

معادله کانفورمال (ساده) دو بعدی (2D Conformal Transformation)

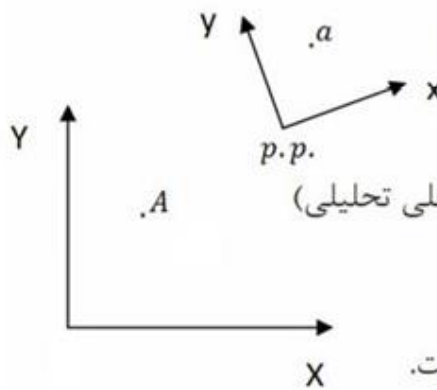
برای ایجاد ارتباط میان دو سیستم مختصات عکسی و زمینی (تنها از نظر مسطحاتی):

• شامل دو پارامتر انتقال، یک پارامتر دوران و یک پارامتر مقیاس می باشد.

• مختصات قبل انتقال $\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ مختصات بعد انتقال $\vec{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$

$$\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0 \Rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \lambda * \begin{bmatrix} \cos k & \sin k \\ -\sin k & \cos k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

• در فتوگرامتری این تبدیل را می توان برای تبدیل مختصات اندازه گیری شده توسط یک دستگاه تحلیلی مانند کمپراتور به مختصات عکسی نسبت به علائم کناری به کار برد (توجیه داخلی تحلیلی)



در این حالت X و Y مختصات در سیستم دستگاهی و X و Y مختصات در سیستم عکس نسبت به علائم کناری است.

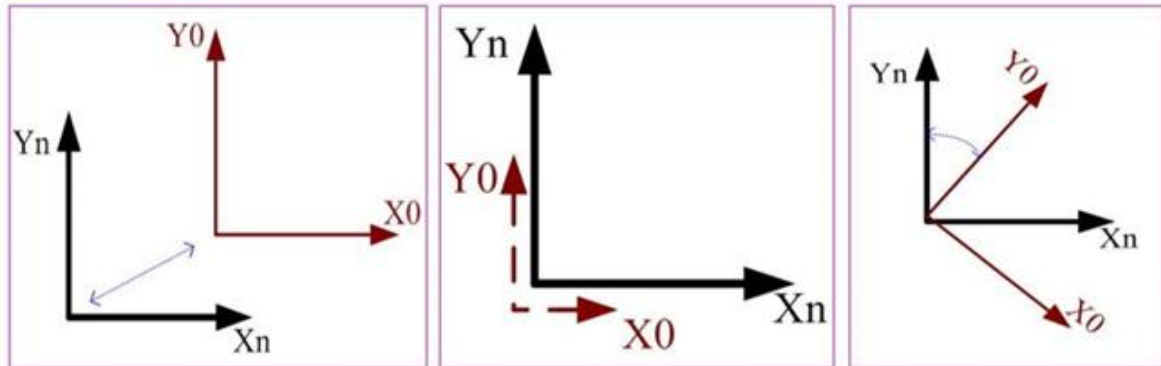
Three different transformation primitives for the Similarity transformation:

Translation - origin is moved, axes do not rotate i.e.:

$$X_n = X_0 \pm DX_0 \quad Y_n = Y_0 \pm DY_0$$

Scaling - both origin and axes are fixed, scale change

Rotation - origin fixed, axes move (rotate about origin)



Translation

Scaling

Rotation

- این معادله شامل ۴ پارامتر مجهول (a,b,c,d) است که برای تعیین این پارامترها حداقل دو نقطه لازم است که باید در دو سیستم معلوم باشند.
- با ساده سازی معادله قبل به ماتریس زیر خواهیم رسید.

$$X_n = x \cdot \lambda \cdot \cos(k) + y \cdot \lambda \cdot \sin(k) + X_0$$

$$Y_n = -x \cdot \lambda \cdot \sin(k) + y \cdot \lambda \cdot \cos(k) + Y_0$$

$$a = \lambda \cdot \cos(k)$$

$$b = \lambda \cdot \sin(k)$$

$$c = X_0$$

$$d = Y_0$$

$$X = ax + by + c$$

$$Y = -bx + ay + d$$

$$\begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

- حالت کلی این ماتریس برای n نقطه مطابق زیر است:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}}_{L_{2n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_d & y_d & 1 & 0 \\ y_d & -x_d & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_{2n \times 4}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}}_{X_{4 \times 1}}$$

- پس از حل پارامترهای کانفورمال اگر بخواهیم پارامترهای مقیاس، دوران و انتقال را تعیین کنیم خواهیم داشت:

$$\lambda = \sqrt{a^2 + b^2} \quad k = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \quad X_0 = c \quad Y_0 = d$$