

چند سال



دانشگاه اصفهان
دانشکده مهندسی کامپیوتر
گروه مهندسی نرم افزار

مدل کردن مدار الکتریکی به وسیله نظریه گراف

مهرداد قصابی

استاد راهنما

دکتر پیمان ادیبی

شهریور ۱۴۰۱



دانشگاه اصفهان
دانشکده مهندسی کامپیوتر
گروه مهندسی نرم افزار

هیأت داوران پروژه کارشناسی آقای / خانم مهرداد قصابی به شماره دانشجویی ۹۷۳۶۱۳۰۶۰
در رشته مهندسی نرم افزار را در تاریخ با عنوان «مدل کردن مدار الکتریکی به وسیله نظریه گراف» و
نمره نهایی زیر ارزیابی کرد.

به عدد	به حروف

با نمره نهایی

نام و نام خانوادگی استاد داور:

تاریخ و امضا:

نام و نام خانوادگی استاد راهنما:

تاریخ و امضا:

تقدیم به:

مادرم که همه درد هایم را مرهم است

سپاس گزاری

سپاس و آفرین خداوندگار جان آفرین راست ، اوی که آدمی را به گوهر خرد آراست.
در آغاز دستان پدر و مادر نازنینم را به پاس مهر بیکرانیشان به گرمی میفشارم، و از استاد راهنما خود جناب آقای دکتر پیمان ادیبی بابت زمانی که گذاشتند سپاس گزاری میکنم
و در پایان، سپاس گزاری میکنم از همه اعضای خانواده دانشکده مهندسی کامپیوتر اصفهان به ویژه دوستانم که بهترین روز های زنگانیم را رقم زدند.

مهرداد قصابی

شهریور ۱۴۰۱

چکیده

یک مدار الکتریکی، مجموعه ای از عناصر الکتریکی است که توسط سیم به یکدیگر متصل شده اند، هدف از مطالعه یک مدار الکتریکی یافتن متغیر هایی مانند جریان الکتریکی هر عنصر و به طور کلی منطق چیره بر کل مدار است که اصطلاحاً به آن پاسخ مدار میگویند.

دانش محاسبه دانشی است که به یافتن خودکار پاسخ مسائل می پردازد، برای یافتن پاسخ یک مدار الکتریکی به صورت خودکار، نخست بایستی مسئله به صورت ریاضی مدل شود، در این مقاله تلاش شده است که با استفاده از نظریه گراف، مدار الکتریکی را به صورت ریاضی مدل شده و سپس به کمک الگوریتم های گراف و جبر خطی پاسخ آن به صورت خودکار یافت گردد.

واژگان کلیدی مدار الکتریکی، نظریه گراف، دانش محاسبات، جبر خطی

فهرست مطالب

پ	فهرست تصاویر
ت	فهرست الگوریتم‌ها
ث	فهرست برنامه‌ها
۱	فصل ۱: دیباچه
۱	۱.۱ هدف پژوهش
۲	۲.۱ کاربرد پژوهش
۲	۳.۱ ساختار پایان نامه
۳	فصل ۲: مدار الکتریکی و منطق چیره بر آن
۳	۱.۲ پیشگفتار
۴	۲.۲ تاریخچه
۴	۳.۲ قانون اهم
۴	۴.۲ عناصر یک مدار
۴	۱.۴.۲ مقاومت
۵	۲.۴.۲ باتری
۵	۳.۴.۲ خازن
۵	۴.۴.۲ سلف
۶	۵.۲ قوانین کیرشهف

۱.۵.۲	قانون جریان کیرشهف	۶
۲.۵.۲	قانون اختلاف پتانسیل کیرشهف	۶
۶.۲	جمع بندی	۶
فصل ۳: نظریه گراف		
۱.۳	پیشگفتار	۷
۲.۳	گراف	۷
۳.۳	دور های ساده گراف	۸
۱.۳.۳	پیدا کردن دور های ساده گراف	۸
۲.۳.۳	شبه کد پیدا کردن دور های ساده گراف	۹
۴.۳	جمع بندی	۹
فصل ۴: مدل کردن مدار به صورت گراف		
۱.۴	پیشگفتار	۱۱
۲.۴	گراف کیرشهف	۱۱
۳.۴	حل یک نمونه از مدار های بدون خازن و سلف	۱۲
۴.۴	حل یک نمونه از مدار RC	۱۶
۵.۴	حل یک نمونه از مدار RL	۱۶
۶.۴	جمع بندی	۱۶
فصل ۵: اجرای برنامه		
۱.۵	پیشگفتار	۱۷
۲.۵	مخزن پروژه	۱۷
فصل ۶: نتیجه گیری		
۱۸		۱۸
مراجع		اول

فهرست تصاویر

۱.۳	یک گراف بدون جهت شامل دو دور ساده	۸
۲.۳	درخت پوشای کمینه شکل ۱.۳	۹
۳.۳	دو گراف تک ساده دور شکل ۱.۳	۹
۱.۴	نمونه یک مدار الکتریکی	۱۲
۲.۴	گراف مدل شده شکل ۱.۴	۱۳
۳.۴	جواب مدار شکل ۱.۴	۱۶

فهرست الگوریتم‌ها

۱۰۳ الگوریتم پیدا کردن مجموعه دور های ساده گراف ۱۰

فصل ۱

دیباچه

۱.۱ هدف پژوهش

هدف از این پژوهش، یافتن پاسخ برای مدارهای الکتریکی به صورت خودکار^۱ است، برای یافتن پاسخ هر مسئله به صورت خودکار نیاز است آن مسئله به صورت ریاضی مدل شود، در این مقاله برای مدل کردن مدار الکتریکی به صورت ریاضی از نظریه گراف^۲ استفاده شده است، بدین صورت که گره های مدار الکتریکی به عنوان گره های گراف در نظر گرفته شده و شاخه های مدار به عنوان یال های گراف در نظر گرفته میشود. برای ایجاد یک مدل ریاضی^۳ خوب از مدارهای الکتریکی بایستی تمامی منطق چیره بر مدارهای الکتریکی را در مدل خود بنهانیم، برای اینکار بایستی دانش های مختلفی را در هم آمیزیم، این دانش های در هم آمیخته^۴ عبارت اند از دانش محاسبه،^۵ فیزیک،^۶ جبر خطی،^۷ معادلات دیفرانسل،^۸ نظریه گراف، داده ساختارها^۹ و طراحی الگوریتم.^{۱۰}

¹ automated

² graph theory

³ mathematical model

⁴ multidisciplinary science

⁵ Computational science

⁶ physic

⁷ linear algebra

⁸ differential equation

⁹ data structure

¹⁰ algorithm design

۲.۱ کاربرد پژوهش

با پیشرفت چشمگیر قدرت محاسبه رایانه ها در قرن بیستم، خودکار سازی پاسخ به مسائل و امکان یافتن جواب ها به صورت خودکار گسترش یافت. از این دسته تلاش ها میتوان به مسئله دهم هیلبرت^{۱۱} اشاره کرد. یافتن خودکار پاسخ مدار های الکتریکی نیز یکدیگر از این مسئله هاست کما اینکه امروزه نرم افزار های زیادی مانند pspice به وجود آمده اند که دانشجویان برق را در حل پیچیده ترین مدار ها یاری میکنند. پژوهش حاضر تلاشش بر بهبود الگوریتم های حل مدار و مدل کردن مدار الکتریکی به صورت یک داده ساختار است به گونه ای که بتوان از الگوریتم های ساختمان های داده و نظریه گراف در حل مدار های الکتریکی بهره جست.

۳.۱ ساختار پایان نامه

ساختار پایان نامه بدین گونه است که در فصل دوم و سوم به ترتیب به استفاده از دانش های فیزیک و نظریه گراف پرداخته شده و سپس در فصل چهارم تلاش بر درهم آمیزی دانش های یاد شده برای مدل کردن مدار الکتریکی و یافتن پاسخ آن است در فصل پنجم به اجرای برنامه پرداخته، و نهایتاً در فصل پنجم که فصل پایانی است نتیجه گیری انجام میشود و پیشنهادهایی برای ادامه پژوهش داده میشود.

^{۱۱} در سال ۱۹۴۴ امیل لئون پست اثبات کرد که مسئله دهم هیلبرت تصمیم پذیر نیست بنابراین در این دسته از مسائل منظور از خودکار سازی یافتن پاسخ به معنای کمک گرفتن از قدرت محاسباتی رایانه است

فصل ۲

مدار الکتریکی و منطق چیره بر آن

۱.۲ پیشگفتار

هدف از این فصل که «مدار الکتریکی و منطق چیره بر آن» نامیده شده آشکار ساختن قوانین چیره بر مدار های الکتریکی است، قوانینی مانند قانون اهم^۱ و قوانین کیرشهف^۲ که نقش اصلی را در یافتن پاسخ مدار بازی میکنند.

- در این فصل تلاش شده که تاریخچه کار بر روی قوانین چیره بر مدار های الکتریکی به صورت مختصر بیان شود.
- قوانین فیزیکی که در فصل های آینده مورد استفاده قرار گرفته معرفی شده اند.
- قوانین یاد شده نقش اصلی را در یافتن پاسخ مدار بازی میکنند بنابراین بایستی بر مدل نهایی که یک مفهوم تجریدی^۳ است نیز چیره باشند.

^۱ ohm law

^۲ kirchhoff laws

^۳ abstract mathematics

۲.۲ تاریخچه

شاید آلساندرو ولتا را بتوان نخستین فردی نامید که در قرون معاصر بر روی مدار های الکتریکی کار کرده است، در ابتدای قرن نوزدهم او دریافت که با متصل کردن دو کاسه نمک به وسیله نوار های فلزی میتواند جریان الکتریکی را بین آنها جاری کند. مطالعات بر روی مدار های الکتریکی در قرن نوزدهم ادامه یافت و از دانشمندان مهمی که در این زمینه کار کردند میتوان آندره-ماری آمپر و گئورگ زیمنون اهم را نام برد. در سال ۱۹۸۷ و در «کنفرانس عمومی وزن و اندازه گیری» یکای سه کمیت اختلاف پتانسیل الکتریکی، جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی به نام سه دانشمند یاد شده به ترتیب ولت، آمپر، اهم نام گرفت.

۳.۲ قانون اهم

نسبت اختلاف پتانسیل با جریان الکتریکی یک ماده در دمای ثابت همیشه برابر است این کمیت مقاومت الکتریکی آن ماده نامیده میشود که همانطور که پیشتر یاد شد یکای آن به افتخار گئورگ زیمنون اهم، اهم نام گرفت.

$$R = \frac{V}{I} \quad (۱.۲)$$

۴.۲ عناصر یک مدار

عناصر الکتریکی مدار، اجزایی از مدار هستند که تغییری در انرژی مدار به وجود میاورند که خود به دو دسته عناصر کنش پذیر و عناصر کنش ناپذیر تقسیم میشوند. از عناصر فعال میتوان منبع ولتاژ، منبع جریان و از عناصر غیر فعال میتوان مقاومت، سلف و خازن را نام برد.^۴

۱.۴.۲ مقاومت

مقاومت یکی از عناصر کنش ناپذیر مدار است که باعث افت جریان در مدار میشود، در واقع مقاومت یک مصرف کننده است که انرژی تولیدی توسط مدار را استفاده میکند.

^۴ در پروژه حاضر از تمامی اجزا مدار مانند منبع جریان پشتیبانی نمیشود برای اطلاعات بیشتر پیشنهاد را بخوانید

۲.۴.۲ باتری

باتری نیز یکی از عناصر کنش ناپذیر مدار الکتریکی است که باعث به وجود آمدن انرژی در مدار میشود. از آنجایی که باتری غیر ایده آل^۵، دارای مقاومت درونی است باتری با افت ولتاژ مواجه میشود در نتیجه یک غیر ایده آل مانند یک باتری ایده آل به همراه یک مقاومت رفتار میکند.

$$V = \epsilon - Ir \quad (2.2)$$

۳.۴.۲ خازن

خازن یا انباره همانطور که از اسمش پیداست یکی از اجزای کنش پذیر^۶ مدار است که انرژی را در خود ذخیره میکند مدار هایی که شامل خازن و مقاومت هستند RC نامیده میشوند که از جبر خطی پیروی میکنند.

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (3.2)$$

۴.۴.۲ سلف

سلف یا سیم پیچ^۷ یکی از عناصر کنش پذیر مدار الکتریکی است که انرژی را به صورت مغناطیسی ذخیره میکند. مدار هایی که شامل سلف و مقاومت هستند RL نامیده میشود. مدار های RL نیز مانند مدار های RC از منطق جبر خطی پیروی میکنند.^۸

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad (4.2)$$

^۵ به باتری که مقاومت درونی نداشته باشد باتری ایده آل میگویند.

^۶ منظور از کنش پذیری همان passive بودن یا به عبارت دیگر غیرفعال بودن است.

^۷ در زبان انگلیسی به آن inductor میگویند

^۸ مدار های شامل مقاومت، سلف و خازن را RLC می نامند که از جبر غیر خطی پیروی میکنند، در پروژه حاضر از آن پشتیبانی نمیشود.

۵.۲ قوانین کیرشهف

قوانین کیرشهف که از دو بخش تشکیل شده خود صورتی از قانون پایستگی انرژی هستند.

۱.۵.۲ قانون جریان کیرشهف

قانون جریان کیرشهف که به صورت مخفف kcl خوانده میشود بیان میکند که مجموع جریان های ورودی و خروجی^۹ یک شاخه برابر صفر است.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (5.2)$$

۲.۵.۲ قانون اختلاف پتانسیل کیرشهف

قانون اختلاف پتانسیل کیرشهف که به صورت مخفف kvl خوانده میشود بیان میکند که در یک حلقه بسته از مدار مجموع اختلاف پتانسیل عناصر مدار برابر با صفر است.

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \quad (6.2)$$

۶.۲ جمع بندی

^۹ جریان ورودی و خروجی در علامت متفاوت هستند معمولا جریان خروجی را منفی و جریان ورودی را مثبت در نظر میگیرند

فصل ۳

نظریه گراف

۱.۳ پیشگفتار

نظریه گراف نقش مهمی را در بسیاری از علوم دیگر بازی میکند، بسیاری از مفاهیم پیچیده از علوم فیزیک و شیمی گرفته تا علوم کامپیوتر توسط نظریه گراف توصیف میشود. در این فصل علاوه بر مرور مختصر بر مفاهیم گراف، به الگوریتم‌هایی که در یافتن پاسخ خودکار مدار به ما یاری می‌رسانند پرداخته میشود.

۲.۳ گراف

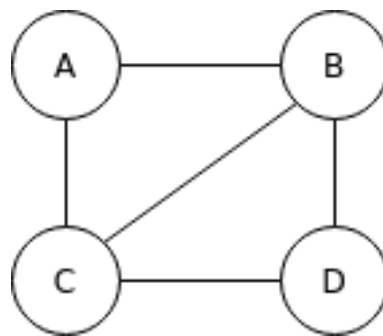
گراف یک جفت مرتب^۱ به صورت $G = (V, E)$ است به گونه ای که V مجموعه ای از راس های گراف و $E \subseteq \{(x, y) | (x, y) \in V^2\}$ مجموعه یال های گراف است. با توجه به گستردگی نظریه گراف انواع زیادی از مفاهیم و الگوریتم‌ها درباره گراف موجود است ما در این فصل به توضیح آنچه که در پروژه استفاده شده بسنده خواهیم کرد.

^۱ گراف میتواند جهت دار یا بدون جهت باشد اگر گراف یاد شده بی جهت باشد استفاده از عبارت «جفت» کافی است در غیر این صورت بایستی عبارت «جفت مرتب» را به کار برد.

۳.۳ دورهای ساده گراف

اگر در یک گراف مجموعه ای از یال ها از یک راس مشخص شروع شده و با همان راس یاد شده خاتمه یابد به آن مجموعه یک دور میگویم. به دوری یک دور ساده^۲ گوئیم هر آنگاه به جز راس نخستین و پایانی هیچ راس تکراری دیگری موجود نباشد یا به عبارت دیگر نتوان دور را به دور های کوچکتری شکست.

به عنوان مثال در شکل ۱.۳ دور ABDCA یک دور ساده نیست چرا که میتواند به دو دور ساده ABCA و BDCB شکسته شود.



شکل ۱.۳: یک گراف بدون جهت شامل دو دور ساده

۱.۳.۳ پیدا کردن دورهای ساده گراف

پیدا کردن تمامی دور های ساده گراف از آن جهت برای ما اهمیت دارد که در مدل نهایی هر دور ساده باعث یافتن یکی از KVL موجود در مدار میشود.

برای یافتن مجموعه دور های ساده موجود در گراف ابتدا نیاز به یافتن درخت پوشای کمینه^۳ گراف یاد شده داریم، برای اینکار الگوریتم های زیادی از جمله الگوریتم کراسکال و^۴ الگوریتم پریم^۵ طراحی شده است، در پروژه حاضر از کتابخانه networkx پایتون برای پیاده سازی استفاده شده است.

میتوان اثبات کرد که اگر یکی از یال های حذف شده را به درخت پوشای کمینه بیفزاییم یک و تنها یک دور ساده ایجاد میشود که ما با الگوریتم DFS^۶ آن دور را می یابیم، سپس با افزودن تمامی یال ها به صورت تک به تک تمامی دور های ساده یافت میشود.

^۲simple cycle

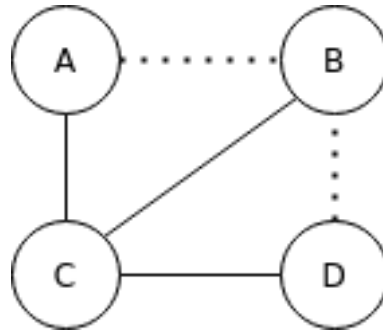
^۳minimum spanning tree

^۴kruskal

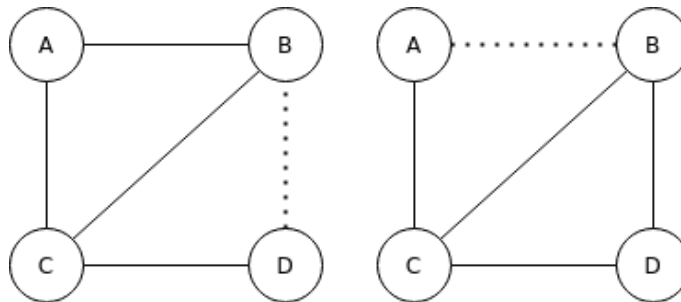
^۵prim

^۶depth first search

به عنوان نمونه اگه گراف شکل ۱.۳ ورودی ما باشد درخت پوشای کمینه ما شکل ۲.۳ خواهد بود که دارای دو یال قطع شده AB و BD است. که با نقطه چین نمایش داده شده اند. با اضافه کردن یال های قطع شده به صورت تک به تک دو گراف شکل ۳.۳ پدید می آیند که هر کدام دارای دارای یک دور ساده هستند سپس همانطور که یاد شد با الگوریتم DFS دور های مورد نظر را می یابیم.



شکل ۲.۳: درخت پوشای کمینه شکل ۱.۳



شکل ۳.۳: دو گراف تک ساده دور شکل ۱.۳

۲.۳.۳ شبه کد پیدا کردن دور های ساده گراف

روند توضیح داده شده به صورت شبه کد، در الگوریتم (۱.۳) آمده است.

۴.۳ جمع بندی

الگوریتم ۱.۳ پیدا کردن مجموعه دور های ساده گراف

ورودی: گراف

خروجی: مجموعه دور های ساده گراف

- ۱: درخت پوشای کمینه را پیدا کن.
 - ۲: یال های حذف شده از گراف برای تشکیل درخت را در یک استک ذخیره کن.
 - ۳: یکی از یال های استک یاد شده را پاپ کن و به درخت پوشای کمینه اضافه کن و یک گراف تشکیل بده.
 - ۴: گراف یاد شده دارای یک دور است آن دور را پیدا کن و به مجموعه دور های ساده اضافه کن.
 - ۵: اگر استک یاد شده خالی است به برنامه پایان بده در غیر این صورت به مرحله سوم برگرد.
-

فصل ۴

مدل کردن مدار به صورت گراف

۱.۴ پیشگفتار

در دو فصل پیش بر آنچه که برای مدل کردن مدار های الکتریکی به صورت گراف نیاز داریم مرور کوتاهی شد؛ در این فصل با در آمیختن این دانش ها تلاش میشود مدار را به صورت ریاضی مدل کرده و به صورت خودکار پاسخ آن را پیدا کنیم.

۲.۴ گراف کیرشهف

با در نظر گرفتن گره های مدار به عنوان راس های گراف، و شاخه های مدار به عنوان یال های گراف میتوانیم مدار را به صورت یک گراف مدل کنیم. در این مدل اجزای الکتریکی مدار به عنوان edge attribute در نظر گرفته میشوند.

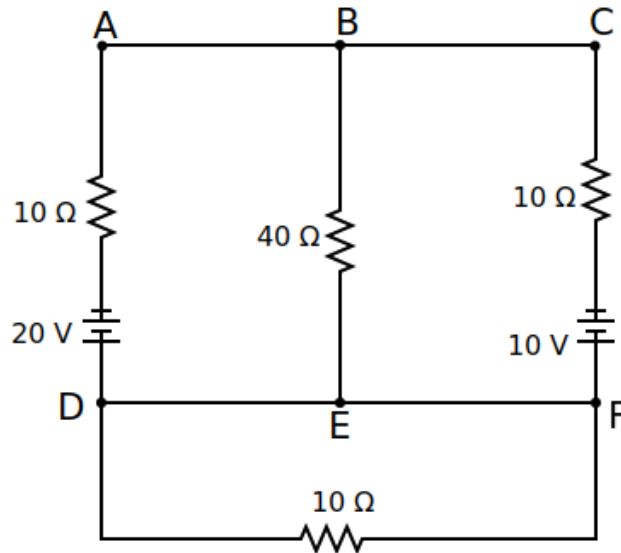
پس از مدل کردن مدار به صورت گراف، قوانین جریان و ولتاژ کیرشهف را اعمال میکنیم تا به یک معادله ماتریسی^۱ برسیم حل این معادله ماتریسی جریان هر شاخه مدار را به ما خواهد داد.

در ادامه با حل چندین نمونه سعی در روشنتر شدن موضوع میکنیم.

^۱ این معادله ماتریسی در مورد مدار های دارای خازن و سلف یک معادله دیفرانسیل ماتریسی است در غیر این صورت یک معادله جبری ماتریسی است.

۳.۴ حل یک نمونه از مدارهای بدون خازن و سلف

به عنوان نمونه مدار شکل ۱.۴ را در نظر بگیرید. اگر نقاط A,B,C,D,E,F,G را به عنوان راس های گراف انتخاب کنیم گراف مدل شده^۲ شکل ۲.۴ میشود.



شکل ۱.۴: نمونه یک مدار الکتریکی

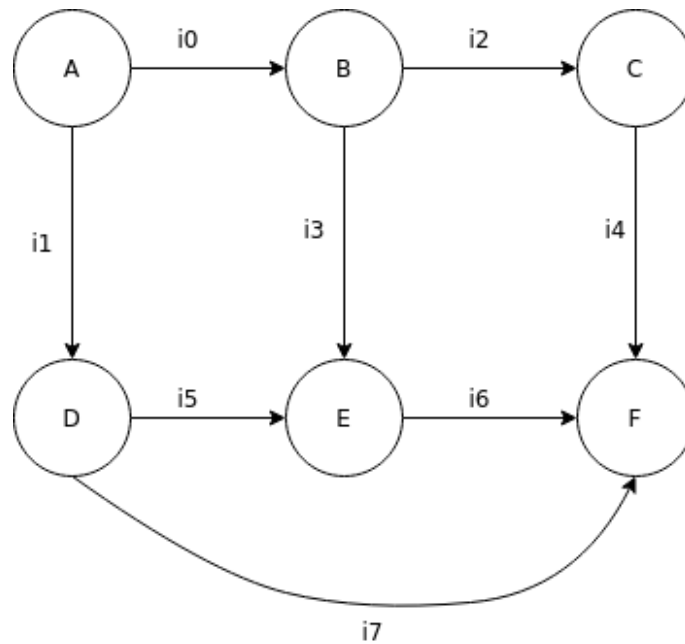
پس از مدل کردن مدار به صورت گراف نوبت به یافتن دور های ساده گراف مدل شده میشود، طبق الگوریتم ۱.۳ تمامی دور های ساده گراف را میابیم. این دور های ساده عبارت اند از ABEDA، BCFEB و DEFDA. این دور های ساده هر یک مشخص کننده یک معادله KVL هستند^۳، بدین صورت که مجموع اختلاف پتانسیل های یک دور بایستی برابر صفر شود، به عنوان نمونه برای دور ABEDA داریم:

$$\Delta V_{AB} + \Delta V_{BE} + \Delta V_{ED} + \Delta V_{DA} = 0 \quad (1.4)$$

طبق عناصر موجود در هر شاخه میدانیم که

$$\Delta V_{AB} = 0, \Delta V_{BE} = -40I_3, \Delta V_{ED} = 0, \Delta V_{DA} = -20 + 10I_1 \quad (2.4)$$

^۲ به آن گراف کیرشهف نیز میگویند
^۳ هر دور در گراف مدل شده چه ساده و چه غیرساده بیانگر یک قانون kvl است ولی قانونی که از یک دور غیرساده بدست می آید به از لحاظ جبری مستقل از دور های ساده تشکیل دهنده آن نیست.
^۴ دقت کنید که چون در شکل ۲.۴ جهت جریان i_1 از A به D است بدین خاطر علامت به طور کلی قرینه شده است.



شکل ۲.۴: گراف مدل شده شکل ۱.۴

با جایگذاری معادله ۲.۴ در ۵.۴ به این نتیجه می‌رسیم:

$$10I_1 - 40I_3 = 20 \quad (3.4)$$

با تکرار مراحل فوق برای دور های ساده BCFEB و DEFD دو معادله kvl دیگر پیدا میشود. این دو معادله، عبارت اند از

$$\begin{cases} 10I_V = 0 \\ -40I_3 + 10I_4 = +10 \end{cases} \quad (4.4)$$

با یافتن تمامی قوانین kvl نوبت به یافتن قوانین kcl می‌رسد، هر راس از گراف بیانگر یک قانون kcl است ولی از n قانون موجود تنها n-1 قانون از لحاظ جبری مستقل^۵ اند و قانون n ام، جبرا وابسته به n-1 معادله پیشین است. ^۵ استقلال جبری یک معادله از چندین معادله دیگر بدین معنی است که معادله یاد شده یک ترکیب خطی از دیگر معادلات نباشد.

به عنوان نمونه معادله kcl مربوط به راس A^۶ برابر است با :

$$-I_0 - I_1 = 0 \quad (5.4)$$

با بدست آوردن معادلات kcl مربوط به راس های دیگر حال بایستی اقدام به حل یک دستگاه معادلات بکنیم، برای این مثال دستگاه بدین صورت است:

$$\left\{ \begin{array}{l} 10I_1 - 40I_3 = 20 \\ 10I_V = 0 \\ -40I_3 + 10I_4 = 10 \\ -I_0 - I_1 = 0 \\ I_0 - I_2 - I_3 = 0 \\ +I_2 - I_4 = 0 \\ +I_1 - I_5 = 0 \\ +I_3 + I_5 - I_6 = 0 \end{array} \right. \quad (6.4)$$

^۶ در نظر داشته باشید که طبق شکل ۱.۴ جهت جریان I₀ و I₁ اینگونه تعریف شده است، این جهت ها ممکن است اشتباه باشد و اگر اینطور باشد جواب بدست آمده منفی خواهد شد معنی آن این است که جریان با همین مقدار در خلاف جهت یاد شده وجود دارد.

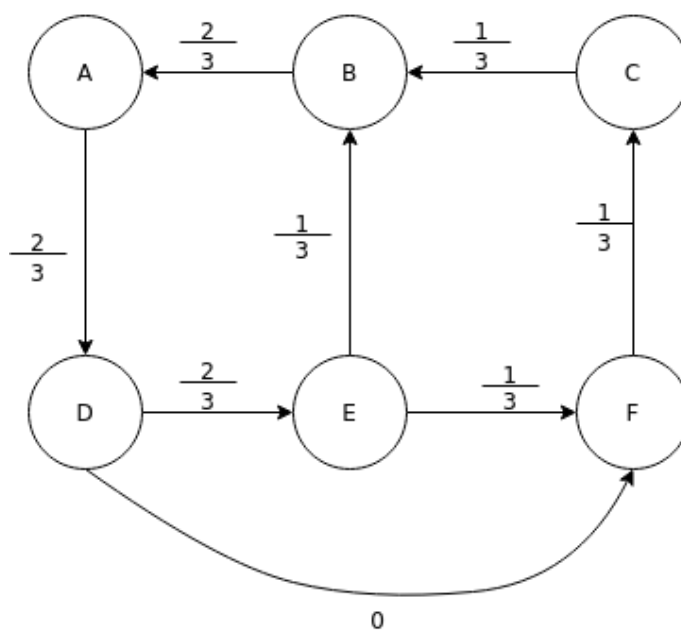
از آنجایی که هر دستگاه معادلات خود یک معادله ماتریسی است پس داریم:

$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 & -40 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & -40 & +10 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۷.۴)$$

با حل معادله فوق نتیجه میشود:

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۸.۴)$$

بدین گونه جریان هر شاخه پیدا میشود، همانطور که پیشتر یاد شد وجود علامت منفی به این معنا است که جریان در خلاف جهت گمان شده وجود دارد. گراف کیرشهف پس از یافتن جواب را در شکل ۳.۴ میتوانید مشاهده کنید.



شکل ۳.۴: جواب مدار شکل ۱.۴

۴.۴ حل یک نمونه از مدار RC

۵.۴ حل یک نمونه از مدار RL

۶.۴ جمع بندی

فصل ۵

اجرای برنامه

۱.۵ پیشگفتار

در این فصل تلاش میشود که شیوه اجرا برنامه و خروجی گرفتن از آن توضیح داده شود؛ لازم به یادآوریست همانطور که در پیشنهاد آمده است تمرکز این پروژه طراحی یک اپلیکیشن نیست و هدف تنها ارائه یک مدل ریاضی برای مدارهای الکتریکی می باشد، همچنین به همین دلیل محیط google colab برای تست کردن مدل انتخاب شده است.

۲.۵ مخزن پروژه

تمام برنامه ها و اسناد موجود برای این پروژه از طریق آدرس پیوند شده قابل دسترسی است، همچنین در فایل README.md توضیحات کوتاهی در مورد شیوه اجرا داده شده است، که البته در این فصل به توضیحات بیشتری پرداخته خواهد شد.

فصل ۶

نتیجه گیری

مراجع

