

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ

الرَّحِيمِ



پروژه‌ی درس ریاضیات بیمه زندگی ۱

عنوان:

طراحی یک بیمه‌نامه مربوط به پوشش‌های زندگی

نام دانشجو:

محراب عتیقی

نام استاد:

آقای دکتر پاینده

پاییز ۱۴۰۱

فهرست مطالب

مقدمه.....	۵
تعاریف.....	۵
بیمه‌های خطر فوت:.....	۵
بیمه مستمری.....	۵
معرفی محصول.....	۶
قوانین محاسبات اکچوئری.....	۶
جدول مرگ و میر به شرح پیوست.....	۶
نرخ سود فنی علی الحساب :.....	۶
حداکثر هزینه‌های اداری و بیمه‌گری.....	۶
ماده ۸- حداکثر هزینه کارمزد قابل اعمال در حق بیمه برای انواع بیمه‌های زندگی.....	۷
اعمال محاسبات اکچوئری قسمت محصول.....	۸
محاسبات مزایای محصول.....	۸
محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری محصول.....	۱۰
محاسبه حق بیمه محصول.....	۱۱
اعمال محاسبات اکچوئری قسمت پوشش فوت بیمه‌گذار.....	۱۲
محاسبات مزایای پوشش فوت بیمه‌گذار.....	۱۲
محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری پوشش فوت بیمه‌گذار.....	۱۳
محاسبه حق بیمه پوشش فوت بیمه‌گذار.....	۱۳
اعمال محاسبات اکچوئری نهایی.....	۱۴
محاسبات مزایای پرداختی نهایی.....	۱۴
محاسبات کارمزدها نهایی.....	۱۴
محاسبات حق بیمه‌های نهایی.....	۱۴
توضیحات مربوط به فایل اکسل.....	۱۵
Main sheet.....	۱۵

۱۵.....	View
۱۵.....	Part ۱
۱۵.....	Part ۲_۱
۱۵.....	Part ۲_۲
۱۵.....	Expenses
۱۶.....	Dad Death
۱۶.....	توضیحات مربوط به کدهای R

مقدمه

بیمه‌های زندگی، بیمه‌هایی هستند که اکثریت افراد علاقمند به استفاده از آنها هستند. مخصوصاً که پوشش‌هایی از جمله فوت را در خود دارند. و یکی از قسمت‌های جذاب آن برای افراد، مستمری‌هایی هست که به آنها داده خواهد شد. این بیمه‌ها، بیشتر برای سنین بالای افراد به کار خواهد آمد و برای دوران بازنشستگی یکی از بهترین گزینه‌هایی می‌باشد که افراد می‌توانند به آن روی آورند.

تعاریف

بیمه‌های خطر فوت:

قرارداد بیمه‌ای است که در آن بیمه‌گر تعهد می‌کند در ازای پرداخت حق بیمه توسط بیمه گزار، در صورت فوت بیمه‌شده در مدت بیمه، مبلغ بیمه را به ذینفع مندرج در بیمه‌نامه پرداخت نماید.

بیمه مستمری

قرارداد بیمه‌ای است که در آن بیمه‌گر تعهد می‌کند در ازای پرداخت حق بیمه توسط بیمه گزار، مبلغ بیمه را به صورت مستمری تا یک مدت معین و یا در زمان حیات بیمه‌شده، به ذینفع مندرج در بیمه‌نامه بپردازد.

معرفی محصول

بیمه‌نامه‌ی طراحی شده، بر اساس آیین‌نامه‌ی ۶۸ بیمه‌مرکزی، محصولی ترکیبی از بیمه‌های خطر فوت و بیمه‌ی مستمری می‌باشد. بدین صورت که فرد یک مدت‌زمانی را بعنوان دوره‌ی پرداخت حق بیمه بصورت ماهانه انتخاب می‌کند و در این مدت زمان پرداخت حق بیمه، از پوشش بیمه خطرفوت برخوردار است (بطوری که میزان پوشش یا سرمایه‌ی فوت را خود فرد انتخاب می‌کند). پس از این مدت زمان، فرد به مدتی که انتخاب شده است، شروع به دریافت مستمری می‌کند (بطوری که میزان مستمری را خود فرد انتخاب می‌کند). این مستمری تا زمانی که فرد زنده‌است به او پرداخت می‌شود و اگر در پایان مدت‌زمان دریافت مستمری نیز زنده بود، دیگر به او مستمری پرداخت نخواهد شد و بیمه‌نامه به اتمام می‌رسد. این محصول نیز یک مورد دیگری دارد که می‌توانیم پوشش فوت بیمه‌گذار را نیز در آن فعال بکنیم یعنی اگر فردی که حق‌بیمه‌های بیمه‌شده را پرداخت می‌کند، پس از فوتش حق‌بیمه‌ها بصورت اتوماتیک پرداخت بشود. و درنتیجه محصول تا زمانی که قرارداد پابرجا خواهد بود نیازی به پرداخت حق بیمه نخواهد داشت.

قوانین محاسبات اکچوئری

ما در این بخش، ابتدا با توجه به آیین نامه ۶۸ داریم که:

ماده ۳- مبانی محاسبه نرخ‌های بیمه موضوع ماده ۲ این آیین‌نامه عبارتست از:

جدول مرگ و میر به شرح پیوست

بیمه مرکزی موظف است حداقل هر پنج سال یک بار جدول مرگ و میر پیوست را به روز نماید.

نرخ سود فنی علی الحساب :

حداکثر نرخ سود فنی در بیمه‌نامه‌های با مدت حداکثر ده سال، پانزده درصد و در بیمه‌نامه‌های با مدت بیش از ده سال، پانزده درصد برای ده سال اول و ده درصد برای مدت مازاد بر ده سال. بیمه مرکزی موظف است، هر دو سال یکبار نرخ سود فنی را مورد بازنگری قرار دهد و پیشنهاد لازم را به شورای عالی بیمه ارائه کند.

حداکثر هزینه‌های اداری و بیمه‌گری:

در بیمه‌نامه‌های انفرادی- سالانه: حداکثر ۷ درصد حق‌بیمه هر سال بعلاوه دو درهزار سرمایه فوت در ۵ سال اول

در بیمه‌نامه‌های انفرادی- یکجا: حداکثر ۲ درصد حق بیمه بعلاوه ۳ درهزار سرمایه فوت سال اول
در بیمه‌نامه‌های گروهی: حداکثر به میزان ۵۰ درصد هزینه تعیین شده در بیمه‌نامه‌های انفرادی

ماده ۸- حداکثر هزینه کارمزد قابل اعمال در حق بیمه برای انواع بیمه‌های

زندگی به شرح زیر تعیین می‌شود:

- الف- برای بیمه‌های انفرادی خطر فوت زمانی با حق بیمه سالانه، ۲۵٪ حق بیمه وصولی.
 - ب- برای بیمه‌های گروهی خطر فوت زمانی با حق بیمه سالانه، ۱۰٪ حق بیمه وصولی.
 - ج- در سایر انواع بیمه‌نامه‌های زندگی با حق بیمه سالانه، ۷۵ درصد حق بیمه سال اول به شرطی که از ۳۰ در هزار سرمایه فوت سال اول تجاوز نکند که ۳۰ درصد آن برای سال اول و ۱۷/۵ درصد برای سال‌های دوم تا پنجم اعمال می‌گردد.
 - د- در انواع بیمه‌نامه‌های زندگی با حق بیمه یکجا:
 - در بیمه‌نامه‌های انفرادی، ۵ درصد حق بیمه
 - در بیمه‌نامه‌های گروهی، ۴ درصد حق بیمه
- تبصره ۱: کارمزد بیمه‌های مستمری نیز طبق این ماده و معادل کارمزد بیمه زندگی تشکیل‌دهنده سرمایه اولیه برای پرداخت مستمری محاسبه خواهد شد.

اعمال محاسبات اکچوئری قسمت محصول

محاسبات اکچوئری ما به سه بخش زیر تقسیم خواهد شد.

محاسبات مزایای محصول

ما در بخش محاسبات مزایا می‌بایست مزایایی که به فرد قرار است پرداخت بکنیم را مورد بررسی قرار بدهیم. ولذا ما ابتدا می‌آییم و بخش مربوط به پرداخت سرمایه‌ی فوت را محاسبه می‌کنیم و سپس مزایای مربوط به قسمت مستمری را محاسبه می‌کنیم.

در قسمت **محاسبات پوشش فوت فرد** چندین مورد زیر را داریم:

N_1 = مدت زمان پوشش فوت فرد. (این مدت زمان با مدت زمان پرداخت حق بیمه برابر می‌باشد.)

S_1 = میزان سرمایه‌ی فوت (در صورت فوت فرد چه مقداری به خانواده‌ی اول پرداخت بشود.)

X = سن فرد

$M = 12$ تعداد پرداخت‌ها در سال که ما 12 بار یعنی بصورت ماهانه در نظر گرفته‌ایم.

بر اساس داده‌های بالا و فرمول 4.11 کتاب داریم :

$$A_{x:n|}^{(m)} = \sum_{k=0}^{mN_1+1} v^{\frac{(k+1)}{m}} \frac{k}{m} \frac{1}{m} q_x \quad (4.11)$$

$v i(m)=1 - 1 + i * -1 i * that i is monthly ; i * = i^{12}$

$$v = \frac{1}{(1 + i)} \text{ that } i \text{ is annulay interest rate}$$

$\frac{k}{m} \frac{1}{m} q_x$: احتمال فوت، فردی x ساله تا $\frac{1}{m}$ زمانی آینده، پس از یک دوره‌ی تعویق $\frac{k}{m}$ امی.

$$PV_{t=0} \left(\text{قسمت پوشش فوت} \right) = S_1 * A_{x:N_1|}^{(12)}$$

در قسمت محاسبات مستمری داریم:

اینجا چون ما پس از N_1 سال شروع به پرداخت مستمری می‌کنیم. یک حالت تعویق نیز داریم.

بر اساس فرمول ۵.۲۶ کتاب داریم:

$$X = \text{سن فرد.}$$

$$U = \text{سال تعویق که همان } N_1 \text{ می‌باشد.}$$

$$M = \text{تعداد پرداخت‌ها در سال که ما ماهیانه یعنی ۱۲ پرداخت در سال در نظر گرفته‌ایم.}$$

$$S_r = \text{میزان پرداخت‌های مستمری.}$$

$$N_r = \text{مدت زمان پرداخت مستمری به فرد.}$$

$${}_u|\ddot{a}_{x:n]}^{(m)} = {}_uE_x * \ddot{a}_{x+u:n]}^{(m)} \quad (۵.۲۶)$$

$${}_uE_x = A_{x:\frac{1}{u}} = v^u {}_np_x \quad (۴.۱۳)$$

$$\ddot{a}_{x:n]}^{(m)} = \sum_{r=0}^{mn-1} \frac{1}{m} v^{\frac{r}{m}} \frac{r}{m} p_x \quad (۵.۲۲)$$

$${}_np_x = \text{احتمال اینکه یک فرد } x \text{ ساله، حداقل تا } n \text{ سال دیگر زنده باشد.}$$

$$PV_{t=0} \left(\text{قسمت مستمری} \right) = S_r * {}_{N_1}|\ddot{a}_{x:N_r]}^{(12)}$$

و در نهایت با توجه به محاسبات بالا داریم:

$$PV_{t=0} \left(\text{مزایا} \right) = \left(S_1 * A_{x:N_1]}^{(12)} \right) + \left(S_r * {}_{N_1}|\ddot{a}_{x:N_r]}^{(12)} \right)$$

محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری محصول

بر اساس بند ج ماده ۸، اگر ۷۵٪ از حق بیمه از ۰.۰۰۳ سرمایه‌ی فوت بالاتر باشد، آنگاه همان ۷۵٪ از حق بیمه‌های ناخالص را مدنظر قرار می‌دهیم در غیر این صورت ۰.۰۰۳ از سرمایه‌ی فوت را بعنوان کارمزد درنظر می‌گیریم.

و در سال اول فقط مجاز هستیم که ۳۰٪ از این کارمزد را از فرد دریافت بکنیم و در سال‌های دوم تا پنجم، ۱۷.۵٪ از آن را به حق بیمه‌ی آن سال، می‌افزاییم.

باتوجه به توضیحات بالا، فرض بکنیم که کارمزد و هزینه‌ی اداری ما S_3 واحد می‌شود. آنگاه اگر بخواهیم طبق آیین نامه بیمه‌ی مرکزی این کار رو انجام بدیم و ارزش فعلی را بدست بیاوریم به شکل زیر خواهد شد.

time	0	1	2	3	4
amount	$0.3S_3$	$0.175S_3$	$0.175S_3$	$0.175S_3$	$0.175S_3$
probability	1	$1p_x$	$2p_x$	$3p_x$	$4p_x$
discount	1	v^1	v^2	v^3	v^4

$$PV_{t=0} \left(\text{محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری} \right) = 0.3S_3 + 0.175S_3 * \sum_{t=1}^4 tp_x v^t$$

$$= 0.3S_3 + 0.175S_3 \ddot{a}_{x:\overline{4}|} = S_f$$

حال فرض بکنیم که مقدار بالا را می‌خواهیم در ۵ سال اول بصورت ماهانه از فرد دریافت بکنیم پس می‌بایست از معادله‌ی زیر استفاده بکنیم. باید توجه کرد که این ۵ سال بصورت ثابت و ماهی p^* واحد می‌خواهیم از فرد دریافت بکنیم.

$$S_f = 12 * p^* * \ddot{a}_{x:\overline{5}|}^{(12)}$$

$$\rightarrow p^* = \frac{S_f}{12 * \ddot{a}_{x:\overline{5}|}^{(12)}}$$

محاسبه حق بیمه محصول

از آنجایی که حق بیمه‌های ما بصورت ثابت و N_1 قرار است پرداخت بشود (ماهانه) داریم:

$$\ddot{a}_{x:n}^{(m)} = \sum_{r=0}^{mn-1} \frac{1}{m} v^{\frac{r}{m}} \frac{r}{m} p_x \quad (5.22)$$

$$PV_{t=0} (\text{حق بیمه‌ها}) = 12 * P * \ddot{a}_{x:N_1}^{(12)}$$

ما در اینجا قصد داریم تا محاسبه حق بیمه را بر اساس روش Gross Premiums انجام بدهیم.

$$L_{t=0}^{gross} = PV_{t=0} (\text{حق بیمه‌ها}) - PV_{t=0} (\text{مزایا}) + PV_{t=0} (\text{محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری}) = .$$

$$\Rightarrow PV_{t=0} (\text{حق بیمه‌ها}) = PV_{t=0} (\text{محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری}) + PV_{t=0} (\text{مزایا})$$

$$\Leftrightarrow 12 * P * \ddot{a}_{x:N_1}^{(12)}$$

$$= \left(S_1 * A_{x:N_1}^{(12)} \right) + \left(S_2 * \ddot{a}_{x:N_2}^{(12)} \right)$$

$$+ PV_{t=0} (\text{محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری})$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{\left(S_1 * A_{x:N_1}^{(12)} \right) + \left(S_2 * \ddot{a}_{x:N_2}^{(12)} \right)}{12 * \ddot{a}_{x:N_1}^{(12)}}$$

حق بیمه‌ی خالص می‌باشد:

حال باتوجه به قسمت بالا و معادله‌ی تعادل، میزان کارمزد و هزینه‌های اداری را به حق بیمه‌ی خالص اضافه می‌کنیم تا حق بیمه‌ی نهایی برای محصول ما مشخص بشود.

$$p^{gross} = \frac{\left(S_1 * A_{x:N_1}^{(12)} \right) + \left(S_2 * \ddot{a}_{x:N_2}^{(12)} \right)}{12 * \ddot{a}_{x:N_1}^{(12)}} + p^*$$

بصورت ماهانه به مبلغ بالا را می‌بایست پرداخت بکند.

اعمال محاسبات اکچوئری قسمت پوشش فوت بیمه‌گذار

محاسبات مزایای پوشش فوت بیمه‌گذار

ما در این قسمت از پروژه می‌خواهیم پوشش فوتی را بدهیم که مربوط به بیمه‌گذار (مثلاً پدر فرد) می‌باشد را پوشش بدهیم بدین صورت که در صورت فوت فرد پرداخت‌کننده‌ی حق بیمه‌ها، مابقی حق بیمه‌ها را خود شرکت بیمه پوشش می‌دهد.

$M =$ در اینجا تعداد پرداخت‌ها در سال می‌باشد.

month	0	1	2	3	...	12	13	...	$12 * N_1$
amount	$(12N_1)p^*$	$(12N_1 - 1)p^*$	$(12N_1 - 2)p^*$	$(12N_1 - 3)p^*$...	$(12N_1 - 12)p^*$	$(12N_1 - 13)p^*$...	$(12N_1 - 12N_1)p^*$
probability	1	$\frac{1}{m} q_x$	$\frac{1}{m} \frac{1}{m} q_x$	$\frac{2}{m} \frac{1}{m} q_x$...	$\frac{11}{m} \frac{1}{m} q_x$	$\frac{12}{m} \frac{1}{m} q_x$...	$\frac{(12N_1 - 1)}{m} \frac{1}{m} q_x$
discount	1	$v_i^{\frac{1}{m}}$	$v_i^{\frac{2}{m}}$	$v_i^{\frac{3}{m}}$...	$v_i^{\frac{12}{m}}$	$v_i^{\frac{13}{m}}$...	$v_i^{\frac{12N_1}{m}}$

باتوجه به نمودار زمان بالا، می‌توانیم ارزش فعلی مزایای پرداختنی برای پوشش فوت بیمه‌گذار را محاسبه بکنیم.

$$PV_{t=0} \text{ (مزایای پوشش فوت بیمه‌گذار)} = \sum_{t=1}^{12*N_1} v_i^{\frac{t}{m}} * \left(\frac{t-1}{m}\right) | \frac{1}{m} q_x * (12N_1 - t)p^* = S_\delta$$

محاسبات کارمزد و هزینه‌ی اداری پوشش فوت بیمه‌گذار

باتوجه به آیین نامه‌ی بیمه‌ی مرکزی (فصل سوم - ماده ۸ - بند د - بخش اول)، برای محاسبه‌ی کارمزد و هزینه‌ی اداری بیمه‌های زندگی که حق بیمه آنها بصورت یکجا است. ۵٪ از حق بیمه را بعنوان کارمزد در نظر می‌گیریم. یعنی داریم:

$$PV_{t=.}(Expenses) = 0.05 * S_{\Delta}$$

محاسبه حق بیمه پوشش فوت بیمه‌گذار

باتوجه به اینکه حق بیمه ما در این بخش، بصورت یکجا می‌باشد پس معادله‌ی ما به این صورت خواهد بود.

$$PV_{t=.}(\text{حق بیمه‌ها}) = p_{net}^{**} = S_{\Delta} \quad \text{حق بیمه‌ی خالص:}$$

$$PV_{t=.}(\text{حق بیمه‌ها}) = p_{gross}^{**} = S_{\Delta} + 0.05S_{\Delta} = 1.05S_{\Delta} \quad \text{حق بیمه‌ی ناخالص:}$$

اعمال محاسبات اکچوری نهایی

محاسبات مزایای پرداختنی نهایی

$$PV_{t=.}(Benefits) = S_0 + \left(S_1 * A_{x:N_1|}^{(12)} \right) + \left(S_r * {}_{N_1|} \ddot{a}_{x:N_r|}^{(12)} \right)$$

محاسبات کارمزدها نهایی

$$PV_{t=.}(Expenses) = 0.05S_0 + S_\epsilon$$

محاسبات حق بیمه‌های نهایی

$$PV_{t=.}(\text{حق بیمه‌ها}) = 0.05S_0 + \frac{\left(S_1 * A_{x:N_1|}^{(12)} \right) + \left(S_r * {}_{N_1|} \ddot{a}_{x:N_r|}^{(12)} \right)}{12 * \ddot{a}_{x:N_1|}^{(12)}} + p^*$$

توضیحات مربوط به فایل اکسل

با توجه به فایل اکسلی که همراه با این فایل برای شما ارسال شده است:

این فایل به ۷ صفحه مختلف تقسیم شده است.

Main sheet (۱)

View (۲)

Part ۱ (۳)

Part ۲_۱ (۴)

Part ۲_۲ (۵)

Expenses (۶)

Dad Death (۷)

که در پایین به توضیحات هر کدام می پردازیم:

Main sheet

در این صفحه، ما جدول عمر سالانه، جدول عمر ماهانه، نرخهای بهره سالانه، نرخهای بهره ماهانه را مشاهده می کنیم.

View

در این صفحه، شما با توجه به خواسته مشتری، عددهای مختلف را وارد می کند و سپس حق بیمه ای که باید پرداخت بکند را مشاهده می کنید و کارمزد ها و... را به تفکیک ماهانه مشاهده خواهید کرد.

Part1

ما در این صفحه، محاسبات مربوط به قسمت عمر را بررسی می کنیم یعنی قسمتی که فرد اگر فوت بکند، به ذینفعان وی مقدار S_1 واحد پرداخت خواهد شد.

Part2_1

در این صفحه، محاسبات مربوط به قسمت تعداد سال هایی که مستمری فرد، در تعویق است را محاسبه می کنیم.

Part2_2

در این صفحه، محاسبات مربوط به قسمتی که فرد به دریافت مستمری شروع می کند تا زمانی که زنده است می پردازیم.

Expenses

ما در این صفحه، محاسبات مربوط به کارمزدهایی که به محصول مربوط می شود را انجام داده ایم. یعنی دقیقاً اینکه طبق آیین نامه می خواهیم کارمزدها را در ۵ سال به چه نسبت هایی پخش بکنیم و ارزش فعلی آنها بدست آوریم.

Dad Death

در این صفحه نیز تمامی محاسبات مربوط به پرداخت‌هایی که به فوت پدر یا بیمه‌گذار مربوط می‌شود را انجام داده‌ایم.

توضیحات مربوط به کدهای R

ما برای هریک از حالاتی که داشتیم، یک تابع نوشتیم و باتوجه به داده‌های اولیه‌ای که در اختیار داشتیم، یعنی سال و تعداد افراد زنده، آمدیم جداول عمر سالانه و ماهانه خود را تشکیل دادیم و سپس باتوجه به آیین‌نامه‌ی ۶۸ بیمه‌مرکزی جداول نرخ بهره سالانه و ماهانه را تشکیل دادیم و سپس باتوجه به محاسباتی که در بالا آمده است به خروجی‌نهایی و تابع نهایی `final_function` رسیدیم.

این تابع به این شکل است که شما مقادیر مورد نیاز را وارد آن می‌کنید و سپس تمام خروجی‌های مورد نیاز شمارا نمایش خواهد داد.

تلاش شده است تا بصورت برنامه‌ی تحت وب (`shiny`) نیز این برنامه آماده بشود.

پایان.