



هوش مصنوعی

پاییز ۱۴۰۱

استاد: محمدحسین رهبان

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: محمد مهدی قیدی، امین مقراضی، سینا الهی منش، امیرصدرا عبدالحی

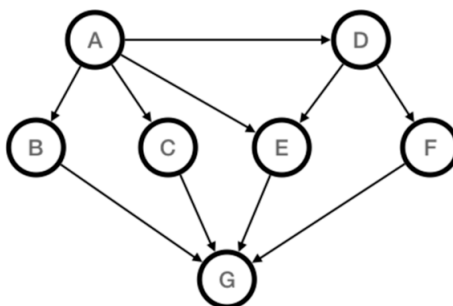
TPM – Bayesian Network مهلت ارسال: تئوری ۱۵ و عملی ۲۷ آذر

تمرین سوم

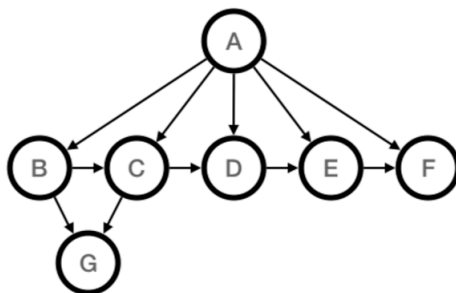
- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ همه‌ی تمارین تا سقف ۱۰ روز و در مجموع ۲۰ روز، وجود دارد. پس از گذشت این مدت، پاسخ‌های ارسال شده پذیرفته نخواهند بود. همچنین، به ازای هر روز تأخیر غیر مجاز ۱۰ درصد از نمره تمرین به صورت ساعتی کسر خواهد شد. برای بخش تئوری تمرین به دلیل برگزاری میان‌ترم در روز ۱۷ آذر امکان ارسال با تاخیر وجود ندارد.
- همکاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ‌های ارسال شده هر کس حتماً باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفاً تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

سوالات نظری (۱۰۰ نمره)

۱. (۲۰ نمره) فرض کنید یک شبکه بی‌زی با n راس داریم؛ ثابت کنید بیش‌ترین تعداد یالی که این شبکه می‌تواند داشته باشد، $\frac{n(n-1)}{2}$ می‌باشد.
۲. (۱۰ نمره) شبکه بی‌زی با ۴ متغیر X, Y, Z, W مثال بزنید که در حالت کلی فقط مجموعه‌ی استقلال‌های $W \perp\!\!\!\perp Y|Z$ و $X \perp\!\!\!\perp Y|Z$ در آن برقرار باشد.
۳. (۱۰ نمره) شبکه زیر چه فاکتورگیری از توزیع توام $P(A, B, C, D, E, F, G, H)$ را نشان می‌دهد؟



۴. (۱۵ نمره) شبکه زیر را در نظر بگیرید.



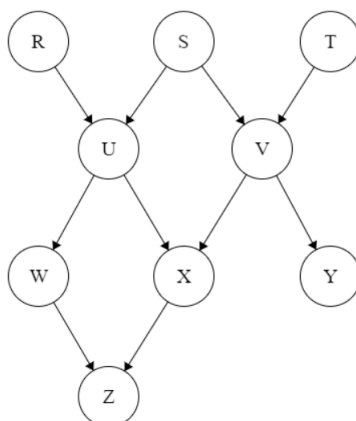
فرض کنید الگوریتم variable elimination را برای پاسخ به پرسمان $P(B|G, E)$ روی این شبکه اعمال کنیم؛ حال به سوالات زیر پاسخ دهید.

(آ) با فرض استفاده از ترتیب G, E, A, B, C, D, F ، تمام عامل‌های تولیدشده و عملیات تولید آن‌ها را بنویسید.

(ب) با فرض استفاده از ترتیب G, E, F, D, C, B, A ، تمام عامل‌های تولیدشده و عملیات تولید آن‌ها را بنویسید.

(ج) کدام یک از ترتیب‌های داده‌شده برای این پرسمان بهتر است؟ چرا؟

۵. (۲۵ نمره) با توجه به شکل زیر و با استفاده از D-Separation، درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید. در صورت نادرست بودن، یک مسیر معتبر بین دو متغیر تصادفی بنویسید.



$$R \perp\!\!\!\perp Z|U \quad (\bar{\Gamma})$$

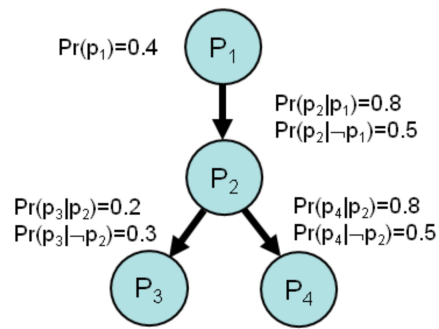
$$U \perp\!\!\!\perp V|S, X \quad (\text{ب})$$

$$W \perp\!\!\!\perp Y|S \quad (\text{ج})$$

$$W \perp\!\!\!\perp Y|U, V \quad (\text{د})$$

$$W \perp\!\!\!\perp T|U, X, Z \quad (\text{ه})$$

۶. (۲۰ نمره) فرض کنید می‌خواهیم برای محاسبه احتمال شرطی $Pr(P_1|P_2, \neg P_3)$ در شبکه بیز داده‌شده، از روش تقریبی استفاده کنیم. فرض کنید جدول زیر، خروجی یک uniform random generator در بازه $(1, 0)$ باشد.



| r_1 | r_2 | r_3 | r_4 | r_5 | r_6 | r_7 | r_8 | r_9 | r_{10} |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.2551 | 0.5060 | 0.6991 | 0.8909 | 0.9593 | 0.5472 | 0.1386 | 0.1493 | 0.2575 | 0.8407 |
| r_{11} | r_{12} | r_{13} | r_{14} | r_{15} | r_{16} | r_{17} | r_{18} | r_{19} | r_{20} |
| 0.0827 | 0.9060 | 0.7612 | 0.1423 | 0.5888 | 0.6330 | 0.5030 | 0.8003 | 0.0155 | 0.6917 |

با فرض استفاده از نمونه‌های بالا، محاسبات را با سه روش Likelihood Weighting، Rejection Sampling و Gibbs Sampling انجام داده و مزایا و معایب هر یک از روش‌ها را بررسی کنید.

۱. (۶۰ نمره) یک جامعه شناس ایرانی به نام هلیا، در دوران مختلف زندگی اش به جمع کردن اطلاعات درباره n رخدادی که در طی یک انقلاب شکل می گیرند، پرداخته است. پس از تلاش های فراوان، این بانوی سخت کوش روزی تصمیم می گیرد که گرافی جهت دار از رخداد ها به یکدیگر بکشد که در واقع وابسته بودن رخداد ها به یکدیگر را نشان دهد. پس از کوشش های شبانه روزی در نهایت به گراف مورد نظر خود می رسد. در یکی از این روزها علمای جامعه شناسی درگیر بررسی یک از کشوری که هم اکنون در حال تحول تاریخی است، شدند و رخ داد هایی که در این دوران تحول به وقوع پیوسته است را مجموعه Z نامیدند. در این بین سوالی برای علما پیش آمد که آیا رخداد x از رخداد y مستقل است یا خیر؟! هلیا که از قبل گرافش را با خود آورده بود، قصد کرد که پاسخ این سوال را با توجه به گرافی که سال ها برایش زحمت کشیده بود، بدهد. اما متأسفانه گرافش آن قدر پیچیده بود که از بدست آوردن پاسخ عاجز شده بود. به هلیا کمک کنید که علما را از تاریکی در بیاورد.

۱ ورودی

در خط اول ورودی به ترتیب تعداد رخداد ها (n)، تعداد یال های گراف (m) و تعداد اعضای مجموعه Z داده می شود. در هر خط از m خط بعدی، دو عدد ظاهر می شود که نشان دهنده یالی جهت دار از راس اول به راس دوم است. در n خط بعدی شماره رخداد هایی که در کشوری که عرض کردیم، به وقوع پیوسته است، داده می شود. در نهایت در آخرین خط، دو عدد می آید که شماره ی رخداد هایی است که باید استقلال آنها بررسی شود.

۲ خروجی

در صورت مستقل بودن دو رخداد، عبارت independent و در غیر این صورت، دنباله مسیر فعال را چاپ کنید. تضمین می شود که در صورت وجود مسیر فعال، تنها یک مسیر وجود دارد.

۳ نمونه

| Input | Output |
|-------|---------|
| 3 2 1 | 1, 2, 3 |
| 1 2 | |
| 3 2 | |
| 2 | |
| 1 3 | |

۲. (۳۰ نمره) الناز و مهشید دو دوست بسیار صمیمی و از هم‌دانشگاهیان یکدیگرند. اما این اواخر به دلیل یک مساله جزیی مهشید از الناز ناراحت شده است و k روز است دیگر با الناز صحبت نمی‌کند. مهشید انسان عجیبی است و n حالت روحی متفاوت دارد که به هیچ کس نیز بروز نمی‌دهد. همچنین او انسان شیک پوشی است و m رنگ لباس مختلف دارد که ممکن است در هر روز یک رنگ را بپوشد. تنها نکته‌ای که در مورد او می‌دانیم این است که لباسی که ابتدای روز انتخاب می‌کند به حال روحی همان روز او بستگی دارد و همچنین حال روحی هر روزش، با یک احتمال بستگی به روز قبلی نیز دارد. حال الناز در تمامی k روز گذشته که مهشید با او صحبت نکرده است هر بار رنگ لباس او را به خاطر سپرده است و سعی دارد در روز $k + 1$ ام پیش‌بینی کند که مهشید چه لباسی خواهد پوشید تا او را سورپرایز کند و احتمال دوستی مجددشان را افزایش بدهد. به دلیل غم فراوان دوری مهشید، الناز توانایی تمرکز و محاسبه را ندارد و از شما کمک می‌خواهد تا بگویید در روز $k + 1$ ام باید با چه لباسی به دانشگاه برود.

۱ ورودی

در خط اول ورودی k ، تعداد داده‌هایمان از رنگ لباس مهشید n تعداد حالات روحی مهشید، m تعداد رنگ‌های لباس موجود در کمد مهشید است. در خط بعد k عدد آمده است که عدد i ام نشان‌دهنده این است که مهشید چه رنگی را در روز i ام پوشیده است. در خط بعدی n عدد آمده اند که i امین‌شان احتمال قرار داشتن مهشید در حالت روحی i ام در ابتدای کار را نشان می‌دهد. n خط بعدی هر کدام شامل n عدد هستند که عدد j ام از سطر i نشان‌دهنده احتمال این است که وضعیت روحی مهشید به شرط اینکه روز پیش در حالت i بوده باشد امروز در حالت j خواهد بود. سپس n سطر آمده اند که در هر کدام m عدد وجود دارند که عدد j ام از سطر i ام نشان‌دهنده احتمال پوشیدن لباس j به شرط حالت روحی i است.

۲ خروجی

در خروجی رنگ لباسی که الناز باید در روز $k + 1$ ام بپوشد و احتمال سورپرایز شدن مهشید را چاپ کنید.

۳ نمونه

| Input | Output |
|---|--------|
| 10 5 7 1 7 4 5 6 1 7 6 7 3 0.3 0.12 0.22 0.09 0.27 0.4 0.22 0.13 0.11 0.14 0.1 0.5 0.08 0.12 0.2 0.01 0.09 0.4 0.32 0.18 0.2 0.04 0.09 0.6 0.07 0.1 0.09 0.2 0.08 0.53 0.13 0.12 0.08 0.26 0.31 0.09 0.0 0.14 0.23 0.04 0.02 0.23 0.19 0.15 0.15 0.19 0.18 0.16 0.11 0.2 0.01 0.25 0.13 0.06 0.22 0.09 0.11 0.13 0.2 0.17 0.11 0.21 0.12 0.12 0.09 | 4 0.21 |
| 3 2 3 2 3 1 0.4 0.6 0.7 0.3 0.5 0.5 0.8 0.1 0.1 0.2 0.3 0.5 | 1 0.8 |

۳. (۶۰ نمره) برای حل این سوال به به فایل جویپتر نوت بوک ضمیمه شده مراجعه کنید.