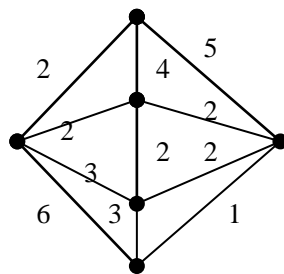


图论作业 2

一、填空题

1. 图 G 的顶点数为 n 且 7 连通, 则其边数至少为_____。
2. 彼得森图的点连通度和边连通度分别为_____和_____。
3. 非平凡树的点连通度和边连通度分别为_____和_____。
4. 长度为 n ($n \geq 3$) 的圈的 2 宽直径为_____。
5. 完全图 K_n ($n \geq 5$) 的 3 宽直径为_____。
6. 设图 G 是具有 k 个奇度顶点, 则在 G 中最少添加_____条边才能使 G 具有欧拉回路。
7. 完全偶图 $K_{m,n}$ ($m, n \geq 2$ 且均为偶数), 则在其最优欧拉环游中共含_____条边。
8. 下图的最优欧拉环游的权值为_____。



9. 具有 5 个点的度极大非哈密尔顿图族为_____和_____。

二、不定项选择题

1. 下列说法正确的是()
 - (A) 有割边的图一定有割点;
 - (B) 有割点的图一定有割边;
 - (C) 割点至少属于图的两个块;
 - (D) 割边不在图的任一圈中;
 - (E) 图的割点也是子图的割点。
2. 设 $\kappa(G), \lambda(G), \delta(G)$ 分别表示图 G 的点连通度、边连通度和最小度。下面说法错误的是()
 - (A) 存在图 G , 使得 $\kappa(G) = \lambda(G) = \delta(G)$;
 - (B) 存在图 G , 使得 $\kappa(G) < \lambda(G) < \delta(G)$;
 - (C) 设 G 是 n 阶简单图, 若 $\delta(G) \geq n/2$, 则 G 连通且 $\lambda(G) = \delta(G)$;
 - (D) 图 G 是 k 连通的, 则 $\kappa(G) = k$;
 - (E) 若图 G 是 k 连通的, 则 $\lambda(G) \geq k$ 。
3. 下面说法错误的是()
 - (A) 2 连通图一定没有割点(假定可以有自环);
 - (B) 2 连通图一定没有割边;
 - (C) 完全图一定没有割边;
 - (D) 非平凡树一定有割边;
 - (E) 非平凡树一定有割点。
4. 下面说法正确的是()
 - (A) 若图 G 是 k 连通的, 则 G 中必存在 k 点割;

- (B) 若图 G 是 k 连通的, 则 G 也是 k 边连通的;
 (C) 若图 G 是 k 边连通的, 则 G 也是 k 连通的;
 (D) 存在最小度为 3 的 4 连通图;
 (E) 存在具有 n 个点、 m 条边的 $[2m/n+1]$ 连通图。
5. 设图 G 是一个块, 下列说法错误的是()
 (A) 图中一定有圈;
 (B) 图中一定无环;
 (C) 若 G 的阶数大于等于 3, 则 G 中任意两点必位于某一圈上;
 (D) 若 G 的阶数大于等于 3, 则 G 中任意两条边必位于某一圈上;
 (E) 若 G 的阶数大于等于 3, 则 G 中没有割边。
6. 下面说法错误的是()
 (A) 顶点度数为偶数的图一定是欧拉图;
 (B) 欧拉图一定没有割点;
 (C) 欧拉图一定没有割边;
 (D) 非平凡欧拉图中一定有圈;
 (E) 至少具有 2 个点的无环欧拉图一定是 2 边连通的。
7. 关于哈密尔顿图, 下列命题错误的是()
 (A) 若 G 是哈密尔顿图, 则对于 V 的每个非空顶点子集 S , 均有 $\omega(G-S) \leq |S|$;
 (B) 设 G 是阶数为 n ($n \geq 3$) 的简单图, 若其最小度 $\delta \geq n/2$, 则 G 是哈密尔顿图;
 (C) 设 G 是 n ($n \geq 3$) 阶简单图, 若 G 中任意两个不邻接点 u 与 v , 满足 $d(u)+d(v) \geq n$, 则 G 是哈密尔顿图;
 (D) 哈密尔顿图一定没有割边;
 (E) 哈密尔顿图一定没有割点。
8. 关于哈密尔顿图, 下列命题正确的是()
 (A) 设 n ($n \geq 3$) 阶简单图的最小度满足 $\delta \geq n/2$, 则其闭包一定为完全图;
 (B) 设 n ($n \geq 3$) 阶简单图的任意两个不邻接顶点 u 与 v 满足 $d(u)+d(v) \geq n$, 则其闭包一定为完全图;
 (C) 设图 G 满足度序列判定定理的条件, 则其闭包一定为完全图;
 (D) 若简单图 G 的闭包不是完全图, 则它一定是非哈密尔顿图;
 (E) 若简单图 G 的闭包是完全图, 则图 G 是哈密尔顿图。
9. 关于哈密尔顿图, 下列命题错误的是()
 (A) 设 G 是阶数为 n ($n \geq 3$) 的非哈密尔顿简单图, 则 G 度弱于某个 $C_{m,n}$ 图;
 (B) 图 G 是哈密尔顿图当且仅当其闭包是完全图;
 (C) 若 (n, m) 简单图 G 的边数

$$m > \binom{n-1}{2} + 1,$$

- 且 $n \geq 3$, 则 G 是哈密尔顿图;
 (D) 若图 G 的闭包是哈密尔顿图, 则其闭包一定是完全图;
 (E) 设 G 是阶数为 n ($n \geq 3$) 的哈密尔顿简单图, 若 n 为奇数, 则 G 一定不是偶图。

三、解答题

1. 证明: 在简单图 G 中, 若任意两个不相邻的点之间存在 k 条独立的路, 则任意两个不同点之间存在 k 条独立的路。

2. 在 8×8 黑白方格相间的棋盘上跳动一只马，这只马能否连续地完成每一种可能的跳动恰好一次？（一只马跳动一次是指从一个长为 3、宽为 2 的黑白方格组成的长方形的一个角跳到对角上）

3. 证明：彼得森图不是哈密尔顿图。

4. 若图 G 不是哈密尔顿图，但对于任意点 v ， $G-v$ 都是哈密尔顿图，则称 G 是**超哈密尔顿图**。彼得森图是否为超哈密尔顿图？

5. 今有 a, b, c, d, e, f, g 七个人围圆桌开会, 已知: a 会讲英语, b 会讲英语和汉语, c 会讲英语、意大利语和俄语, d 会讲日语和汉语, e 会讲德语和意大利语, f 会讲法语、日语和俄语, g 会讲法语与德语。是否存在一种排座方法, 使每个人能够和他身边的人交流? 并说明理由。