

רשימת שקילות

שני פסוקים שקולים אם בכל מבנה שמפרש אותם ערך האמת יהיה זהה, אם קיים מבנה שבו ערך האמת של שניהם שונה הם לא שקולים.

שקילות	כותרת
$\neg(\neg A) \equiv A$	שלילה כפולה
$A \vee \neg A \equiv T$ $A \wedge \neg A \equiv F$	חוקי ההיפוך
$A \vee A \equiv A$ $A \wedge A \equiv A$	חוקי הכפילות
$A \vee T \equiv T$ $A \wedge T \equiv A$ $A \vee F \equiv A$ $A \wedge F \equiv F$	חוקי האמת
$A \vee B \equiv B \vee A$ $A \wedge B \equiv B \wedge A$	חוקי החילוף
$A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$ $\equiv A \vee B \vee C$ $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$ $\equiv A \wedge B \wedge C$	חוקי הקיבוץ
$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	חוקי הפילוג
$A \wedge (A \vee B) \equiv A$ $A \vee (A \wedge B) \equiv A$ $A \wedge (\neg A \vee B) \equiv A \wedge B$ $A \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \vee B$	חוקי הספיגה (הרוב קובע)
$\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$ $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$	חוקי דה-מורגן
$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B \equiv \neg B \rightarrow \neg A$ $\neg(A \rightarrow B) \equiv \neg(\neg A \vee B)$ $\equiv (A \wedge \neg B)$	חוקי האמז
$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ $\equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$	חוקי האמז

$\equiv (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$ $\neg(A \leftrightarrow B) \equiv \neg((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$ $\equiv (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$ $\equiv (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$	
$\neg \exists x(A) \equiv \forall x(\neg A)$ $\neg \forall x(A) \equiv \exists x(\neg A)$	שלילת כמתים
$[\exists x(A)] \wedge B \equiv \exists x[A \wedge B]$ $[\exists x(A)] \vee B \equiv \exists x[A \vee B]$ $[\forall x(A)] \wedge B \equiv \forall x[A \wedge B]$ $[\forall x(A)] \vee B \equiv \forall x[A \vee B]$	כמתים - כאשר A מכיל את x ו-B לא
$\exists x(A \vee B) \equiv \exists x(A) \vee \exists x(B)$ $\forall x(A \wedge B) \equiv \forall x(A) \wedge \forall x(B)$	כמתים - כאשר A ו-B מכילות את x "משפט המקל והמחמיר" - משפט למקלים (\vee -ו), ומשפט למחמירים (\wedge -ו).
$\exists x(A \wedge B) \neq \exists x(A) \wedge \exists x(B)$ $\forall x(A \vee B) \neq \forall x(A) \vee \forall x(B)$	שימו לב שפסוקים הללו אינם שקולים:

החלפת משתנה בכמתים:

בנוסחא $\forall x(A)$ נתן להחליף את x ב-y, בהנחה ש-x מופיע ב-A רק כמשתנה חופשי ו-y כלל לא מופיע ב-A (אין צורך לזכור את ההנחה, אלא רק להבין את הרעיון ולתרגל). אותו דבר לגבי הכמת \exists . משפט זה יכול לעזור לנו כאשר יש לנו נוסחא עם שני פסוקים נפרדים אחד עם x והשני עם y, או שניהם עם x, נוכל לפשט את הנוסחא בכך שנחליף את אחד המשתנים ולאחד בין הנוסחאות אם מתאים לאחת מהשקילויות לעיל.

$$\forall x[s(x)] \wedge \forall y[r(y)] \equiv \forall x[s(x)] \wedge \forall x[r(x)] \equiv \forall x[s(x) \wedge r(x)] \quad (1) \text{ דוגמאות:}$$

$$\forall x[S(x)] \wedge \exists x[R(x)] \equiv \forall x[S(x) \wedge \exists x R(x)] \equiv \forall x \exists y [S(x) \wedge R(y)] \quad (2)$$