Moto rettilineo uniforme:
velocità costante → accelerazione nulla
$x(t)=x_0+v_0 t$

con x(t) = posizione in un istante di tempo t, V_0 = velocità del corpo, t-t_0 = tempo trascorso

Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato - Moto Verticale:

$$\begin{cases} a(t)=a_0 \\ v(t)=v_0+a_0 t \\ x(t)=x_0+v_0 t+\frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

Un oggetto che cade verticalmente da fermo avrà quindi: $y(t)=h-\frac{1}{2}gt^2$

Moto dei proiettili (moto parabolico):

Funzione del moto: $\begin{cases} x(t)=v_0\cos(\theta)t \\ y(t)=v_0\sin(\theta)t-\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

Massima altezza: $y_M=\frac{v_0^2}{2g}\sin^2\theta$

Gittata: $x_G=2x_M$ → $2(\frac{v_0^2}{g}\sin\theta\cos\theta)$ → $\frac{v_0^2}{g}\sin(2\theta)$

Gittata max: → $\theta=45°$ → $x_G=\frac{v_0^2}{g}$

Tempo di Volo: $t_G=\frac{2v_0 sin\theta}{g}$

Angolo θ: $\theta=\frac{1}{2}\arcsin(\frac{X_g g}{V_0^2})$ → $\begin{cases} \theta_1=\frac{1}{2}\arcsin(x) \\ \theta_2=\frac{1}{2}(180°-\arcsin(x)) \end{cases}$

Caduta oggetti (moto parabolico):
Da un aereo viene lasciato cadere un corpo:

Sfruttiamo: $\begin{cases} x(t)=v_0 t \\ y(t)=\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$ → $\begin{cases} d=v_0 t \\ h=\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

Ricaviamo:
distanza caduta: $d=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$ tempo in volo: $t=\frac{d}{v_0}$

altezza dal quale cade: $h=\frac{1}{2}gt^2$

Moto circolare uniforme:

$v_{\tan}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{2\pi r}{T}=2\pi r f$

velocità angolare: $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$

accelerazione (centripeta) = a $\rightarrow$ $a=\frac{v^2}{r}\equiv\omega^2 r$

Moto Circolare Uniformemente Accelerato:

Accelerazione tangenziale = a_t (costante)

Accelerazione centripeta = $a_c=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=r(\omega_0+\alpha t)^2$

Forza centripeta: $F_c=ma_c=-\frac{mv^2}{r}$

accelerazione = $a(t)=a_t+a_c==\alpha r+\omega^2 r$

Accelerazione angolare = α (costante) $\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{a_t}{r}$

velocità = v $\rightarrow$ v = r ω

Vi è totale simmetria con le formule del moto rettilineo uniformemente accelerato difatti:
Per sapere velocità angolare a ogni istante di tempo t: $\omega_t=\omega_0+\alpha(t-t_0)=\omega_0+\alpha t$

Per sapere la posizione angolare a ogni istante di tempo t: $\theta_t=\theta_0+\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2$

Moto armonico:

$\theta=\omega t$ con $\omega=\frac{2\pi}{T}\equiv 2\pi f$

$x=r\cos(\theta)=A\cos(\omega t)$ → Esprime la posizione del corpo all'istante t
La velocità è nulla sugli estremi "A" e "B" e massima quando θ = 90°
$v=-v_{\tan} sen(\theta)=-\omega r\, sen(\omega t)=-\omega A\, sen(\omega t)$
$v_{MAX}=\omega A$
a = accelerazione di Q $a=-a_c\cos(\theta)=-\omega^2 A\cos(\omega t)=-\omega x$
a_C= accelerazione centripeta

Leggi di Newton:

La somma di tutte le forze agenti su di un corpo è uguale al prodotto della massa per l'accelerazione del corpo $\sum_i F_i=ma$ $\left[kg\frac{m}{s^2}\right]=[N]$

Forza di gravitazione universale:

$F(r)_m=-G\frac{Mm}{r^2}$

$con:\quad G=6{,}617*10^{-11}\left[\frac{Nm^2}{kg^2}\right]=Costante\,di\,Gravitazione\,Universale$

$M,m=massa\,dei\,due\,corpi\,(M\,solitamente\,Terra)$
$r=distanza\,fra\,le\,due\,masse$

Piano inclinato:

Reazione vincolare = $N = mgcos(\theta)$

Accelerazione = $a = gsen(\theta)$

Forza gravitazionale = $\begin{cases} F_{g_x} = mg\,sin\theta \\ F_{g_y} = mg\,cos\theta \end{cases}$

Forza d'attrito:

Attrito Statico: $\begin{cases} F_a = -F_m & se \quad F_m \leq \mu_s N \\ F_a = \mu_s N & altrimenti \end{cases}$ Su piano inclinato: $\mu_s = \frac{sin\theta}{cos\theta} = tg\theta$

Attrito Dinamico: $F_a = -\mu_d N$ Su piano inclinato: $a = g(sin\theta - \mu_d cos\theta)$

Forza Elastica:

Legge di Hooke: $F_e\ F_{el} = -kr$ con $r = vettore\ posizione\ 'a,\ \Delta l = variazione\ lunghezza$

Accelerazione: $a = \frac{F}{m} = -\frac{kx}{m}$ $a = -\omega^2 x$ con $\omega = frequenza\ con\ cui\ la\ molla\ lasciata\ libera\ oscillerebbe\ intorno\ al\ punto\ di\ equilibrio$

└> $F_{el} = -m\omega^2 x$ └> $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Date 2 molle in serie → $k_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$

Date 2 molle in parallelo → $k_{EQ} = k_1 + k_2$

Forza (d'attrito) viscosa:

$F_v = -bv$ con b = coefficiente proprio del fluido attraversato

$Velocità\ Limite:$ $v_l = \frac{mg}{b}$ → $a = 0$

In molti casi reali si ha $F_v = \frac{1}{2} C\rho S v^2$

Lavoro:

Se F costante ma con movimento solo lungo x:

$L = \bar{F} \Delta \bar{r}$ con $\Delta \bar{r} = variazione\ del\ vettore\ posizione\ del\ corpo$

$L = F \Delta r\, cos\theta$ con $cos\theta = coseno\ dell'angolo\ tra\ la\ direzione\ della\ forza\ e\ la\ direzione\ dello\ spostamento$

Se F può variare il modulo da punto in punto (no verso e direzione, si muove solo lungo x):

$L = \int_{x_0}^{x} \bar{F}(x')dx'$

Se F può variare nello spazio da punto in punto (sia verso che direzione e modulo):

$L = \int_A^B F\cos\theta\, ds = \int_A^B F_{tan} ds$

$dL = F_t ds = ma_t ds = mv\,dv$ con $dL = lavoro\ infinitesimo$

Energia cinetica:

$L=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$ $\quad T=\frac{1}{2}mv^2$ con T → simbolo en. cinetica

Potenza:

Potenza istantanea: $P=\frac{dL}{dt}=F\cos\theta\, v$ Potenza media: $P=\frac{L}{\Delta t}=\frac{lavoro\ totale}{tempo\ trascorso}$

Lavoro Forza di Gravità (Forza conservativa):

$L_g=-mg(y_f-y_i)$ → positivo se massa che cade, negativo se massa tirata in aria

Lavoro Forza Elastica (Forza conservativa):

$L_e=\frac{1}{2}k(x_i^2-x_f^2)$ → sì, è giusto $x_{iniziale}$ - x_{finale} → $L_e=-\frac{1}{2}k(x_f^2)$

Lavoro Forza d'Attrito (Forza NON conservativa):

attrito dinamico: $L=-\mu_d N\int_A^B d\bar{s}$ (il lavoro della forza di attrito dipende dalla traiettoria)

Energia Potenziale (E_p):

$L = E_p(A)-E_p(B) = -\Delta E_p$

La hanno sia l'energia elastica che gravitazionale (forze conservative)

Principio di conservazione dell'energia meccanica:

Energia Meccanica: $E=T+U$ con $T=energia\ cinetica,\ U=energia\ potenziale$

$E=L_{FORZE\ NON\ CONSERVATIVE}$

questo perchè:

$$\left.\begin{cases} Teorema\ Energia\ Cinetica \rightarrow L=\Delta T \\ Energia\ Potenziale \rightarrow L=-\Delta U \end{cases}\right\} \rightarrow \Delta T=-\Delta U$$

$$T_f-T_i=U_i-U_f \rightarrow T_f+U_f=T_i+U_i = E \rightarrow E_f=E_i$$

Energia Termica (E_{th}):

$$\begin{cases} \Delta E_M=f_a\Delta x \\ E_{termica}=-f_a\Delta x \\ f_a\Delta x=-\frac{1}{2}mv_i^2 \end{cases} \rightarrow E_{th}=-(\Delta E_M)=-(f_a\Delta x)=-(-\frac{1}{2}mv_i^2)$$

Quantità di Moto:

$Q=mV$

Urto Anelastico:

$\bar{Q}_{1i}+\bar{Q}_{2i}=\bar{Q}_{1f}+\bar{Q}_{2f} \rightarrow m_1\bar{v}_{1i}+m_2\bar{v}_{2i}=m_1\bar{v}_{1f}+m_2\bar{v}_{2f}$

Urto Completamente Anelastico:

$\bar{Q}_i=\bar{Q}_f \quad m_1\bar{v}_1=(m_1+m_2)\bar{v}_f \rightarrow \bar{v}_f=\frac{m_1}{m_1+m_2}v_1$

Urto Elastico:

$\bar{Q}_{1i}+\bar{Q}_{2i}=\bar{Q}_{1f}+\bar{Q}_{2f} \quad e \quad T_{1i}+T_{2i}=T_{1f}+T_{2f}$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2i}^2=\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \\ m_1v_{1i}+m_2v_{2i}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{1f}=v_{1i}\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} \\ v_{2f}=\frac{2m_1}{m_1+m_2} \end{cases}$$

Legge di Coulomb:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad [N] \qquad \text{Con: } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99\times10^9 \ \frac{N\cdot m^2}{C^2}$$

Principio di sovrapposizione:

$$\vec{F}_{i-tot} = \sum_{j\neq i}^{n-1} \vec{F}_{ij} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots$$ (applica metodo del parallelogramma)

Il Campo Elettrico:

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\frac{q_1}{r^2}\hat{r} \ \left[\frac{N}{C}\right] \rightarrow \ con \quad |E(r)| = \frac{q_1}{r^2}$$

Forza campo elettrico su carica di prova q:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Nel campo:

Se $\vec{F}$ è l'unica forza agente, per la seconda legge di Newton, la particella acquisterà un'accelerazione $\vec{a}$,

$$\vec{F} = m\vec{a} = q\vec{E} \longrightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

Si avranno anche:

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}; \quad a_x = \frac{q}{m}E; \quad v_x = a_x t; \quad x = \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{qE}{2m}t^2$$

Da cui:

$$t = \frac{v_x}{a_x}; \quad x = \frac{v_x^2}{2a_x} = v_x^2\frac{m}{2qE} \qquad \boxed{v_x = \sqrt{2x\left(\frac{qE}{m}\right)}}$$

Flusso di un Vettore:

$$\Phi_A(\vec{E}) = \vec{E}\cdot A\,\vec{n} = E\,A\cos(\theta)$$

Legge di Gauss:

Data una superficie gaussiana divisa in piccole aree si ha: $\Phi_S(\vec{E}) = \sum_i \vec{E_i}\cdot\Delta\vec{A_i}$

$$\Phi_A(\vec{E}) = \oint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \ \left[\frac{N\cdot m^2}{C}\right] \quad \rightarrow\rightarrow \quad \Phi = EA = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow \boxed{E = \frac{q_{int}}{\epsilon_0 A}}$$

Energia Potenziale Elettrica:

$$U(r) - U(\infty) \rightarrow L_e = -L \quad con \quad L = k\frac{|Q||q|}{r_0}$$

$$\Delta U = U(B) - U(A) = -L_e = -\int_A^B \vec{F}_e\cdot d\vec{s} = kQq\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

Potenziale Elettrico o Differenza di Potenziale elettrico o Tensione Elettrica:

$$\Delta V = V(B) - V(A) = \frac{U(B) - U(A)}{q} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{L_e}{q} = \frac{L}{q}$$

Il potenziale dovuto alla carica q_1 è: $V_1 = k\frac{q_1}{r}$ (rispetto carica di prova P a distanza r)

Il condensatore:

$q = CV \ [C] \quad \rightarrow \quad C = \frac{q}{V} \ [F]$

Il lavoro totale necessario per caricare completamente il condensatore con una carica Q :

$$L = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = U(\text{energia potenziale elettrica})$$

Corrente Elettrica:

corrente media: $I_{media} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ [A] corrente istantanea: $I = \frac{dQ}{dt}$ [A] con $\Delta t \rightarrow 0$

Densità di Corrente:

$\vec{j} = \frac{I}{S} = nq\vec{v}_d \ \left[\frac{A}{m^2}\right]$ con nq = numero di elettroni di conduzione per unità di volume
v_d = velocità di deriva (qualche mm/cm al secondo)

$dQ = nqdV = nqdAv_d dt$ con dV = volume del cilindro e V_d = velocità di deriva

1ª Legge di Ohm:

$R = \frac{V}{I} \ [\Omega]$

Resistività elettrica:

$\rho = \frac{E}{J} \ \left[\frac{V}{m}\frac{m^2}{A} = \Omega \cdot m\right]$ $\quad \vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}$ $\quad \rho(T) = \rho_o(T_o = 293\ K) + \alpha(T - T_o)$

2ª Legge di Ohm:

$R = \rho\frac{L}{A}$ Conoscendo la resistività di un materiale, possiamo calcolare la resistenza di un filo di lunghezza L e sezione A, attraverso la relazione

Potenza in un Circuito Elettrico:

$P = \frac{dL}{dt} = \frac{dq}{dt}V \rightarrow \boxed{P = Vi \ [W]}$

Legge di Joule:

$P = Vi = V\frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} = Ri^2$ Se il dispositivo collegato è una resistenza R

Circuiti Elettrici:

$f.e.m = \mathcal{E} = \frac{dL}{dq}$ [V] $\rightarrow$ Lavoro per unità di carica

<u>Forza di Lorentz</u> (forza del campo magnetico):

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ Il <u>modulo</u> della forza è: $F = |q|vBsin(\theta)$

1ª legge di Laplace:

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{ids\sin(\theta)}{r^2}$$ dove : $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\left(\frac{T \cdot m}{A}\right) \approx 1.26 \cdot 10^{-6}\left(\frac{T \cdot m}{A}\right)$

è la permeabilità magnetica del vuoto

Legge di Biot-Savart , <u>Campo Magnetico generato da un filo rettilineo infinito</u>:

$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi R}$$

Campo Magnetico di una spira circolare:

$$B = \frac{\mu_o i}{2r} \quad T$$

Campo magnetico al centro di una bobina:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o i N}{2R}\hat{z}$$ con N = n° spire , R = raggio bobina

Forza tra due fili percorsi da corrente:

Il filo b si trova immerso nel campo magnetico

$$\vec{B}_a = -\frac{\mu_o i_a}{2\pi d}\,\hat{z}$$

e quindi sottoposto alla forza di Lorenz $\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a$ da cui:

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a = -\frac{\mu_o i_a i_b}{2\pi d}\,\vec{L} \times \hat{z}$$

$$\vec{F}_{ba} = -\frac{\mu_o L}{2\pi}\frac{i_a i_b}{d}\,\hat{y} = -\vec{F}_{ab}$$

Definizione di Ampère:

$$\frac{F}{L} = f = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{i_a i_b}{d} \quad = \quad 2 \cdot 10^{-7}\frac{N}{m}$$

Legge di Faraday:

$$\epsilon_{ind} = \frac{d\,\Phi_A(\vec{B})}{dt} \quad [V]$$

Legge di Faraday-Lenz:

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_A(\vec{B})}{dt} \quad [V]}$$