

1、试将下列问题改写成线性规划问题的标准形式。

$$\begin{aligned} \max & \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^m a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^m a_{i2}x_i, \dots, \sum_{i=1}^m a_{in}x_i \right) \right\} \\ s.t. & \begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \end{aligned}$$

2、若如下线性规划问题：

$$\{\max S = C_1 X, AX = b, X \geq 0\} \text{ 的最优解 } X^1,$$

$$\{\max S = C_2 X, AX = b, X \geq 0\} \text{ 的最优解是 } X^2,$$

$$\text{证明：} (C^2 - C^1)(X^2 - X^1) \geq 0$$

3、写出下列问题的标准型形式，并求对偶问题

$$(1) \min z = 2x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 2 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 \leq 3 \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 5 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$(2) \max z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 5 \\ 6x_1 + 7x_2 + 3x_3 - 5x_4 \geq 8 \\ 12x_1 - 9x_2 - 9x_3 + 9x_4 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{cases}$$

$$(3) \max S = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ -x_1 + 5x_2 \geq 3 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$(4) \max S = x_1 + x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ 3x_1 - x_2 = 6 \\ x_1, x_2 \text{ 无符号限制} \end{cases}$$

4、请用单纯法求解下列 LP 问题的最优解

$$\max \quad z = 6x_1 + 2x_2 + 12x_3$$

$$s.t. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

5、试用对偶理论证明该问题的最优值不超过 25.

$$\max w = 4x_1 + 7x_2 + 2x_3$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

6、试用对偶单纯形法求解下列问题的最优解

$$\begin{aligned} \max w &= 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \text{s.t.} \quad &x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 3 \\ &2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ &x_i \geq 0, i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

7、对于下列线性规划原问题，已知其对偶问题的最优解为 $y_1=1.2$, $y_2=0.2$ 试用对偶理论求出原问题的最优解。

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 20 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 20 \\ x_1, \dots, x_4 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

8、试不用求最优解，用单纯形法的相关性质，验证 $X=(0,2,0,0,2)^T$ 是否是以下线性规划问题的最优解。

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 4 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 6 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

9、利用对偶理论证明下列线性规划问题无最优解

$$\begin{aligned} \min z &= x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1 - x_3 \geq 4 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

10、假设某地需要建设 5 个厂房 B1、B2、B3、B4、B5，指派三个建筑公司 A1、A2、A3 完成厂房的建设，每家建筑公司最多承建 2 个厂房。求使总费用最少的指派方案。

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	4	8	7	15	12
A_2	7	9	17	14	10
A_3	6	9	12	8	7

11、设有 8 个工件 A_1, A_2, \dots, A_8 要在 一台机器上加工，加工时间 t_i 和交货日期 d_i 如下表所示：

A_i	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8
t_i	5	10	2	2	4	6	7	3
d_i	34	18	10	8	6	22	28	9

试求：（1）对于 $1 \parallel L_{\max}$ 问题，求最优调度序列。

（2）对于 $1 \parallel \sum U_j$ 问题，求调度序列，使得误期交货的工件最少。

12、对于调度问题 $P_m \parallel C_{\max}$ ，其中， $m = 3$ ， $n = 9$ ， $t = (5, 4, 2, 8, 6, 3, 7, 1, 9, 11)$ 。求最优调度。

13、有如下表的 8 件物品，有容积均为 20 的相同箱子若干，请分别用 NF、BF、FF、BFD、FFD 算法求装入下列 8 件物品所需最少箱子数。

物品	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8
w_j	12	14	8	4	16	6	10	2

14、用动态规划方法求解：

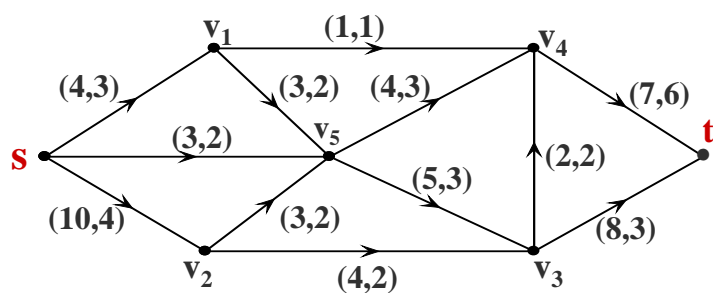
$$\max Z = 4x_1 + 9x_2 + 2x_3^2$$

$$\text{s. t } \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 & \leq 10 \\ x_i \geq 0 \text{ 整数} & (i = 1, 2, 3) \end{cases}$$

15、求下列最小指派问题的最优分配，有 1 人要做 2 项工作，其余 3 人每人做 1 项工作。

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
甲	26	38	41	52	27
乙	25	33	44	59	21
丙	20	30	47	56	25
丁	22	31	45	53	20

16、用标号算法求下图中 $s \rightarrow t$ 的最大流量，并找出最小割。



17、用分支定界法求下列整数规划问题的最优解和最优值。

$$\begin{aligned} \max Z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t } &\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 25 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 50 \\ x_1, x_2 \geq 0, \text{且均取整数} \end{cases} \end{aligned}$$