para cohete

Documentos técnicos

Susumu Tanaka

2020AñocuatroMes11Día

1. Introducción

6 grados de libertades un simulador de vuelo de cohetespara coheteResumir el modelo computacional implementado en

2 modelos

2.1Sistema coordinado

Sistema coordinado	símbolo	origen	
sistema de coordenadas inercial geocéntrico ICE (Centro de la Tierra, Inercia)	I (X_I, Y_I, Z_I)	geocéntrico	X_I: t=0latitud y longitud0 gradosdirección Y_I: Dirección para coordenadas cartesianas diestras Z_I: dirección del Polo Norte en el eje de rotación de la Tierra
Sistema de coordenadas fijo en la Tierra centrado en la Tierra ECEF (Centro de la Tierra, Tierra Fija)	MI. ($X_{MI.}$, $Y_{MI.}$, $Z_{MI.}$)	geocéntrico	$X_{MI.}$:longitud latitud0 gradosdirección $Y_{MI.}$: Dirección para coordenadas cartesianas diestras $Z_{MI.}$: dirección del Polo Norte en el eje de rotación de la Tierra
sistema de coordenadas horizontales locales NED (Norte, Este, Abajo)	I (X_I, Y_I, Z_I)	Centro de gravedad de la aeronave	X_I: dirección norte en el plano horizontal local Y_I: al este en el plano horizontal local Z_I: perpendicular al plano horizontal hacia el centro de la tierra
sistema de coordenadas del cuerpo CUERPO	B. ($X_{B.}$, $Y_{B.}$, $Z_{B.}$)	Centro de gravedad de la aeronave	$X_{B.}$: Dirección del eje de la máquina (eje de balanceo) $Y_{B.}$: Dirección de cabeza arriba (eje de cabeceo) $Z_{B.}$: Dirección de giro a la derecha (eje de guiñada)
sistema de coordenadas geodésicas LLH (Latitud, Longitud, Altura)	GRAMO. ($X_{GRAMO.}$, $Y_{GRAMO.}$, $Z_{GRAMO.}$)	-	$X_{GRAMO.}$:latitud geográfica [grado] $Y_{GRAMO.}$: longitud [grado] $Z_{GRAMO.}$:Altitud sobre el nivel del mar [metro]

2.2 Transformación de coordenadas

La conversión del sistema de coordenadas de vectores expresados en diferentes sistemas de coordenadas se expresa utilizando una matriz de conversión de coordenadas. La matriz de transformación de coordenadas es matriz de coseno director (Matriz de coseno directo, DCM) es definido por j sistema coordinado k Convertir a sistema de coordenadas MCD de C_{KJ} y espectáculo.

Por ejemplo, I vector velocidad del sistema v_I de MI. Para convertir al sistema

$$v_{MI.} = C_{IE} \cdot v_I \tag{1}$$

se convierte en

2.3 Ecuación del movimiento de traslación

Para el movimiento de traslación, se resuelve la ecuación de movimiento definida en el sistema de coordenadas inercial.

$$\frac{d\boldsymbol{r}_I}{dt} = \boldsymbol{v}_I \tag{2}$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}_I}{dt} = \frac{\boldsymbol{F}_I}{metro} \tag{3}$$

$$= \frac{C_{IB} \cdot \boldsymbol{F}_{B.}}{metro} \tag{Cuatro}$$

2.4 Fuerza externa

Fuerza externa en el sistema de coordenadas del cuerpo que aparece en la ecuación de movimiento $F_{B.}$ Detalles de

$$\boldsymbol{F}_{B.} = \boldsymbol{F}_{B.\ t} + \boldsymbol{F}_{B.\ A.} + \boldsymbol{F}_{B.\ gramo} \tag{Cinco}$$

2.4.1 Motor de cohete/empuje del motor

impulso por motor de cohete t se define en el sistema de coordenadas del fuselaje,

$$\boldsymbol{F}_{tB.} [T, 0, 0]^t \tag{6}$$

para cohete La entrada de empuje en es el empuje en el vacío [NORTE] Por lo tanto, la corrección del empuje de presión se aplica en el entorno de presión atmosférica.

$$t = t_{vacaciones} - PAG._a A._{mi} \tag{7}$$

Además, la desalineación del eje de empuje con respecto al eje del fuselaje es $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ Cuando se define con

$$\boldsymbol{t}_{B.} = t \cdot [\text{porque}\,\varepsilon_y \,\text{porque}\,\varepsilon_z, \text{pecado}\,\varepsilon_y, -\text{pecado}\,\varepsilon_y]^t \tag{8}$$

Por lo tanto, el empuje en el sistema de coordenadas del cuerpo F_{tB} es como sigue.

$$\boldsymbol{F}_{tB.} (t_{vacaciones} - PAG._a A._{mi}) \cdot [\text{porque}\,\varepsilon_y \,\text{porque}\,\varepsilon_z, \text{pecado}\,\varepsilon_y, -\text{pecado}\,\varepsilon_y]^t \tag{9}$$

2.4.2aerodinámica

La fuerza aerodinámica se define en el sistema de coordenadas del fuselaje y la fuerza axial$F_{A.}$y la fuerza normal$F_{NORTE.}$tratar con Arrastre de uso común en aviones$F_{D.}$y levantarF_{l}

Tenga en cuenta que el eje es diferente de

velocidad del aire para incluir los efectos del viento$\boldsymbol{v}_{aire}$ángulo de ataque desdeα, ángulo de deslizamiento lateralβy presión dinámica$q$Calcular

$$\boldsymbol{v}^{B.}_{aire}=C_{\text{licenciado en Derecho}}(\boldsymbol{v}_l-\boldsymbol{v}_{viento}) \quad \text{(Diez)}$$

$$\alpha=\text{arcsen}\frac{\boldsymbol{v}_{aire,z}}{|\boldsymbol{v}_{aire}|} \quad (11)$$

$$\beta=\text{arcsen}\frac{-\boldsymbol{v}_{aire,y}}{|\boldsymbol{v}_{aire}|} \quad (12)$$

$$q=\frac{1}{2}\rho|\boldsymbol{v}_{aire}|^2 \quad (13)$$

yyzLa fuerza aerodinámica en el sistema de coordenadas del fuselaje se expresa mediante la fuerza normal del eje y la fuerza axial.

$$\boldsymbol{F}_{A}^{B.}=[-F_{A.},F_{n,y},-F_{\text{Nueva Zelanda}}]^t \quad (14)$$

$$F_{A.}=q\cdot C_{A.}\cdot ciencia \quad (15)$$

$$ficción_{\text{Nueva Zelanda}}=q\cdot C. \quad \text{(dieciséis)}$$

$$_{na}\cdot S.\alpha\ F_{n,y}=q\cdot C_{na}\cdot S.\beta \quad (17)$$

Coeficiente de fuerza axial$C_{A.}$y el gradiente de fuerza normalC_{na}dientesmachIntroducido como una función de números. Originalmente, también es una función del ángulo de ataque, pero los cohetes rara vez vuelan con un gran ángulo de ataque y el efecto es limitado, por lo que lo ignoramos. por si acaso para coheteAunque no hay procesamiento de entrada como una función demachnúmero y ángulo de ataque2Se implementa una función para tratar como una función variable.

2.4.3gravedad

la gravedad eslSe define como un sistema, y se realiza un cálculo sencillo con la tierra como esfera.

$$gramo=\frac{GM}{h^2} \quad (18)$$

$$\boldsymbol{gramo}_l=[0,0,gramo]^t \quad (19)$$

La gravedad como fuerza externa es

$$\boldsymbol{F}^{B.}_{gramo}=metro\cdot C_{\text{licenciado en Derecho}}\cdot\boldsymbol{gramo}_l \quad (20)$$

Calcular con

2.5ecuación de movimiento rotatorio

Para el movimiento de rotación, se resuelve la ecuación de movimiento definida en el sistema de coordenadas del cuerpo. Dado que el sistema de coordenadas del fuselaje es un sistema de coordenadas fijado a un cuerpo rígido, el momento giroscópico se agrega como una fuerza aparente.

$$\boldsymbol{METRO}_{B.}=\frac{d\boldsymbol{l}}{dt}+\boldsymbol{\omega}_{B.}\times\boldsymbol{l} \quad \text{(veintiuno)}$$

$\boldsymbol{l}=yo$Si utiliza

$$\boldsymbol{METRO}_{B.}=\dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{\omega}_{B.}+\boldsymbol{yo}_{B.}+\boldsymbol{\omega}_{B.}\times\boldsymbol{yo}_{B.} \quad \text{(Veintidós)}$$

y si te organizas

$$\boldsymbol{yo}_{B.} = \boldsymbol{METRO.}_{B.} - \dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{\omega}_{B.} - \boldsymbol{\omega}_{B.} \times \boldsymbol{yo}_{B.} \quad \text{(veintitrés)}$$

es la ecuación del movimiento de rotación a resolver. Sin embargo, si asumimos que el tensor de inercia es constante, entonces2se puede omitir el término.

$$\boldsymbol{yo}_{B.} = \boldsymbol{METRO.}_{B.} - \boldsymbol{\omega}_{B.} \times \boldsymbol{yo}_{B.} \quad \text{(veinticuatro)}$$

puede ser tratado como Para cohetes con pequeños cambios en el momento de inercia, esta suposición no parece tener un gran efecto.

En general, lo que vemos en la ecuación de movimiento de rotación es una ecuación expandida.

$$\boldsymbol{\omega}_{B.} = [pag\ q\ r]^{t} \quad \text{(Veinticinco)}$$

$$I_{XX}\dot{pag} = (I_{yy} - I_{zz})qr + METRO._{pag} \quad (26)$$
$$I_{yy}\dot{q} = (I_{zz} - I_{XX})rp + METRO._{q} \quad (27)$$
$$I_{zz}\dot{r} = (I_{XX} - I_{yy})pq + METRO._{r} \quad (28)$$

2.6momento

Momento del sistema de coordenadas del cuerpo que aparece en la ecuación de movimiento$METRO._{B.}$Detalles de

$$\boldsymbol{METRO.}_{B.} = \boldsymbol{METRO.}_{B.t} + \boldsymbol{METRO.}_{B.A.} + \boldsymbol{METRO.}_{B.UNCIO} + \boldsymbol{METRO.}_{fD} \quad (29)$$

2.6.1momento de empuje

Es causado por desalineación del eje de empuje, etc. El vector de empuje en el sistema de coordenadas del cuerpo calculado como la fuerza externa y el centro de gravedad que es el centro de rotación$X_{C.G.}$y punto de entrada de empujeX_{t}Calcule la distancia de como un brazo de momento.

$$\boldsymbol{r}_{t} = [X_{C.G.} - X_{t}, 0, 0]^{t} \quad (30)$$
$$\boldsymbol{METRO.}_{B.t} = \boldsymbol{F.}_{B.\ t} \times \boldsymbol{r}_{t} \quad (31)$$

2.6.2momento aerodinámico

El vector de fuerza aerodinámica en el sistema de coordenadas del cuerpo calculado como la fuerza externa, el centro de gravedad y la posición del centro de presiónX_{PC} Momento la distancia de Calcular como tom.

$$\boldsymbol{r}_{A.} = [X_{C.G.} - X_{PC}, 0, 0]^{t} \quad (32)$$
$$\boldsymbol{METRO.}_{B.A.} = \boldsymbol{F.}_{B.\ A.} \times \boldsymbol{r}_{A.} \quad (33)$$

Para el momento aerodinámico del eje de balanceo, el ángulo de inclinación de la cola$d$Sólo se considera el momento debido a. Coeficiente de momento de balanceo por ángulo de peralte$C._{l\delta}$Usando

$$METRO._{Hacha} = q \cdot C._{l\delta} \cdot S. \cdot ld \quad (34)$$

Calcular con aquí$l$es la longitud total del fuselaje,$d$es la cola1Este es el ángulo de inclinación por hoja. aporte$C._{l\delta}$Tenga en cuenta las dimensiones de .

2.6.3momento de amortiguamiento aerodinámico

El momento de amortiguamiento aerodinámico se calcula utilizando el coeficiente de momento de amortiguamiento para cada eje.

$$C_{anuncio} = [C_{lp}, C_{mq}, C_{no}]^t \tag{35}$$

$$M_{ANUNCIO} = q \cdot C_{anuncio} \cdot S \cdot \frac{l}{2 V_B} \omega_B \tag{36}$$

Para un cohete axisimétrico C_{mq} y C_{no} son equivalentes.

2.6.4momento de amortiguamiento del chorro

Es el momento calculado por el cambio del momento de inercia y la disminución del momento angular debido al escape del motor cohete y la forma del grano del motor cohete, pero se establece en cero durante el cálculo.

$$M_{JD} = [0,0,0]^t \tag{37}$$

2.7ángulos de Euler

Para mostrar la posturalsistema yB.Se utilizan ángulos de Euler entre sistemas.

ángulo de actitud	definición	manejarB.eje de rotación del sistema
Azimut Azimut ψ	$X_I - Y_I$ a la superficie X_B. Proyección del eje y X_I ángulo	Z_B.rotación del eje Rotación de guiñada
ángulo vertical Elevación θ	X_B.eje y $X_I - Y_I$ ángulo entre caras	Y_B.rotación del eje rotación de tono
ángulo de inclinación rollo ϕ	X_B.ángulo de rotación alrededor del eje	X_B.rotación del eje rotación de rollo

2.8Cuaternio

por ángulos de EulerIdel sistemaB.Denotando la matriz de transformación de coordenadas al sistema

$$C_{\text{licenciado en Derecho}} = \begin{bmatrix} \text{porque}\psi\,\text{porque}\theta & sen\psi\,\text{porque}\theta & -sen\,\theta \\ -sen\psi\,\text{porque}\phi + \text{porque}\psi\, sin\theta sin\phi & \text{porque}\psi\,\text{porque}\phi + sen\psi sin\theta sin\phi & \text{porque}\theta\, seno\phi \\ sin\psi sin\phi + \text{porque}\psi\, sen\,\theta\,\text{porque}\phi & -\text{porque}\psi\, seno\phi + sen\,\psi\, sen\,\theta\,\text{porque}\phi & \text{porque}\theta\,\text{porque}\phi \end{bmatrix} \tag{38}$$

se convierte, $\theta = \pm \frac{Pi}{2}$ en el momento de

$$C_{\text{licenciado en Derecho}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -sen\psi\,\text{porque}\phi + \text{porque}\psi\, seno\phi & \text{porque}\psi\,\text{porque}\phi + sin\psi sin\phi & 0 \\ sin\psi sin\phi + \text{porque}\psi\,\text{porque}\phi & -\text{porque}\psi\, seno\phi + sen\psi\,\text{porque}\phi & 0 \end{bmatrix} \tag{39}$$

Porque1Solo puede representar la rotación sobre un eje (acimut). Para evitar tales singularidades de los ángulos de Euler, usamos cuaterniones en nuestros cálculos.

usando cuaterniones$I$del sistema$B$.La matriz de transformación de coordenadas al sistema es

$$C_{\text{licenciado en Derecho}} = \begin{bmatrix} q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2 & 2(q_0q_1+q_2q_3) & 2(q_0q_2-q_1q_3) \\ -2(q_0q_1-q_2q_3) & q_0^2-q_1^2+q_2^2+q_3^2 & 2(q_1q_2+q_0q_3) \\ 2(q_0q_2+q_1q_3) & 2(q_1q_2-q_0q_3) & q_0^2-q_0^2-q_1^2+q_3^2 \end{bmatrix} \tag{40}$$

y la derivada temporal del cuaternión es

$$\boldsymbol{\omega}_{B.} = [pag\ q\ r]^{t} \tag{41}$$

$$\frac{d\boldsymbol{q}}{dt} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & r & -q & pag \\ -r & 0 & pag & q \\ q & -p & 0 & r \\ -pag & -q & -r & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{q} \tag{42}$$

se convierte en Esto se utiliza para la integral de la postura.

2.9discretización

Tanto la traslación como la rotación.Dormand-PrinceDiscretizar por el método de y resolver la ecuación diferencial.

Runge-Kutta-Dormand-Prince (RKDP)es el método explícito de Runge-Kutta1Semillas.7pasoCincola exactitud de FSAL (primero igual que el último)ya que tiene la propiedad de6pasoCincoTiene la siguiente precisión: Además, la fórmula incrustada

Por lo tanto, el tamaño del paso se puede ajustar automáticamente.

RKDPen1cálculo de pasos

$$k_1 = h.f.(t_k,\ y_k) \tag{43}$$

$$k_2 = h.f.(t_k + \frac{1}{\text{Cinco}}h,\ y_k + \frac{1}{\text{Cinco}}k_1) \tag{44}$$

$$k_3 = h.f.(t_k + \frac{3}{\text{Diez}}h,\ y_k + \frac{3}{40}k_1 + \frac{9}{40}k_2) \tag{45}$$

$$k_{\text{cuatro}} = h.f.(t_k + \frac{\text{cuatro}}{\text{Cinco}}h,\ y_k + \frac{44}{45}k_1 - \frac{56}{15}k_2 + \frac{32}{9}k_3) \tag{46}$$

$$k_{\text{Cinco}} = h.f.(t_k + \frac{8}{9}h,\ y_k + \frac{19372}{6561}k_1 - \frac{25360}{2187}k_2 + \frac{64448}{6561}k_3 - \frac{212}{729}k_{\text{cuatro}}) \tag{47}$$

$$k_6 = h.f.(t_k + h,\ y_k + \frac{9017}{3168}k_1 - \frac{355}{33}k_2 - \frac{46732}{5247}k_3 + \frac{49}{176}k_{\text{cuatro}} - \frac{5103}{18656}k_{\text{Cinco}}) \tag{48}$$

$$k_7 = h.f.(t_k + h,\ y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_{\text{cuatro}} - \frac{2187}{6784}k_{\text{Cinco}} + \frac{11}{84}k_6) \tag{49}$$

y el valor del siguiente paso es

$$y_{k+1} = y_k + \frac{35}{384}k_1 + \frac{500}{1113}k_3 + \frac{125}{192}k_{\text{cuatro}} - \frac{2187}{6784}k_{\text{Cinco}} + \frac{11}{84}k_6 \tag{50}$$

se convierte en Se realizan cálculos adicionales para la evaluación de errores.

$$t_{k+1} = y_k + \frac{5179}{57600}k_1 + \frac{7571}{16695}k_3 + \frac{393}{640}k_{\text{cuatro}} - \frac{92097}{339200}k_{\text{Cinco}} + \frac{187}{2100}k_6 + \frac{1}{40}k_7 \tag{51}$$

y_{k+1}Si la diferencia se toma como el error de

$$\left|t_{k+1} - y_{k+1}\right| = \left|\frac{71}{57600}k_1 - \frac{71}{16695}k_3 + \frac{71}{1920}k_{\text{cuatro}} - \frac{17253}{339200}k_{\text{Cinco}} + \frac{22}{525}k_6 - \frac{1}{40}k_7\right| \tag{52}$$

Factor de corrección de tick derivado de este error$s$al factor de seguridad0.9multiplicado por el nuevo tamaño de paso$h_o$para decidir.

$$s = 0.9\left(\frac{\varepsilon h}{\left|t_{k+1} - y_{k+1}\right|}\right)^{\frac{1}{\text{Cinco}}} \tag{53}$$

$$h_o = s \cdot h \tag{54}$$

tenga en cuenta que, ε es el límite de tolerancia.

3 referencias

- Peter, H., ``Modificación y simulación de la dinámica de vehículos aeroespaciales''
- Hayato Togawa, Tomiko Ishiguro, Hiromichi Yamamoto, ``Programa para calcular el movimiento de un cohete con espín'', Ingeniería aeroespacial Materiales del Instituto de InvestigaciónTM-145, 1968
- Rojiro Akiba, Hiroki Matsuo, Shingo Saeki, "L-3H-1,2,3yL-4S-1,2Cálculo del rendimiento del espacio", Investigación espacial y aeroespacial de la Universidad de Tokio informe de oficina,1967, vol.3, no.1, p.173-182
- Isao Yamaguchi, Takashi Kida, Osamu Okamoto, Yoshiaki Okami, ``Comparación de la representación cinemática por Quaternion y Euler Angles'', Instituto de Materiales de Tecnología AeroespacialTM-636, 1991
- Agencia Nacional de Imágenes y Cartografía, ``Sistema Geodésico Mundial del Departamento de Defensa 1984 Sus Definiciones y Relaciones con el Sistema Geodésico Local'', Informe Técnico de la Agencia Nacional de Imágenes y Cartografía 8350.2
- Oficina de prensa del gobierno de EE. UU., "Atmósfera estándar de EE. UU.", 1976
- Naohiko Nagasaka, ``Cálculo de líneas geodésicas y loxodrómicas en un esferoide'', Informe de investigación del Departamento de Información Oceanográfica, Guardia Costera de Japón,2013, No.50asunto,p.37-57
- Ahn, J., Roh, W., ``Algoritmo de predicción de punto de impacto instantáneo no iterativo para operaciones de lanzamiento'', Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, vol.35, no.2, p.645-648
- Dormand, JR, Prince, PJ, "Una familia de fórmulas integradas de Runge-Kutta", Journal of Computational and Applied Mathematics, 6 (1): p.19 – 26