```
> p=matrix(c(0.1,0.3,0.6,
+            0,0.4,0.6,
+            0.3,0.2,0.5),
+          nrow = 3,ncol= 3,byrow= TRUE)
>     matrixpower(p,2)
     [,1] [,2] [,3]
[1,] 0.19 0.27 0.54
[2,] 0.18 0.28 0.54
[3,] 0.18 0.27 0.55
>
>
>
> |
```

Type here to search

29:1 (Top Level) :

Console Terminal × Jobs ×

```
>
>
> gamble <- function(k,n,p) {
+   state <- k
+   while (state > 0 & state < n) {
+     bet <- sample(c(-1,1),1,prob=c(1-p,p))
+     state <- state + bet
+   }
+   if (state == 0) return(1) else return(0)
+ }
> trials <- 100000
> simlist <- replicate(trials, gamble(2, 5,0.5))
> mean(simlist)
[1] 0.59846
```

Type here to search

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تمرین ۱.۲

الف)

$P(X_7=3 \mid X_6=2) = P_{23} = 0.6$

در اینجا P_{23} ها سطر دوم ستون سوم ماتریس انتقال یک مرحله‌ای می‌باشد.

ب) $P(X_9=2 \mid X_1=2, X_5=1 \text{ و } X_7=3) = P(X_9=2 \mid X_7=3)$

$= P^{2}_{79} = 0.27$

در اینجا چون گذشته نزدیک مد نظر می‌باشد پس X_1 و X_5 را نادیده می‌گیریم و آینده ما فقط و فقط به X_7 وابسته است در نتیجه ما یک انتقال دو مرحله‌ای داریم از 7 به 9 که ماتریس انتقال دو مرحله‌ای آن را در نرم افزار R محاسبه کرده و جایگذاری کردیم.

پ)

$$P(X_0=3 \mid X_1=1) \overset{\text{قانون}}{\underset{\text{احتمال شرطی}}{=}} P(X_1=1 \mid X_0=3)\, P(X_0=3) / P(X_1=1)$$

$$= (P_{31} \times \alpha_3) / (\alpha P)_1 = (0.3)(0.5)/(0.17) = 0.882$$

طبق قانون کل احتمال شرطی داریم و طبق اینکه یک سری احتمالات را می‌توان به کمک ماتریس پیدا کرد.

ت) $$E[X_2] = \sum_{k=1}^{3} k\, P(X_2=k) = (1\times 0.18)+(2\times 0.27)+(3\times 0.57)$$

$$= 2.36$$

در اینجا چون فضای حالت ۳ عضو دارد k مقادیر ۱ تا ۳ را می‌گیرد و طبق فرمال بدست آمده حل می‌کند.

Year. Month. Date. ( )

تمرین ۲.۲

الف)

$$P(X_2=1 \mid X_1=3) = P_{31} = 1/3$$

ب)

$$P(X_1=3, X_2=1) = P(X_2=1 \mid X_1=3)\, P(X_1=3)$$

طبق الف

$$= P_{31}\,(\alpha P)_3 = (1/3)\times(5/12) = \frac{5}{36} = 0.138$$

پ)

$$P(X_1=3 \mid X_2=1) = P(X_2=1 \mid X_1=3)\cdot P(X_1=3) / P(X_2=1)$$

طبق ب

$$= (5/36)/(\alpha P^2)_1 = (5/36)\,(5/9) = 1/4 = 0.25$$

ت)

$$P(X_4=1 \mid X_1=3, X_2=1, X_3=2) = P(X_4=1 \mid X_3=2)$$

$$= P^2_{21} = 0.$$

تمرین 3.2 می‌دانیم که

$P_{00}=1 \quad P_{01}=0 \quad P_{02}=0 \quad P_{03}=0$

$P_{10}=8/27 \quad P_{11}=4/9 \quad P_{12}=2/9 \quad P_{13}=1/27$

$P_{20}=1/27 \quad P_{21}=2/9 \quad P_{22}=4/9 \quad P_{23}=8/27$

$P_{30}=0 \quad P_{31}=0 \quad P_{32}=0 \quad P_{33}=1$

عددهای بالا به کمک توزیع دوجمله‌ای بدست آمده حال می‌توانیم ماتریس انتقال احتمال یک مرحله را بنویسیم.

$$P = \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 8/27 & 4/9 & 2/9 & 1/27 \\ 2 & 1/27 & 2/9 & 4/9 & 8/27 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

و اکنون ۳ مرحله پیش می‌بریم و به جواب خواهیم رسید.

$$\xrightarrow{\text{طبق } R} P^3 = \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.57 & 0.15 & 0.14 & 0.18 \\ 2 & 0.18 & 0.14 & 0.15 & 0.57 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Puzzle

پس

$$P^3_{10} = 0.57$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تمرین 7.2:

$$P(Y_{n+1}=j \mid Y_n=i, Y_{n-1}=i_{n-1}, \dots, Y_0=i_0)$$

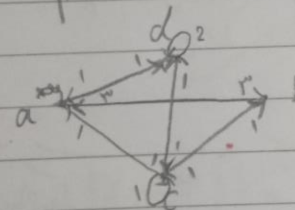
$$= P(X_{3n+3}=j \mid X_{3n}=i, X_{3n-3}=i_{n-1}, \dots, X_0=i_0)$$

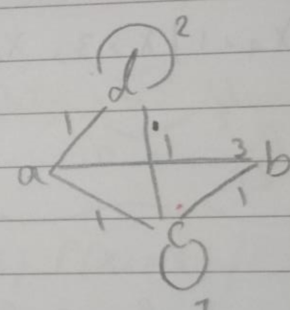
$$= P(X_{3n+3}=j \mid X_{3n}=i) = P(X_3=j \mid X_0=i) = P_{ij}^{3}$$

این یک درایه از سطر iام و ستون jام ماتریس انتقال احتمال ۳ مرحله‌ای P^3 است =

تمرین ۱۰.2:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 3/5 & 1/5 & 1/5 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$$





تمرین ۱۹.2:

تمرین 2.12 : اگر در نظر بگیریم که i توپ آبی سمت چپ داریم پس $k-i$ توپ قرمز در گلدان سمت چپ باقی می‌ماند با در نظر گرفتن همین ایده در گلدان سمت راست نیز به همین موضوع پی می‌بریم که i توپ قرمز و $k-i$ توپ آبی است.

تمرین 2.16 : برای این کار چنین عمل می‌کنیم:

$$!!\quad p_{ij}^{n} = \sum_k p_{ik}^{n-1} p_{kj} = \sum_k p_k p_j = .$$

با استقرا داریم:

$$n=1 \quad P = \begin{pmatrix} m & 1-m \\ m & 1-m \end{pmatrix} \checkmark \qquad n=2 \quad P^2 = \begin{pmatrix} m^2+m(1-m) & m(1-m)+(1-m)^2 \\ m^2+m(1-m) & m(1-m)+(1-m)^2 \end{pmatrix}$$

✓ برقرار است

$$P^k = P$$

حال فرض کنیم $n=k$ (فرض استقرا) برقرار است نشان می‌دهیم برای $n=k+1$ نیز برقرار است

$$n=k+1 \to P^{k+1} = P^k P = \underbrace{P\cdots P}_{k+1\ \text{بار}} = P \checkmark$$

طبق فرض ۱ =

تمرین 18.2: $(\alpha P)_i = \sum_j \alpha_j P_{ij} = \sum_j \frac{1}{k} P_{ij} = \frac{1}{k} \sum_j P_{ij} = \frac{1}{k}$

چون α مانا هستند پس $\alpha_j = \frac{1}{k}$

تمرین 26.2: کمترین احتمال موجود در ماتریس احتمال انتقال ۳ مرحله‌ای ما 0.0184 و بیشترین آن 0.386 می‌باشد.

تمرین 27.2:

ماتریس انتقال یک مرحله‌ای ما به صورت زیر می‌شود:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

طبق دستورات و کلیدها و فصل ۱ می‌دانیم که

احتمال ورشکستی با ۲ دلار $= (n-k)/n = (5-2)/5 = 0.6$ است

```
29  r<-matrix(c(1,0,0,0,0,0,1/2,0,1/2,0,0,0,0,1/
30             nrow =6,byrow = T)mat
```

21:1 (Top Level)

Console | Terminal | Jobs

~/

```
[2,] 0.0000 0.5000 0.5000
[3,] 0.4389 0.2739 0.2739
> q<-matrix(c(0,0.5,0.5,1,0,0,0.33,0.33,0.33),
+           nrow = 3 ,ncol = 3,byrow =T)
>     matrixpower(q,3)
         [,1]     [,2]     [,3]
[1,] 0.219450 0.386950 0.386950
[2,] 0.665000 0.165000 0.165000
[3,] 0.364287 0.309837 0.309837
>
>
>
> |
```

Type here to search