

(23)

## נושא 7 - בעיות הכרעה

א) סוגי הבעיות

בעיות הכרעה אלו בעיות האנסות שהכרעו האם באוטומט יש תכונה מסוימת. הכתובין לבעיות אלו הוא תשובה כן או לא. בדרך כלל נזמין באסטרטגיה וצורך עם בעיות הכרעה.

ב) בעיות שייכות

בהינתן אוטומט  $A$  ומילה  $w \in \Sigma^*$  נרצה להכריע האם  $w \in L(A)$ ?  
הבעיות שנתמס בו הוא שהיה  $w$  זר  $A$  וזמין  $p$  אק הניז עוצק מקדם  $(w, p) \in \Sigma^* \times \Sigma^*$ ,  
אחרת עוצק לא. סיבוכיות האלמנטים היא  $O(n)$ .

ג) בעיות הירידות

בהינתן אוטומט  $A$  האם שפת האוטומט היא הקבוצה הריקה,  $L(A) = \emptyset$ ? נציג שני פתרונות:

(1) משפט עזרי: יהי  $A$  אס"י,  $L(A)$  אינה פיקה אפ"י קיימת. מילה  $w \in L(A)$  נק  $|w| < |A|$ .

הוכחה: כיון  $|L(A)| < |A|$  אינה פיקה כיון שיש מילה ששנית פה.

כיון 2- יהי  $L(A)$  שפה לא פיקה. יהי  $w$  המילה הנקודה נק  $|w| < |A|$  אק  $|w| < |A|$  ס"מנו.

עכשיו נניח  $|w| < |A|$  אזי לפי עזרי הניסוח קיים  $w$  פיקה  $w = uv$  המקיים את שלושת התנאים

במילה עזרי  $|u| = n$  אינו היכחת זאת הניסוח נשק עם כי  $|u| < |A|$  וכן  $|v| < |A|$ .

אולם עזרי ס"י נקדם  $(u, v) \in L(A)$   $uv^i = u$  פסגיה עזרי ע"י  $w$ . יג"ע.

כעת נחיש אלמנטים ששעור על פה האלמנטים באורך קטן מ-  $|A|$  ואין ואיך אולי  $A$ . אק מצא

מילה שאתהפך מחזיר לא, אחרת מחזיר כן. סיבוכיות:  $\frac{|A|^2 - 1}{|A| - 1} = |A| + |A| - 1 \dots + 1$

(2) צריך נוספת היא עזרי האם בהפוצת פה האלמנטים הניתנים להשגה יש אצק מזהם. הפ עזרי

כי  $L(A) \neq \emptyset \Leftrightarrow Q \cap F \neq \emptyset$ . נכנס לעשות זאת ע"י אלמנטים BFS בסיבוכיות  $O(|Q|^2)$  במילה הנ"ל.

יש קבוצת מצבים ונתת להשגה.

ד) בעיות השקיות

בהינתן שני אוטומטים  $A_1$  ו-  $A_2$  האם הם שקולים, כלומר האם  $L(A_1) = L(A_2)$ ?

כיון גשנות מוצגות סבורות שהכרע נכנס עזרי אוטומט  $A$  המקבל את שסת ההכרע כן שני

השמות:  $L(A) = L(A_1) \Leftrightarrow L(A_1) \subseteq L(A_2) \wedge L(A_2) \subseteq L(A_1)$ . נחיש ע"י  $A$  את האלמנטים מסוג

קודק ועונה באופן  $L(A) \neq \emptyset \Leftrightarrow L(A_1) = L(A_2)$ .



(24)

## ה) בע"ר סופיות

בהינתן זוג  $A$  האם  $L(A)$  סופית? נניח שכן.

(1) משפט זה: שיהי  $A$  זוג  $n$  וזכר  $L(A)$  סופית. אז  $|L(A)| \leq n$ .

הוכחה: כיוון 1- נניח כי  $L(A)$  סופית. נניח  $|L(A)| = n$ . אז  $L(A)$  סופית. אז  $L(A)$  סופית.

כיוון 2- נניח  $L(A)$  אינסופית. אזי  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

ש-  $n \geq 1$ . נניח ש-  $n \geq 1$ . אז  $n \geq 1$ . אז  $n \geq 1$ .

ע"כ נניח  $n \geq 1$ . אז  $n \geq 1$ . אז  $n \geq 1$ .

$|L(A)| = n$ . אז  $|L(A)| = n$ . אז  $|L(A)| = n$ .

הוכחה:  $L(A)$  סופית.

כעת נניח כי  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

אם  $L(A)$  אינסופית, אז  $L(A)$  אינסופית.

$$\frac{|L(A)|^n - 1}{|L(A)| - 1} = |L(A)|^{n-1} + |L(A)|^{n-2} + \dots + |L(A)| + 1$$

(2) משפט זה:  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית.

כיוון 2- נניח כי  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

אז  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

כיוון 1- נניח כי  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

וכן  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית. אז  $L(A)$  אינסופית.

הוכחה:  $L(A)$  אינסופית.