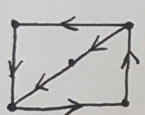
《图论》第四次作业

3班 吴东元 201721220101

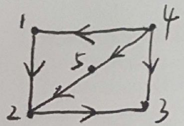
习题9：

5、解 <1>



∵图中存在包含所有点的有向回路，所以是强连通

<2>、



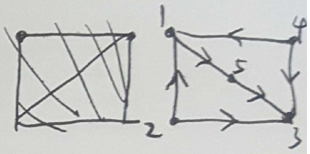
∵ $d^-(v_4)=0$

∴图G不是强连通

又∵ v_1 与 v_5 不可达

∴此图为弱连通

<3>、



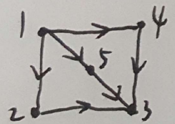
∵ $d^-(2)=d^-(v_4)=0$

∴不是强连通

又∵ v_2、v_4 不可达

∴为弱连通

<4>、



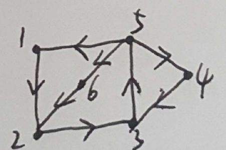
∵ $d^-(v_1)=d^+(v_3)=0$

即G不是强连通

又∵ v_2 和 v_5 不可达

∴G为弱连通

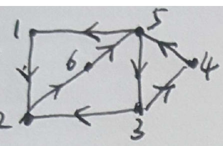
<5>、



∵可以找到 1235423521

这样一条包含所有点的有向回路，因此为强连通。

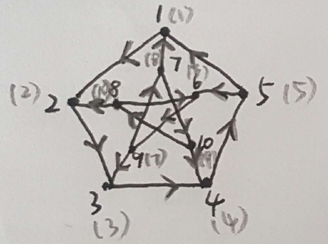
<6>、



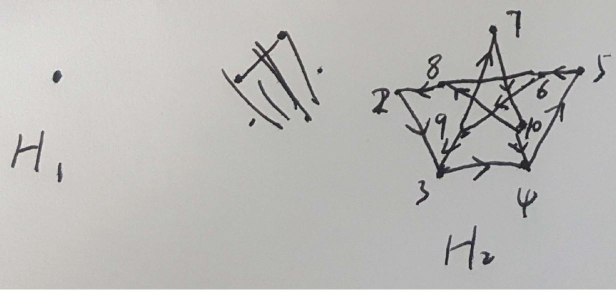
由于存在一条 12653451

这样一条包含所有点的有向回路，因此G为强连通。

6、解：<1>、由Hopcroft-Tarjan提出的定向算法得：



<2>、将 $1\to2$ 改为 $2\to1$，此时 $d^+(v_1)=0$，∴不是强连通图

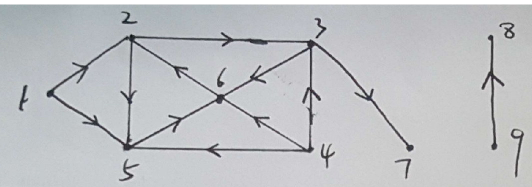


∴G可以分为 H_1、H_2 两个强连通分支

即 H_2 的点均可到1

∴修改后的 G_2 为单向连通图。

7解：



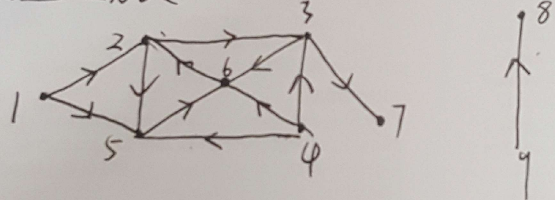
强连通分支：∵ $d^-(v_1)=0$ ∴ v_1为一个强连通分支

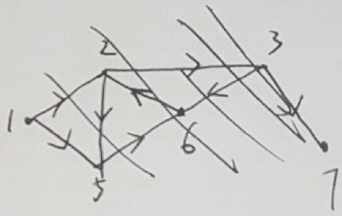
同理 v_7、v_4、v_8、v_9分别为一个强连通分支

∴得到：$H_1=\{1\}$；$H_2=\{4\}$；$H_3=\{7\}$；$H_4=\{8\}$；$H_5=\{9\}$

$H_6=\{2,3,5,6\}$

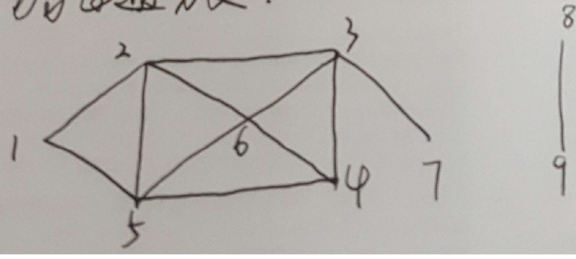
单向连通分支：





∴得：$H_1=\{1,2,3,4,5,6,7\}$；$H_2=\{8,9\}$

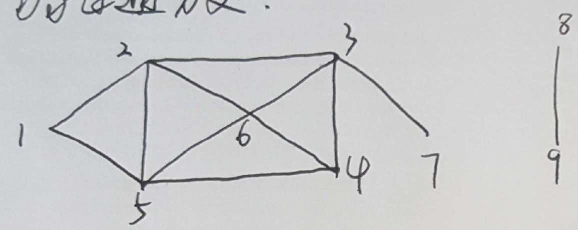
弱连通分支：



∴ $H_1=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

$H_2=\{8,9\}$

弱连通分支：



∴ $H_1=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

$H_2=\{8,9\}$

11、证明：设树T的分支点个数为 i

由定理可知：$(m-1)i=t-1$ 即 $(2-1)i=t-1 \Rightarrow i=t-1$ ①

又∵ m(边数) $=n$(顶点) $-1=i+t-1$ ②

由①②得：$m=2(t-1)$

∴原式得证