



test

Max Mustermann

Fachhochschule Trier

20. Juli 2015

# Problemstellung

---

test

- ▶ Bilder: Flugzeug, Bus- / Zugfahrplan

# Table of content

---

Problemstellung

Dijkstra

Komplexität

Implementierung

## white note

Ein “white note” ist ein Knoten über den noch nichts bekannt ist.

# Dijkstra

---

## white note

Ein “white note” ist ein Knoten über den noch nichts bekannt ist.

## grey note

Ein “grey note” ist ein Knoten zu dem bereits ein Weg gefunden wurde. Ob dies der ideale Weg ist kann man allerdings noch nicht sagen.

## white note

Ein “white note” ist ein Knoten über den noch nichts bekannt ist.

## grey note

Ein “grey note” ist ein Knoten zu dem bereits ein Weg gefunden wurde. Ob dies der ideale Weg ist kann man allerdings noch nicht sagen.

## black note

Ein “black note” ist ein Knoten zu dem bereits der ideale Weg gefunden wurde.

## Berechnung von Knotenwerten

Der Knotenwert  $k_A$  eines Knotens  $K_A$  so kann berechnet werden, wenn es einen Knoten  $K_V$  gibt dessen Knotenwert  $k_V$  bekannt ist und eine gerichtete Kante von  $K_V$  nach  $K_A$  mit bekannten Kosten  $p$  existiert.

Berechnung:  $k_A = k_V + p$

## Anfang

Der Startknoten wird als “black note” mit dem Wert 0 definiert.  
Alle seine Nachfolgerknotenwerte werden bestimmt. Diese werden zu “grey notes”



## Schritt

Der “grey note”, welcher den niedrigsten Wert besitzt, wird zu einem “black notes”. Bei allen seinen Nachfolgern wird deren Wert neu von dem aktuell ausgewählten “grey note” berechnet. Wenn der Wert kleiner als der Wert des Knoten ist, so wird dieser Wert überschrieben. Knoten, welche das erste mal einen Wert zugeordnet bekommen, sind jetzt “grey notes”.

## Ende

Wenn der Zielknoten ein “black node” wird, hat man den idealen Weg vom Startknoten und Endknoten gefunden.

## Komplexität

## Ursprüngliche Implementierung

## Ursprüngliche Implementierung

- ▶ Einzelschritte:

## Ursprüngliche Implementierung

- ▶ Einzelschritte:
  - ▶ Initialisieren der Arrays je  $O(m)$

## Ursprüngliche Implementierung

- ▶ Einzelschritte:
  - ▶ Initialisieren der Arrays je  $O(m)$
  - ▶ Abarbeiten der grauen Knoten  $O(m)$

## Ursprüngliche Implementierung

- ▶ Einzelschritte:
  - ▶ Initialisieren der Arrays je  $O(m)$
  - ▶ Abarbeiten der grauen Knoten  $O(m)$
  - ▶ Bestimmen des Minimums  $O(m)$



## Ursprüngliche Implementierung

- ▶ Einzelschritte:
  - ▶ Initialisieren der Arrays je  $O(m)$
  - ▶ Abarbeiten der grauen Knoten  $O(m)$
  - ▶ Bestimmen des Minimums  $O(m)$
  - ▶ Aktualisieren der Nachfolger  $O(\deg(v)) \rightarrow O(k)$

## Ursprüngliche Implementierung

- ▶ Einzelschritte:
  - ▶ Initialisieren der Arrays je  $O(m)$
  - ▶ Abarbeiten der grauen Knoten  $O(m)$
  - ▶ Bestimmen des Minimums  $O(m)$
  - ▶ Aktualisieren der Nachfolger  $O(\deg(v)) \rightarrow O(k)$
- ▶ insgesamt Komplexität  $O(m^2)$

## Implementierung mit Heap

- ▶ Vorteile:

## Implementierung mit Heap

- ▶ Vorteile:
  - ▶ Heapoperationen in  $O(\log m)$

## Implementierung mit Heap

- ▶ Vorteile:
  - ▶ Heapoperationen in  $O(\log m)$
  - ▶ Bestimmen des Minimums in  $O(\log m)$

## Implementierung mit Heap

- ▶ Vorteile:
  - ▶ Heapoperationen in  $O(\log m)$
  - ▶ Bestimmen des Minimums in  $O(\log m)$
- ▶ insgesamt Komplexität  $O(k * \log m)$

## Eigenschaften

## Eigenschaften

- ▶ Programmiersprache: Python



## Eigenschaften

- ▶ Programmiersprache: Python
- ▶ Umsetzung mit Heap (Priority Queue)

## Eigenschaften

- ▶ Programmiersprache: Python
- ▶ Umsetzung mit Heap (Priority Queue)
- ▶ keine Speicherung der Farbstufen wie bei Dijkstra

## Eigenschaften

- ▶ Programmiersprache: Python
- ▶ Umsetzung mit Heap (Priority Queue)
- ▶ keine Speicherung der Farbstufen wie bei Dijkstra
  - ▶ kürzerer und übersichtlicherer Code

# Implementierung

## Kompletter Code

```

1 from heapq import heappush, heappop
2
3 def dijkstra_pq(G,s):
4     m = len(G)                                #O(1)
5     pq = []                                    #O(1)
6     d = [None]*m                               #O(m)
7     p = [None]*m                               #O(m)
8     d[s] = 0                                   #O(1)
9     heappush(pq, (0,s))                        #O(log(m))
10    while pq:
11        (_,v) = heappop(pq)                    #O(log m)
12        for u in G[v]:                          #O(deg(v)) -> O(k)
13            alt = d[v] + G[v][u]                #O(1)
14            if d[u]== None or alt < d[u]:        #O(1)
15                d[u] = alt                      #O(1)
16                p[u] = v                        #O(1)
17                heappush(pq, (alt,u))           #O(log m)
18    return d,p
19
20 def shortest_path(s,v,p):
21     if v == None:
22         return []
23     else:
24         return shortest_path(s,p[v],p) + [v]
25
26 #Graph:
27
28 def define_G():
29     G = [ {1:1, 4:4, 2:2}, # Nachfolger von s
30           {3:3, 4:1},      # von u
31           {4:2, 5:3},      # von x
32           {},              # von y
33           {3:1, 5:2},      # von v
34           {}               # von z
35         ]
36     return G
37
38
39 G = define_G()
40 d,p = dijkstra_pq(G,0)
41 print( shortest_path(0,5,p))
42 print( shortest_path(0,3,p))

```

# Implementierung

---

## Eingabe

- ▶ leer

# Implementierung

---

## Algorithmus

- ▶ Initialisierung

## Algorithmus

- ▶ Initialisierung
- ▶ Erweitern

## Algorithmus

- ▶ Initialisierung
- ▶ Erweitern
- ▶ Aktualisieren



## Rekursives Bestimmen des Pfades

- ▶ leer

## Aufruf

- ▶ leer