Kubisk Hermite interpolasjon av x^4 på $[0,1]$

Hermite interpolasjon

$x_0 = 0 \quad x_1 = 1$ ⊛

$y_0 = 0 \quad y_1 = 1$ ⊛⊛

$(x^4)' = 4x^3$

$\boxed{y_0' = 0 \quad y_1' = 4}$ ⊛

Ukjent kubisk Hermite interpolant:

$$\begin{cases} p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \\ p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \end{cases} \qquad (4.4)$$

Bruker betingelsene ⊛ ⊛⊛ og ⊛ til å sette opp ligninger / matrise (gjøre det som står i (4.5))

$$\begin{cases} a\cdot 0^3 + b\cdot 0^2 + c\cdot 0 + d = 0 \\ a\cdot 1^3 + b\cdot 1^2 + c\cdot 1 + d = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a\cdot 0^2 + 2b\cdot 0 + c = 0 \\ 3a\cdot 1^2 + 2b\cdot 1 + c = 4 \end{cases}$$

På matriseform

På matriseform

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

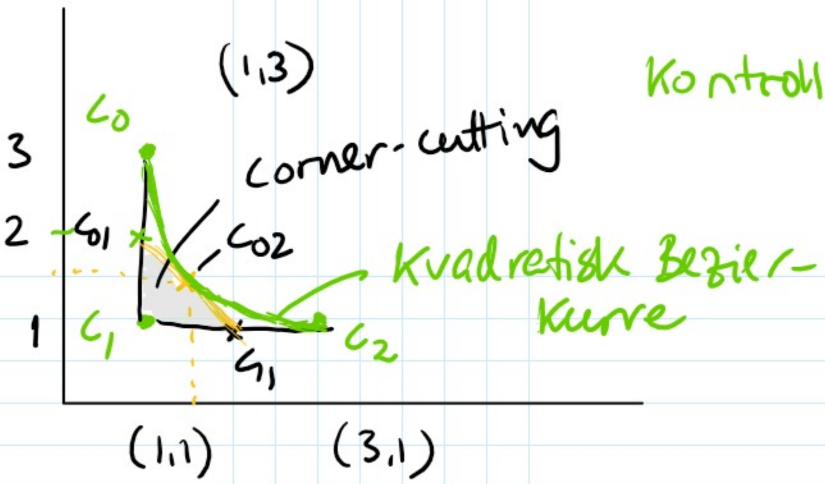
$$A \quad x = b$$

$$x = A^{-1} b$$

Når vi regner ut dette, får vi

$p(x) = 2x^3 - x^2$

decasteljau / Bezier forts



$$\boxed{(1-t)A + t \cdot B}$$

$t=0$: $1 \cdot A + 0 \cdot B$

$t=1$: $0 \cdot A + 1 \cdot B$

Bruker algoritmen

$d=2 \qquad t=\frac{1}{2}$

$$c_{01} = \boxed{c_0(1-t) + c_1 \cdot t}$$

$$= (1,3) \cdot \frac{1}{2} + (1,1) \cdot \frac{1}{2} = (1,2)$$

$$= (1,3)\,\tfrac{1}{2} + (1,1)\,\tfrac{1}{2} = (1,2)$$

$$\begin{array}{ccccc} & & c_{02} & & \\ & c_{01} & & c_{11} & \\ c_0 & & c_1 & & c_2 \end{array}$$

c_{02}		
c_{01}	c_{11}	
c_0	c_1	c_2

$$c_{11} = \boxed{c_1\,(1-t) + c_2 \cdot t}$$

$$= (1,1)\cdot\tfrac{1}{2} + (3,1)\cdot\tfrac{1}{2} = (2,1)$$

$$c_{02} = c_{01}\,(1-t) + c_{11}\cdot t$$

$$= (1,2)\cdot\tfrac{1}{2} + (2,1)\cdot\tfrac{1}{2} = \left(\tfrac{3}{2}, \tfrac{3}{2}\right)$$

$$c_{02} = \left[c_0(1-t) + c_1\cdot t\right](1-t) + \left[c_1(1-t) + c_2\cdot t\right]\cdot t$$

$$= c_0(1-t)^2 + c_1\cdot 2\cdot t(1-t) + c_2\cdot t^2$$

Disse funksjonene er kvadratiske Bernstein-basis funksjoner. Se figur 4.7 og 4.10 (sist i avsnitt)

Bezier : $0 \le t \le 1$