2017212220104 刘珂瑄 信息与软件工程学院 软件工程

习题1:

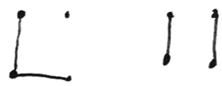
1.(3) 证: 由握手定理可知 $\sum_{v\in V} d(v)=2m$, 则有n-1条边 则 $\sum_{v\in V} d(v)=2(n-1)$,

由题可知其奇度点个数应大于等于1 ⇒ 奇度点不能为0个

反证法: 设其奇度点为0个, 则每个点度数应为偶数, 且不为0 (简单图) $\sum_{v\in V} d(v) \geq 2(n-1)$ 与题意矛盾

⇒ n阶连通图, 恰有 n-1条边, 则至少有一个奇度点

5. 证:

① m=0时有: 
② m=1时有 
③ m=2时, 有 

④ m=3时有

⑤ m=4时有

⑥ m=5时有 
⑦ m=6时有 

⇒ 对于一个简单图, 其至多有6条边, 因此共有11个

11. 证:

① 序列 (7,6,5,4,3,3,2) 共有7个顶点, 由于其为简单图, 每个点的度数不应大于 $n-1=6$,
因此①不为图序列

② 序列 (6,6,5,4,3,3,1) 由定理3可知 ⇔ 序列 (5,4,3,2,2,0), 但由于后面这个序列奇度点为奇数个, 且有0度
由此②不为序列

12. 证: 设 $V(G)=\{v_1,v_2\cdots v_n\}$, 对于G中的路 $v_1v_2\cdots v_k$ 若有 v_k 与 v_1 邻接, 则构成一个圈, 反之若 $v_1'\cdots v_k'$ 为一条路, 由于 $\delta\geq 2$, 则对 v_n', 存在点 v_k' 与之邻接
则 $v_k'\cdots v_n'v_k'$ 构成一个圈.

2017221620104　刘丽瑾　信息与软件工程学院　软件工程

习题2

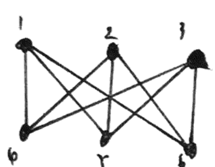
3. 证:

设G中有 i 个1度顶点，由题意可知 $i<k$，n 为图中的顶点数，m 为 G 中边数

则由握手定理得　$2m=\sum_{v\in V(G)} d(v) = 2[n-i-1]+k+i = 2n-2-5+k$

由题中的 $m=n-1$ 相矛盾，即证 G为树且 $\Delta\geq k$，则 G至少有 k个1度顶点

12.



证:

易知 $K_{3,3}$ 的拉氏矩阵为:

$$C(K_n)=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

1行1列的余子式为:

$$(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 81$$

因此 $K_{3,3}$ 生成树共81棵

习题3.

4.(1)

证: 设G中有割边 $e=uv$，由割边定义可知 $w(G-e)>w(G)=1$

则 $G-e$ 包含2个连通分支 G_1, G_2

因 $n\geq 3$，如有 $v\in G_2$，$V(G_2)\geq 2$

显然有 $G-v=G_1\cup(G_2-v)$，且 $G_1\cap(G_2-v)=\emptyset$

则 $w(G-v)\geq 2>1=w(G)$

7.

证: v为单图G的割点，则 $G-v$ 至少2个连通分支。现任取 $x,y\in V(\overline{G-v})$，如果 x,y 在 $G-v$ 的同一分支中，令 u与x,y处于不同分支的点，那么，通过u，可说明，x,y 在 $G-v$ 的补图中连通。

若 x,y在 $G-v$ 的不同分支中，则它们在 $G-v$ 的补图中邻接。

$\Rightarrow$ 若v是G的割点，则v不为其补图的割点

2017224420124　刘珂瑄　信息与软件工程学院　软件工程

12.

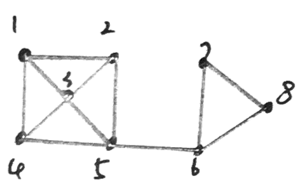
解：在G_1中 $k(G_1)=2$，最小点割为{6,8}

$\lambda(G_1)=2$，最小边割为{(6,9),(8,9)}

在G_2中 $k(G_1)=3$，最小点割为{1,7,3}

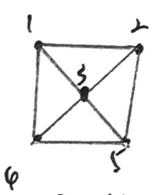
$\lambda(G_2)=3$，最小边割为{(1,2),(2,7),(2,3)}

13. 举例如下图所示



G_1

$k(G_1)=1$，最小点割为{5}



~~G₂~~ H

对其中G_1子图H $k(H)=3$

有$k(H)>k(G)$