班级　　　　　　　　　　　　　　　姓名　　　　　　　　　　　　学号

图论作业 1

一、填空题

1. 非同构的 4 阶和 5 阶树的个数分别为_____和______。

2. n 阶 k 正则图 G 的补图的边数为__________。

3. 设无向图 $G=(n, m)$中各顶点度数均为 3，且 $2n=m+3$，则 n=______，m=_________。

4. 设简单图 G 的邻接矩阵为 A，且

$$A^2=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

则图 G 的边数为_________。

5. 设 G 是 n 阶简单图，且不含完全子图 K_3，则其边数一定不会超过_________。

6. 设 n 阶图 G 是具有 k 个分支的森林，则其边数为__________。

7. 一棵树有 n_i 个度数为 i 的结点，$i=2,3,\ldots,k$，则它有_________个度数为 1 的顶点。

8. K_5的生成树的棵数为_________。

二、选择题

1．关于图的度序列，下列命题错误的是(　)

(A) 同构的两个图的度序列相同;

(B) 非负整数序列$(d_1, d_2,\ldots,d_n)$是图的度序列当且仅当 $d_1+d_2+\cdots+d_n$是偶数;

(C) 如果非负整数序列$(d_1, d_2,\ldots,d_n)$是一棵树的度序列且 $n\geq2$，那么序列中至少有两个 1;

(D) 如果非负整数序列$(d_1, d_2,\ldots,d_n)$是简单图的度序列，那么在同构意义下只能确定一个图。

2. 对于序列(7, 5, 4, 3, 3, 2)，下列说法正确的是(　　)

(A) 是简单图的度序列;

(B) 是非简单图的度序列;

(C) 不是任意图的度序列;

(D) 是图的唯一度序列。

3. 下列说法错误的是(　)

(A) 若一个图中存在闭途径，则一定存在圈;

(B) 偶图中不存在奇圈;

(C) 无向图的顶点之间的连通关系一定是等价关系;

(D) 存在非平凡简单图 ，使得每个顶点的度数互不相同。

4. 关于简单图的邻接矩阵 A，下列说法错误的是(　)

(A) 矩阵 A 的行和等于该行对应顶点的度数;

(B) 矩阵 A 的所有元素之和等于该图边数的 2 倍;

(C) 不同构的两个图，它们的邻接谱一定不同;

(D) 非连通图的邻接矩阵一定可以表示为准对角矩阵形式。

5. 图 $G=(n, m)$一定是树的是(　　)

(A) 连通图;

(B) 无回路但添加一条边后有回路的图;

(C) 每对顶点间都有路的图;

(D) 连通且 $m=n-1$。

班级　　　　　　　　　　　　　　　　姓名　　　　　　　　　　　　　　学号

三、解答题

1. 设无向图 G 有 10 条边，3 度与 4 度顶点各 2 个，其余顶点度数均小于 3，问 G 中至少有几个顶点？在最少顶点数的情况下，写出 G 的度序列，该度序列是一个图序列吗？

2. 设 G 与其补图的边数分别为 m_1 和 m_2，求 G 的阶数。

3. 设 G 为 n 阶简单无向图，$n>2$ 且 n 为奇数，G 与其补图中度数为奇数的顶点个数是否相等？并给出理由。

4. 证明：任何一个人群中至少有两个人认识的朋友数相同。

5. 证明：若 k 正则二部图具有二分类 $V=V_1 \cup V_2$，则 $|V_1|=|V_2|$。