2005 年研究生期末试题 (120 分钟)

《图论及其应用》

一、填空 (15 分，每空 1 分)

1、 已知图 **G** 有 **10** 条边， **4** 个度数为 **3** 的顶点，其余顶点的度数均小于 **2**，则 **G** 中至少有 ___8___ 个顶点 **.**

2、 **m** 条边的简单图 **G** 中所有不同的生成子图 (包括 **G** 和空图)的个数为 __2^m____.

3、 **4** 个顶点的非同构的简单图有 __11___ 个**.**

4、 图 G_1的最小生成树各边权值之和为 __28___.

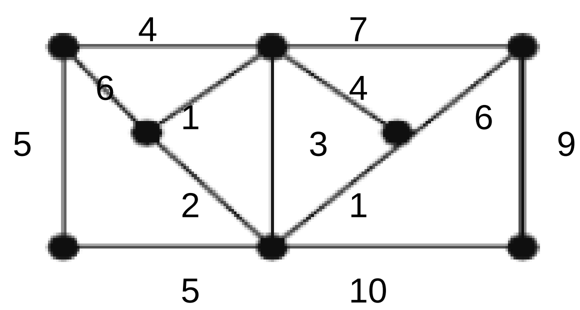


图 G_1

5、若 W是图 G中一条包含所有边的闭通道，则 W在这样的闭通道中具有最短长度的充要条件是：

(1) 每一条边最多重复经过 _1__ 次；

(2) 在 G的每一个圈上，重复经过的边的数目不超过圈的长度的 _一半___.

6、**5** 阶度极大非哈密尔顿图族有 __C_2^5,__C_1^5___ **.**

7、在图 G_2 中，图的度序列为 **(44443322)**，频序列为 **(422)**，独立数为 **3**，团数为 **4**，点色数为 **4**，边色数为 **4**，直径为 **3.**

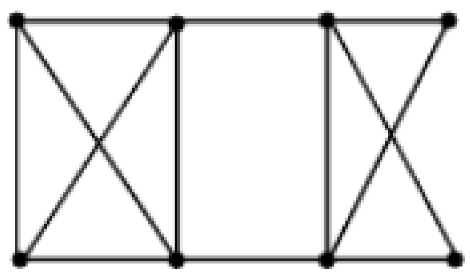


图 G_2

二、选择 (15 分)

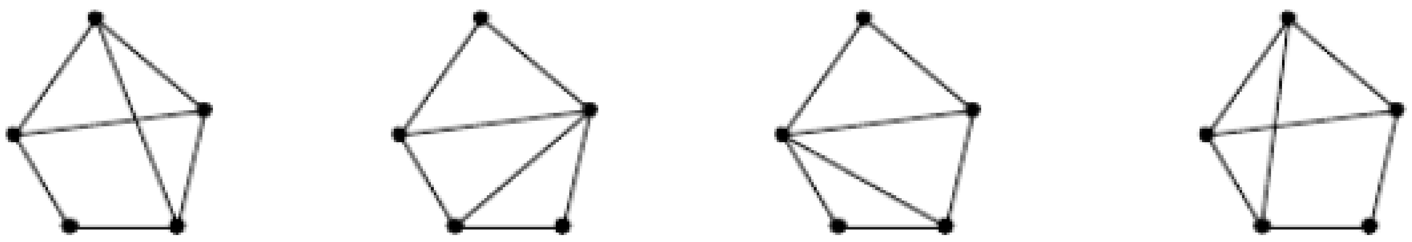
(1)下列序列中，能成为某简单图的度序列的是 **(C)**

(A) (54221)　(B) (6654332)　(C) (332222)

（**2**）已知图 **G** 有 **13** 条边， **2** 个 **5** 度顶点， **4** 个 **3** 度顶点，其余顶点的的度数为 **2**，则图 **G** 有**(A)**个 **2** 度点。

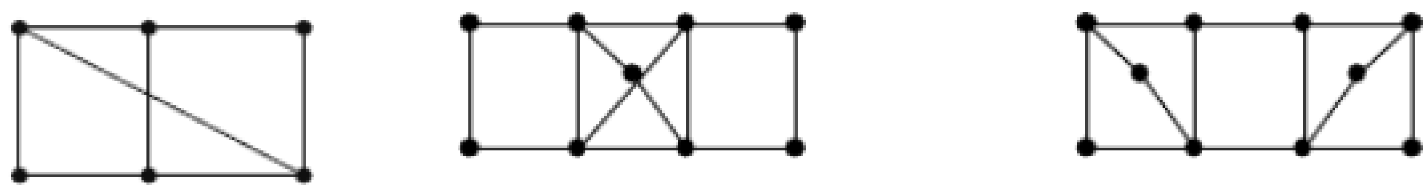
(A) **2** **(B)** **4** **(C)** **8**

(3) 图 **G** 如**(a)**所示，与 **G** 同构的图是 **(C)**



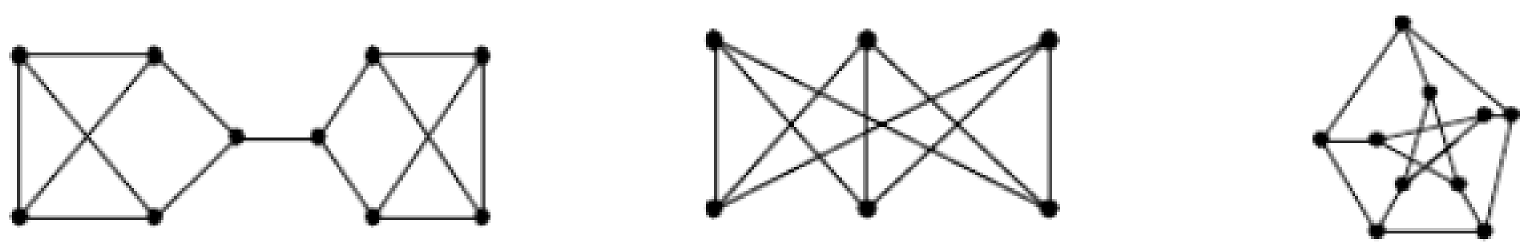
(a) (A) (B) (C)

(4) 下列图中为欧拉图的是 **(B),**为 **H** 图的是 **(AB),**为偶图的是 **(BC).**



(A) (B) (C)

5. 下列图中可 **1-**因子分解的是 **(B)**



(A) (B) (C)

三、设 Δ和 δ 分别是 (n, m) 图 **G** 的最大度与最小度，求证： $\delta \le \frac{2m}{n} \le \Delta$ **(10** 分**).**

证明： $n\delta \le 2m = \sum_{v\in V(G)} d(v) \le n\Delta \Rightarrow \delta \le \frac{2m}{n} \le \Delta$.

四、正整数序列 $(d_1, d_2, \cdots, d_n)$ 是一棵树的度序列的充分必要条件是 $\sum_{i=1}^{n} d_i = 2(n-1)$

(10 分**).**

证明："$\Rightarrow$" 结论显然

"$\Leftarrow$" 设正整数序列 $(d_1, d_2, \cdots, d_n)$ 满足 $\sum_{i=1}^{n} d_i = 2(n-1)$，易知它是度序列。

设 **G** 是这个度序列的图族中连通分支最少的一个图，知 **m=**$|E(G)| = n-1$**.**

假设 **G** 不连通，则 $\omega(G) \ge 2$，且至少有一个分支 G_1 含有圈 **C**，否则，**G** 是森林,

有 **m=** $|E(G)| = n-\omega < n-1$ 矛盾！从 **C** 中任意取出一条边 $e_1 = u_1v_1$。并在另一分支 G_2 中任意取出一条边 $e_2 = u_2v_2$，作图

$$G' = G - \{u_1v_1, u_2v_2\} + \{u_1v_2, u_2v_1\}$$

则 G' 的度序列仍然为 $(d_1, d_2, \cdots, d_n)$ 且 $\omega(G') = \omega(G) - 1$，这与 **G** 的选取矛盾！所以

G 是连通的，**G** 是树。即 $(d_1, d_2, \cdots, d_n)$ 一棵树的度序列。

五、求证：在简单连通平面图 **G** 中，至少存在一个度数小于或等于 **5** 的顶点 **(10 分).**

证明：若不然，$2m = \sum_{v \in V(G)} d(v) \geq 6n > 6n-12 \Rightarrow m > 3n-6$，这与 **G** 是简单连通平面图矛盾。

六、证明：**(1)** 若 **G** 恰有两个奇度点 **u** 与 **v**，则 **u** 与 **v** 必连通；

(2) 一棵树至多只有一个完美匹配 **(10 分).**

证明；**(1)** 因为任意一个图的奇度点个数必然为偶数个，若 **G** 恰有两个奇度点 **u** 与 **v**，且它们不连通，那么就会得出一个连通图只有一个奇度点的矛盾结论。所以若 **G** 恰有两个奇度点 **u** 与 **v**，则 **u** 与 **v** 必连通。

(2) 若树 T 有两个相异的完美匹配 M_1, M_2，则 $M_1 \Delta M_2 \neq \Phi$ 且 $T[M_1 \Delta M_2]$ 中的每个顶点的度数为 **2**，则 T 中包含圈，这与 T 是数矛盾！

七、求图 **G** 的色多项式 $P_k(G)$ **(15 分).**

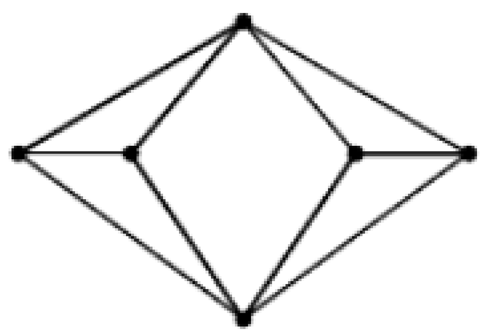
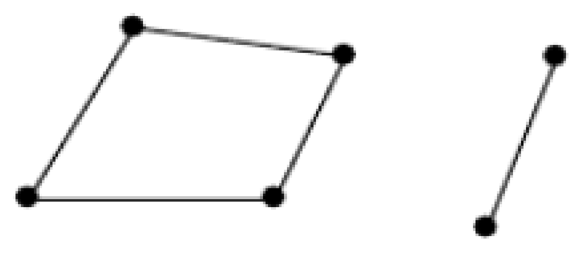


图 G



H_1 H_2

$\bar{G}$

解：图 **G** 的补图如图 G，则

$h(H_1, x) = r_1x + r_2x^2 + r_3x^3 + r_4x^4$，其中，$r_1 = N_1(H_1) = 0$，$r_2 = N_2(H_1) = 2$

$r_3 = N_3(H_1) = 4$，$r_4 = N_4(H_1) = 1$；

$h(H_2, x) = r_1x + r_2x^2$，其中，$r_1 = N_1(H_2) = 1$，$r_2 = N_2(H_2) = 1$

$P_k(G)=(x+x^2)(2x^2+4x^3+x^4)=[k]_6+5[k]_5+6[k]_4+2[k]_3$。

八、求图 **G** 中 **a** 到 **b** 的最短路 **(15** 分**).**

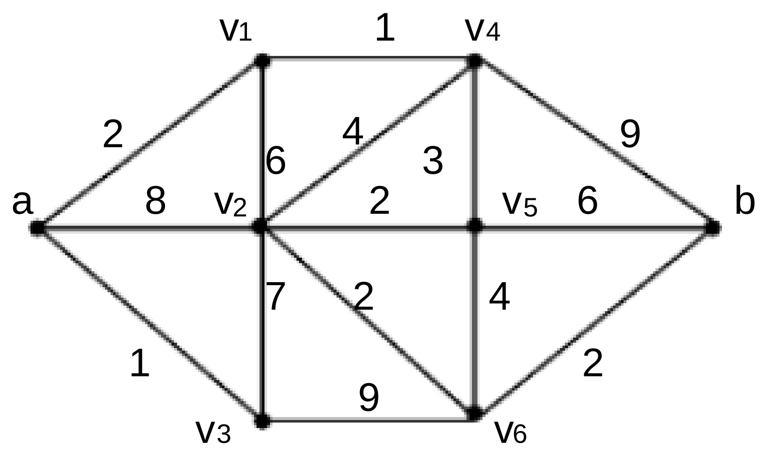


图 G

解 1. $A_1=\{a\}$, $t(a)=0$, $T_1=\Phi$

2. $b_1^{(1)}=v_3$

3. $m_1=1$, $a_2=v_3$, $t(v_3)=t(a)+l(av_3)=1$ (最小),

$T_2=\{av_3\}$

2. $A_2=\{a, v_3\}$, $b_1^{(2)}=v_1, b_2^{(2)}=v_2$

3. $m_2=1$, $a_3=v_1$, $t(v_1)=t(a)+l(av_1)=2$ (最小),

$T_3=\{av_3, av_1\}$

2. $A_3=\{a, v_3, v_1\}$, $b_1^{(3)}=v_2, b_2^{(3)}=v_2, b_3^{(3)}=v_4$

3. $m_3=3$, $a_4=v_4$, $t(v_4)=t(v_1)+l(v_1v_4)=3$ (最小),

$T_4=\{av_3, av_1, v_1v_4\}$

2. $A_4=\{a, v_3, v_1, v_4\}$, $b_1^{(4)}=v_2$, $b_2^{(4)}=v_2$, $b_3^{(4)}=v_2, b_4^{(4)}=v_5$

3. $m_4=4$, $a_5=v_5$, $t(v_5)=t(v_4)+l(v_4v_5)=6$ (最小),

$T_5=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5\}$

2. $A_5=\{a, v_3, v_1, v_4, v_5\}$, $b_1^{(5)}=v_2$, $b_2^{(5)}=v_2$, $b_3^{(5)}=v_2, b_4^{(5)}=v_2, b_5^{(5)}=v_2$

3. $m_5=4$, $t(v_2)=t(v_4)+l(v_4v_2)=7$ (最小),

$T_6=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5, v_4v_2\}$

2. $A_6=\{a, v_3, v_1, v_4, v_5, v_2\}$, $b_2^{(6)}=v_6, b_4^{(6)}=b$, $b_5^{(6)}=v_6$, $b_6^{(6)}=v_6$

3. $m_6=6$, $a_7=v_6$, $t(v_6)=t(v_2)+l(v_2v_6)=9$ (最小),

$T_7=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5, v_4v_2, v_2v_6\}$

2. $A_7=\{a, v_3, v_1, v_4, v_5, v_2, v_6\}$, $b_4^{(7)}=b$, $b_5^{(7)}=b$, $b_7^{(7)}=b$

3. $m_7=7$, $a_8=b$, $t(b)=t(v_6)+l(v_6b)=11$ (最小),

$T_8=\{av_3, av_1, v_1v_4, v_4v_5, v_4v_2, v_2v_6, v_6b\}$

于是知 a 与 b 的距离

$d(a, b)=t(b)=11$

由 T_8 导出的树中 a 到 b 路 $av_1v_4v_2v_6b$ 就是最短路。

2006 研究生图论期末试题 (120 分钟)

一、填空题 (15 分，每空 1 分)

1、若两个图的顶点与顶点之间，边与边之间都存在 ________ 对应，而且它们的关联关系也保持其 ________ 关系，则这两个图同构。

2、完全图 K_4 的生成树的数目为 ________ ；阶为 6 的不同构的树有 ________ 棵。

3、设无向图 G 有 12 条边，已知 G 中度为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数均小于 3，则 G 中至少有 ________ 个结点。

4、具有 5 个结点的自补图的个数有 ________ 。

5、已知图 G 的邻接矩阵 $A(G)=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，顶点集合 $V(G)=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$，

则由 v_2 到 v_5 的途径长度为 2 的条数为 ________ 。

6、若 K_n 为欧拉图，则 n= ________ ；若 K_n 仅存在欧拉迹而不存在欧拉回路，则 n= ________ 。

7、无向完全图 K_n (n 为奇数)，共有 ________ 条没有公共边的哈密尔顿圈。

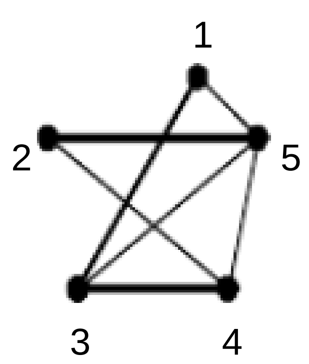
8、设 G 是具有二分类 (X,Y) 的偶图，则 G 包含饱和 X 的每个顶点的匹配当且仅当 ________ ，对所有 $S\subseteq X$ 。

9、在有 6 个点。12 条边的简单连通平面图中，每个面均由 ________ 条边组成。

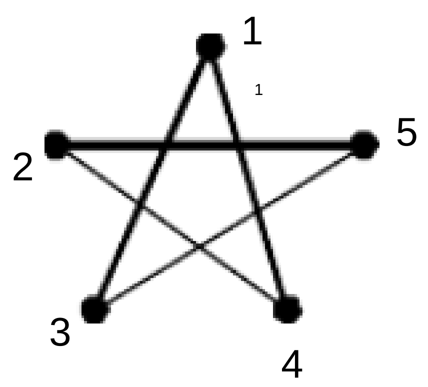
10、彼德森图的点色数为 ________ ；边色数为 ________ ；点独立数为 ________ 。

二、单选或多选题 (15 分，每题 3 分)

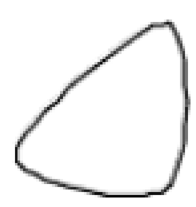
1、设 $V=\{1,2,3,4,5\}$，$E=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)\}$，则图 $G=<V,E>$ 的补图是 ( ).

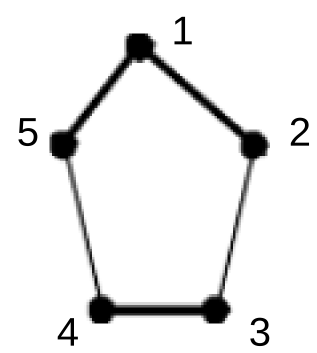


A



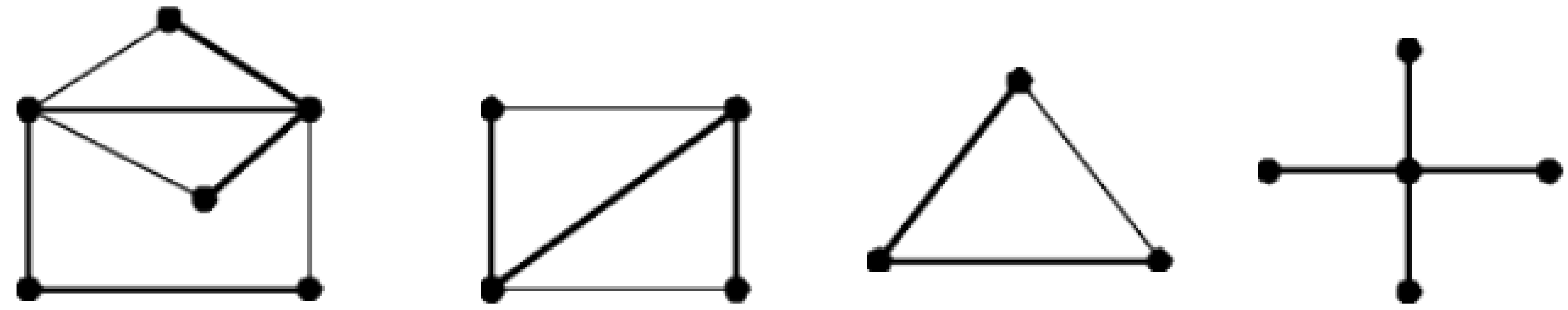
B


C



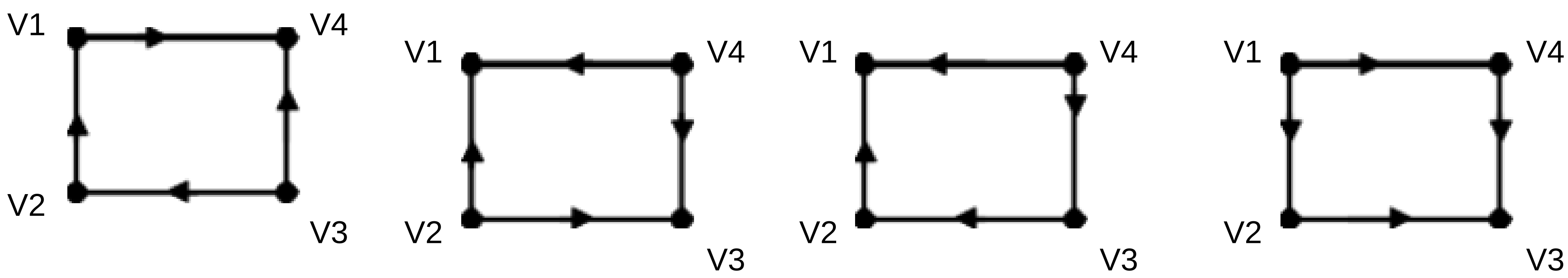
D

2、在下列图中，既是欧拉图又是哈密尔顿图的是　　(　).



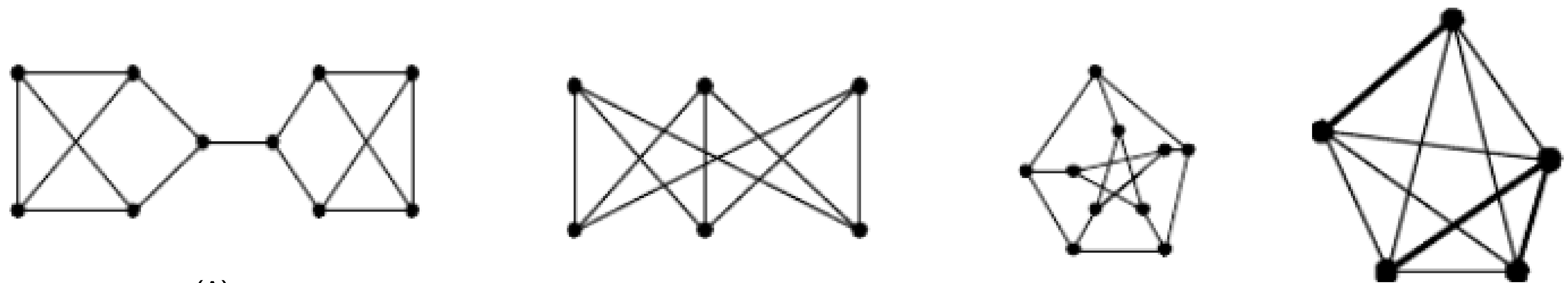
A　　B　　C　　D

3、下列图中的　(　　　)图，　V_2 到 V_4 是可达的。



A　　B　　C　　D

4、下列图中，可　1— 因子分解的是　(　　).



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

5、下列优化问题中，存在好算法的是　　(　　　　)

(A)　最短路问题；　(B)　最小生成树问题；　(C) TSP 问题；(D)　最优匹配问题　.

三、作图题　(10 分)

1、分别作出满足下列条件的图

(1)、E 图但非　H 图；(2) H　图但非　E 图；(3)　既非　H 图又非　E 图；(4)　既是　H 图又是　E 图

2、画出度序列为　(3,2,2,1,1,1) 的两个非同构的简单图。

四、求下图的最小生成树，并给出它的权值之和　　(10 分)。

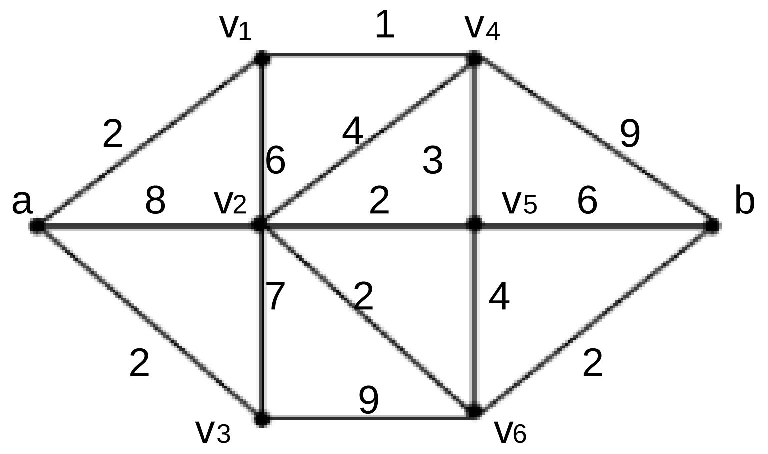
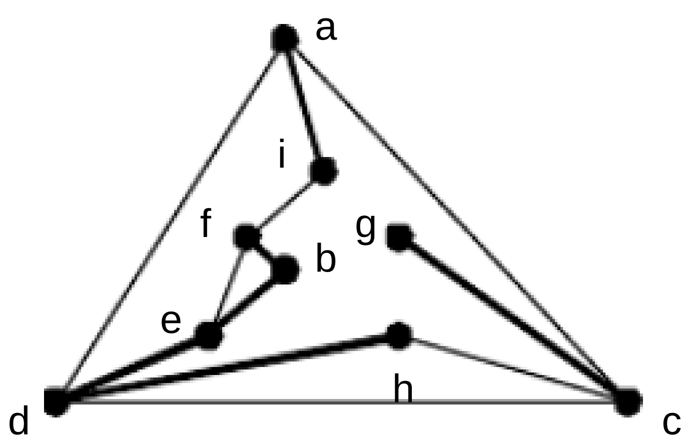
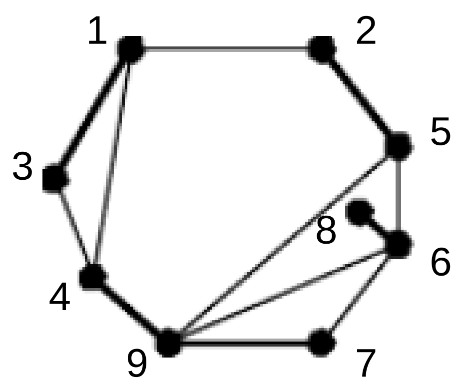


图 G

五、给出一个同构函数证明 $G_1 \cong G_2$ (10 分)



G1



G2

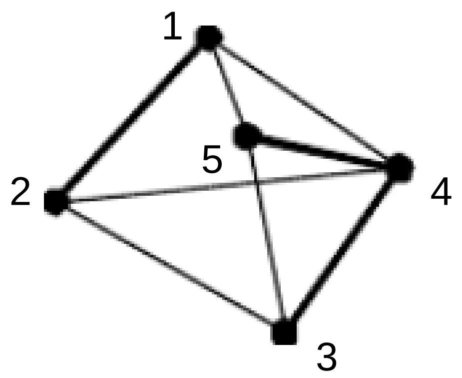
六、若图 G 为自补图，那么，它的阶 n 一定能够表示为 $4k$ 或者 $4k+1$ 的形式，其中 k 为非负整数。而且，图 G 的边有 $\frac{n(n-1)}{4}$ 条。(5 分)

七、设 T 为一棵非平凡树，度为 i 的顶点记为 n_i，则 $n_1 = 2 + n_3 + 2n_4 + \cdots + (k-2)n_k$。(10 分)

八、证明：阶数为 8 的简单偶图至多有 16 条边 (5 分)

九、设图 G 有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大数量，使得 G 保持其可平面性 (10 分)

十、求图 G 的色多项式 (10 分)



G

…效…无…题…答…内…以…线…封…密…

院学

名姓

号学

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： ____至_____，共 _____小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时 60 学分____

教学方式 __讲授__ 考核日期 _2007__年___月____日 成绩______

考核方式： _________（学生填写）

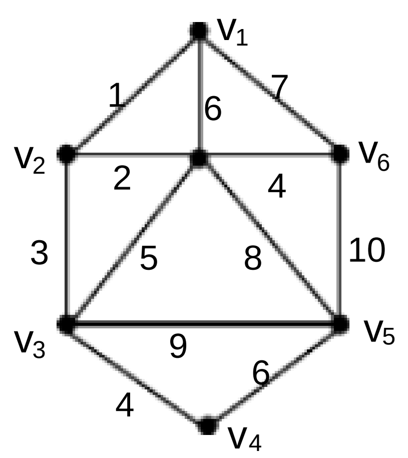
一. 填空题 (每题 2 分，共 12 分)

1. 简单图 G=(n,m) 中所有不同的生成子图 (包括 G和空图) 的个数是_____个；

2. 设无向图 G=(n,m) 中各顶点度数均为 3, 且 2n=m+3,则 n=_____; m=_____;

3. 一棵树有 n_i 个度数为 i 的结点， i=2,3, …,k, 则它有____个度数为 1 的结点；

4 . 下边赋权图中，最小生成树的权值之和为 _______;



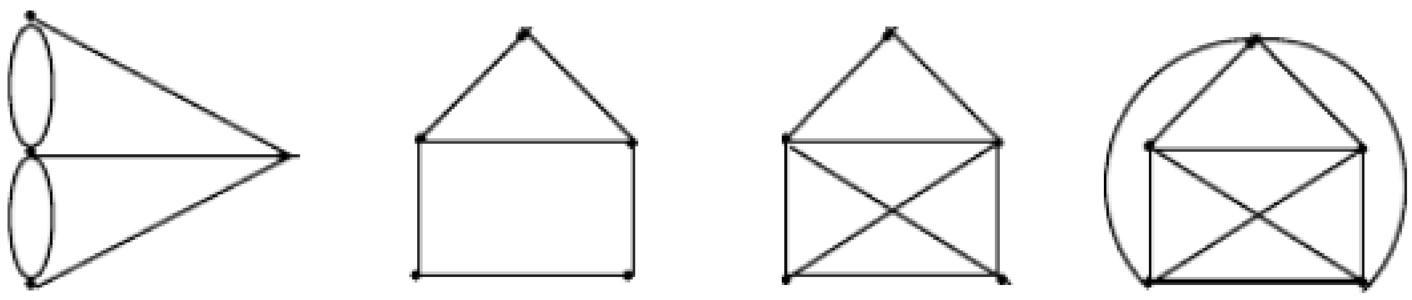
5、某年级学生共选修 9 门课。期末考试时，必须提前将这 9 门课先考完，每天每人只在下午考一门课，则至少需要 ______ 天才能考完这 9 门课。

二. 单项选择 (每题 2 分，共 10 分)

1. 下面给出的序列中，不是某简单图的度序列的是 ( )

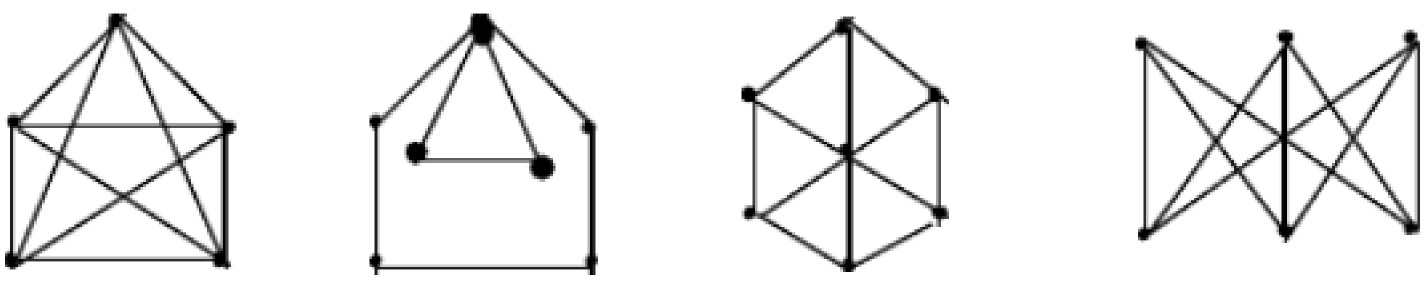
(A) (11123); (B) (22222); (C) (3333); (D) (1333).

2. 下列图中，是欧拉图的是（ ）



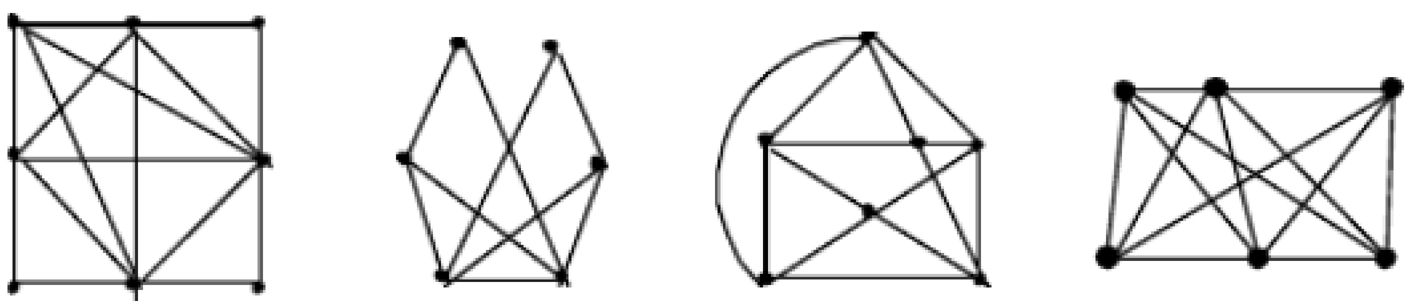
A B C D

3. 下列图中，不是哈密尔顿图的是（ ）



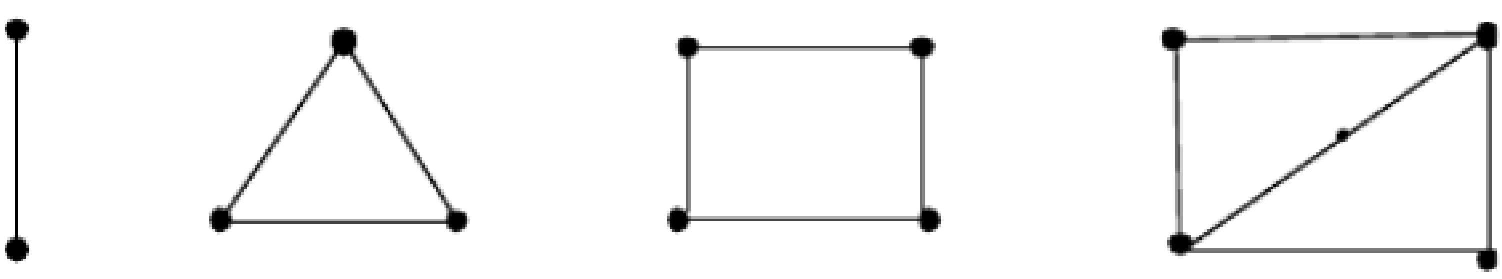
A B C D

4. 下列图中，是可平面图的图的是（ ）



A B C D

5. 下列图中，不是偶图的是（ ）



A B C D

三、 (8 分) 画出具有 7 个顶点的所有非同构的树

四, 用图论的方法证明：任何一个人群中至少有两个人认识的朋友数相同 (10 分)

五. (10 分) 设 G为 n 阶简单无向图， n>2 且 n 为奇数， G与 G的补图 $\overline{G}$ 中度数为奇数的顶点个数是否相等？证明你的结论

六．(10 分) 设 G 是具有 n 个顶点的无向简单图，其边数 $m=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)+2$，证明 (1) 证明 G 中任何两个不相邻顶点的度数之和大于等于 n。(2) 给出一个图，使它具有 n 个顶点，$m=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)+1$ 条边，但不是哈密尔顿图。

七、(10 分) 今有赵、钱、孙、李、周五位教师，要承担语文、数学、物理、化学、英语五门课程。已知赵熟悉数学、物理、化学三门课程，钱熟悉语文、数学、物理、英语四门课程，孙、李、周都只熟悉数学和物理两门课程。问能否安排他们 5 人每人只上一门自己所熟悉的课程，使得每门课程都有人教，说明理由

八、(10 分) 设 G是具有 n 个顶点， m条边， p($P \geq 2$) 个连通分支的平面图， G的每个面至少由 k（$k \geq 3$）条边所围成，则

$$m \leq \frac{k(n-p-1)}{k-2}$$

九. (10 分) 求下图 G的色多项式 $P_k(G)$.

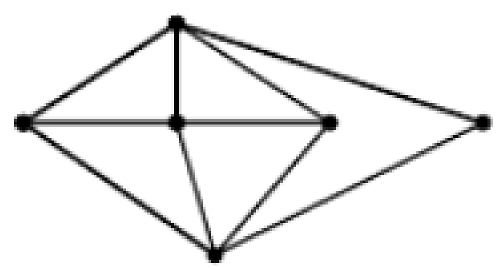


图 G

十、(10 分) (1) 、在一个只有 2 个奇度点的边赋权图中，如何构造一个最优欧拉环游？说明理由；

(2) 、在一个边赋权的哈密尔顿图中，如何估计其最优哈密尔顿圈的权值之和的下界？

……………………效…………无…………题………………答…………内…………以……

院学

名姓

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： ____至_____，共__2_小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时_50_ 学分____

教学方式 __讲授_ 考核日期 _2008__年___月____日 成绩______

考核方式： __________（学生填写）

一. 填空题 (每题 2 分，共 20 分)

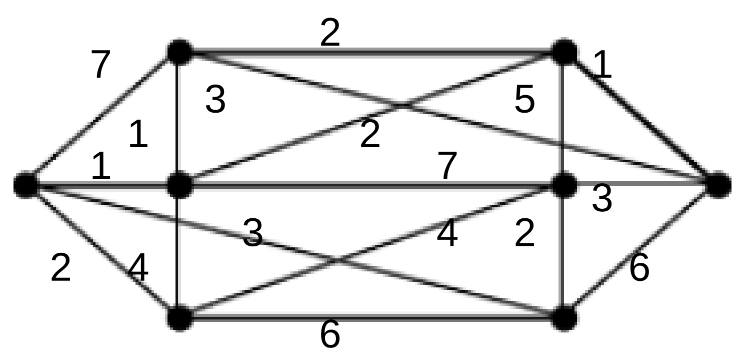
1. 若 n 阶单图 G的最大度是 Δ，则其补图的最小度 $\delta(\bar{G})$ =______；

2. 若图 $G_1=(n_1, m_1)$，$G_2=(n_2, m_2)$，则它们的联图 $G=G_1 \vee G_2$ 的顶点数=_____;边数 =______；

3. G是一个完全 l 部图， n_i 是第 i 部的的顶点数 i=1，2,3, ⋯, l 。

则它的边数为 ____ ;

4 . 下边赋权图中，最小生成树的权值之和为 _______;



5. 若 $G = K_n$,则 G 的谱 spec(G) =_______;

6. 5 个顶点的不同构的树的棵数为 _______;

7. 5 阶度极大非哈密尔顿图族是 _______;

8. G 为具有二分类 (X,Y) 的偶图，则 G 包含饱和 X 的每个顶点的匹配的充分必要条件是 ______

9. 3阶以上的极大平面图每个面的次数为 _______;3 阶以上的极大外平面图的每个内部面的次数为 _______;

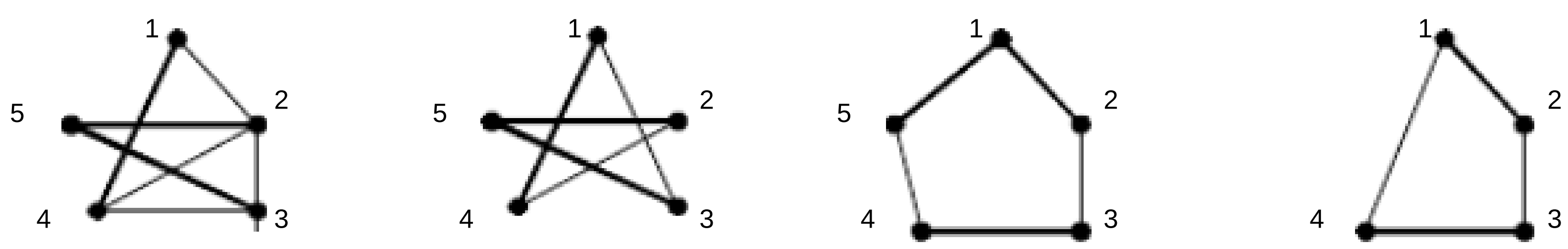
10. n 方体的点色数为 _______; 边色数为 _______。

二. 单项选择 (每题 3 分，共 12 分)

1. 下面给出的序列中，不是某图的度序列的是 ( )

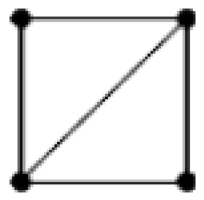
(A) (33323); (B) (12222); (C) (5533); (D) (1333).

2. 设 V(G)= {1,2,3,4,5 } ，E(G) = {(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)} 则图 G = (V , E) 的补图是（ ）

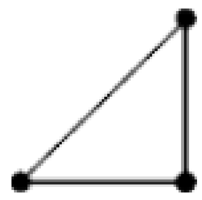


(A) (B) (C) (D)

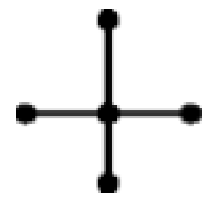
3. 下列图中，既是欧拉图又是哈密尔顿图的是 ( )



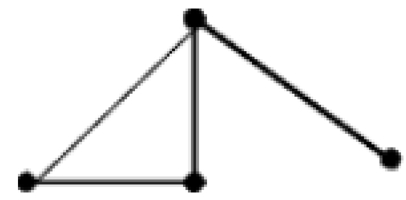
(A)



(B)



(C)



(D)

4. 下列说法中不正确的是 ( )

(A) 每个连通图至少包含一棵生成树；

(B)k 正则偶图 (k>0) 一定存在完美匹配；

(C) 平面图 $G \cong (G^*)^*$, 其中 G^* 表示 G的对偶图；

(D) 完全图 K_{2n} 可一因子分解。

三、(10 分) 设图 G的阶为 14，边数为 27，G中每个顶点的度只可能为 3，4 或 5，且 G有 6 个度为 4 的顶点。问 G中有多少度为 3 的顶点？多少度为 5 的顶点？

四，(10) 证明：每棵非平凡树至少有两片树叶 (10 分)

五. (10 分) 今有 a,b,c,d,e,f,g 七个人围圆桌开会，已知：a 会讲英语，b 会讲英语和汉语，c 会讲英语、意大利语和俄语，d 会讲日语和汉语，e 会讲德语和意大利语，f 会讲法语、日语和俄语，g 会讲法语与德语。给出一种排座方法，使每个人能够和他身边的人交流（用图论方法求解）。

六. (10 分) 设 l 是赋权完全偶图 $G=(V,E)$ 的可行顶点标号，若标号对应的相等子图 G_l 含完美匹配 M^*，则 M^* 是 G 的最优匹配。

七.(10 分) 求证：在 n 阶简单平面图 G 中有 $\phi \leq 2n-4$，这里 ϕ 是 G 的面数。

八、(10 分) 来自亚特兰大，波士顿，芝加哥，丹佛，路易维尔，迈阿密，以及纳什维尔的 7 支垒球队受邀请参加比赛，其中每支队都被安排与一些其它队比赛 (安排如下所示)。每支队同一天最多进行一场比赛。建立一个具有最少天数的比赛时间表。

亚特兰大：波士顿，芝加哥，迈阿密，纳什维尔

波士顿：亚特兰大，芝加哥，纳什维尔

芝加哥：亚特兰大，波士顿，丹佛，路易维尔

丹佛：芝加哥，路易维尔，迈阿密，纳什维尔

路易维尔：芝加哥，丹佛，迈阿密

迈阿密：亚特兰大，丹佛，路易维尔，纳什维尔

纳什维尔：亚特兰大，波士顿，丹佛，迈阿密

(要求用图论方法求解)

九. (8 分) 求下图 G的色多项式 $P_k(G)$.

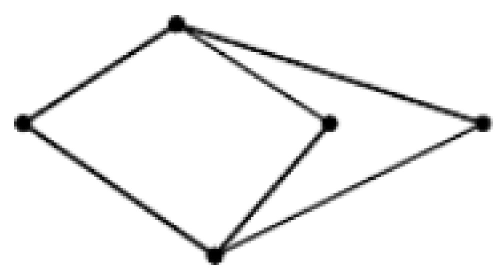


图 G

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： ____至_____，共__2_小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式 __讲授_ 考核日期 _2009__年___月____日 成绩______

考核方式： __________（学生填写）

一. 填空题 (每题 2 分，共 20 分)

1. 若自补图 G的顶点数是 10，则 G的边数 $m(G)=$______；

2. 若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的积图 $G=G_1\times G_2$ 的顶点数 =______;边数 =______；

3. 具有 m条边的简单图的子图个数为 ____；

4 . 设 G=K_n, 则其最大特征值为 _______;

5. 设 G 是 n 阶的完全 l 等部图，则其边数 m(G)=_______;

6. 下图 G_1 中最小生成树的权值为 _______;

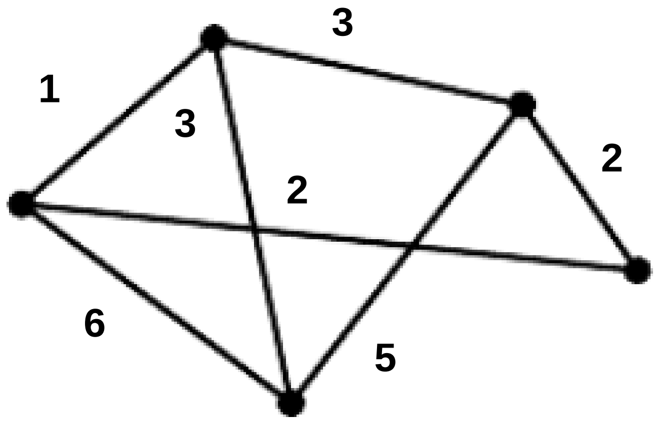


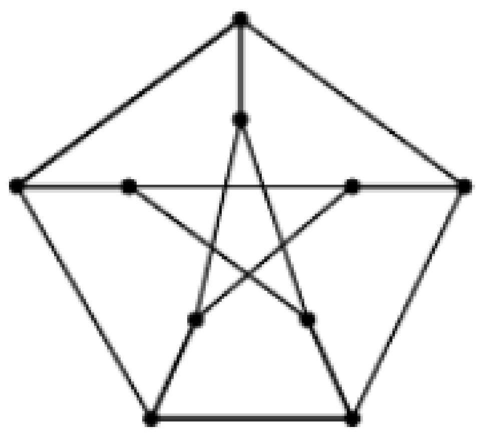
图 G_1

7. 6 阶度极大非哈密尔顿图族是 _______;

8. K_9 的 2 因子分解的数目是 ______ ;

9. n （n≥3）阶极大外平面图内部面个数为 _______;3 阶以上的极大平面图的边数 m和顶点数 n 的关系为 _______;

10. 下图 G_2 的点色数为 _______;边色数为 _______。



G_2

二．单项选择 (每题 3 分，共 12 分)

1. 下面给出的序列中，不是某图的图序列的是 ( )

(A) (11123); (B) (22222); (C) (3333); (D) (1333).

2. 下列有向图中是强连通图的是 ( )

(A) (B) (C) (D)

3. 关于 n 方体 $Q_n(n \geq 3)$，下面说法不正确的是 ( )

(A) Q_n是正则图； (B) Q_n是偶图；(C) Q_n存在完美匹配； (D) Q_n是欧拉图。

4. 关于平面图 G 和其几何对偶图 G^*的关系，下列说法中不正确的是 ( )

(A) 平面图 G的面数等于其对偶图的顶点数；

(B) 平面图 G的边数等于其对偶图的边数；

(C) 平面图 $G \cong (G^*)^*$，其中 G^* 表示 G的对偶图 ；

(D) 平面图的对偶图是连通平面图 。

三、 (10 分) 设根树 T 有 17 条边，12 片树叶，4 个 4 度内点，1 个 3 度内点，求 T 的树根的度数。

四，(10 分) 证明：若图 G的每个顶点的度数为偶数，则 G没有割边。

五. (10 分) 设 G是一个边赋权完全图。如何求出 G的最优哈密尔顿圈的权值的一个下界？为什么？

六. (10 分) 求证：偶图 G 存在完美匹配的充要条件是对任意的 $S\subseteq V(G)$，有 $|S|\le|N(S)|$

七.(10 分) 求证：若 G是连通平面图，且所有顶点度数不小于 3，则 G至少有一个面 f，使得 $\deg(f)\le 5$。

八、(10 分) 一家公司计划建造一个动物园，他们打算饲养下面这些动物：狒狒 (b) 、狐狸 (f) 、山羊 (g) 、土狼 (h) 、非洲大羚羊 (k) 、狮子(l) 、豪猪 (p) 、兔子 (r) 、鼩鼱 (s) 、羚羊 (w) 和斑马 (z) 。根据经验，动物的饮食习惯为： 狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊 (幼年) 、兔子和 鼩鼱；狐狸喜欢吃 山羊、豪猪、兔子和 鼩鼱；土狼喜欢吃 山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃 鼩鼱和 兔子；而其余的则喜欢吃虫子、 蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物， 希望它们能自由活动但不能相互捕食。 求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。 (要求用图论方法求解)

九. (8 分) 求下图 G的色多项式 $P_k(G)$.

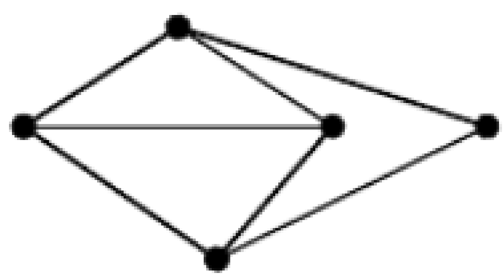


图 G

密封线以内答题无效

学院 姓名 学号

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： ____至_____，共__2_小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时 60 学分____

教学方式 __讲授_ 考核日期 _2010__年___月____日 成绩______

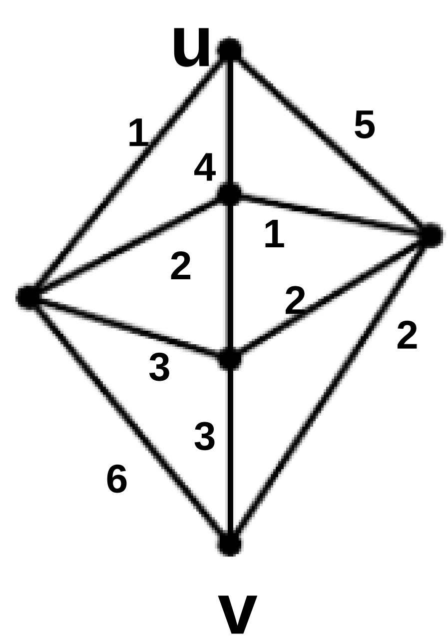
考核方式： __________（学生填写）

一. 填空题 (每题 2 分，共 20 分)

1. 若自补图 G的顶点数是 n，则 G的边数 $m(G)=$______；

2. 若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的联图 $G=G_1\vee G_2$ 的顶点数=______;边数=______；

3. 下图 G_1 中 u 与 v 间的最短路的长度为 ____；



G_1

4．设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 是图 G的推广的邻接矩阵，则 $A^k=(a_{ij}^{(k)})_{n\times n}$(k 是正整数)

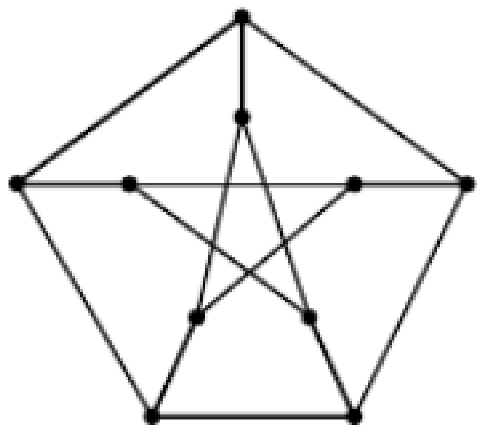
的 $a_{ij}^{(k)}$ 表示的意义为 ____________________________________；

5. 设 $G=K_n$，则 G 的谱 $SpecA(G)=$________；

6. 设 8 阶图 G 中没有三角形，则 G 能够含有的最多边数为

________;　7. 三角形图的生成树的棵数为 ________;

8. G_2 的点连通度与边连通度分别为 ______ ;



G_2

9.n=5 的度极大非 H图族为 ________;

10. n 方体($n \geq 1$) 的点色数为 ________;边色数为 ________。

二. 单项选择 (每题 3 分，共 12 分)

1. 下面命题正确的是 ( )

(A) 任意一个非负整数序列均是某图的度序列；

(B) 设非负整数序列 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$，则 π 是图序列当且仅当 $\sum_{i=1}^{n} d_i$ 为偶数;

(C) 若非负整数序列 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 是图序列，则 π 对应的不同构的图一定唯一；

(D) n 阶图 G和它的补图 $\bar{G}$ 有相同的频序列 .

2. 下列有向图中是强连通图的是 ( )

(A)　(B)　(C)　(D)

3. 关于欧拉图与哈密尔顿图的关系，下面说法正确的是 ( )

(A) 欧拉图一定是哈密尔顿图；

(B) 哈密尔顿图一定是欧拉图；

(C) 存在既不是欧拉图又不是哈密尔顿图的图；

(D) 欧拉图与哈密尔顿图都可以进行圈分解。

4. 下列说法中正确的是 ( )

(A) 任意一个图均存在完美匹配；

(B) k($k \geq 1$) 正则偶图一定存在完美匹配；

(C) 匈牙利算法不能求出偶图的最大匹配，只能用它求偶图的完美匹配；

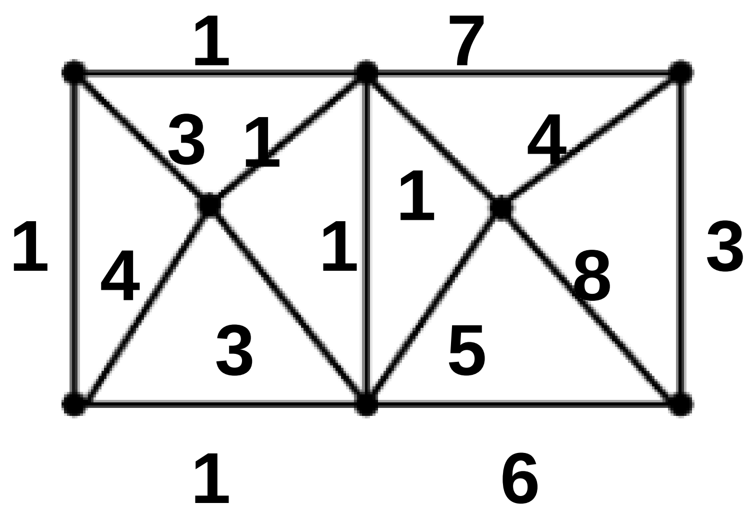
(D) 图 G的一个完美匹配实际上就是它的一个 1 因子。

三、 (10 分) 若阶为 25 且边数为 62 的图 G的每个顶点的度只可能为 3，4，5 或 6，且有两个度为 4 的顶点，11 个度为 6 的顶点，求 G中 5 度顶点的个数。

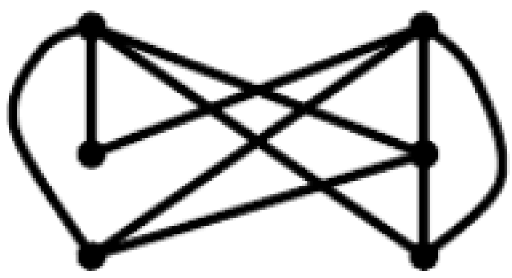
四，(8 分) 求下图的最小生成树 （不要求中间过程，只要求画出

最

小生成树，并给出 T 的权和）。



五. (8 分) 求下图的 k 色多项式。



G

六. (8 分) 设 G是一个边赋权完全图。如何求出 G的最优哈密尔顿圈的权值的一个下界？为什么？

七. (8 分) 求证：设 G_l 是赋权完全偶图 $G=K_{n,n}$ 的可行顶点标号 l 对应的相等子图，若 M 是 G_l 的完美匹配，则它必为 G 的最优匹配。

八.(8 分) 求证：若 n 为偶数，且 $\delta(G)\geq\frac{n}{2}+1$，则 G 中存在 3 因子。

九、(10 分) 一家公司计划建造一个动物园，他们打算饲养下面这些动物：狒狒 (b)、狐狸 (f)、山羊 (g)、土狼 (h)、非洲大羚羊 (k)、狮子 (l)、豪猪 (p)、兔子 (r)、鼩鼱 (s)、羚羊 (w) 和斑马 (z)。根据经验，动物的饮食习惯为：狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊 (幼年)、兔子和 鼩

鼱；狐狸喜欢吃 山羊、豪猪、兔子和 鼩鼱；土狼喜欢吃 山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃 鼩鼱和 兔子；而其余的则喜欢吃虫子、 蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物， 希望它们能自由活动但不能相互捕食。 求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。 (要求用图论方法求解)

十．(8 分) 求证，每个 5 连通简单可平面图至少有 12 个顶点 。

…………………………效…………无…………题………………答…………内…………以…………线…………封…………密………………

院学

名姓

号学

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： ____至_____，共__2_小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式 __讲授_ 考核日期 _2011__年___月____日 成绩______

考核方式： __________（学生填写）

一. 填空题 (每空 1 分，共 22 分)

1. 若 n 阶单图 G的最小度是 δ，则其补图的最大度 $\Delta(\bar{G})=$_____。

2. 若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的积图 $G=G_1\times G_2$ 的顶点数 =_____；边数 =_____。

3. 设 A 是图 G 的推广邻接矩阵，则 A^n 的 i 行 j 列元 $a_{ij}^{(n)}$ 等于由 G 中顶点 v_i 到顶点 v_j 的长度为 ______的途径数目。

4 . 完全图 K_n 的邻接矩阵的最大特征值为 _______。

5. 不同构的 3 阶单图共有 _______个。

6. 设 n 阶图 G 是具有 k 个分支的森林，则其边数 $m(G)=$_______。

7. n 阶树 $(n\geq 3)$的点连通度为 _______；边连通度为 ________；点色数为 _______； 若其最大度为 Δ，则边色数为 ________。

8. 图 G 是 k 连通的，则 G 中任意点对间至少有 ______条内点不交路。

9. 5 阶度极大非哈密尔顿图族为 ______和_______。

10. 完全图 K_{2n} 能够分解为 _______个边不相交的一因子之并。

11. 设连通平面图 G 具有 5 个顶点，9 条边，则其面数为 _______；

$n(n\geq 3)$阶极大平面图的面数等于 ________；$n(n\geq 3)$阶极大外平面图的顶点都在外部面边界上时，其内部面共有 ________个。

12. 完全偶图 $K_{m,n}$ 的点独立数等于________，点覆盖数等于________。

13. 完全 m 元根树有 t 片树叶，i 个分支点，则其总度数为 ________。

14. 对具有 m 条边的单图定向，能得到 ______个不同的定向图。

二．单项选择（每题 3 分，共 15 分)

1. 下面给出的序列中，不是某图的度序列的是 ( )

(A) (1,3,5,4,7); (B) (2,2,2,2,2); (C) (3,2,3,3); (D) (1,5,7,1).

2. 下列无向图 $G=(n,m)$ 一定是树的是（ ）

(A) 连通图；(B) 无回路但添加一条边后有回路的图；

(C) 每对结点间都有路的图；

(D) 连通且 $m=n-1$。

3. 以下必为欧拉图的是 ( )

(A) 顶点度数全为偶数的连通图；

(B) 奇数顶点只有 2 个的图；

(C) 存在欧拉迹的图；

(D) 没有回路的连通图。

4. 设 G 是 $n(n\geq 3)$ 阶单图，则其最小度 $\delta\geq\frac{n}{2}$ 是 G 为哈密尔顿图的 ( )

(A) 必要条件；(B) 充分条件；(C) 充分必要条件。

5. 下列说法正确的是（ ）

(A) 非平凡树和 $n(n \geq 2)$ 方体都是偶图；

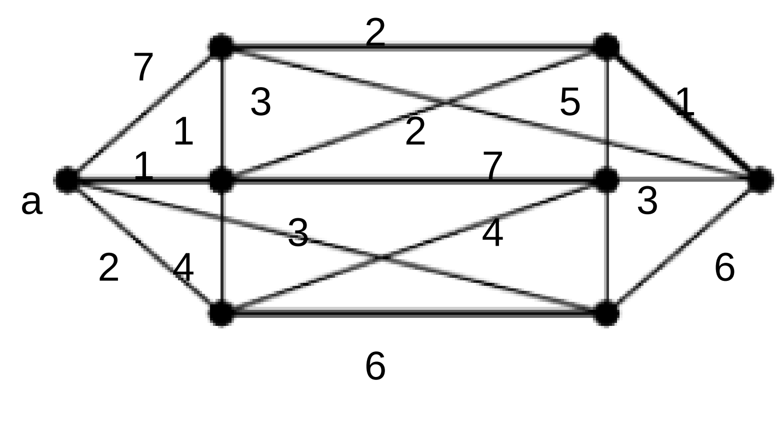
(B) 任何一个 3 正则图都可 1- 因子分解；

(C) 可 1- 因子分解的 3 正则图中一定存在哈密尔顿圈；

(D) 平面图 G 的对偶图的对偶图与 G 是同构的。

三、(10 分) 设无向图 G 有 12 条边，且度数为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数小于 3，求 G的最少结点个数。

四，(12 分) 在下面边赋权图中求：(1) 每个顶点到点 a的距离 (只需要把距离结果标在相应顶点处，不需要写出过程); (2) 在该图中求出一棵最小生成树，并给出最小生成树权值 (不需要中间过程，用波浪线在图中标出即可).



五．(10 分) 今有赵、钱、孙、李、周五位教师，要承担语文、数学、物理、化学、英语五门课程。已知赵熟悉数学、物理、化学三门课程，钱熟悉语文、数学、物理、英语四门课程，孙、李、周都只熟悉数学、物理两门课程。问能否安排他们都只上他们熟悉的一门课程，使得每门课程都有人教（用图论方法求解）。

六．(6 分) 设 l 是赋权完全偶图 $G=(V,E)$ 的可行顶点标号，若标号对应的相等子图 G_l 含完美匹配 M^*，则 M^* 是 G 的最优匹配。

七.(6 分) 求证：在 n 阶简单平面图 G 中有 $\delta(G)\le 5$，这里 $\delta(G)$ 是 G 的最小度。

八、(10 分) 课程安排问题：某大学数学系要为这个夏季安排课程表。所要开设的课程为：图论 (GT)，统计学 (S)，线性代数 (LA)，高等微积分 (AC)，几何学 (G)，和近世代数 (MA)。现有 10 名学生 (学生用 A 表示，如下所示）需要选修这些课程。根据这些信息，确定开设这些课程所需要的最少时间段数，使得学生选课不会发生冲突。(要求用图论方法求解)

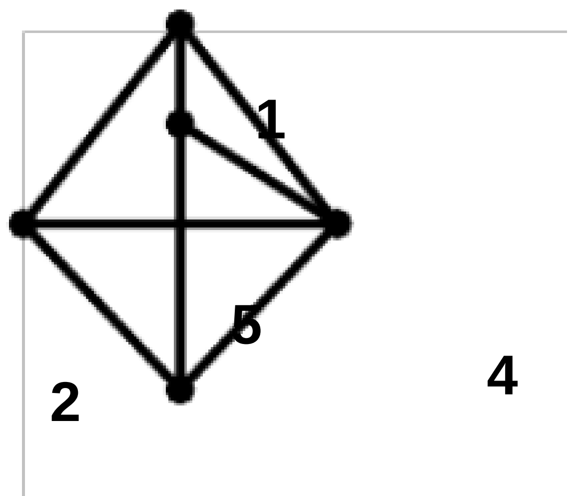
A_1：LA, S；A_2：MA, LA, G；A_3：MA, G, LA；

A_4: G, LA, AC；A_5：AC, LA, S；A_6：G, AC;

A_7: GT, MA, LA；A_8：LA,GT, S；A_9：AC, S, LA;

A_{10}: GT, S 。

九．(9 分) 求下图 G的色多项式 $P_k(G)$.



G

学院　姓名　学号

密封线以内答题无效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： ____至_____，共__2_小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式 __讲授__ 考核日期 _2012__年___月____日 成绩______

考核方式： __________（学生填写）

一、填空题 （填表题每空 1 分，其余 每题 **2** 分，共 **30** 分)

1. n 阶 k 正则图 G 的边数 $m(G)=$ ___ $\frac{nk}{2}$ ___ ；

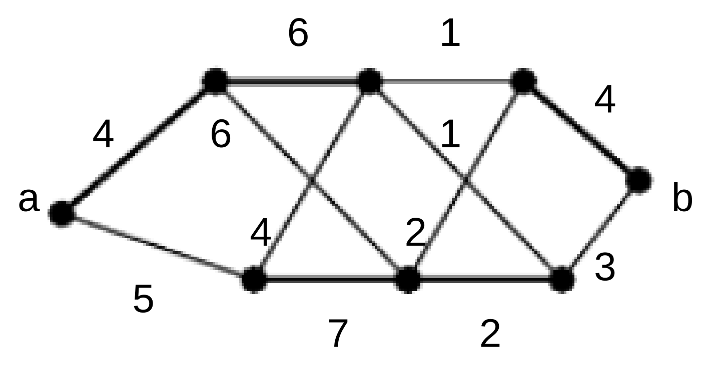
2. 3 个顶点的不同构的简单图共有 ___ 4___ 个；

3. 边数为 m 的简单图 G 的不同生成子图的个数有 __2^m ___ 个；

4. 图 $G_1=(n_1,m_1)$ 与 图 $G_2=(n_2,m_2)$ 的 积 图 $G_1\times G_2$ 的 边 数 为

_ $n_1 m_2 + n_2 m_1$ ；_

5. 在下图 G_1 中，点 a 到点 b 的最短路长度为 __13__ ；



G_1

6. 设简单图 G 的邻接矩阵为 A，且 $A^2=\begin{pmatrix}3&1&1&2&0\\1&2&1&1&1\\1&1&3&0&2\\2&1&0&2&0\\0&1&2&0&2\end{pmatrix}$，则图 G 的边数为

__6__ ；

7. 设 G 是 n 阶简单图，且不含完全子图 K_3，则其边数一定不会超过

__$\left\lfloor \frac{n^2}{4} \right\rfloor$__；

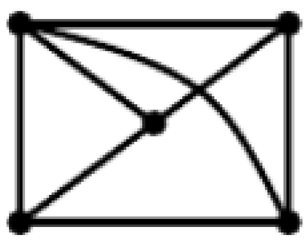
8. K_3的生成树的棵数为 __3__ **；**

9. 任意图 G 的点连通度 $k(G)$、边连通度 $\lambda(G)$、最小度 $\delta(G)$ 之间的关系为

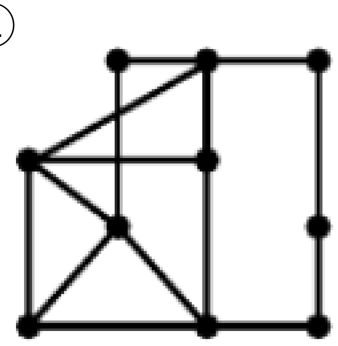
__$k(G) \le \lambda(G) \le \delta(G)$__;_

10. 对下列图，试填下表（是 ××类图的打〝√〞，否则打〝 ×〞）。

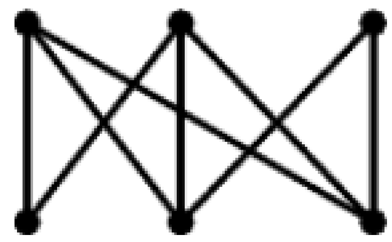
①



②



③



	能一笔画的图	Hamilton 图	偶图	可平面图
①	×	√	×	√
②	×	×	×	√
③	×	√	√	√

二、单项选择 (每题 2 分，共 10 分)

1. 下面命题正确的是 (B)

对于序列 (7,5,4,3,3,2) ，下列说法正确的是：

(A) 是简单图的度序列；
(B) 是非简单图的度序列 ；
(C) 不是任意图的度序列 ；
(D) 是图的唯一度序列 .

2. 对于有向图，下列说法 不正确 的是 (D)
(A) 有向图 D 中任意一顶点 v 只能处于 D 的某一个强连通分支中；
(B) 有向图 D 中顶点 v 可能处于 D 的不同的单向分支中 ；
(C) 强连通图中的所有顶点必然处于强连通图的某一有向回路中 ；
(D) 有向连通图中顶点间的单向连通关系是等价关系。

3.下列无向图可能不是偶图的是 (D)

(A) 非平凡的树；
(B) 无奇圈的非平凡图；

(C) n (n ≥1) 方体；

(D) 平面图。

4.下列说法中正确的是 (C)

(A) 连通 3 正则图必存在完美匹配；
(B) 有割边的连通 3 正则图一定不存在完美匹配；
(C) 存在哈密尔顿圈的 3 正则图必能 1 因子分解 ；
(D) 所有完全图都能作 2 因子分解 。

5. 关于平面图，下列说法错误的是 (B)

(A) 简单连通平面图中至少有一个度数不超过 5 的顶点；
(B) 极大外平面图的内部面是三角形，外部面也是三角形；
(C) 存在一种方法，总可以把平面图的任意一个内部面转化为外部面 ；
(D) 平面图的对偶图也是平面图 。

三、 (10 分) 设 G 与其补图 $\bar{G}$ 的边数分别为 m_1, m_2，求 G 的阶数。

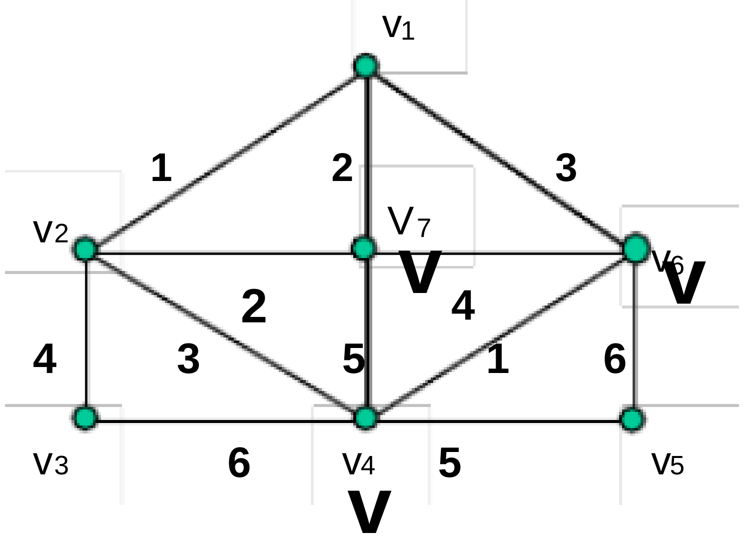
解：设 G 的阶数为 n。

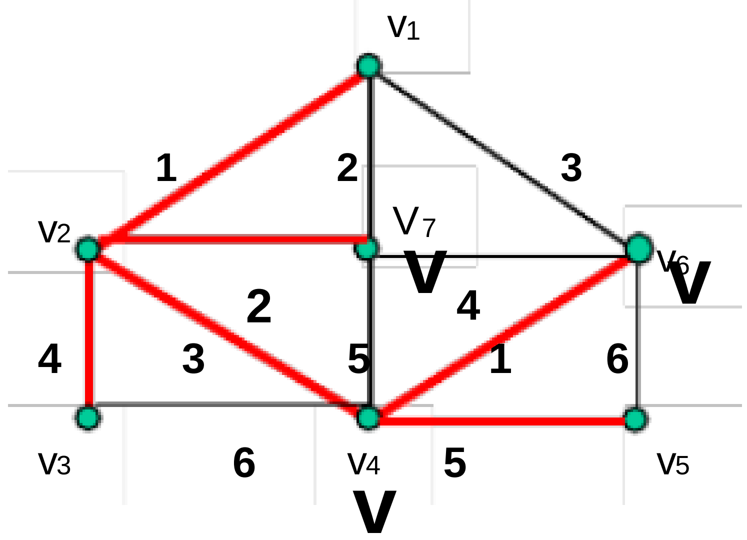
因 $m_1 + m_2 = \dfrac{n(n-1)}{2}$ …………………………………… 4 分

所以：$n^2 - n - 2m_1 - 2m_2 = 0$ …………………… **..2** 分

得：$n = \dfrac{1+\sqrt{1+8(m_1+m_2)}}{2}$ ……………………… **..4** 分

四、(10 分) 求下图的最小生成树（不要求中间过程，只要求画出最小生成树，并给出 T 的权和）。

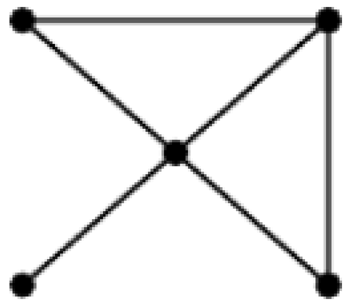




w(T)=16

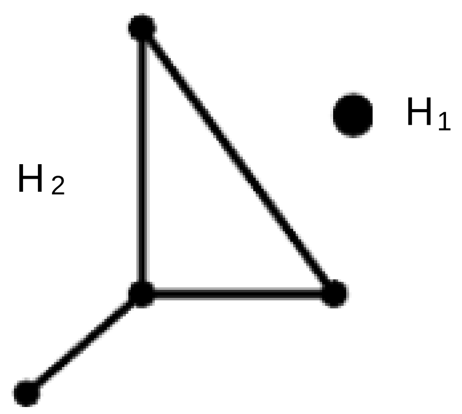
五、(10 分) (1). 求下图 G 的 k 色多项式； (2). 求出 G 的点色数 χ ；

(3). 给出一种使用 χ 种颜色的着色方法。



G

解：(1)、图 G 的补图为：(2 分)



$h(H_1,x)=x$ ……………………………………………………… ..1 分

对于 H_2 ： $r_1=0, r_2=2, r_3=4, r_4=1$，所以，其伴随多项式为：

$h(H_2,x)=2x^2+4x^3+x^4$ ……………………………………… ..1 分

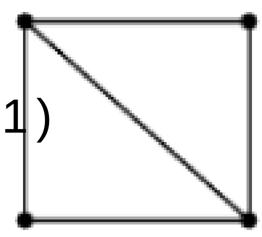
所以： $h(\bar{G},x)=2x^3+4x^4+x^5$ ………………………………… 1 分

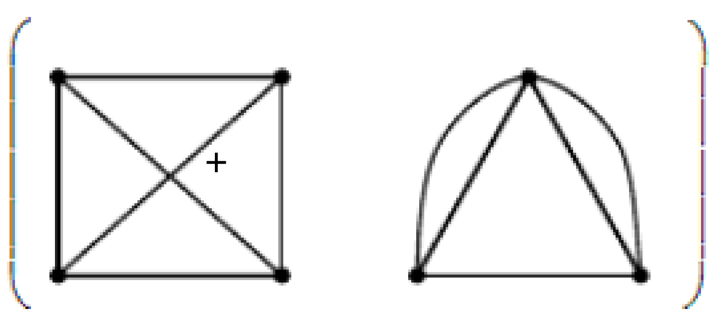
于是色多项式 $P_G(x)=2[k]_3+4[k]_4+[k]_5$

$=2k(k-1)(k-2)+4k(k-1)(k-2)(k-3)+k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)$

$=k(k-1)(k-2)[2+4(k-3)+(k-3)(k-4)]=k(k-1)^2(k-2)^2$

2 分

解法 2 $P_k(G)=(k-1)$  2 分



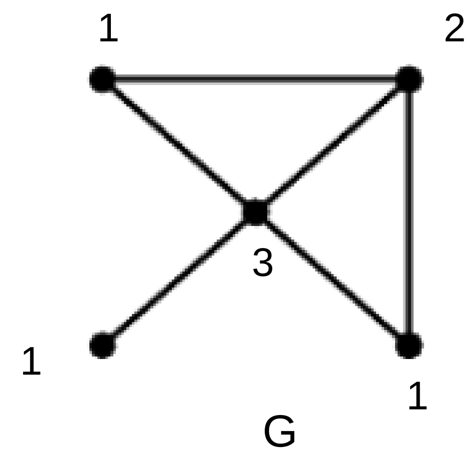
$= (k-1)$ 3 分

$= (k-1)[\ k(k-1)\ (k-2)^2]$

$= k(k-1)^2\ (k-2)^2$ 2 分

(2)、由于 $P_1(G) = P_2(G) = 0, P_3(G) = 12$，所以，点色数 $\chi = 3$；…… ..**2** 分

(3)、 χ 点着色：(**1** 分)

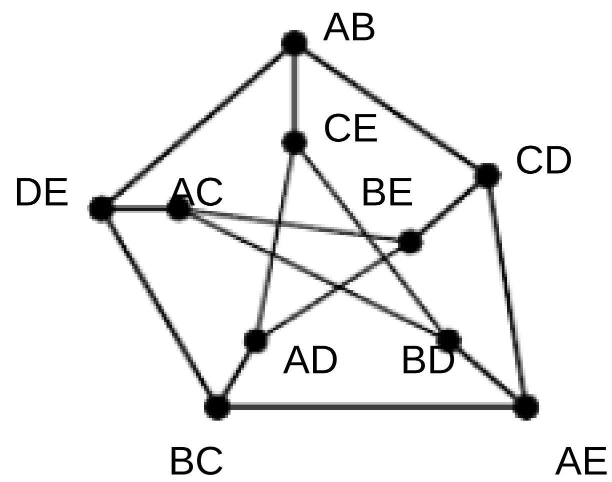


G

六、(10 分) 5 个人 A, B, C, D, E 被邀请参加桥牌比赛。桥牌比赛规则是每一 场比赛由两个 2 人组进行对决。要求每个 2 人组 $\{X, Y\}$ 都要与其它 2 人组 $\{W, Z\}$（W,Z $\notin$ { X,Y}）进行对决。若每个人都要与其他任意一个人组成一个 2 人组，且每个组在同一天不能有多余一次的比赛， 则最少安排多少 天比赛（每一天可以有多场比赛）？请给出相应的一个时间安排表。 (用图论方法求解)

解：(1)、建模：5 个人能够组成 10 个 2 人组：AB, AC, AD, AE, BD, BC, BE, CD， CE, DE。

以每个 2 人组作为顶点，因要求每个 2 人组 $\{X, Y\}$ 都与其它 2 人组 $\{W, Z\}$ 比赛，所以，得到比赛状态图如下：



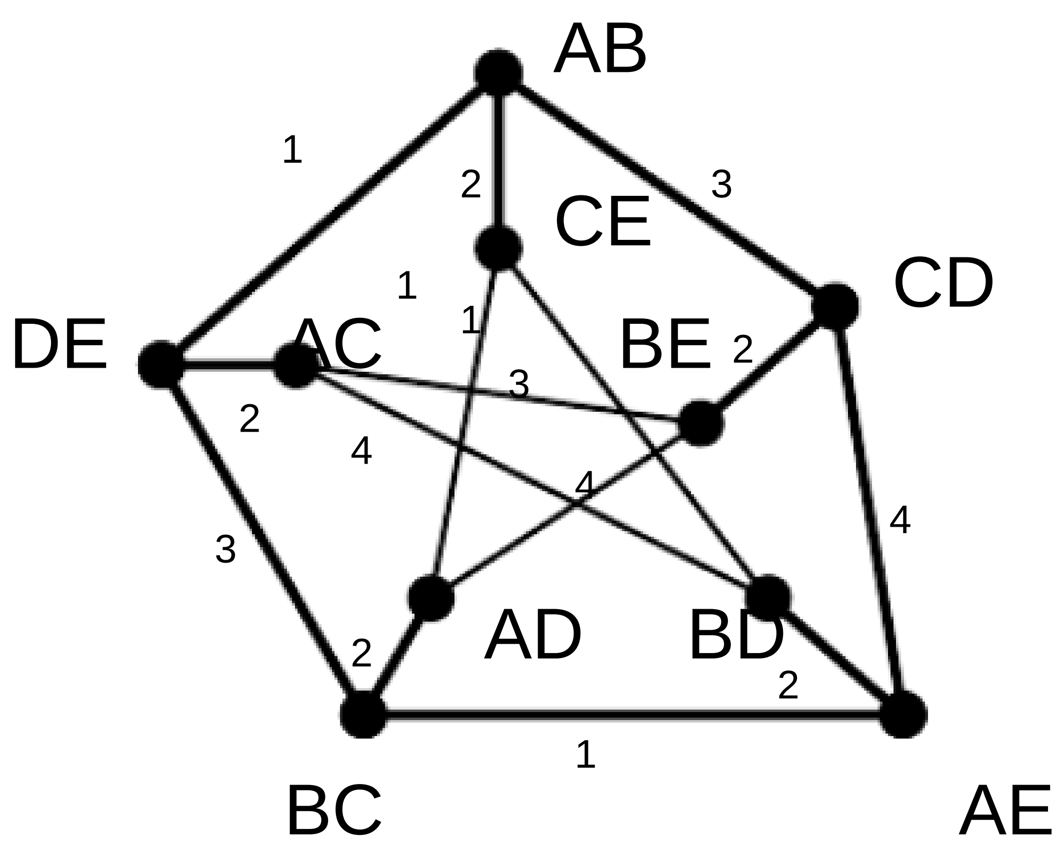
4 分

(2)、最少安排多少天比赛转化为求状态图的边色数 χ'。

因为彼得森图不可 1 因子分解，于是可推出 $\chi' \geq 4$，又可用 4 种色对其正常边着

色(见下图)，所以：$\chi' \le 4$。

所以：$\chi' = 4$。 **2** 分

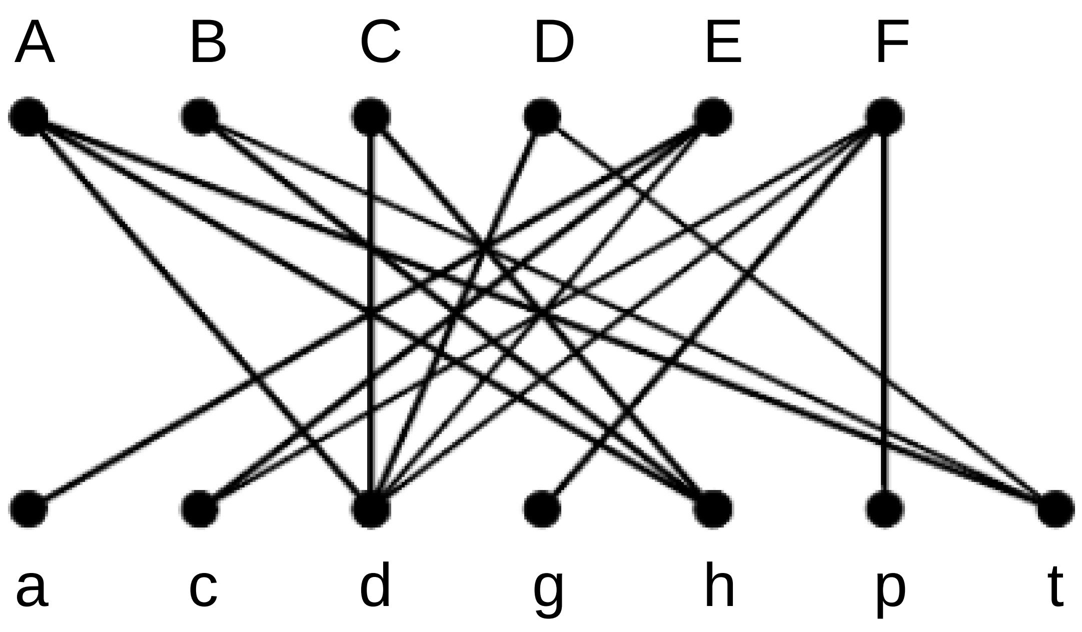


(3)、安排时间表：
第一天：AB---DE, AE---BC, AC---BE, AD---CE;
第二天：AB---CE, AC---DE, AE---BD, AD---BC, BE---CD；
第三天：AB---CD, BC---DE, BD---CE;
第四天：AC---BD, AD---BE, AE---CD。

4 分

七、(10 分) 由于在考试中获得好成绩，6 名学生 A, B, C, D, E, F 将获得下列书籍的奖励，分别是：代数学 (a)，微积分 (c)，微分方程 (d)，几何学 (g)，数学史 (h)，规划学 (p)，拓扑学 (t)。每门科目只有 1 本书，而每名学生对书的喜好是：
A：d, h, t ；B： h, t ；C：d, h ；D：d, t ；E：a, c, d ； F:：c, d, p, g 。
每名学生是否都可以得到他喜欢的书？为什么？ (用图论方法求解)

解：由题意，得模型图：(**4** 分)



问题转化为是否存在饱和 A,B,C,D,E,F 的匹配存在。 2 分

取顶点子集合 $S=\{A,B,C,D\}$，因 $N(S)=\{d,h,t\}$，所以 $|N(S)|<|S|$

由霍尔定理知：不存在饱和 A,B,C,D,E,F 的匹配。
故每名学生不能都得到他喜欢的书。 4 分

八、(10 分) 若 n 为偶数，且单图 G 满足：$\delta(G)\geq\frac{n}{2}+1$，求证：G 中有 3 因子。

证明：因单图 G 满足：$\delta(G)\geq\frac{n}{2}+1$，所以 G 中存在哈密尔顿圈 C_n。 **2** 分

又因 n 为偶数，所以，C_n 可分解为两个 1 因子 H_1,H_2，它们显然也是图 G 的两个 1 因子。 **3** 分

考虑 $G_1=G-H_1$，则 $\delta(G_1)\geq\frac{n}{2}$，于是，$G_1$ 中存在哈密尔顿圈 C_n'。 2 分

作 $H=H_1\cup C_n'$，则 H 为 G 的一个 3 因子。 **3** 分

…………………………效……………无……………题………………答……………内……………以……………线……………封……………密………………

学院

姓名

学号

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： ____至_____，共__2_小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时 60 学分____

教学方式 __讲授__ 考核日期 _2013__年_6__月__20__日 成绩______

考核方式： _________ （学生填写）

一. 填空题 (每空 2 分，共 20 分)

1. n 阶 k 正则图 G的边数 m =_____。

2. 4 个顶点的不同构单图的个数为 ________。

3. 完全偶图 $K_{r,s}$ (r , s ≥ 2 且为偶数)，则在其欧拉环游中共含 ____ 条边。

4 . 高为 h 的完全 2 元树至少有 _______片树叶。

5. G 由 3 个连通分支 K_1, K_2, K_4 组成的平面图，则其共有 ________ 个面。

6. 设图 G 与 K_5 同胚，则至少从 G 中删掉 _______条边，才可能使其成为可平面图。

7. 设 G 为偶图，其最小点覆盖数为 α，则其最大匹配包含的边数为________。

8. 完全图 K_6 能分解为 _______ 个边不重合的一因子之并。

9. 奇圈的边色数为 _____ 。

10. 彼得森图的点色数为 ______ 。

二. 单项选择 (每题 3 分，共 15 分)

1. 下面说法错误的是 ( )

(A) 图 G 中的一个点独立集，在其补图中的点导出子图必为一个完全子图；

(B) 若图 G 连通，则其补图必连通；

(C) 存在 5 阶的自补图；

(D) 4 阶图的补图全是可平面图 .

2. 下列说法错误的是（　　）

(A) 非平凡树是偶图；

(B) 超立方体图 (n 方体 , $n\ge 1$) 是偶图；

(C) 存在完美匹配的圈是偶图；

(D) 偶图至少包含一条边。

3. 下面说法正确的是 ( )

(A) 2 连通图的连通度一定为 2；

(B) 没有割点的图一定没有割边；

(C) $n(n\ge 3)$ 阶图 G 是块，则 G 中无环，且任意两点均位于同一圈上；

(D) 有环的图一定不是块。

4. 下列说法错误的是 ( )

(A) 设 $n(n\ge 3)$ 阶单图的最小度满足 $\delta \ge \frac{n}{2}$，则其闭包一定为完全图；

(B) 设 $n(n\ge 3)$ 阶单图的任意两个不邻接顶点 u 与 v 满足 $d(u)+d(v)\ge n$，则其闭包一定为完全图；

(C) 有割点的图一定是非哈密尔顿图；

(D) 一个简单图 G 是哈密尔顿图的充要条件是它的闭包是哈密尔顿

图。

5. 下列说法错误的是（　）

(A)　极大平面图的每个面均是三角形；

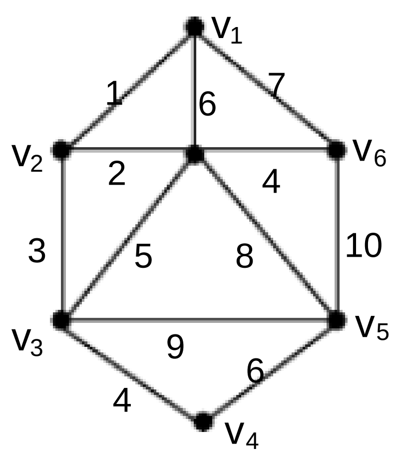
(B)　极大外平面图的每个面均是三角形；

(C)　可以把平面图的任意一个内部面转化为外部面；

(D)　连通平面图 G 的对偶图的对偶图与 G 是同构的。

三、(10 分）设 $d_1, d_2, \cdots d_n$ 是 n 个不同的正整数，求证：序列 $\pi=(d_1, d_2, \cdots, d_n)$ 不能是简单图的度序列。

四，(15 分）在下面边赋权图中求：(1) 每个顶点到点 v_1 的距离（只需要把距离结果标在相应顶点处，不需要写出过程）；(2) 在该图中求出一棵最小生成树，并给出最小生成树权值（不需要中间过程，用波浪线在图中标出即可）；(3)，构造一条最优欧拉环游。



五. (10 分) 设 T 是完全 m 元树, i 是分支点数, t 是树叶数，求证：

$$(m-1)i = t-1$$

六.(10 分) 某大型公司 7 个不同部门有些公开职位，分别是 (a): 广告设计，(b) ：营销，(c): 计算师，(d) 规划师，(e): 实验师，(f) ：财政主管，(g): 客户接待。有 6 名应聘者前来申请这些职位，分别是：

Alvin(A):a, c, f; Beverly(B): a, b, c, d, e, g;

Connie(C): c, f; Donald(D): b,c,d,e,f,g;

Edward(E): a, c, f: Frances(F): a, f.

(1) 用偶图为此问题建模；

(2) 这 6 名应聘者是否可以得到他们申请的职位？为什么？

(注：要求每位申请者只能获得一个职位，每个职位只能被一位申请者获得)

七、(10 分) 有 6 名博士生要进行论文答辩，答辩委员会成员分别是

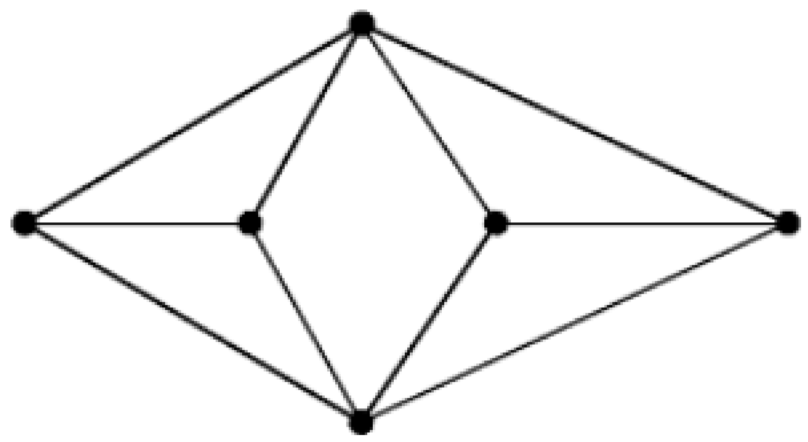
A_1 =.{ 张教授，李教授，王教授 }; A_2 =.{ 赵教授，李教授，刘教授 };

A_3 =.{ 张教授，王教授，刘教授 }; A_4 =.{ 赵教授，王教授，刘教授 };

A_5 =.{ 张教授，李教授，孙教授 }; A_6 =.{ 李教授，王教授，刘教授 }。

要使教授们参加答辩会不至于发生时间冲突， 至少安排几次答辩时间段？请给出一种最少时间段下的安排。

八. (10 分) 求下图 G的色多项式 $P_k(G)$. 并求出点色数。



学院　　姓名　　学号

……密……封……线……以……内……答……题……无……效……

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称 __图论及其应用__ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式 __讲授_ 考核日期 _2014__年_6__月__20__日 成绩______

考核方式：_________（学生填写）

一．填空题 (每空 2 分，共 20 分)

1. n 阶简单 k 正则图 G 的补图的边数为 _____。

2. 4 个顶点的不同构树的个数为 ________。

3. 具有 m 条边的简单图的不同生成子图的个数为 ____。

4 ．彼得森图的点连通度为 _______。

5. n 点圈的 2—宽直径为 _______。

6. 2n 阶完全图共有 _______个不同的完美匹配。

7. 设 G 的阶数为 n，点覆盖数为 β，则其点独立数为 ________。

8. 完全图 K_{2n+1}能分解为 _______ 个边不重合的二因子之并。

9. 拉姆齐数 R(3,3) =_____ 。

10. n 完全图的不同定向方式有 ______ 种。

二．单项选择 (每题 3 分，共 15 分)

1. 下面说法错误的是 ( )

(A) 在正常点着色下，图 G 中的一个色组，在其补图中的点导出子图必为一个完全子图；

(B) 若图 G 不连通，则其补图必连通；

(C) 存在 14 阶的自补图；

(D) 6 阶图的补图可能是可平面图 .

2. 下列说法错误的是（ ）

(A) 一个非平凡图是偶图，当且仅当它不含有奇圈；

(B) 超立方体图 (n方体 , $n\ge 1$) 是偶图；

(C) 非平凡森林是偶图；

(D) 不含三角形的图都是偶图。

3. 下面说法正确的是 ( )

(A) k 连通图的连通度一定为 k；

(B) 完全图一定没有割边；

(C) $n(n\ge 3)$ 阶图 G 是块，则 G 中无环，且任意两点均位于同一圈上；

(D) 非平凡树一定有割点。

4. 下列说法错误的是 ( )

(A) 若图 G是哈密尔顿图，则其闭包一定为完全图；

(B) 设 $n(n\ge 3)$ 阶单图的任意两个不邻接顶点 u 与 v 满足 $d(u)+d(v)\ge n$，则其闭包一定为完全图；

(C) 若(n,m) 单图 G的边数 $m>\binom{n-1}{2}+1$，且 $n\ge 3$，则 G是哈密尔顿图；

(D) 若 G是 $n\ge 3$的非 H单图，则 G度弱于某个 $C_{m,n}$ 图。

5. 下列说法错误的是 ( )

(A) 若(n,m) 图 G是极大可平面图，则 $m=3n-6$；

(B) 极大外平面图的外部面边界一定为圈；

(C) 平面图的外部面只有一个；

(D) 平面图 G 的对偶图的对偶图与 G 是同构的。

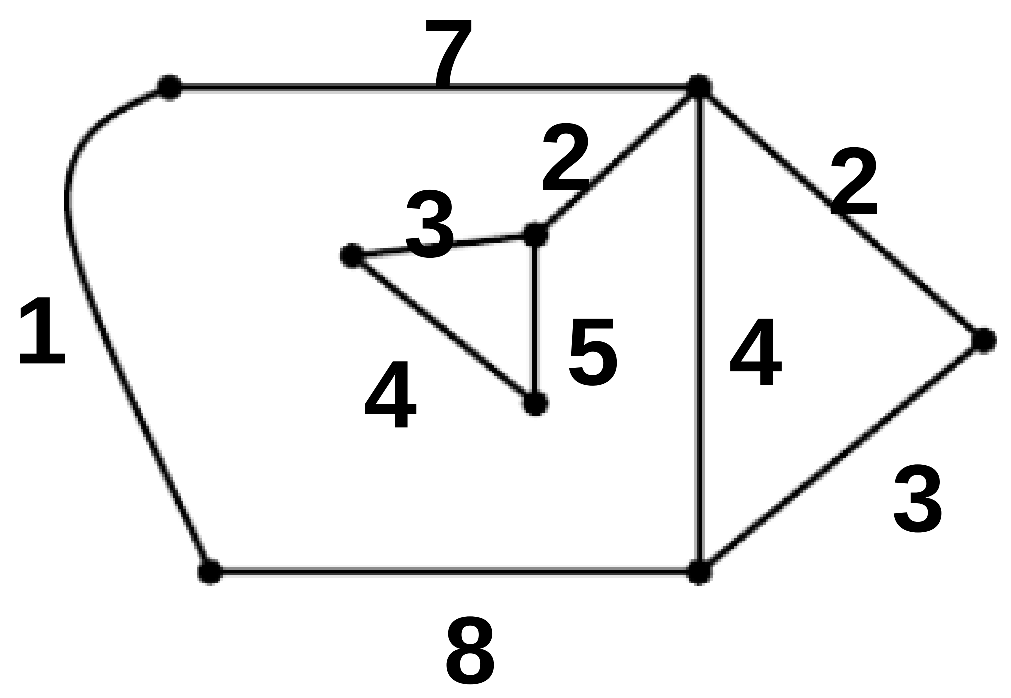
三、(10 分) 求证：任意图中奇度点个数一定为偶数。

四, (10 分) 求证：非平凡树至少有两片树叶。

五. (10 分) 求证：(1)、若 G 中每个顶点度数均为偶数，则 G 没有割边；

(2)、若 G 为 $k \geq 2$ 的 k 正则偶图，则 G 没有割边。

六.(10 分) 求出下图的最小生成树，并计算权值 (不要中间过程，在原图中用波浪边标出最小生成树)



七、(8 分) 设图 G 有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大数量，使得 G 保持其可平面性。

解：分两种情况讨论：(1)、若 G 是非简单图，则容易知道，满足条件的 7 度顶点数可以为无穷多； 2 分

(2)、若 G是简单图

设 7 度顶点的数量是 x。由握手定理：

$$2m(G)=10\times4+8\times5+7x$$ 2 分

另一方面：欲使 G 保持其可平面性，必有

$$m(G)\leq 3n-6$$ 2 分

即：$\frac{1}{2}(10\times4+5\times8+7x)\leq3(10+8+x)-6$，得 $x\leq16$。 2 分

八、(7 分) 如果边赋权图中只有两个奇度顶点，如何构造一条最优欧拉环游？说明构造理由。

号______
姓　　名
学 院____

九. (10 分) 求下图 G的色多项式 $P_k(G)$. 并求出点色数。

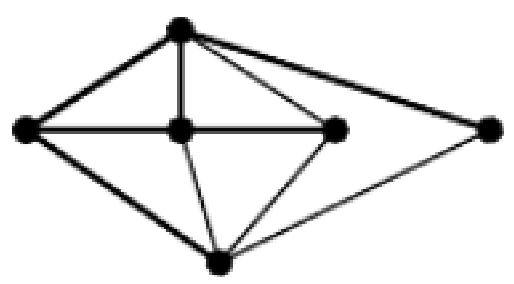


图 G