱۴. مجموعه داده‌های EWMaleData اطلاعات مرگ‌ومیر (به همراه چند متغیر کمکی) مربوط به مردان انگلیس و ولز را در بازهٔ زمانی ۱۹۶۱ تا ۲۰۱۱ را در بر دارد. برای برازش یک مدل Plat (معرفی‌شده توسط پلت، ۲۰۰۹) از دستورات

```
>f2 <- function(x, ages) mean(ages) - x
>constPlat <- function(ax, bx, kt, b0x, gc, wxt, ages) {
+nYears <- dim(wxt)[2]
+x <- ages; t <- 1:nYears
+c <- (1 - tail(ages, 1)):(nYears - ages[1]); xbar <- mean(x)
+phiReg <- lm(gc ~ 1 + c + I(c^2), na.action = na.omit)
+phi <- coef(phiReg)
```

```
+gc <- gc - phi[1] - phi[2] * c - phi[3] * c^2
+kt[2, ] <- kt[2, ] + 2 * phi[3] * t
+kt[1, ] <- kt[1, ] + phi[2] * t + phi[3] * (t^2 - 2 * xbar * t)
+ax <- ax + phi[1] - phi[2] * x + phi[3] * x^2
+ci <- rowMeans(kt, na.rm = TRUE)
+ax <- ax + ci[1] + ci[2] * (xbar - x)
+kt[1, ] <- kt[1, ] - ci[1]
+kt[2, ] <- kt[2, ] - ci[2]
+list(ax = ax, bx = bx, kt = kt, b0x = b0x, gc = gc)
+}
>PLAT <- StMoMo(link = "log", staticAgeFun = TRUE,
+periodAgeFun = c("1", f2), cohortAgeFun = "1",
+constFun = constPlat)
>PLAT.fitted<-fit(PLAT, data = EWMaleData, ages.fit = 55:89)
>plot(PLAT.fitted)
```

استفاده کنید. آخرین دستور، رفتار پارامترهای برآوردشده، تحت این مدل را برای بازهٔ سنی ۵۵ تا ۸۹ ، را نشان می‌دهد (شکل الف‌ــ۱۸ را ملاحظه کنید).

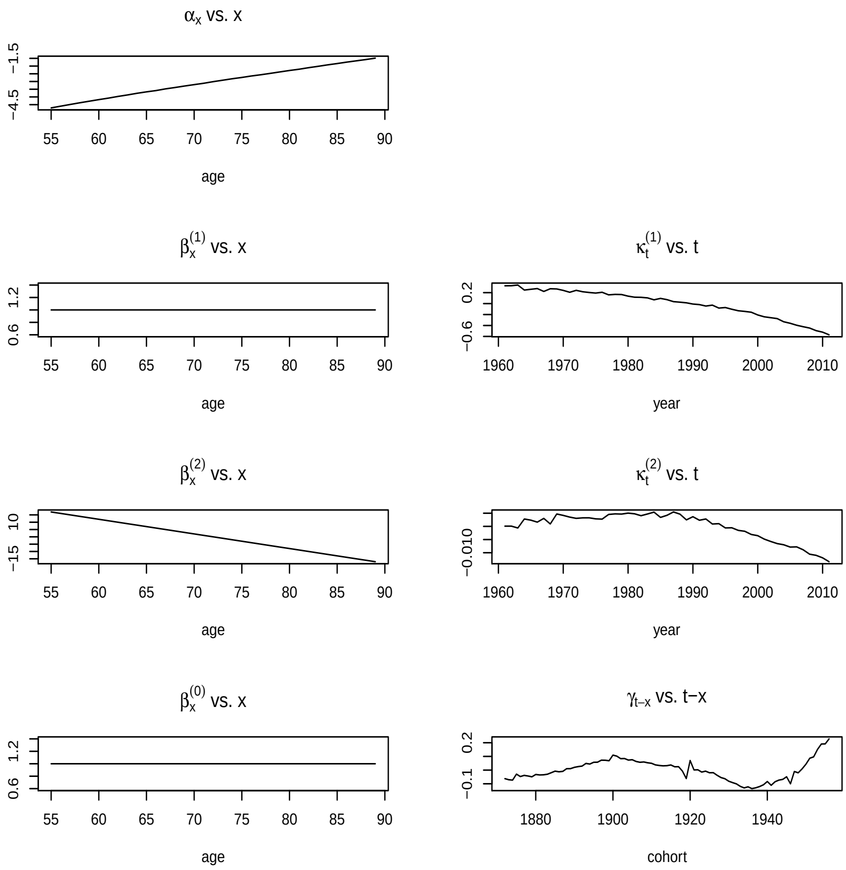
الف‌ــ۵ برازش و شبیه‌سازی از مدل‌های چندوضعیتی در R

در نرم‌افزار R چندین بسته‌ی نرم‌افزاری برای برازش و شبیه‌سازی از مدل‌های چندوضعیتی توسعه یافته است. این بسته‌های نرم‌افزاری اکثراً برای کاربردهای پزشکی توسعه یافته‌اند، ولی به‌سادگی می‌توان محاسبات مربوط به بیم‌سنجی مدل‌های سلامت را به کمک آن‌ها انجام داد. در این بخش برخی از این بسته‌های معرفی می‌شوند.

الف‌ــ۵ــ۱ بستهٔ نرم‌افزاری msm

به کمک این بستهٔ نرم‌افزاری کاربران قادر به برازش مدل‌های چندوضعیتی عمومی (برای حالت‌های مارکفی، مارکفی‌پیشرو و مارکف پنهان) هستند. همچنین آن‌ها قادر به استفاده از اطلاعات متغیرهای کمکی برای بهبود فرایند مدل‌سازی هستند.

این بسته ماتریس احتمال انتقال $\mathbf{P}(t)$ را با استفاده از روش توانی و به کمک ماتریس $\mathbf{Q}$ به‌صورت $\mathbf{P}(t) = \exp\{t\mathbf{Q}\}$ محاسبه می‌کند. البته برای مدل‌های یک تا چهار وضعیتی



شکل الفـ۱۸:   برازش یک مدل Plat به داده‌های مرگ‌ومیر مردان انگلیس و ولز، مربوط به مثال (الفـ۱۴)

احتمال‌های انتقال به‌صورت صریح و برای مدل‌های بیش از چهار وضعیت نتایج را به‌صورت تقریبی محاسبه می‌شوند.

در ادامه با ارائه یک مثال واقعی چگونگی استفاده از این بستهٔ نرم‌افزاری را بررسی می‌کنیم. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این بستهٔ نرم‌افزاری همچنین آشنایی با چگونگی برازش مدل‌های مارکفی پنهان، به جکسون (۲۰۰۷) مراجعه کنید.

مثال الفـ۱۵. داده‌های موجود در چارچوب cav حاوی اطلاعاتی در مورد ۶۲۲ بیمار که قبلاً عمل پیوند قبلی داشته‌اند، است. این بیماران در مجموع ۲۸۴۶ مرتبه مورد معاینه

قرار گرفته‌اند. برخی از متغیرهای موجود در این چارچوب عبارت‌ند از: شماره بیمار (PTNUM)، سن بیمار در زمان معاینه (age)، تعداد سال گذشته از عمل پیوند (years)، سن اهداکننده عضو (dage)، جنسیت بیمار (sex ۰ برای مردان و ۱ برای زنان)، وضعیت عضو پیوندشده در زمان معاینه (state وضعیت ۱ برای عدم مشاهدهٔ مشکل، وضعیت ۲ برای مشاهدهٔ مشکل خفیف، وضعیت ۳ برای مشاهده مشکل حاد و وضعیت ۴ برای فوت بیمار) و غیره است. ابتدا به کمک دستورهای

```
>library(msm)
>head(cav)
>tail(cav)
>statetable.msm(state, PTNUM, data=cav)
```

داده‌ها را به نرم‌افزار معرفی و تعداد مرتبهٔ که انتقال‌ها اتفاق افتاده است را مشاهده کنید. با فرض اینکه ماتریس Q به‌صورت (الف‌ــ ۱) باشد.

$$Q = \begin{pmatrix} -۰/۳ & ۰/۱ & ۰/۱ & ۰/۱ \\ ۰/۳ & -۰/۶ & ۰/۱ & ۰/۲ \\ ۰/۳ & ۰/۲ & -۰/۷ & ۰/۲ \\ ۰/۳ & ۰/۵ & ۰/۱ & -۰/۹ \end{pmatrix} \qquad \text{(الف‌ــ ۱)}$$

به کمک دستورهای

```
>Q.crude <- crudeinits.msm(state ~ years, PTNUM, data=cav,qmatrix=qmatrix)
>cav.msm <- msm( state ~ years, subject=PTNUM, data = cav,qmatrix = qmatrix,
+deathexact = 4)
```

به‌ترتیب، احتمال انتقال را به کمک داده‌ها برآورد و یک مدل چهاروضعیتی به داده‌ها برازش دهید. در این مدل هیچ متغیر کمکی در نظر گرفته نشده است. اگر مایل به تعدیل محاسبات بر اساس یک یا چند متغیر کمکی هستید، می‌توانید از دستوری مشابه

```
>plot(cav.msm, c(1,2,3), 4,range=c(0,50), legend.pos=c(8, 1),
+covariates=list (age = 60, sex = 1),xlab="Time", ylab="Fitted survival
+probability for a 60 years old Female", lwd=1)
```

استفاده کنید. در این دستور احتمال‌های بقا را برای یک زن ۶۰ ساله محاسبه و ترسیم می‌کنیم (شکل (الف‌ــ ۱۹ را ملاحظه کنید).

به کمک دستورهای

```
>pmatrix.msm(cav.msm, t=50)
>totlos.msm(cav.msm)
>pnext.msm(cav.msm)
>envisits.msm(cav.msm)
>efpt.msm(cav.msm, tostate=4)
```

به ترتیب می‌توان ماتریس احتمال انتقال (در سال ۵۰) ، متوسط (انحراف‌معیار و کران‌های بالا و پایین بازه اطمینان ٪۹۵) را برای هر وضعیت، احتمال ورود به هر وضعیت در گام بعدی، متوسط تعداد مرتبهٔ که هر وضعیت ملاقات می‌شود و سرانجام متوسط زمان لازم برای ورود به وضعیت جاذب (مرگ) برای شروع از هر وضعیت را می‌توان محاسبه کرد.

سرانجام به کمک دستور

```
>plot.prevalence.msm(cav.msm, mintime=0, maxtime=20)
```

می‌توان درصد افراد هر وضعیت بر اساس داده‌های مشاهده شده و مدل برازش شده طی یک بازهٔ زمانی ۲۰ را ترسیم کرد (شکل الف‌ــ ۲۰ را ملاحظه کنید). همان‌گونه که بخش مربوط به «فوت» (وضعیت چهارم) نشان می‌دهد، مدل برازش‌شده برای سال ۸ ام به بعد کم‌برازش انجام می‌دهد. به‌عبارت دقیق‌تر از سال ۸ ام به بعد تعداد افراد فوت‌کرده را کمتر از مقدار واقعی برآورد می‌کند.

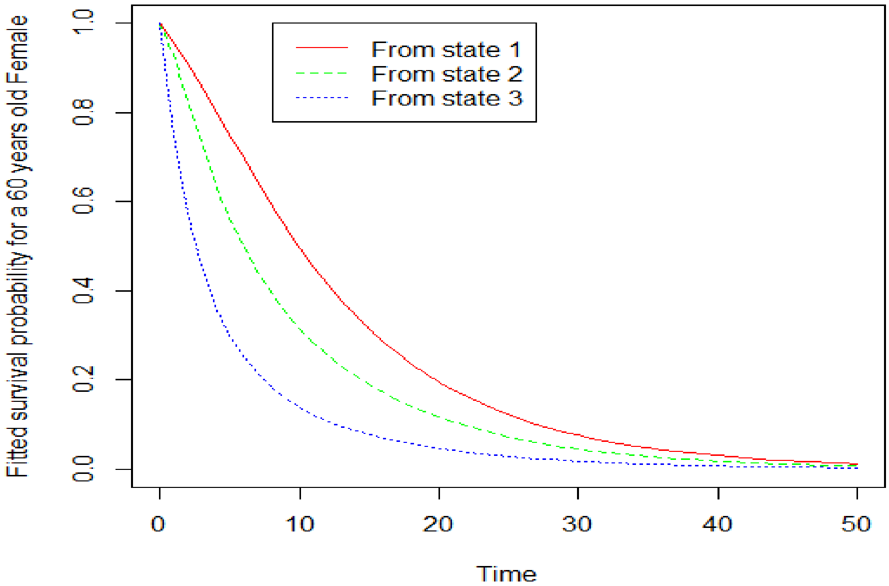
لازم به ذکر است به کمک دستور simmulti.msm می‌توان بر اساس یک مدل چندوضعیتی اعداد تصادفی تولید کرد.

نکتهٔ الف‌ــ۶. برای برآورد مخاطره تجمعی در مدل‌های مارکفی چندوضعیتی از بستهٔ نرم‌افزاری mvna استفاده کنید.

برای آشنایی بیشتر با بسته‌های نرم‌افزار به بیرزمن و همکاران (۲۰۱۱) مراجعه کنید.

الف‌ــ۵ــ۲ بستهٔ نرم‌افزاری TPmsm

این بستهٔ نرم‌افزاری این توانایی را در اختیار کاربران خود قرار می‌دهد که احتمال انتقال در مدل‌های سه‌وضعیتی را به‌سادگی برآورد کنند. برآوردها به هفت روش (پنج

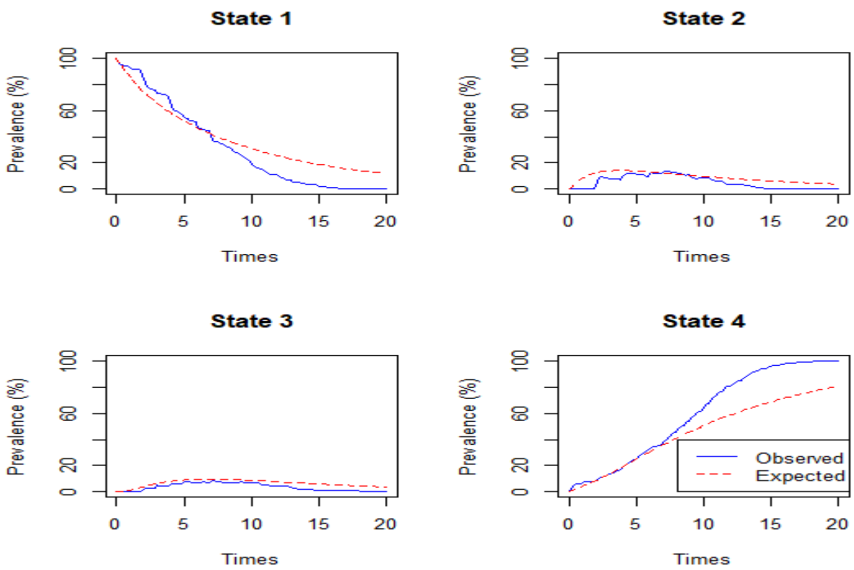


شکل الف‌ـ۱۹: درصد افراد هر وضعیت بر اساس داده‌های مشاهده‌شده و مدل برازش‌شده طی یک بازهٔ زمانی ۲۰ سال، مربوط به مثال (الف‌ـ۱۵)

روش پارامتری و دو روش ناپارامتری) انجام می‌شود. به‌عبارت دقیق‌تر روش‌های برآورد عبارت‌اند از: AJ[۲]، PAJ[۳]، KMW[۴]، KMPW[۵]، IPCW[۶]، LS[۷] و Lin[۸] (برای آشنایی بیشتر به آراجو و همکاران، ۲۰۱۴ مراجعه کنید).

برای استفاده از این بستهٔ نرم‌افزاری نیازمند حداقل اطلاعات چهار متغیر: (۱) مدت زمان اقامت در وضعیت اول (وضعیت «سلامت»)، (۲) متغیر دوتایی متناظر با وضعیت سانسورشدن (اگر زمان بقاء سانسورشده باشد مقدار این متغیر ۱ در غیر این‌صورت ۰ خواهد بود)، (۳) مدت زمان بقاء و (۴) آخرین وضعیت فرد در زمان اتمام تحقیق، هستیم. این چهار متغیر، به ترتیب، با نمادهای time1، event1، Stime و event1 نمایش

[۲] Aalen-Johansen
[۳] Presmoothed Aalen-Johansen
[۴] Kaplan-Meier weighted
[۵] Presmoothed Kalpan-Meier Weighted
[۶] Inverse Probability of Censoring
[۷] Location-Scale
[۸] LIN estimators



شکل الف‌ـ۲۰: احتمال‌های بقا برای سه وضعیت مربوط به مثال (الف‌ـ۱۵)

داده می‌شوند.

نکتهٔ الف‌ـ۷. لازم به ذکر است، با استفاده از روش Lin یا روش IPCW می‌توان از اطلاعات یک متغیر کمکی برای بهبود برآوردها استفاده کرد. این دو روش بر اساس شرطی کردن بر روی مقدار متغیر کمکی، نتایج به‌دست‌آمده را بهبود می‌بخشند.

در مثال زیر یک نمونه از خروجی‌ها مرتبط با این بستهٔ نرم‌افزاری را بررسی می‌کنیم. برای آشنایی بیشتر با سایر قابلیت‌های این بستهٔ نرم‌افزاری به بلزر و همکاران (۲۰۱۵) مراجعه کنید.

مثال الف‌ـ۱۶. مجموعه داده‌های colonTP حاوی اطلاعاتی در مورد یکی از اولین آزمایش‌های موفقیت‌آمیز شیمی‌درمانی مربوط به سرطان رودهٔ بزرگ است. در این مطالعه طولی تعداد ۹۲۹ بیمار شرکت داده شدند که تعداد ۴۶۸ نفر بهبودی کامل کسب کردند و تعداد ۴۱۴ طی مطالعه به دلیل بیماری فوت کردند (البته تعداد ۴۷ نفر به دلایل دیگر فوت کردند اما در زمان فوت هیچگونه بهبودی نداشتند). متغیرهای ثبت‌شده در این تحقیق، طول عمر (به روز تا زمان انتهایی تحقیق، در صورت زنده بودن بیمار تا انتهای تحقیق، طول عمر او سانسورشده خواهد بود)، سن، جنسیت و غیره است. متغیر time1

در این داده‌ها، نشانگر مدت زمان اقامت در وضعیت ۱ ، مدت زمان زنده بودن فرد را متغیر Stime متغیر دوتایی event1 (مقدار ۱ برای عود بیماری یا مرگ و مقدار ۰ برای زنده ماندن در نظر گرفته شده است) و متغیر دوتایی event برای سانسورشدن یا سانسورنشدن (مقدار ۱ برای مرگ و مقدار ۰ برای زنده ماندن) در نظر گرفته شده است. بر اساس این تعریف اگر مقدار دو متغیر event1 و event برای یک نفر ۰ باشد، به این معنی است که او تا آخر تحقیق زنده بوده و بیماری او عود نکرده است. برای برآورد احتمال‌های انتقال برای مجموعه داده‌ها، ابتدا به کمک دستورهای

```
>library(TPmsm)
>data("colonTP", package = "TPmsm")
>colon_obj <- with(colonTP, survTP(time1, event1, Stime, event, age))
```

داده‌ها را به‌صورت فرمت مناسب به نرم‌افزار معرفی می‌کنیم. در فرمت معرفی‌شده، متغیر سن (age) یک مغیر کمکی است. اکنون به کمک دستور

```
>colon_obj_TP <- transKMW(object = colon_obj, s = 365,
+conf = TRUE,conf.level = 0.95)
>plot(colon_obj_TP, , col = seq_len(5), lwd=2,
+ylab = "p_hj(365,t)")
```

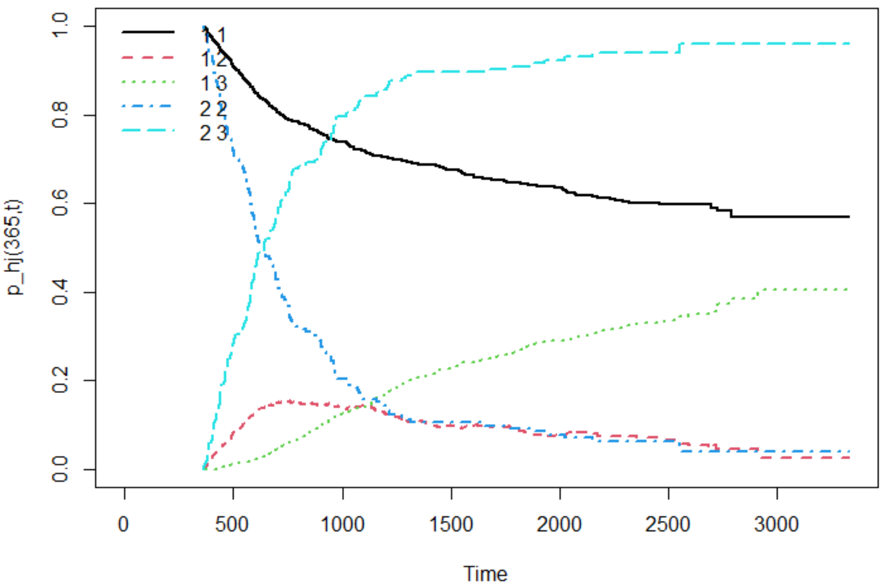
به روش KMW احتمال‌های انتقال را از زمان ۳۶۵ برآورد و در قالب شکل (الف‌ـ ۲۱) ترسیم می‌شوند. البته در صورت تمایل می‌توان برای هر احتمال انتقال، بازهٔ اطمینان بوت‌استرپی محاسبه کرد. شکل (الف‌ـ ۲۲) بازهٔ اطمینان ٪۹۵ بوت‌استرپی برای احتمال انتقال از وضعیت ۱ به وضعیت ۲ را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. در صورت تمایل به استفاده از اطلاعات متغیر کمکی سن، ابتدا به کمک دستور

```
>CTP_obj <- transIPCW(colon_obj, s = 365, t = 1096, x=c(40,60,80),
+ conf = TRUE, n.boot = 1000, method.boot = "percentile")
```

احتمال‌های انتقال شرطی را (در بازهٔ زمانی ۳۶۵ تا ۱۰۹۶ روز) برای یک یا چند سن (مثلاً ۴۰ و ۵۰ سالگی) محاسبه کنید. سپس به کمک دستور

```
>plot(CTP_obj, plot.type = "c", col = seq_len(5), lwd=2, xlab = "Age",
+ylab = "p_hj(365,1096|age)")
```

نمودار تغییرات احتمال‌های انتقال را نسبت به تمامی سن‌ها ترسیم کنید (شکل (الف‌ـ ۲۳ را ملاحظه کنید).



شکل الف‌ـ۲۱: برآورد احتمال‌های انتقال، مربوط به مثال (الف‌ـ۱۶)

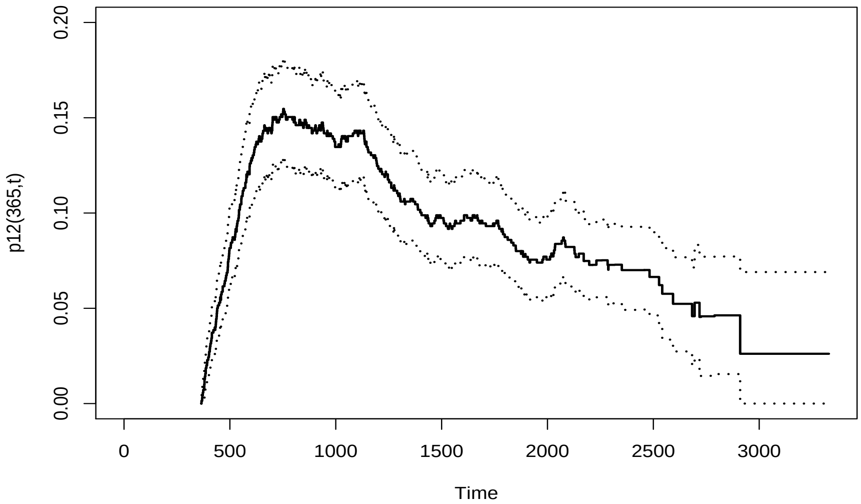
الف‌ـ۵ـ۳ بستهٔ نرم‌افزاری nhm

این بستهٔ نرم‌افزاری کاربران را قادر می‌سازد مدل‌های چند وضعیتی که فرایند تصادفی مربوط به آن‌ها مارکف ناهمگن یا مارکف پنهان است، را به داده‌ها برازش دهند.

برای استفاده از این بستهٔ نرم‌افزاری کاربر ابتدا باید تمامی وضعیت‌ها یک مدل چندوضعیتی را مشخص و وضعیت‌های نامحتمل را به نرم‌افزار معرفی کند. در ادامه با حل یک مثال برازش مارکف ناهمگن را به یک مجموعه دادهٔ واقعی بررسی می‌کنیم.

مثال الف‌ـ۱۷. داده‌های موجود در example_data1 حاوی وضعیت جسمانی (سلامت (۱)، بیمار (۲)، بیماروخیم (۳) و مرگ (۴)) ۱۰۰۰ بیمار را به همراه اطلاعات «زمان وقوع مشاهده» و اطلاعات دو متغیر کمکی (یکی دوتایی و دیگری پیوسته) است. با فرض اینکه تنها انتقال‌های ۱ → ۱، ۲ → ۱، ۱ → ۲، ۳ → ۲ و ۴ → ۳ مجاز است. ابتدا به کمک دستورهای

```
>library(nhm)
>library(msm)
```



شکل الف ـ ۲۲: بازهٔ اطمینان ٪۹۵ بوت‌استرپی برای احتمال انتقال از وضعیت ۱ به وضعیت ۲ را در زمان‌های مختلف، مربوط به مثال (الف ـ ۱۶)

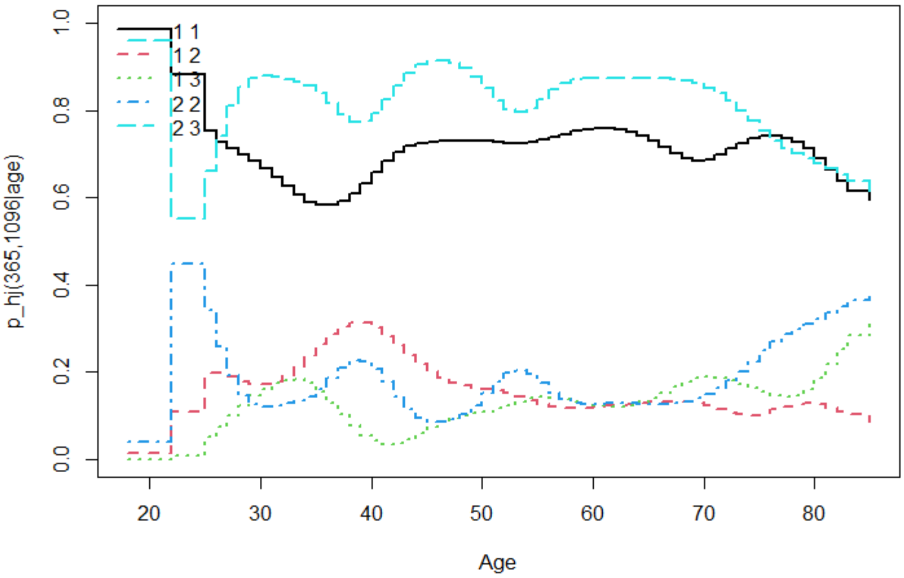
```
>data(Example-1-nhm)
>trans <- rbind(c(1,1,0,0),c(1,1,1,0),c(0,0,1,1),c(0,0,0,1))
>nonh <- rbind(c(1,1,0,0),c(1,1,1,0),c(0,0,1,1),c(0,0,0,1))
```

این انتقال‌های مجاز به نرم‌افزار معرفی می‌شوند. اکنون با استفاده از دستور

```
>gomp_model <- model.nhm(state~time, data=example_data1, subject = id,
+ type="gompertz",trans=trans,nonh=nonh)
```

ساختار این مدل چهاروضعیتی ناهمگن را برای برازش به داده‌ها آماده می کنیم. در این مدل مدل کومپرتز برای نیروی مرگ‌ومیر در نظر گرفته شده است. سرانجام با استفاده از دستورهای

```
>gomp_fit<- nhm(gomp_model,gen_inits=TRUE,
+control=nhm.control(obsinfo=FALSE))
>plot(gomp_fit)
>plot(gomp_fit,what="intensities")
```



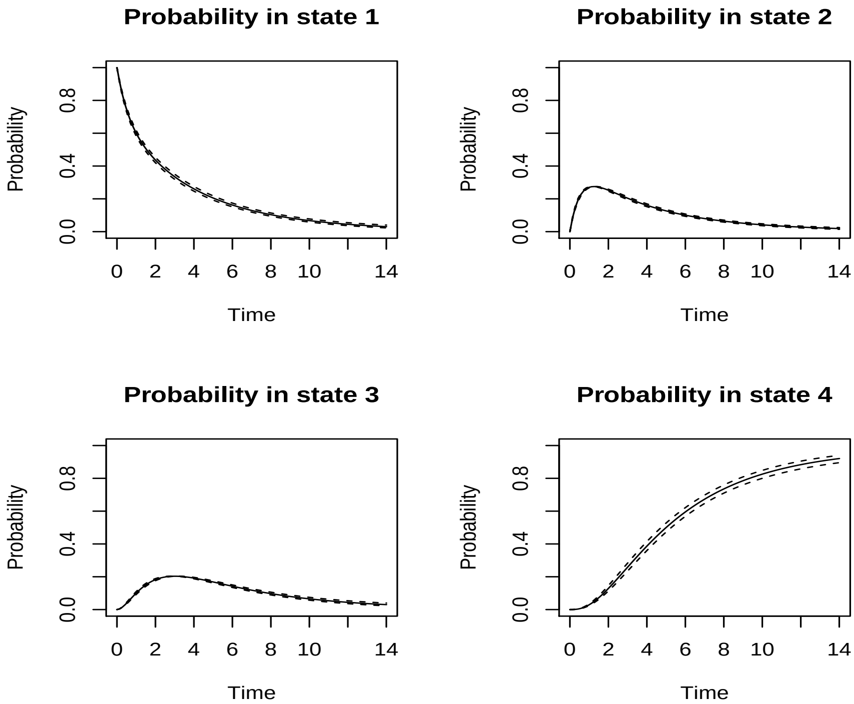
شکل الف‌ـ۲۳: احتمال‌های انتقال شرطی (در بازهٔ زمانی ۳۶۵ تا ۱۰۹۶ روز) برای تمامی سنین، مربوط به مثال (الف‌ـ۱۶)

مدل معرفی‌شده را به داده‌ها برازش و نمودارهای تابع چگالی مدت اقامت در چهار وضعیت (شکل الف‌ـ۲۴) و شدت انتقال از این چهار وضعیت (شکل الف‌ـ۲۵) را نشان می‌دهند.

الف‌ـ۵ـ۴ بستهٔ نرم‌افزاری gems

به کمک این بستهٔ نرم‌افزاری کاربران می‌توانند با در اختیار داشتن توابع مخاطره یک مدل چندوضعیتی پیشرو را تحلیل و یا بر اساس آن شبیه‌سازی انجام دهند. نکتهٔ قابل تامل آن است که مدل‌های غیرمارکفی نیز توسط این بستهٔ نرم‌افزاری قابل شبیه‌سازی و تحلیل هستند.

اکنون با ارائهٔ یک مثال چگونگی معرفی و شبیه‌سازی از یک مدل چندوضعیتی پیشرو را نشان می‌دهیم.



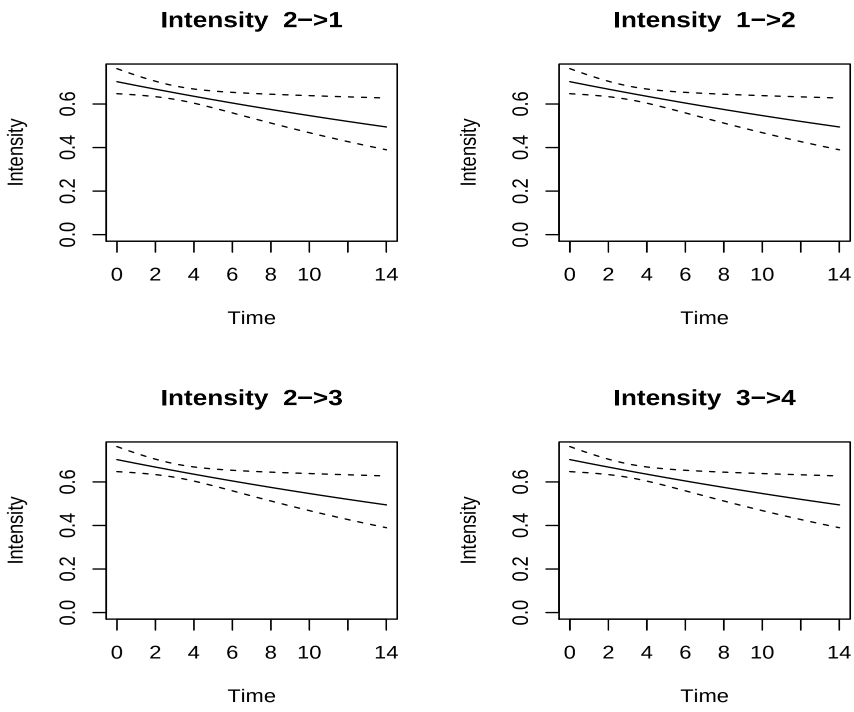
شکل الفـ۲۴: تابع چگالی مدت اقامت در چهار وضعیت مربوط به مثال (الفـ۱۷)

مثال الفـ۱۸. یک مدل چهاروضعیتی پیشرو را در نظر بگیرید. اگر توزیع زمان انتقال از وضعیت‌ها به‌صورت

$$
\begin{aligned}
T_{۱۲} &\sim Exponential(rate = ۰/۱)\\
T_{۱۳} &\sim Exponential(rate = ۰/۳)\\
T_{۱۴} &\sim Exponential(rate = ۰/۶)\\
T_{۲۳} &\sim Weibull(shape = ۳, scale = ۳)\\
T_{۲۴} &\sim Weibull(shape = ۲, scale = ۴)\\
T_{۳۴} &\sim Weibull(shape = ۴, scale = ۲)
\end{aligned}
$$

باشند. ابتدا به کمک دستورهای

```
>library(gems)
```



شکل الف‌ـ۲۵: شدت انتقال از چهار وضعیت مربوط به مثال (الف‌ـ۱۷)

```
>hf <- generateHazardMatrix(4)
>hf[[1, 2]] <- "Exponential"
>hf[[1, 3]] <- "Exponential"
>hf[[1, 4]] <- "Exponential"
>hf[[2, 3]] <- "Weibull"
>hf[[2, 4]] <- "Weibull"
>hf[[3, 4]] <- "Weibull"
>par <- generateParameterMatrix(hf)
>par[[1, 2]] <- list(rate = 0.1)
>par[[1, 3]] <- list(rate = 0.3)
>par[[1, 4]] <- list(rate = 0.6)
>par[[2, 3]] <- list(shape = 3, scale = 3)
>par[[2, 4]] <- list(shape = 2, scale = 4)
>par[[3, 4]] <- list(shape = 4, scale = 2)
```

مدل را به نرم‌افزار معرفی کنید. برای شبیه‌سازی (با ۱۰۰۰۰ تکرار) و مشاهده بخش

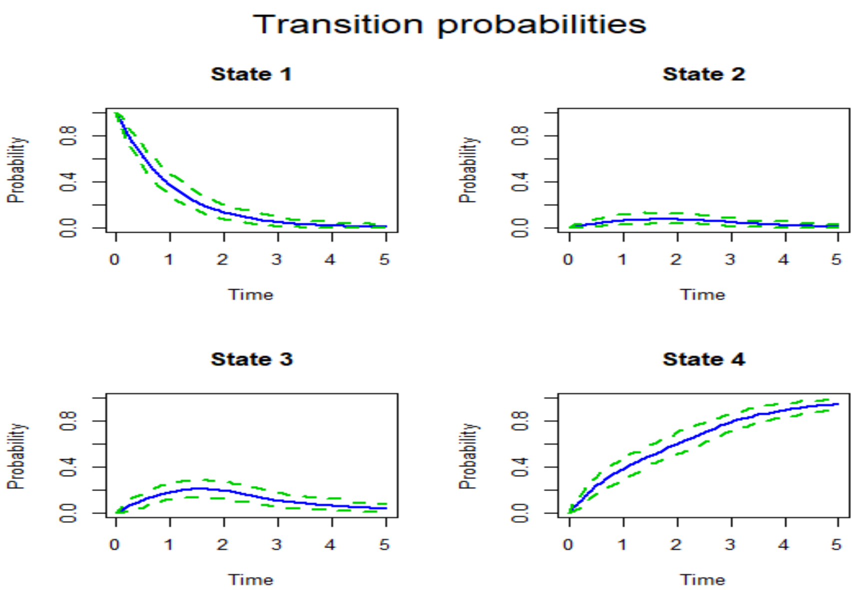
اول و آخر داده‌های شبیه‌سازی‌شده از دستورهای

```
>cohortSize <- 10000
>cohort <- simulateCohort(transitionFunctions = hf, parameters = par,
+cohortSize = cohortSize, to = 10)
>head(cohort)
>tail(cohort)
```

استفاده کنید. اکنون به کمک دستور

```
>post <- transitionProbabilities(cohort, times = seq(0,5, .1))
>head(post)
>plot(post, main = "Transition probabilities", ci = TRUE)
```

احتمال‌های انتقال داده‌های شبیه‌سازی‌شده را محاسبه و نمودار آن‌ها (به همراه بازهٔ اطمینان ۹۵٪) را ترسیم کنید (شکل الف‌ـ۲۶ را ملاحظه کنید).



شکل الف‌ـ۲۶: احتمال‌های انتقال به همراه بازهٔ اطمینان ۹۵٪ برای مدل چهاروضعیتی پیشرو شبیه‌سازی در مثال (الف‌ـ۱۸)

پیوست الف

کدهای نرم‌افزار R مربوط به مثال‌های بخش دوم کتاب، نظام‌های سلامت خصوصی

در این پیوست کدهای مربوط به مثال‌های بخش دوم کتاب، یعنی نظام‌های سلامت خصوصی ارائه می‌شوند. قبل از معرفی این کدها، ابتدا برخی از توابع مقدماتی معرفی می‌شوند.

الف‌ـ۱ معرفی توابع مقدماتی

به کمک تابع زیر یک مدل مرگ‌ومیر بر اساس مدل هیلمن‌پولارد، با پارامترهای مشخص، را به نرم‌افزار معرفی می‌کنیم.

```
>mu_x =function (x, a = 0.00054, b = 0.017, c = 0.101, d = 0.00013,
                g = 1.465e-05, e = 10.72, h = 1.11, f = 18.67)
                     {return((a^(x + b))^c +
                     d*exp(-e *(log(x)-log(f))^2)+g*h^x)
                }
```

اکنون با استفاده از مدل مرگ‌ومیر بالا، احتمال بقاء را محاسبه می‌کنیم.

```
>tPx=function (x, t, a = 0.00054, b = 0.017, c = 0.101, d = 0.00013,
               g = 1.465e-05, e = 10.72, h = 1.11, f = 18.67)
               {tpx = exp(-integrate(mu_x, x, x + t)$value)
               return(tpx)
               }
```

به کمک دستورهای زیر می‌توان مدل مرگ‌ومیر مک‌هام را به نرم‌افزار معرفی کرد.

```
M.mu_x=function (x, A = 0.00022, B = 2.7e-06, c = 1.124)
                {
                 return(A + B * c^x)
                }
```

الف ـ ۲ کدهای مربوط به مدل‌های فصل چهارم

به کمک دستورهای زیر می‌توان برنامه لازم برای تعریف مدل (۴ ـ ۱) را به نرم‌افزار معرفی نمود.

```
MODEL_4.1=function (i, m, mu, lambda, adjust = TRUE)
             {
               if (adjust == TRUE) {
       Premium = (1 + i)^(-1/2) * sum(lambda * mu)
         }
               else {
             Premium = (1 + i)^(-1) * sum(lambda * mu)
                }
           return(Premium)
             }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به حق‌بیمه و ذخایر راانجام دهید.

```
MODEL_4.1(i=.10,m=1,mu=120,lambda=.06,adjust=TRUE)
MODEL_4.1(i=.10,m=1,mu=120,lambda=.06,adjust=FALSE)
```

برای معرفی مدل (۴ ـ ۲) به نرم‌افزار R کافی از دستورهای زیر استفاده شود.

```
MODEL_4.2 = function( x = "none" , i , m , mu , lambda  )
          {
           delta_t = function(x) exp( log(1.2729) + .0298*(x) )
           kappa_t = function(x) exp( log(.6554) + .0088*(x) )
           if(  class(x) == "character"  ){
              Premium =   sum( (1+i)^(-1)* lambda * mu )
              }else{
           Premium=delta_t(x)*kappa_t(x)*sum((1+i)^(-1)*lambda*mu)
                }
            return( Premium )
            }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به مثال (۴ـ۱) راانجام دهید.

```
MODEL_4.2(x=45,i=.1,m=1,mu=100,lambda=.12)
MODEL_4.2(x="none",i=.1,m=1,mu=100,lambda=.12)
```

برای معرفی مدل (۴ـ۳) به نرم‌افزار R کافی از دستورهای زیر استفاده شود.

```
MODEL_4.3=function(x=NULL, a=NULL,b=NULL,i,n,mu,lambda)
        {
         if( class(x) == "NULL" ){
        Premium =  mu * 1.2729 *( exp( .0298*b ) - exp( .0298*a )  ) *
        lambda * n * .6554 * ( exp( .0088*b ) - exp( .0088*a ) ) /
            ( .0298 * .0088 * ( b - a )^2 )
           }else{
              Yxj = function(x) mu * 1.2729 *exp( .0298*x )
             Nx  = function(x) lambda * n * .6554 * exp( .0088*x )
              Premium = mean( Yxj(x) * Nx(x) )
                }
         return( Premium )
        }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستور زیر محاسبات مربوط به مثال (۴ـ۳) راانجام دهید.

```
MODEL_4.3(a=35,b=55,i=.1,n=100,mu=100,lambda=.12)
```

برای معرفی مدل (۴ـ۴) به نرم‌افزار، ابتدا مدل مرگ‌ومیر مک‌هام را به صورت زیر به نرم‌افزار معرفی کنید.

```
M.tPx = function( x , t , A = .00022 , B = 2.7e-6 , c = 1.124 )
            {
            return( exp( -A*t - B * c^x * (c^t-1) / log(c)  ) )
            }
```

سپس با استفاده از کدهای زیر این مدل را به نرم‌افزار معرفی کنید.

```
MODEL_4.4 = function( x , T , i , j , lambda , mu ,PREMIUM = TRUE)
             {
              A = .00022 ; B = 2.7e-6 ; c = 1.124
              Dr_tPx = function( t )
                       {
                (1+i)^(-t) * exp( -A*t - B * c^x * (c^t-1)/log(c))*
               (1+j)^(x+t)*mu*lambda*exp(log(1.2729)+.0298*(x+t))
                        }
              SUMMATION = function( L , U , k )
                          {
                           SUM = 0
                           for( q in L:U )
                           {
                   SUM=SUM+(1+j)^(q+k)*(1+i)^(-q)*M.tPx(x=x+k,t=q)
                           }
                         return( SUM )
                          }
              s = 0:(T-1)
              Premium.0=integrate(Dr_tPx,0,T)$value /
                         (sum((1+j)^s*(1+i)^(-s)*M.tPx(x=x,t=s)))
              xs = x   ;  tV = c()
              for( t in 0:(T-1) )
              {
                  x = xs + t
                 tV[t+1] =  integrate( Dr_tPx , 0 , T - t )$value
               - Premium.0 * SUMMATION( L = 0 , U = T - t - 1 , k = t )
                }
              tV = c( tV , 0 )
              if( PREMIUM ==TRUE )
              {
               return(  Premium_at_0 = Premium.0  )
              }
                 else{ return(  round( tV , 2 ) )
                    }
                    }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به مثال (۴ـ۴) راانجام دهید.

```
MODEL_4.4(x=40,T=20,i=.12,j=.10,lambda=.13,mu=100,PREMIUM=TRUE)
MODEL_4.4(x=35,T=30,i=.11,j=.08,lambda=.17,mu=80,PREMIUM=FALSE )
```

دستورهای لازم برای معرفی مدل (۴ــ۵) به صورت زیر است.

```
MODEL_4.5=function (x, T, i, j, lambda, mu, PREMIUM = TRUE)
    {
  a = 0.00054; b = 0.017; c = 0.101
  d = 0.00013; g = 1.464e-05; e = 10.72
  h = 1.11; f = 18.67; nu = 1/(1 + i)
  delta_t=function(x, t){exp(log(1.2729)+0.0298*(x+t))}
  kappa_t = function(x, t){exp(log(0.6554)+0.0088*(x+t))}
  S_P = M_P = c()
  for (t in 1:T)
    {
   S_P[t] = nu^t*tPx(x=x,t=t)*delta_t(x,t)*kappa_t(x,t)*mu*lambda
   M_P[t] = (1+j)^(t-1)*nu^(t-1)*tPx(x = x,t=t-1)
    }
  Premium_0 = sum(S_P)/sum(M_P)
  t_Vx = c()
  for (t in 0:T)
   {
  part2 = 0
  for (s2 in 1:(T - t))
     {
     if ((T - t) <= 0) {
part2 = part2 + 0
  }
      else {
    part2 = part2 + nu^s2 * tPx(x = x + t, t = s2) *
        delta_t(x,s2+t)*kappa_t(x,s2+t)*mu*lambda
  }
    }
  part1 = 0
  for (s1 in 0:(T - t - 1)) {
 if ((T - t - 1) <= 0) {
 part1 = part1 + 0
 }
 else {
 part1=part1+(1+j)^(s1+t)*nu^s1*tPx(x=x+t,t=s1)
  }
   }
  t_Vx[t] = part2 - Premium_0 * part1
   }
   if (PREMIUM == TRUE) {
 return(Premium_at_0 = Premium_0)
  }
```

```
  else {
 if (PREMIUM == FALSE) {
    return(Policy_value = c(0, round(t_Vx, 2)))
  }
  else {
 return(list(Premium_at_0=Premium_0,
          Policy_value=c(0,round(t_Vx,2))))
  }
   }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به مثال (۴ـ۵) راانجام دهید.

```
MODEL_4.5(x=30,T=25,i=.12,j=.10,lambda=100,mu=.12,PREMIUM=TRUE)
MODEL_4.5(x=30,T=25,i=.12,j=.10,lambda=100,mu=.12,PREMIUM=FALSE)
MODEL_4.5(x=30,T=25,i=.12,j=.10,lambda=100,mu=.12,PREMIUM="both")
```

برای معرفی مدل (۴ـ۶) به صورت زیر عمل کنید.

```
MODEL_4.6 = function( T , x , i , j , a.x.2 , a.x.3 , mu , lambda ,
             PREMIUM = TRUE ) {
   delta_t = function(x,t) (1+j)^t*exp( log(1.2729) + .0298*(x+t) )
   kappa_t = function(x,t) (1+j)^t*exp( log(.6554) + .0088*(x+t) )
    r1 = floor( (T-2)/6 )  ;  r2 = 2 * r1  ; r3 = 3 * r1
    nu = 1/(1+i)
    SUMMATION = function( L , U , k ){
       SUM = 0
      for( q in L:U ){
       SUM = SUM + (1+j)^q * nu^(q+k) * tPx( x = x + k , t = q  )
      }
    return( SUM )
   }
  SUMMATION2 = function( L , U , k ){
  SUM = 0
  for( q in L:U ){
    SUM = SUM + (1+j)^q * nu^(q) * tPx( x = x + k , t = q )
    }
  return( SUM )
  }
  R = 0
  for(t in 1:T){ R = R + nu^t *  tPx( x = x  , t = t  )
       * mu * lambda * delta_t( x , t ) *  kappa_t( x , t )  }
    M = SUMMATION(  L = 0  , U = r1 , k = 0 ) + a.x.2
         * SUMMATION(  L = 0 , U = r2 , k = r1 ) + a.x.3
         * SUMMATION(  L = 0 , U = r3 , k = r1 + r2 )
```

```
Premium_1 = R / M  ;  Premium_2 = a.x.2 * Premium_1 ;
        Premium_3 = a.x.3 * Premium_1
tV = c()
for( t in 0:T ){
  if( t <= r1 ){
    R = 0
 for(s in 1:(T-t)){ R = R + nu^s *  tPx( x = x + t , t = s  ) * mu
      * lambda * delta_t( x , t + s ) *  kappa_t( x , t + s )  }
  tV[t+1] = R - Premium_1 * SUMMATION2( L = t , U = r1 , k = t )
      + Premium_2 * SUMMATION( L = 0 , U = r2 , k = r1 ) + Premium_3
              * SUMMATION( L = 0  , U = r3  , k = r1+r2 )
    }
    if( ( r1 < t ) & ( t <= (r1+r2) ) ){
      R = 0
    for(s in 1:(T-t)){ R = R + nu^s *  tPx( x = x + t , t = s  )
       * mu * lambda * delta_t( x , t + s ) *  kappa_t( x , t + s )
         }
    tV[t+1] = R - Premium_2 * SUMMATION2( L = t , U = r2 , k = t )
        + Premium_3 * SUMMATION( L = 0  , U = r3  , k = t+r2 )
       }
     if( ( (r1 + r2) < t ) & ( t <(r1 + r2 + r3)) ){
         R = 0
     for(s in 1:(T-t)){ R = R + nu^s *  tPx( x = x + t , t = s  ) * mu
        * lambda * delta_t( x , t + s ) *  kappa_t( x , t + s )
         }
   tV[t+1] = R - Premium_3 * SUMMATION2( L = t , U = r3 , k = t )
         }
     if(  t >= (r1 + r2 + r3) ){
    R = 0
  for(s in 1:(T-t)){ R = R + nu^s *  tPx( x = x + t , t = s  ) * mu
    * lambda * delta_t( x , t + s ) *  kappa_t( x , t + s )  }
   tV[t+1] = R
   }
   }
   Premium_0 = c( Premium.1 = Premium_1,Premium.2=Premium_2 ,
                Premium.3 = Premium_3
               , SUM = Premium_1 + Premium_2 + Premium_3 )
   if( PREMIUM == TRUE ){
     return( Premium_at_0 = Premium_0  )
      }else{
        if( PREMIUM == FALSE ){
      return( Policy_value=c(0,round( tV[-c(1,T+1,T+2)] , 2 ),0) )
           }else{
              return( list( Premium_at_0 = Premium_0 ,
         Policy_value=c(0,round( tV[-c(1,T+1,T+2)] , 2 ),0) ) )
          }
       }
    }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به مثال (۴ـ۶) راانجام دهید.

```
MODEL_4.6(T=20,x=30,i=.12,j=.1,a.x.2=2,a.x.3=3,mu=100,lambda=.12
         ,PREMIUM=TRUE)
MODEL_4.6(T=20,x=30,i=.12,j=.1,a.x.2=2,a.x.3=3,mu=100,lambda=.12
         ,PREMIUM=FALSE)
MODEL_4.6(T=30,x=30,i=.12,j=.1,a.x.2=2,a.x.3=3,mu=100,lambda=.12
         ,PREMIUM="both")
```

سرانجام به کمک دستورهای زیر، مدل (۴ـ۷) را به نرم‌افزار معرفی کنید.

```
MODEL_4.7 = function( x , T , i , j , a , b , n_s , mu ,
              lambda , PREMIUM = TRUE  ){
              mu_x = function( x , t ){
              return( .00022 + 2.7 * 1.124^x * 10^(-6) )
              }
              tPx = function( x , t ){
                return( exp( -.00022*t - ( 2.7*10^(-6) )*1.124^x
                         *(1.124^t-1)/log(1.124) ) )
                }
              H = function( a , b , t ){
         return( integrate( tPx , 0 , 10 , t = 10 )$value / ( b - a ) )
                }
              INTEGRAL = function( x , t , a , b , j ){
                1.2729*(1+j)^t * exp(.0298*(x+t)) * 1.2729*(1+j)^t
                         * exp(.0298*(x+t)) / (b-a)
                        }
              integrate( INTEGRAL , lower = a , upper = b , t = 10 ,
                             a=20  , b = 50  , j = j )$value
             Gt = function( t , n_s ){
                   l = n_s:150
             return( sum( ( l*exp(-100*exp(-.04*t))*(100*exp(-.04*t))^l )
                          / factorial(l) ) )
                   }
                  nu = 1/(1+i)
                  Ps = Pm = 0
                  for( t in 1:T ){
                 Ps = Ps + nu^t * H( a , b , t ) * Gt( t , n_s ) * mu
                        * lambda * INTEGRAL( x , t , a , b , j )
                Pm = Pm + (1+j)^(t-1) * nu^(t-1) * H( a , b , t-1 )
                          * Gt( t-1 , n_s )
                      }
                  Premium = Ps / Pm
                  EPV_B = EPV_P = 0
```

```
        tV = c()
        for( t in 1:T ){
        EPV_B = EPV_P = 0
        for( s in 1:(T-t) ){
    EPV_B = EPV_B + nu^s * H( a , b , s ) * Gt( s , n_s ) * mu
             * lambda * INTEGRAL( x , t+s , a , b , j )
           }
        for( ss in 0:(T-t-1) ){
        EPV_P = EPV_P + Premium * (1+j)^(t+ss) * nu^(ss)
               * H( a , b , ss ) * Gt( ss , n_s )
           }
        tV[t] =  EPV_B -  EPV_P
        }
        if( PREMIUM == TRUE ){
        return( Premium_at_0 = Premium )
           }else{
             if( PREMIUM == FALSE ){
       return( Policy_value=c(0,round( tV , 2 )[-T],0) )
                }else{
                 return( list( Premium_at_0 = Premium ,
            Policy_value=c(0,round( tV , 2 )[-T],0) ) )
                    }
                }
         }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به مثال (۴ـ۷) راانجام دهید.

```
MODEL_4.7(x=30,T=20,i=.12,j=.10,a=20,b=60,n_s=50,mu=100,
         lambda=.12,PREMIUM=TRUE)
MODEL_4.7(x=30,T=20,i=.12,j=.10,a=20,b=60,n_s=50,mu=100,
         lambda=.12,PREMIUM=FALSE)
MODEL_4.7(x=30,T=20,i=.12,j=.10,a=20,b=60,n_s=50,mu=100,
         lambda=.12,PREMIUM="Both")
```

الف‌ـ۳ کدهای مربوط به مدل‌های فصل پنجم

بیمهٔ ازکارافتادگی فردی با پرداخت‌های ثابت و پیوسته، معرفی شده در مدل (۵ـ۱) به کمک دستورهای زیر به نرم‌افزار معرفی می‌شود.

```
MODEL_5.1 = function( x , T , i , j , benefit , PREMIUM = TRUE  )
```

```
{
 q_aa = function( x , t  ){
   return( 1 - tPx( x , t  ) )
         }
q_ii = function( x , t , s ) 1.25 * ( 1 - tPx( x + t , s ) )
 p_ai = function( x , t ) .00223 * 1.0468 * ( x + t )
 Dr_ai = function( t ) (1+i)^(-t)*(1+j)^t * .00223
         * 1.0468 * ( x + t )
 p_ia = function( x , t  ){
 if( ( ( x + t  ) <= 60) ){ return( .05 ) }else{ return( 0 ) }
     }
 SUM_aa = function( L , U , k ){
    SUM = 0
    for( q in L:U ){
      SUM = SUM + (1+j)^q * (1+i)^(-q) *
        1- q_aa(x=x+k,t=q))*( 1 - p_ai(x=x+k,t=q))
        }
     return( SUM )
  }
 SUM_ia = function( L , U , k ){
       SUM = 0
       for( q in L:U ){
       SUM=SUM+(1+j)^q * (1+i)^(-q) * p_ia( x = x + k,t=q)
           }
       return( SUM )
   }
 tV_a = tV_i = c()
 Premium_0 = benefit * integrate( Dr_ai , 0 , T )$value
          / SUM_aa( L = 0 , U = T-1 , k = 0 )
 for( t in 0:(T-1)){
tV_a[t+1]=benefit*(1+j)^t*integrate( Dr_ai,0,T-t)$value -
 Premium_0  * SUM_aa( L = 0 , U = T-t-1 , k = t )
 tV_i[t+1]=benefit*(1+j)^t*integrate(Dr_ai,0,T-t)$value -
 Premium_0 * (1+j)^t * SUM_ia( L = 0 , U = T-t-1 , k = t )
    }
  if( PREMIUM == TRUE ){
   return( Premium_at_0 = Premium_0  )
    }else{
      if( PREMIUM == FALSE ){
       return( round( cbind( tV_active = c( tV_a , 0 ),
       tV_inactive = c( 0,tV_i[-1] , 0 ) ) ,2) )
    }else{
       return( list( Premium_at_0 = Premium_0 ,
     Policy_value=round( cbind( tV_active = c( tV_a , 0 ),
       tV_inactive = c( 0,tV_i[-1] , 0 ) ) ,2) ) )
    }
  }
```

```
}
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به مثال (۵ـ۲) راانجام دهید.

```
MODEL_5.1(x=30,T=25,i=.12,j=.10,benefit=100,PREMIUM=TRUE)
MODEL_5.1(x=30,T=25,i=.12,j=.10,benefit=100,PREMIUM=FALSE)
MODEL_5.1(x=30,T=25,i=.12,j=.10,benefit=100,PREMIUM="both")
```

بیمهٔ ازکارافتادگی فردی با پرداخت‌های پیوسته مبتنی بر درجه‌ی ازکارافتادگی و حق‌بیمهٔ محدود زمانی، ارائه شده در مدل (۵ـ۲) را می‌توان به صورت زیر به نرم‌افزار معرفی کرد.

```
MODEL_5.2 = function( x , T , i , j , benefit , m , Zx_t , PROB ,
          PREMIUM = TRUE ){
          q_aa = function( x , t  ){
               return( 1 - tPx( x , t  ) )
               }
        q_ii = function( x , t , s ) 1.25 * ( 1 - tPx( x + t , s ) )
          p_ai = function( x , t ) .00223 * 1.0468 * ( x + t )
       Dr_ai = function( t ) (1+i)^(-t) * .00223 * 1.0468 * ( x + t )
          p_ia = function( x , t  ){
         if( ( ( x + t  ) <= 60) ){ return( .05 ) }else{ return( 0 ) }
            }
          SUM_aa = function( L , U , k ){
             SUM = 0
             for( q in L:U ){
             SUM = SUM + (1+j)^q * (1+i)^(-q) *
              (1-q_aa(x=x+k,t=q))*(1-p_ai(x=x+k,t=q))
             }
          return( SUM )
           }
          SUM_ia = function( L , U , k ){
              SUM = 0
              for( q in L:U ){
                SUM = SUM + (1+j)^q*(1+i)^(-q)*p_ia(x=x+k,t=q)
               }
          return( SUM )
           }
          thetax_t = sum( Zx_t * PROB )
          Premium_0=benefit*thetax_t*integrate(Dr_ai,0,T)$value
                / SUM_aa( L = 0 , U = m-1 , k = 0 )
          tV_a = tV_i = c()
```

```
for( t in 0:(T-1)){
  tV_a[t+1] = benefit * thetax_t * (1+j)^t
        * integrate( Dr_ai , 0 , T - t )$value -
  Premium_0 * (1+j)^t * SUM_aa(L=0,U=max(m-t-1,0),k=t)
  tV_i[t+1] = benefit * thetax_t * (1+j)^t
        * integrate( Dr_ai , 0 , T - t )$value -
  Premium_0 * (1+j)^t * SUM_ia(L=0,U=max(m-t-1,0),k=t)
   }
 if( PREMIUM == TRUE ){
 return( Premium_at_0 = Premium_0  )
  }else{
   if( PREMIUM == FALSE ){
   return( round( cbind( tV_active = c( tV_a , 0 ),
   tV_inactive = c( 0,tV_i[-1] , 0 ) ) ,2) )
    }else{
     return( list( Premium_at_0 = Premium_0 ,
     Policy_value=round(cbind(tV_active=c(tV_a,0),
     tV_inactive = c( 0,tV_i[-1] , 0 ) ) ,2) ) )
    }
   }
 }
```

اکنون به کمک دستورهای مشابه با دستورات زیر محاسبات مربوط به مثال (۵ـ۳) راانجام دهید.

```
Zx_t = c( .25 , .5 , 1 )
PROB = c( 6/11 , 3/11 , 2/11 )
age = 30 ; Term = 10
MODEL_5.2(x=age,T=Term,i=.12,j=.1,benefit=100,m=Term-2,Zx_t
         ,PROB,PREMIUM=TRUE)
MODEL_5.2(x=age,T=Term,i=.12,j=.1,benefit=100,m=Term-2,Zx_t
         ,PROB,PREMIUM=FALSE)
MODEL_5.2(x=age,T=Term,i=.12,j=.1,benefit=100,m=Term-2,Zx_t
         ,PROB,PREMIUM="both")
```

برای انجام محاسبات مربوط به مثال (۵ـ۴) ابتدا از کدهای زیر را در نرم‌افزار وارد کرده

```
Example_5.5 = function( x , T , i , j , benefit , m , PREMIUM = TRUE ){
           q_aa = function( x , t  ){
           return( 1 - tPx( x , t  ) )
               }
         q_ii = function( x , t , s ) 1.25 * ( 1 - tPx( x + t , s ) )
```

```
    p_ai = function( x , t ) .00223 * 1.0468 * ( x + t )
Dr_ai = function( t ) (1+i)^(-t) * .00223 * 1.0468 * ( x + t )
    p_ia = function( x , t  ){
  if( ( ( x + t  ) <= 60) ){ return( .05 ) }else{ return( 0 ) }
      }
E_Zx_t = function( x , t ) exp(.01*x+.08*t)/(1+exp(.01*x+.08*t))
    SUM_aa = function( L , U , k ){
    SUM = 0
    for( q in L:U ){
    SUM = SUM + (1+j)^q * (1+i)^(-q) *
   ( 1- q_aa( x = x + k  , t = q  ) )*( 1 - p_ai(x=x+k,t=q))
      }
    return( SUM )
    }
    SUM_ia = function( L , U , k ){
     SUM = 0
     for( q in L:U ){
      SUM = SUM + (1+j)^q * (1+i)^(-q) * p_ia(x=x+k,t=q)
      }
     return( SUM )
    }
 Premium_0=benefit*E_Zx_t(x,0)*integrate(Dr_ai,0,T)$value
        / SUM_aa( L = 0 , U = m-1 , k = 0 )
   tV_a = tV_i = c()
   for( t in 0:(T-1)){
    tV_a[t+1] = benefit * E_Zx_t(x,t) * (1+j)^t
                * integrate( Dr_ai , 0 , T - t )$value -
    Premium_0 * (1+j)^t * SUM_aa(L=0,U = max(m-t-1,0),k=t)
    tV_i[t+1] = benefit *  E_Zx_t(x,t) * (1+j)^t
                * integrate( Dr_ai , 0 , T - t )$value -
     Premium_0 * (1+j)^t * SUM_ia(L=0,U=max(m-t-1,0),k=t)
    }
    if( PREMIUM == TRUE ){
    return( Premium_at_0 = Premium_0  )
       }else{
        if( PREMIUM == FALSE ){
         return( round( cbind( tV_active = c( tV_a , 0 ),
         tV_inactive = c( 0,tV_i[-1] , 0 ) ) ,2) )
        }else{
       return( list( Premium_at_0 = Premium_0 ,
     Policy_value=round( cbind( tV_active = c( tV_a , 0 ),
       tV_inactive = c( 0,tV_i[-1]  , 0 ) ) ,2) ) )
      }
     }
    }
```

سپس از دستوراتی مشابه به دستورهای زیر استفاده کنید.

```
Example_5.5(x=30,T=20,i=.12,j=.1,benefit=100,m=T-2
          ,PREMIUM=TRUE)
Example_5.5(x=30,T=20,i=.12,j=.1,benefit=100,m=T-2
          ,PREMIUM=FALSE)
Example_5.5(x=30,T=20,i=.12,j=.1,benefit=100,m=T-2
          ,PREMIUM="both")
```

الف‌ـ۴ کدهای مربوط به مدل‌های فصل ششم

به کمک کدهای زیر بیمه‌نامه مراقبت‌های بلندمدت ارائه شده در مدل (۶ـ۱) را به نرم‌افزار معرفی کنید.

```
MODEL_6.1 = function( x , w , i , j , b , PREMIUM = TRUE ){
          Indicator=function(x,t){
           y=c()
           if (x+t<=120) {y=1} else {y=0}
           y
           }
         T = w - x
        Alpha_a = c(-.0322,.00958,-.0234,-.000137,-.000905,-.162)
         Beta_a = c(.0519,.00211,0,.00316,.00315,0)
         Gamma_a = c(.0435,.174,0,.000801,.132,0)
         Eta_a = c(0,0,.000385,0,0,.00264)
         Alpha_i1 = c(-.0322,-.338,.0294,-.0989,-.181,-.0319)
         Beta_i1 = c(.0519,0,0,.133,.00315,.088)
         Gamma_i1 = c(.0435,0,0,.00816,.132,.16)
         Eta_i1 = c(0,.00832,-.000159,0,0,0)
         Alpha_i2 = c(.174,.545,.185,-.061,-.0561,-.0468)
         Beta_i2 = c(0,0,.00562,.104,.0772,0)
         Gamma_i2 = c(0,0,0,.0348,.0348,0)
         Eta_i2 = c(-.00145,-.00471,.133,0,0,.00193)
         Alpha_i3 = c(.103,-.00426,1.61,.0164,-.092,.127)
         Beta_i3 = c(0,.00214,0,.213,.109,0)
         Gamma_i3 = c(0,.148,0,.0451,.0352,0)
         Eta_i3 = c(-.00111,0,-.0169,0,0,-.00055)
         Alpha_i4 = c(.106,.000285,-.181,.14,-.2,.176)
         Beta_i4 = c(0,0,.223,0,0,.0453)
         Gamma_i4 = c(0,0,.00462,0,0,.0528)
         Eta_i4 = c(-.000993,-.00308,0,.000316,.0038,0)
         Alpha_i5 = c(.00239,.0289,-.031,-.194,.00987,-.571)
         Beta_i5 = c(.0284,0,.0389,.205,0,0)
         Gamma_i5 = c(-.119,0,-.0102,-.000368,0,0)
```

```
Eta_i5 = c(0,-.00029,0,0,-.0000685,.009983)
tPx = function( x , t  ){
mu_x = function(x,t,Alpha,Eta){mu = (Alpha + Eta*(x+t))
            *Indicator(x,t)
  mu[mu<0]<-0
  return( mu )
 }
 Qx_t = rbind(
  mu_x( x , t , Alpha=Alpha_a ,  Eta=Eta_a  ) ,
  mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i1 , Eta=Eta_i1 ) ,
  mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i2 , Eta=Eta_i2 ) ,
  mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i3 , Eta=Eta_i3 ) ,
  mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i4 , Eta=Eta_i4 ) ,
  mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i5 , Eta=Eta_i5 ) )
for (i in 1:6) {
 Qx_t[i,i]<-0
 Qx_t[i,i]<--sum(Qx_t[i,])
}
Px_t = eigen( Qx_t )$vectors %*% diag( exp( eigen( Qx_t )$values ) )
       %*% solve(eigen( Qx_t )$vectors)
  Px_t = matrix( as.numeric(Px_t) , 6 , 6)
rownames(Px_t) = colnames(Px_t) = c("a","i1","i2","i3","i4","i5")
  if( t == 0 ){
  Px_t = diag( 6 )
rownames(Px_t) = colnames(Px_t) = c("a","i1","i2","i3","i4","i5")
  return( Px_t )
   }else{ return( Px_t ) }
  }
 mu_hi = function(x,t,Alpha,Beta,Gamma,b,j,i){
mu = Alpha + Beta*exp( Gamma*(x+t-68.5) ) * b * (1+j)^t * (1+i)^(-t)
 mu[mu<0]<-0
 return( mu )
 }
soorat = makhraj = c()
 for( l in 1:length(b) ){
 soorat[l] = integrate( mu_hi , lower = 0 , upper = T , x = x ,
         Alpha = Alpha_a[l]
 , Beta = Beta_a[l] , Gamma = Gamma_a[l],b=b[l],i=i,j=j)$value
   }
  for( t in 0:T ){
makhraj[t+1] = (1+j)^t * (1+i)^(-t) * tPx( x = x , t = t )[1,1]
  }
 Premium = sum( soorat ) / sum( makhraj )
 Va = Vi1 = Vi2 = Vi3 = Vi4 = Vi5 = c()
 for( t in 0:T ){
 Part1_a = Part2_a = c()
```

```
  for( l in 1:length(b) ){
 Part1_a[l] = (1+j)^t * integrate( mu_hi , lower = 0 , upper = T , x = x+t ,
           Alpha = Alpha_a[l]
  , Beta = Beta_a[l] , Gamma = Gamma_a[l],b=b[l],i=i,j=j)$value
   }
  for( k in 0:T  ){
 Part2_a[k+1] = (1+j)^(t+k) * (1+i)^(-t) * tPx( x = x + t , t = k )[1,1]
   }
  Va[t+1] = sum( Part1_a ) - Premium * sum( Part2_a )
  Part1_i1 = Part2_i1 = c()
  for( l in 1:length(b) ){
 Part1_i1[l] = (1+j)^t * integrate( mu_hi , lower=0,upper=T,x=x+t ,
   Alpha = Alpha_i1[l]
 , Beta = Beta_i1[l] , Gamma = Gamma_i1[l],b=b[l],i=i,j=j)$value
  }
 for( k in 0:T ){
 Part2_i1[k+1] = (1+j)^(t+k) * (1+i)^(-t) * tPx( x = x + t , t = k )[2,1]
  }
 Vi1[t+1] = sum( Part1_i1 ) - Premium * sum( Part2_i1 )
 Part1_i2 = Part2_i2 = c()
  for( l in 1:length(b) ){
 Part1_i2[l] = (1+j)^t * integrate( mu_hi , lower = 0 , upper =T,x=x+t,
         Alpha = Alpha_i2[l]
  , Beta = Beta_i2[l] , Gamma = Gamma_i2[l],b=b[l],i=i,j=j)$value
   }
  for( k in 0:T ){
 Part2_i2[k+1] = (1+j)^(t+k) * (1+i)^(-t) * tPx( x = x + t , t = k )[3,1]
  }
 Vi2[t+1] = sum( Part1_i2 ) - Premium * sum( Part2_i2 )
 Part1_i3 = Part2_i3 = c()
 for( l in 1:length(b) ){
 Part1_i3[l] = (1+j)^t * integrate(mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t ,
         Alpha = Alpha_i3[l]
 , Beta = Beta_i3[l] , Gamma = Gamma_i3[l],b=b[l],i=i,j=j)$value
  }
 for( k in 0:T ){
 Part2_i3[k+1] = (1+j)^(t+k) * (1+i)^(-t) * tPx( x = x + t , t = k )[4,1]
 }
Vi3[t+1] = sum( Part1_i3 ) - Premium * sum( Part2_i3 )
Part1_i4 = Part2_i4 = c()
for( l in 1:length(b) ){
Part1_i4[l] = (1+j)^t * integrate( mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t ,
           Alpha = Alpha_i4[l]
, Beta = Beta_i4[l] , Gamma = Gamma_i4[l] , b = b[l],i=i,j=j)$value
 }
for( k in 0:T ){
```

```
    Part2_i4[k+1] = (1+j)^(t+k) * (1+i)^(-t) * tPx(x=x+t,t=k)[5,1]
     }
     Vi4[t+1] = sum( Part1_i4 ) - Premium * sum( Part2_i4 )
     Part1_i5 = Part2_i5 = c()
     for( l in 1:length(b) ){
    Part1_i5[l] = (1+j)^t * integrate( mu_hi , lower = 0,upper=T,x=x+t ,
         Alpha = Alpha_i5[l]
    , Beta = Beta_i5[l] , Gamma = Gamma_i5[l] , b = b[l],i=i,j=j)$value
     }
   for( k in 0:T ){
   Part2_i5[k+1] = (1+j)^(t+k) * (1+i)^(-t) * tPx( x = x + t , t = k )[6,1]
   }
  Vi5[t+1] = sum( Part1_i5 ) - Premium * sum( Part2_i5 )
  }
  tV = cbind( Va , Vi1 , Vi2 , Vi3 , Vi4 , Vi5 )
  if (PREMIUM == TRUE) {
  return(Premium_at_0 = Premium )
  }
  else {
    if (PREMIUM == FALSE) {
    return(Policy_value =  round( tV , 2 )  )
    }
   else {
   return( list(Premium_at_0 = Premium , Policy_value =  round( tV , 2)))
    }
  }
 }
```

اکنون به کمک دستورهای زیر نمودار (۶ـ۱) را تولید کنید.

```
age=c(65,70,75,80,85)
P=c(); M.a=c(); M.i1=c(); M.i2=c(); M.i3=c(); M.i4=c(); M.i5=c();
for (k in 1:length(age)){T=30;
A=MODEL_6.1( x = age[k]  , w = 120  , i = .12 , j = .0 ,
   b = seq(100,300,50) , PREMIUM = "BOTH" )
M.a=cbind(M.a,A$Policy_value[,1]);
M.i1=cbind(M.i1,A$Policy_value[,2]);
M.i2=cbind(M.i2,A$Policy_value[,3]);
M.i3=cbind(M.i3,A$Policy_value[,4]);
M.i4=cbind(M.i4,A$Policy_value[,5]);
M.i5=cbind(M.i5,A$Policy_value[,6]);
P=cbind(P,A$Premium_at_0)
}; t(round(P,2))
lends <- c("round","butt","square")
matplot((M.a), pch = "ABCDE",type = c("b"), lty=1, lwd=3,
```

```
  lend=lends, xlab="Time", ylab="Policy value")
legend(1, max(abs(M.a)), cex=0.8,box.lty=0,horiz=F,
c("= for age 65", "= for age 70",
"= for age 75", "= for age 80", "= for age 85"), pch = "ABCDE")
lends <- c("round","butt","square")
matplot((M.i1), pch = "ABCDEF",type = c("b"), lty=1, lwd=3,
   lend=lends, xlab="Time", ylab="Policy value")
legend(1, max(abs(M.i1)), cex=0.8,box.lty=0,horiz=F,
c("= for age 65", "= for age 70",
"= for age 75", "= for age 80", "= for age 85"), pch = "ABCDE")
lends <- c("round","butt","square")
matplot((M.i2), pch = "ABCDEF",type = c("b"), lty=1, lwd=3,
   lend=lends, xlab="Time", ylab="Policy value")
legend(1, max(abs(M.i2)), cex=0.8,box.lty=0,horiz=F,
c("= for age 65", "= for age 70",
"= for age 75", "= for age 80", "= for age 85"), pch = "ABCDE")
lends <- c("round","butt","square")
matplot((M.i3), pch = "ABCDEF",type = c("b"), lty=1, lwd=3,
   lend=lends, xlab="Time", ylab="Policy value")
legend(1, max(abs(M.i3)), cex=0.8,box.lty=0,horiz=F,
c("= for age 65", "= for age 70",
"= for age 75", "= for age 80", "= for age 85"), pch = "ABCDE")
lends <- c("round","butt","square")
matplot((M.i4), pch = "ABCDEF",type = c("b"), lty=1, lwd=3,
   lend=lends, xlab="Time", ylab="Policy value")
legend(1, max(abs(M.i4)), cex=0.8,box.lty=0,horiz=F,
c("= for age 65", "= for age 70",
"= for age 75", "= for age 80", "= for age 85"), pch = "ABCDE")
lends <- c("round","butt","square")
matplot((M.i5), pch = "ABCDEF",type = c("b"), lty=1, lwd=3,
   lend=lends, xlab="Time", ylab="Policy value")
legend(30, max(abs(M.i5)), cex=0.8,box.lty=0,horiz=F,
c("= for age 65", "= for age 70",
"= for age 75", "= for age 80", "= for age 85"), pch = "ABCDE")
```

به کمک کدهای زیر بیمه‌نامه مراقبت‌های بلندمدت ارائه شده در مدل (۶ـ۲) را به نرم‌افزار معرفی کنید.

```
MODEL_6.2 = function( x , w , i , j , b , PREMIUM = TRUE ){
        Indicator=function(x,t){
y=c()
```

```
if (x+t<=120) {y=1} else {y=0}
 y
       }
        T = w - x
    Alpha_a = c(-.0322,.00958,-.0234,-.000137,-.000905,-.162)
    Beta_a = c(.0519,.00211,0,.00316,.00315,0)
    Gamma_a = c(.0435,.174,0,.000801,.132,0)
    Alpha_i1 = c(-.0322,-.338,.0294,-.0989,-.181,-.0319)
    Beta_i1 = c(.0519,0,0,.133,.00315,.088)
    Gamma_i1 = c(.0435,0,0,.00816,.132,.16)
    Alpha_i2 = c(.174,.545,.185,-.061,-.0561,-.0468)
    Beta_i2 = c(0,0,.00562,.104,.0772,0)
    Gamma_i2 = c(0,0,0,.0348,.0348,0)
    Alpha_i3 = c(.103,-.00426,1.61,.0164,-.092,.127)
    Beta_i3 = c(0,.00214,0,.213,.109,0)
    Gamma_i3 = c(0,.148,0,.0451,.0352,0)
    Alpha_i4 = c(.106,.000285,-.181,.14,-.2,.176)
    Beta_i4 = c(0,0,.223,0,0,.0453)
    Gamma_i4 = c(0,0,.00462,0,0,.0528)
    Alpha_i5 = c(.00239,.0289,-.031,-.194,.00987,-.571)
    Beta_i5 = c(.0284,0,.0389,.205,0,0)
    Gamma_i5 = c(-.119,0,-.0102,-.000368,0,0)
    Alpha_a = c(-.0322,.00958,-.0234,-.000137,-.000905,-.162)
    Eta_a = c(0,0,.000385,0,0,.00264)
    Alpha_i1 = c(-.0322,-.338,.0294,-.0989,-.181,-.0319)
    Eta_i1 = c(0,.00832,-.000159,0,0,0)
    Alpha_i2 = c(.174,.545,.185,-.061,-.0561,-.0468)
    Eta_i2 = c(-.00145,-.00471,.133,0,0,.00193)
    Alpha_i3 = c(.103,-.00426,1.61,.0164,-.092,.127)
    Eta_i3 = c(-.00111,0,-.0169,0,0,-.00055)
    Alpha_i4 = c(.106,.000285,-.181,.14,-.2,.176)
    Eta_i4 = c(-.000993,-.00308,0,.000316,.0038,0)
    Alpha_i5 = c(.00239,.0289,-.031,-.194,.00987,-.571)
    Eta_i5 = c(0,-.00029,0,0,-.0000685,.009983)
tPx = function( x , t  ){
    mu_x = function(x,t,Alpha,Beta,Gamma){mu = (Alpha + Beta
           *exp( Gamma*(x+t-68.5) ))*Indicator(x,t)
     mu[mu<0]<-0
        return( mu )
       }
     Qx_t = rbind(
mu_x( x , t , Alpha=Alpha_a , Beta=Beta_a , Gamma=Gamma_a ) ,
mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i1 , Beta=Beta_i1 , Gamma=Gamma_i1 ) ,
mu_x( x , t , Alpha=Alpha_i2 , Beta=Beta_i2 , Gamma=Gamma_i2 ) ,
mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i3 , Beta=Beta_i3 , Gamma=Gamma_i3 ) ,
```

```
mu_x( x , t , Alpha=Alpha_i4 , Beta=Beta_i4 , Gamma=Gamma_i4 ) ,
mu_x( x , t  , Alpha=Alpha_i5 , Beta=Beta_i5 , Gamma=Gamma_i5))
for (i in 1:6) {
Qx_t[i,i]<-0
Qx_t[i,i]<--sum(Qx_t[i,])
}
Px_t = eigen( Qx_t )$vectors %*% diag( exp(eigen( Qx_t )$values))
       %*% solve(eigen( Qx_t )$vectors)
Px_t = matrix( as.numeric(Px_t) , 6 , 6)
rownames(Px_t) = colnames(Px_t) = c("a","i1","i2","i3","i4","i5")
if( t == 0 ){
Px_t = diag( 6 )
rownames(Px_t) = colnames(Px_t) = c("a","i1","i2","i3","i4","i5")
return( Px_t )
    }else{ return( Px_t ) }
        }
tPx( x = 65 , t = 10 )
tPx( x = 65 , t = 0 )
mu_hi = function(x,t,Alpha,Eta,b,j,i){
mu = Alpha + Eta*(x+t) * b * (1+j)^t * (1+i)^(-t)
mu[mu<0]<-0
return( mu )
}
soorat = makhraj = c()
for( l in 1:length(b) ){
soorat[l] = integrate( mu_hi , lower = 0 , upper = T , x = x ,
      Alpha = Alpha_a[l]
, Eta =Eta_a[l] , b = b[l], i = i ,  j = j  )$value
}
for( t in 0:T ){
makhraj[t+1]=(1+j)^t*(1+i)^(-t)*tPx(x=x,t=t)[1,1]
}
Premium = sum( soorat ) / sum( makhraj )
Premium
Va = Vi1 = Vi2 = Vi3 = Vi4 = Vi5 = c()
for( t in 0:T ){
Part1_a = Part2_a = c()
for( l in 1:length(b) ){
Part1_a[l]=(1+j)^t*integrate(mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t
        , Alpha = Alpha_a[l]
, Eta = Eta_a[l]  , b = b[l], i = i ,  j = j  )$value
}
for( k in 0:T ){
Part2_a[k+1]=(1+j)^(t+k)*(1+i)^(-t)*tPx(x=x+t,t=k)[1,1]
}
Va[t+1] = sum( Part1_a ) - Premium * sum( Part2_a )
Part1_i1 = Part2_i1 = c()
```

```
for( l in 1:length(b) ){
Part1_i1[l] = (1+j)^t*integrate(mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t
      , Alpha = Alpha_i1[l]
, Eta = Eta_i1[l]  , b = b[l], i = i ,  j = j  )$value
}
for( k in 0:T ){
Part2_i1[k+1]=(1+j)^(t+k)*(1+i)^(-t)*tPx(x=x+t,t=k)[2,1]
}
Vi1[t+1] = sum( Part1_i1 ) - Premium * sum( Part2_i1 )
Part1_i2 = Part2_i2 = c()
for( l in 1:length(b) ){
Part1_i2[l] = (1+j)^t*integrate(mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t
    , Alpha = Alpha_i2[l]
, Eta= Eta_i2[l]  , b = b[l], i = i ,  j = j  )$value
}
for( k in 0:T ){
Part2_i2[k+1] = (1+j)^(t+k)*(1+i)^(-t)*tPx(x=x+t,t=k)[3,1]
}
Vi2[t+1] = sum( Part1_i2 ) - Premium * sum( Part2_i2 )
Part1_i3 = Part2_i3 = c()
for( l in 1:length(b) ){
Part1_i3[l] = (1+j)^t*integrate(mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t
      , Alpha = Alpha_i3[l]
, Eta = Eta_i3[l] , b = b[l], i = i ,  j = j  )$value
}
for( k in 0:T ){
Part2_i3[k+1] = (1+j)^(t+k) * (1+i)^(-t) * tPx(x=x+t,t=k)[4,1]
}
Vi3[t+1] = sum( Part1_i3 ) - Premium * sum( Part2_i3 )
Part1_i4 = Part2_i4 = c()
for( l in 1:length(b) ){
Part1_i4[l] = (1+j)^t * integrate(mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t
        , Alpha = Alpha_i4[l]
, Eta = Eta_i4[l]  , b = b[l], i = i ,  j = j  )$value
}
for( k in 0:T ){
Part2_i4[k+1] = (1+j)^(t+k)*(1+i)^(-t)*tPx(x=x+t,t=k)[5,1]
}
Vi4[t+1] = sum( Part1_i4 ) - Premium * sum( Part2_i4 )
Part1_i5 = Part2_i5 = c()
for( l in 1:length(b) ){
Part1_i5[l] = (1+j)^t * integrate( mu_hi,lower=0,upper=T,x=x+t
        , Alpha = Alpha_i5[l]
, Eta = Eta_i5[l] , b = b[l], i = i ,  j = j  )$value
}
for( k in 0:T ){
```

```
Part2_i5[k+1] = (1+j)^(t+k)*(1+i)^(-t)*tPx(x=x+t,t=k)[6,1]
}
Vi5[t+1] = sum( Part1_i5 ) - Premium * sum( Part2_i5 )
}
tV = cbind( Va , Vi1 , Vi2 , Vi3 , Vi4 , Vi5 )
if (PREMIUM == TRUE) {
return(Premium_at_0 = Premium )
}
else {
if (PREMIUM == FALSE) {
return(Policy_value = round( tV , 2 )   )
}
else {
return( list(Premium_at_0=Premium,Policy_value=round(tV,2)))
}
}
}
```

نمایه

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

A

Accessible state .. وضعیت دست‌یافتنی

Accumulation Factor ... عامل انباشت

Activities of Daily Living (ADL) .... فعالیت‌های روزمره

Actuarial value ...... ارزش بیم‌سنجی

Adjustment Coefficient . ضریب تعدیل

Adverse Selection .... کژگزینی

Affordable Care Act .... قانون مراقبت مقرون‌به‌صرفه

Akaike information criteria .... معیار اطلاع آکائیک

Ambulatory care .. مراقبت‌های سرپایی

Annuity .... مستمری

Annuity-Immediate .. مستمری ته‌فصلی

As a rider .... به‌عنوان الحاقیه

Asymmetric Information .... اطلاعات نامتقارن

Attitudinal (morale) hazard .... مخاطره ذهنی (روحی)

Average deviation factor .... ضریب انحراف متوسط

Avoidance .... اجتناب

B

Barthel-index .... شاخص بارثل

Basic Premium .... حق‌بیمهٔ پایه

Bayes Estimator .... برآوردگر بیز

Bayesian information criteria .... معیار اطلاع بیزی

Bayesian Statistics .... آمار بیزی

Bayesian Theory .... نظریهٔ بیزی

Benefit period .... دورهٔ مزایا

C

Cádlág .... کدلگ

Capitation .... سرانه

Catastrophe losses . زیان‌های فاجعه‌آمیز

Catchment factor .... عامل جمع‌آوری

Chapmann-Kolmogorov Equation .... معادلات چپمن‌کلموگروف

Coherent .... منسجم

Collection .... رده

Collective equivalence principal .... اصل تعادل جمعی

Competing insurance funds .... صندوق‌های بیمهٔ رقابتی

Competing risks model .... مدل‌های ریسک رقابتی

Complete expectation of life .... امید به زندگی کامل

Compliance rate .... نرخ انطباق

.... نرخ بهرهٔ مرکب

Compound interest rate

Compound Poisson Processes .... فرایند پوآسون مرکب

Construction method ... روش ساختن

Continuous Annuity .. مستمری پیوسته

Continuous intensity over intervals .... شدت پیوسته فاصله‌ای

Continuous Markov Chains .... زنجیر مارکف پیوسته

Copay .... مشارکت در پرداخت

Copayment ...... مشارکت در پرداخت

Co-payment .... پرداخت مشترک (توسط بیمه‌گر و بیمه‌گذار)

Coverage limit .... سقف پوشش

Cross Validation index .... معیار اعتبارسنجی متقابل

Curtated expectation of life .... امید به زندگی مختصرشده

Curtated future lifetime .... طول عمر آتی مختصرشده

D

Deductible .... کسرپذیری

Deferred Annuity ..... مستمری معوق

Deferred mortality probability .... احتمال مرگ‌ومیر معوق

Deferred period .... دوره تعویق

Defined-Benefit Scheme .... الگوی مزایای معین

Defined-Income Scheme .... الگوی بودجهٔ معین

Demographic Models .... مدل‌های دموگرافی (جمعیتی)

Dependency factor .... عامل وابستگی

Desired level of contingency reserves .... سطح مطلوب ذخایر احتمالی

Deviance information criteria .... معیار اطلاع انحراف

Disability inception .. آغاز ازکارافتادگی

Disability-spell ...... دوره ازکارافتادگی

Discount factor .... عامل تنزیل

Discount rate .... نرخ تنزیل

Discrete Markov Chains .... زنجیر مارکف گسسته

Discrete Measure .... اندازهٔ گسسته

Diversifiable risk ..... ریسک جداپذیر

Double Markov Chain .... زنجیر مارکف دوگانه

Drift .... رانش

Due-Annuity .... مستمری سرفصلی

Dynamic population ...... جامعه پویا

E

Econometrics .... اقتصادسنجی

Elimination period .... سن حذف

Equalization pool .. صندوق همسان‌ساز

Ex-ante forecast .... پیش‌گویی برنامه‌ریزی‌شده

Expectation methods .... روش‌های انتظاری

Explanation methods .... روش‌های تشریحی

Exposure (Exposure Unit) . ریسک‌نما

Extrapolation methods .... روش‌های برون‌یابی

F

Fee-for-service ..... هزینه خدمات به‌صورت آیتم به آیتم

Financial risk .... ریسک مالی

Fixed benefit cost ... مزیت هزینه ثابت

Fixed Benefit Plan .. طرح مزایای ثابت

Force of interest .... نیروی بهره

Force of mortality . . . . نیروی مرگ‌ومیر
Force of Transition. . . . . . نیروی انتقال
Formulary . . . . فرمولاری
Franchise deductibleکسرپذیری فرانشیز
Funding-ratio . . . . . . نرخ توانگری مالی
Future lifetime . . . . طول عمرآتی
Future random Loss . زیان آتی تصادفی
زیان آتی تصادفی در دوره زمانی t . . . . . .
Future random Loss at duration t
زیان آتی تصادفی در زمان صدور . . . .
Future random Loss at issue time

G

General inflation rate نرخ تورم عمومی
مدل گومپرترمک‌هام . . . .
Gompertz-Makeham model
Gompertz-Model . . . . مدل گومپرتز
تولید ناخالص ملی . . . .
Gross domestic product (GDP)
Gross Premium . . . . . حق‌بیمهٔ ناخالص
زیان‌های تصادفی ناخالص . . . .
Gross Random Loss

H

Hazard . . . . مخاطره
بیمه پوشش (هزینه‌های) درمان . . . .
Health coverage insurance
سازمان مراقبت درمان . . . .
Health maintenance organization
Health policy . . . . سیاست‌های سلامت
Hedging . . . . پوشش دادن [ریسک]
مدل هیلمن‌پولادر . . . .
Heligman-Pollard-Model
فرایند پوآسون همگن . . . .
Homogeneous Poisson Process

I

خسارت‌های واقع‌شده ولی تسویه‌نشده . . .
Incurred But Not enough Reported (IBNeR)
خسارت واقع‌شده ولی گزارش‌نشده (معوق) . . . .
Incurred But Not Reported (IBNR)
خسارت‌های واقع‌شده ولی اعلام‌نشده . . .
Incurred But Not yet Reported (IBNyR)
Indemnity Plan. . . . . . طرح بازپرداخت
Index. . . . . اندیس
اصل تعادل فردی . . . .
Individual equivalence principal
نظام‌های اختصاصی سلامت . . . .
Individual health care systems
ارائه‌دهندگان درون شبکه . . . .
In-Network Providers
فعالیت‌های سودمند روزمره. . . . .
Instrumental Activities of Daily Living
درآمدهای مشمول بیمه . . . .
Insurable earnings
Intensity rate . . . . نرخ شدت
Interest rate . . . . نرخ بهره
سازمان جهانی کار . . . .
International Labour Organization

K

معادلات دیفرانسیلی پیشرو کلموگروف . .
Kolmogorov-Formawd-Differential-Equations
Kronecker Delta . . . . دلتای کرونکر

L

Lapsed . . . . فسخ
قانون قوی اعداد بزرگ . . . .
Law of large numbers
Legal hazard . . . . مخاطره قانونی
Legendre. . . . . چندجمله‌ای لژاندر polynomials
Lexis Diagram . . . . نمودار لکزیس
Linear extrapolation . . درون‌یابی خطی

Link ratio . . . . نسبت پیوند

بیمه مراقبت‌های بلندمدت . . . . Long Term Care Insurance

Longitudinal Data . . . . . داده‌های طولی

ازکارافتادگی بلندمدت . . . . Long Term disability

بیمه از دست‌دادن درآمد . . . . Loss of income insurance

M

طرح مراقبت مدیریت‌شده . . . . Managed Care Plan

Markov Chain . . . . زنجیر مارکف

Medicaid program . . . . . . برنامه مدی‌کید

Medicare program . . . . . . برنامه مدی‌کر

مدل‌های چندوضعیتی . . . . Multi State Model

مدل ضایعات چندگانه . . . . Multi-decrement-model

مدل‌های جاذب چندگانه . . . . Multiple absorbing models

مدل‌های ضایعات چندگانه . . . . Multiple decrement models

N

National health services . . خدمات ملی بهداشت

Natural premium . . . . . حق‌بیمهٔ طبیعی

Net Premium . . . . حق‌بیمهٔ خالص

Net Random Loss . . زیان‌های تصادفی خالص

فرایند پوآسون ناهمگن . . . . Nonhomogeneous Poisson Process

O

اداره سرشماری و مطالعه جمعیت . . . . . . Office of Population Censuses and Surveys

سازمان همکاری و توسعه اقتصادی Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)

ارائه‌دهندگان خارج شبکه . . . . Out-of-Network Providers

Out-of-pocket . . . . پرداخت از جیب

حداکثر هزینه خارج از جیب . . . . Out-of-pocket maximum

P

Panel data . . . . داده‌های پانلی

قانون حمایت از بیمار و مراقبت مقرون به صرفه Patient Protection and Affordable Care Act

Pay-as-you-go (PAYG) . . . پس‌پرداخت

Per capita . . . . سرانه

Performance Activities of Daily Living (PADL) . . فعالیت‌های موثر روزمره

Peril . . . . علت‌خطر

بیمهٔ سلامت دائمی . . . . Permanent health insurance

Personal risks . . . . . ریسک‌های شخصی

Physical hazard . . . . . . مخاطره فیزیکی

فرایند مارکف تکه‌ای‌قطعی . . . . Piecewise-deterministic Markov process

ارزش قرارداد (ارزش بیم‌سنجی) . . . . Policy Value

Pooling system . . . . . . سیستم اشتراکی

Positive homogeneous . . . همگنی‌مثبت

شاخص تعدیل پیشینی . . . . Priori adjustment Index

رویکرد تعدیل پسینی . . . . Posteriori adjustment procedure

Precewise-constant . . . . . . تکه‌ای ثابت

سازمان ارائه‌دهنده ترجیحی . . . . Preferred provider organization

Premature death . . . . مرگ‌زودرس

Premium . . . . حق‌بیمه

Principal sum . . اصل پول یا مبلغ اصلی

مدل‌های چندوضعیتی پیش‌رو .... Progressive multistate model
روش تصویرسازی .. Projection method
دورهٔ پیش‌گویی ..... Projection period
ارزش بیم‌سنجی آینده‌نگر .... Prospective actuarial value
زیان تصادفی آینده‌نگر .... Prospective random Loss
ارزش آینده‌نگر ..... Prospective value
نظام‌های عمومی خدمات و مراقبت‌های بهداشتی .... Public service health care systems
تامین عمومی بودجه‌های مراقبت‌های سلامت .. Publicly funded health care
زیان تصادفی آتی .. Random future loss
ارزش فعلی تصادفی .... Random present value
R
زیان تصادفی کلی .. Random Total loss
نرخ .... Rate
نرخ‌گذاری .... Rating
تحقق .... Realization
وضعیت بازگشتی ..... Recurrent State
توزیع مجدد درآمد و دارایی‌ها Redistribution of income and wealths
دورهٔ مرجع (دورهٔ مشاهده) .... Reference period
فرایند منظم .... Regular Process
ارزش بیم‌سنجی گذشته‌نگر .... Retrospective actuarial value
زیان تصادفی گذشته‌نگر .... Retrospective random Loss
ارزش گذشته‌نگر .. Retrospective value
ریسک‌گریز .... Risk Aversion
صندوق جبران ریسک .... Risk compensation pool
کنترل ریسک .... Risk control
درمعرض‌ریسک .... Risk Exposure
در معرض زیان .... Risk Exposure (Loss exposure)
درمعرض‌خطر .... Risk Exposure (Loss exposure)
تأمین مالی ریسک ...... Risk financing
تابع مخاطره .... Risk Function
ریسک خنثی .... Risk indifference
ریسک‌پذیر .... Risk Lover
حق‌بیمهٔ ریسک .... Risk premium
حق‌بیمهٔ استوار ...... Robust Premium
S
مسیر نمونه‌ای .... Sample Path
مرگ‌ومیر برگزیده ..... Select Mortality
پارامترهای ارشدیت .... Seniority Parameters
بیمهٔ بیماری .... Sickness-insurance
نرخ بهرهٔ ساده .... Simple interest rate
نظام‌های مراقبتی تک‌پرداخت‌کننده ...... Single-payer health care systems
نظام‌های اجتماعی سلامت .... Social Health care systems
بیمهٔ اجتماعی .... Social Insurance
عدالت اجتماعی .... Social justice
فضای وضعیت .... Space State
ریسک سوداگرایانه .... Speculative risk
جامعهٔ پایدار .... Stable population
بیمه‌نامهٔ مستقل . Stand-alone insurance
جامعهٔ ساکن ... Stationary population
شرایط موجود .. Status quo conditions
توزیع پایا .... Steady Distribution
وضعیت پایا .... Steady state

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

آ

آغاز ازکارافتادگی . . Disability inception

آمار بیزی . . . . Bayesian Statistics

ا

احتمال مرگ‌ومیر معوق . . . . Deferred mortality probability

ارزش قرارداد (ارزش بیم‌سنجی) . . Policy Value

اداره سرشماری و مطالعه جمعیت . . . . . . Office of Population Censuses and Surveys

ارائه‌دهندگان خارج شبکه . . . . Out-of-Network Providers

ارائه‌دهندگان درون شبکه . . . . In-Network Providers

ارزش آینده‌نگر . . . . . Prospective value

ارزش بیم‌سنجی . . . . . . Actuarial value

ارزش بیم‌سنجی آینده‌نگر . . . . Prospective actuarial value

ارزش بیم‌سنجی گذشته‌نگر . . . . Retrospective actuarial value

ارزش فعلی تصادفی . . . . Random present value

ارزش گذشته‌نگر . . Retrospective value

ازکارافتادگی بلندمدت . . . . Long Term disability

اصل پول یا مبلغ اصلی . . Principal sum

اصل تعادل جمعی . . . . Collective equivalence principal

اصل تعادل فردی . . . . Individual equivalence principal

الگوی بودجهٔ معین . . . . Defined-Income Scheme

الگوی مزایای معین . . . . Defined-Benefit Scheme

امید به زندگی زمانی . . . . Term expectation of life

امید به زندگی کامل . . . . Complete expectation of life

امید به زندگی مختصرشده . . . . Curtated expectation of life

ب

برنامه مدی‌کر . . . . . . Medicare program

برنامه مدی‌کید . . . . . Medicaid program

به‌عنوان الحاقیه . . . . As a rider

بیمهٔ اجتماعی . . . . Social Insurance

بیمهٔ از دست‌دادن درآمد . . . . Loss of income insurance

بیمهٔ بیماری . . . . Sickness-insurance

بیمهٔ سلامت دائمی . . . . Permanent health insurance

operation and Development (OECD)

سرانه .... Capitation

سرانه .... Per capita

سطح مطلوب ذخایر احتمالی .... Desired level of contingency reserves

سقف پوشش .... Coverage limit

سن توقف .... Stopping Age

سن حذف .... Elimination period

سیاست‌های سلامت .... Health policy

نظام‌های اختصاصی سلامت .... Individual health care systems

نظام‌های تأمین مالی شده با مالیات .... Tax-financed systems

نظام‌های عمومی خدمات و مراقبت‌های بهداشتی .... Public service health care systems

نظام‌های مراقبت سلامت دولایه .... Two-tier healthcare Systems

نظام‌های مراقبتی تک‌پرداخت‌کننده .... Single-payer health care systems

نظام‌های مراقبتی جامع .... Universal health care systems

سیستم اشتراکی .... Pooling system

نظام‌های اجتماعی سلامت .... Social Health care systems

ش

شاخص بارثل .... Barthel-index

شاخص تعدیل پسینی .... Posteriori adjustment Index

شدت انتقال .... Transition intensity

شدت پیوسته فاصله‌ای .... Continuous intensity over intervals

شرایط موجود .... Status quo conditions

م

مدل ضایعات چندگانه .... Multi-decrement-model

مدل گومپرترمک‌هام .... Gompertz-Makeham model

مدل گومپرتز .... Gompertz-Model

مدل هلیمن‌پولارد .... Heligman-Pollard-Model

مدل‌های جاذب چندگانه .... Multiple absorbing models

مدل‌های چندوضعیتی .... Multi State Model

مدل‌های چندوضعیتی پیشرو .... Progressive multistate model

مدل‌های دموگرافی (جمعیتی) .... Demographic Models

مدل‌های ضایعات چندگانه .... Multiple decrement models

مدل‌های ریسک رقابتی .... Competing risks model

مراقبت‌های سرپایی .... Ambulatory care

مرگ‌ومیر برگزیده .... Select Mortality

مزیت هزینه ثابت .... Fixed benefit cost

مزیت هزینه متغیر Variable benefit cost

مستمری .... Annuity

مستمری پیوسته .... Continuous Annuity

مستمری ته‌فصلی .... Annuity-Immediate

مستمری سرفصلی .... Due-Annuity

مستمری معوق .... Deferred Annuity

مشارکت در پرداخت .... Copay

مشارکت در پرداخت .... Copayment

معادلات چپمن‌کلموگروف .... Chapmann-Kolmogorov Equations

معادلات دیفرانسیلی پیشرو کلموگروف .... Kolmogorov-Formawd-Differential-Eqs

مرگ‌ومیر نهایی .... Ultimate mortality

نیروی مرگ‌ومیر .... Force of mortality

ج

جامعهٔ پایدار .... Stable population

جامعهٔ پویا ...... Dynamic population

جامعهٔ ساکن ... Stationary population

چ

چندجمله‌ای لژاندر .... Legendre polynomials

ح

حداکثر هزینه خارج از جیب .... Out-of-pocket maximum

حق‌بیمهٔ طبیعی ..... Natural premium

حق‌بیمهٔ ناخالص ..... Gross Premium

حق‌بیمهٔ خالص .... Net Premium

خ

خدمات ملی بهداشت .... National health services

د

داده‌های پانلی .... Panel data

داده‌های طولی ..... Longitudinal Data

درآمدهای مشمول بیمه .... Insurable earnings

دلتای کرونکر .... Kronecker Delta

دورهٔ ازکارافتادگی ...... Disability-spell

دوره انتظار .... Waiting period

دورهٔ پیش‌گویی ..... Projection period

دورهٔ تعویق .... Deferred period

دورهٔ مرجع (دورهٔ مشاهده) .... Reference period

دوره مزایا .... Benefit period

دیاگرام خطزمانی .. Time-line diagram

ص

صندوق جبران ریسک .... Risk compensation pool

صندوق همسان‌ساز .. Equalization pool

صندوق‌های بیمهٔ رقابتی .... Competing insurance funds

ض

ضریب انحراف متوسط .... Average deviation factor

ط

طرح بازپرداخت ...... Indemnity Plan

طرح مراقبت مدیریت شده .... Managed Care Plan

طرح مزایای ثابت .. Fixed Benefit Plan

طول عمر آتی زمانی .... Term future lifetime

طول عمر آتی مختصرشده .... Curtated future lifetime

طول عمرآتی .... Future lifetime

ع

عامل انباشت ... Accumulation Factor

عامل تنزیل .... Discount factor

عامل جمع‌آوری .... Catchment factor

عامل وابستگی .... Dependency factor

عدالت اجتماعی .... Social justice

ف

فرایند زمان ناهمگن .... Time-inhomogeneous process

فرایند زمان همگن .... Time-homogeneous process

فرایند مارکف تکه‌ای‌قطعی .... Piecewise-deterministic Markov process

فرمولاری .... Formulary

فسخ .... Lapsed

فعالیت‌های روزمره .... Activities of Daily Living (ADL)

فعالیت‌های سودمند روزمره .... Instrumental Activities of Daily Living

فعالیت‌های موثر روزمره .... Performance Activities of Daily Living (PADL)

منابع

Allin, S., S. Barry, S. Burke, D. Dawson, L. F. Doetter, S. Duckett, N. Farmanara, V. Gruben, J. Hurley, M. Jackman, et al. (2020). *Is Two-tier Health Care the Future?* University of Ottawa Press.

Araújo, A., L. Meira-Machado, J. Roca-Pardiñas, et al. (2014). Tpmsm: Estimation of the transition probabilities in 3-state models. *Journal of Statistical Software 62*(4), 1–29.

Arora, V., C. Moriates, and N. Shah (2015). *Understanding value based healthcare.* McGraw Hill Professional.

Axler, S. (2020). *Measure, Integration & Real Analysis.* Springer Nature.

Beyersmann, J., A. Allignol, and M. Schumacher (2011). *Competing risks and multistate models with R.* Springer Science & Business Media.

Biessy, G. (2015). Continuous time semi-markov inference of biometric laws associated with a long-term care insurance portfolio.

Blaser, N., L. S. Vizcaya, J. Estill, C. Zahnd, B. Kalesan, M. Egger, T. Gsponer, and O. Keiser (2015). Gems: an r package for simulating from disease progression models. *Journal of Statistical Software 64*(10), 1.

Booth, H., J. Maindonald, and L. Smith (2002). Applying lee-carter under conditions of variable mortality decline. *Population studies 56*(3), 325–336.

Booth, H. and L. Tickle (2008). Mortality modelling and forecasting: A review of methods. *Annals of actuarial science 3*(1-2), 3–43.

Brémaud, P. (2013). *Markov chains: Gibbs fields, Monte Carlo simulation, and queues*, Volume 31. Springer Science & Business Media.

Britnell, M. (2015). *In search of the perfect health system.* Macmillan International Higher Education.

Cairns, A. J., D. Blake, and K. Dowd (2006). A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: theory and calibration. *Journal of Risk and Insurance 73*(4), 687–718.

Capinski, M. and P. E. Kopp (2013). *Measure, integral and probability.* Springer Science & Business Media.

Caxton, G. (2017). How private insurance works: A primer by institution for health care research and policy, georgetown university, on behalf of the henry j. kaiser family foundation.

Christiansen, M., M. Denuit, N. Lucas, and J.-P. Schmidt (2018). Projection models for health expenses. *Annals of Actuarial Science 12*(1), 185–203.

Cichon, M., W. Newbrander, H. Yamabana, C. Normand, A. Weber, D. Dror, and A. Preker (1999). *Modelling in health care finance: A compendium of quantitative techniques for health care financing.* International Labour Organization.

Clark, J. O. E. (2001). *Dictionary of International Insurance and Finance Terms.* Financial World Publishing.

Cont, R. and P. Tankov (2003). *Financial Modelling with jump processes.* Chapman & Hall.

Conte, S. D. and C. De Boor (1981). *Elementary numerical analysis: an algorithmic approach.* SIAM.

Cox, D.-M. and H. Miller (1965). The theory of stochastic processes. *Chapman and Itall.*

Cross, H. E., K. Hardee-Cleaveland, and N. C. Jewell (2001). *Reforming operational policies: a pathway to improving reproductive health programs.* POLICY Project, Futures Group International.

Cullen, A. C., H. C. Frey, and C. H. Frey (1999). *Probabilistic techniques in exposure assessment: a handbook for dealing with variability and uncertainty in models and inputs.* Springer Science & Business Media.

Denuit, M., D. Hainaut, and J. Trufin (2020). *Effective Statistical Learning Methods for Actuaries II: Tree-Based Methods and Extensions.* Springer Nature.

Dickson, D. C., M. Hardy, M. R. Hardy, and H. R. Waters (2013). *Actuarial mathematics for life contingent risks.* Cambridge University Press.

Djehiche, B. and B. Löfdahl (2018). A hidden markov approach to disability insurance. *North American Actuarial Journal 22*(1), 119–136.

Docteur, E. and H. Oxley (2003). Health-care systems: lessons from the reform experience.

Eisen, R. and F. A. Sloan (2012). *Long-term care: economic issues and policy solutions*, Volume 5. Springer Science & Business Media.

Eling, M. and O. Ghavibazoo (2019). Research on long-term care insurance: status quo and directions for future research. *The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice 44*(2), 303–356.

Frostig, E., S. Haberman, and B. Levikson (2003). Generalized life insurance: ruin probabilities. *Scandinavian actuarial journal 2003*(2), 136–152.

Fuino, M. and J. Wagner (2018). Long-term care models and dependence probability tables by acuity level: New empirical evidence from switzerland. *Insurance: Mathematics and Economics 81*, 51–70.

Glied, S. A. (2008). Health care financing, efficiency, and equity. Technical report, National Bureau of economic research.

GOLDMAN, R. (1990). Pricing and underwriting group disability income coverages. *Transactions of the Society of Actuaries*, 171–215.

Haberman, S. and E. Pitacco (2018). *Actuarial models for disability insurance.* Routledge.

Hardee, K., L. Ashford, E. Rottach, R. Jolivet, and R. Kiesel (2012). The policy dimensions of scaling up health initiatives. washington: Futures group. *Health Policy Project*.

Heligman, L. and J. H. Pollard (1980). The age pattern of mortality. *Journal of the Institute of Actuaries 107*(1), 49–80.

Hsieh, M.-h., J. L. Wang, Y.-F. Chiu, and Y.-C. Chen (2018). Valuation of variable long-term care annuities with guaranteed lifetime withdrawal benefits: A variance reduction approach. *Insurance: Mathematics and Economics 78*, 246–254.

Iyer, S. (1999). *Actuarial mathematics of social security pensions*. International Labour Organization.

Jackson, C. (2007). Multi-state modelling with r: the msm package. *Cambridge, UK*, 1–53.

Jensen, G. A. and M. A. Morrisey (1990). Group health insurance: A hedonic price approach. *The Review of Economics and Statistics*, 38–44.

Klugman, S. A., H. H. Panjer, and G. E. Willmot (2019). *Loss Models: From Data to Decisions*. John Wiley & Sons.

Kritzer, P., G. Leobacher, M. Szölgyenyi, and S. Thonhauser (2019). Approximation methods for piecewise deterministic markov processes and their costs. *Scandinavian actuarial journal 2019*(4), 308–335.

Liu, J. L. and R. H. Brook (2017). What is single-payer health care? a review of definitions and proposals in the us. *Journal of general internal medicine 32*(7), 822–831.

Lu, C., M. T. Schneider, P. Gubbins, K. Leach-Kemon, D. Jamison, and C. J. Murray (2010). Public financing of health in developing countries: a cross-national systematic analysis. *The Lancet 375*(9723), 1375–1387.

McDevitt, R. and W. W. Worldwide (2008). *Actuarial Value: A Method for Comparing Health Plan Benefits*. California HealthCare Foundation.

McDowell, I. et al. (2006). *Measuring health: a guide to rating scales and questionnaires*. Oxford University Press, USA.

Moosavi, S. S. and A. T. Payandeh Najafabadi (2020). Modelling the laboratory health costs during 2015 to 2019. *Iran Health Insurance Organization 3*(3), 182–191.

Mosavi, S. and A. T. Payandeh (2020). Pricing of variable long-term care annuities with guaranteed lifetime withdrawal and limited hospitalization coverage benefits. *International Journal of Industrial and Systems Engineering 32*(3), 304–331.

Myers, R. J. (1993). *Social security.* Univ of Pennsylvania Pr.

Normand, C., A. Weber, W. H. Organization, et al. (1994). *Social health insurance: a guidebook for planning.* Number WHO/SHS/NHP/94.3. Unpublished. World Health Organization.

Ollila, E. and M. Koivusalo (2002). The world health report 2000: World health organization health policy steering off course—changed values, poor evidence, and lack of accountability. *International Journal of Health Services 32*(3), 503–514.

Organization, W. H. et al. (2007). Health and human rights. Technical report.

Pentikainen, T. (1968). Linking life and private pension insurance to price index. In *Transactions of the 18th International Congress of Actuaries*, Volume 2, pp. 847–859.

Pitacco, E. (1999). Multistate models for long-term care insurance and related indexing problems. *Applied stochastic models in business and industry 15*(4), 429–441.

Pitacco, E. (2012). Mortality of disabled people. *Available at SSRN 1992319.*

Pitacco, E. (2014). Health insurance. *Basic Actuarial Models, Cham, Switzerland: Springer Verlag.*

Pitacco, E. (2016). Premiums for long-term care insurance packages: Sensitivity with respect to biometric assumptions. *Risks 4*(1), 3.

Plamondon, P., A. Drouin, G. Binet, M. Cichon, W. McGillivray, M. Bédard, and H. Pérez-Montas (2002). *Actuarial practice in social security.* International Labour Organization.

Plat, R. (2009). On stochastic mortality modeling. *Insurance: Mathematics and Economics 45*(3), 393–404.

Pritchard, D. (2006). Modeling disability in long-term care insurance. *North American Actuarial Journal 10*(4), 48–75.

Protection, P. and A. C. Act (2010). Patient protection and affordable care act. *Public law 111*(48), 759–762.

Putter, H., M. Fiocco, and R. B. Geskus (2007). Tutorial in biostatistics: competing risks and multi-state models. *Statistics in medicine 26*(11), 2389–2430.

Rau, R., C. Bohk-Ewald, M. M. Muszyńska, and J. W. Vaupel (2017). *Visualizing mortality dynamics in the Lexis diagram*, Volume 44. Springer.

Rejda, G. E. (2014). *Principles of Risk Management and Insurance: 12th Edition.* Pearson Education India.

پژوهشکدهٔ . *نظریهٔ ریسک در بیمه‌های غیرزندگی*.(1399) امیرتیمور پاینده نجف‌آبادی بیمه.

Sable-Smith, A., K. R. Arnett, M. A. Nowels, K. Colborn, H. D. Lum, and D. Nowels (2018). Interactions with the healthcare system influence advance care planning activities: results from a representative survey in 11 developed countries. *Family practice 35*(3), 307–311.

Sahner, R. A., K. Trivedi, and A. Puliafito (2012). *Performance and reliability analysis of computer systems: an example-based approach using the SHARPE software package.* Springer Science & Business Media.

Schoen, R. (2007). *Dynamic population models*, Volume 17. Springer Science & Business Media.

Schoen, R. (2013). *Modeling multigroup populations.* Springer Science & Business Media.

Scholz, W., K. Hagemejer, and M. Cichon (2000). *Social budgeting.* International Labour Organization.

Ševcíková, H., N. Li, V. Kantorová, P. Gerland, and A. E. Raftery (2016). Age-specific mortality and fertility rates for probabilistic population projections. *Dynamic Demographic Analysis 39*, 285.

Sheldon, M. R. (2014). *Introduction to probability models.* Academic press.

Thompson, T. (2014). *The Affordable Care Act.* Greenhaven Publishing LLC.

Varkevisser, M. and S. A. van der Geest (2002). Competition among social health insurers: a case study for the netherlands, belgium and germany. *Research in Healthcare Financial Management 7*(1), 65–85.

Venables, W. N. and B. D. Ripley (2002). Modern applied statistics with s springer-verlag. *New York.*

Vercruysse, W., J. Dhaene, M. Denuit, E. Pitacco, and K. Antonio (2012). Premium indexing in lifelong health insurance. *FEB Research Report AFI_1274*, 1–15.

Wan, G. and Q. Wang (2017). Two-tier healthcare service systems and cost of waiting for patients. *Applied Stochastic Models in Business and Industry 33*(2), 167–183.

Werner, G. and C. Modlin (2010). *Basic Ratemaking.* In Casualty Actuarial Society.

White, F. (2015). Primary health care and public health: foundations of universal health systems. *Medical Principles and Practice 24*(2), 103–116.

Wilmoth, J. R., K. Andreev, D. Jdanov, D. A. Glei, C. Boe, M. Bubenheim, D. Philipov, V. Shkolnikov, and P. Vachon (2007). Methods protocol for the human mortality database. *University of California, Berkeley, and Max Planck Institute for Demographic Research, Rostock. URL: http://mortality. org [version 31/05/2007] 9*, 10–11.

Wolthuis, H. (2003). *Life insurance mathematics (The Markovian model).* Amsterdam School of Economics Research Institute (ASE-RI).