

电子科技大学研究生试卷

(考试时间: ____至____, 共_2_小时)

课程名称_图论及其应用_ 教师_____ 学时_60_ 学分____

教学方式_讲授_ 考核日期_2011_年__月__日 成绩_____

考核方式: _____ (学生填写)

一. 填空题(每空 1 分, 共 22 分)

1. 若 n 阶单图 G 的最小度是 δ , 则其补图的最大度 $\Delta(\bar{G}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 若图 $G_1 = (n_1, m_1)$, $G_2 = (n_2, m_2)$, 则它们的积图 $G = G_1 \times G_2$ 的顶点数 $= \underline{\hspace{2cm}}$; 边数 $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 设 A 是图 G 的推广邻接矩阵, 则 A^n 的 i 行 j 列元 $a_{ij}^{(n)}$ 等于由 G 中顶点 v_i 到顶点 v_j 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 的途径数目。
4. 完全图 K_n 的邻接矩阵的最大特征值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 不同构的 3 阶单图共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个。
6. 设 n 阶图 G 是具有 k 个分支的森林, 则其边数 $m(G) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. n 阶树($n \geq 3$)的点连通度为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 边连通度为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 点色数为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 若其最大度为 Δ , 则边色数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 图 G 是 k 连通的, 则 G 中任意点对间至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条内点不交路。
9. 5 阶度极大非哈密尔顿图族为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 和 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 完全图 K_{2n} 能够分解为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个边不相交的一因子之并。
11. 设连通平面图 G 具有 5 个顶点, 9 条边, 则其面数为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

$n (n \geq 3)$ 阶极大平面图的面数等于_____； $n (n \geq 3)$ 阶极大外平面图

的顶点都在外部面边界上时，其内部面共有_____个。

12. 完全偶图 $K_{m,n}$ 的点独立数等于_____, 点覆盖数等于_____。

13. 完全 m 元根树有 t 片树叶, i 个分支点, 则其总度数为_____。

14. 对具有 m 条边的单图定向, 能得到_____个不同的定向图。

二. 单项选择(每题 3 分, 共 15 分)

1. 下面给出的序列中, 不是某图的度序列的是()

(A) $(1, 3, 5, 4, 7)$; (B) $(2, 2, 2, 2, 2)$; (C) $(3, 2, 3, 3)$; (D) $(1, 5, 7, 1)$.

2. 下列无向图 $G=(n, m)$ 一定是树的是()

(A) 连通图; (B) 无回路但添加一条边后有回路的图;

(C) 每对结点间都有路的图;

(D) 连通且 $m=n-1$ 。

3. 以下必为欧拉图的是()

(A) 顶点度数全为偶数的连通图;

(B) 奇数顶点只有 2 个的图;

(C) 存在欧拉迹的图;

(D) 没有回路的连通图。

4. 设 G 是 $n (n \geq 3)$ 阶单图, 则其最小度 $\delta \geq \frac{n}{2}$ 是 G 为哈密尔顿图的()

(A) 必要条件; (B) 充分条件; (C) 充分必要条件。

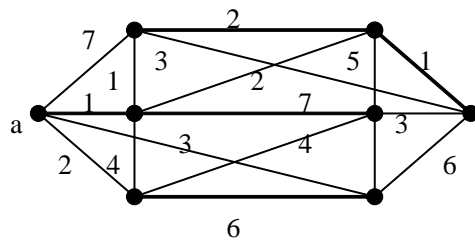
5. 下列说法正确的是()

(A) 非平凡树和 $n(n \geq 2)$ 方体都是偶图;

- (B) 任何一个 3 正则图都可 1-因子分解；
- (C) 可 1-因子分解的 3 正则图中一定存在哈密尔顿圈；
- (D) 平面图 G 的对偶图的对偶图与 G 是同构的。

三、(10 分) 设无向图 G 有 12 条边，且度数为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数小于 3，求 G 的最少结点个数。

四、(12 分) 在下面边赋权图中求：(1) 每个顶点到点 a 的距离(只需要把距离结果标在相应顶点处，不需要写出过程)；(2) 在该图中求出一棵最小生成树，并给出最小生成树权值(不需要中间过程，用波浪线在图中标出即可)。



五. (10 分) 今有赵、钱、孙、李、周五位教师, 要承担语文、数学、物理、化学、英语五门课程。已知赵熟悉数学、物理、化学三门课程, 钱熟悉语文、数学、物理、英语四门课程, 孙、李、周都只熟悉数学、物理两门课程。问能否安排他们都只上他们熟悉的一门课程, 使得每门课程都有人教 (用图论方法求解)。

六. (6 分) 设 l 是赋权完全偶图 $G=(V,E)$ 的可行顶点标号, 若标号对应的相等子图 G_l 含完美匹配 M^* , 则 M^* 是 G 的最优匹配。

七. (6 分) 求证：在 n 阶简单平面图 G 中有 $\delta(G) \leq 5$ ，这里 $\delta(G)$ 是 G 的最小度。

八、(10 分) 课程安排问题：某大学数学系要为此夏季安排课程表。所要开设的课程为：图论 (GT)，统计学 (S)，线性代数 (LA)，高等微积分 (AC)，几何学 (G)，和近世代数 (MA)。现有 10 名学生 (学生用 A_i 表示，如下所示) 需要选修这些课程。根据这些信息，确定开设这些课程所需要的最少时间段数，使得学生选课不会发生冲突。（要求用图论方法求解）

A_1 : LA, S ; A_2 : MA, LA, G ; A_3 : MA, G, LA ;

A_4 : G, LA, AC ; A_5 : AC, LA, S ; A_6 : G, AC;

A_7 : GT, MA, LA ; A_8 : LA, GT, S ; A_9 : AC, S, LA;

A_{10} : GT, S。

九. (9 分) 求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$.

