

תורת מודלים

(א) הגדרות

תורה - היא קבוצה של פסוקים המכילים את אותה איזר מילים. נסמן תורה ב-T.

מודל - מבנה M "קרא" מודל ב-T אם מקיים את כל הפסוקים ב-T. נסמן  $M \models T$ .

תורה עקבית - היא תורה שיש לה מודל אחד עקבות. תורה שאין לה מודל אינה עקבית.

גורם נקרא "תורה" על עקבית.

$$\alpha = \forall x (S(x, x))$$

בואו גורם: (1) נראה תורה  $T = \{\alpha, B, \gamma\}$ , כאשר:

$$B = \forall x, y (S(x, y) \rightarrow S(y, x))$$

$$\gamma = \forall x, y, z [(S(x, y) \wedge S(y, z)) \rightarrow S(x, z)]$$

נשים לב כי שלושת הפסוקים הם שלושת התנאים הנדרשים לחס שקילות, על T הוא

התורה של חס שקילות. כל מבנה שהוא חס שקילות, כמו מצומא המבנה  $M = \langle M, = \rangle$ ,

מקיים את כל הפסוקים ב-T, לכן כל מבנה כזה הוא מודל. לפיכך T היא תורה עקבית.

(2) נראה תורה  $T = \{\alpha, B\}$ , כאשר:  $B = \neg S(c)$ ,  $\alpha = \forall x (S(x))$ .

נשים לב כי שני הפסוקים סותרים אחד את השני עקב הפסוק הראשון מתקיים (c) S

וצריך הפסוק השני לא. לכן לא יכל להיות מבנה שיהיה שני פסוקי שלו. כתוצאה

מכך ב-T אין מודל ואינה תורה עקבית.

## (ב) תורה מוכחת

יהי תורה T המוכחת בתוך תורה  $T^+$ , כלומר  $T \subseteq T^+$ . מצב אחד כל פסוק ב-T הוא גם

פסוק ב- $T^+$ , אך מצב שני כל מודל של  $T^+$  הוא גם מודל של T, ואז לא כל מודל

של T הוא מודל של  $T^+$ . ההיפוך הוא ש- $T^+$  יש בו מודלים משיק שיש בה יותר פסוקים.

כל פסוק היא דרישה אחת וככל שיש יותר בחינות יש בחית מודלים שיכולים לעמוד בהם.

בואו: תהי T תורת הסדר החלקי והי  $\alpha = \forall x, y (S(x, y) \vee S(y, x))$ , כלומר

$T^+$  היא תורת הסדר הקו. כל מודל של  $T^+$  הוא גם מודל של T, מכאן שכל מבנה שהוא סדר

קווי הוא גם סדר חלקי. אז לא כל מודל של T הוא מודל של  $T^+$ . למשל  $M = \langle \{1, 2\}, \leq \rangle$

הוא מודל של T אך לא של  $T^+$ , מכאן  $M \not\models \alpha$  כי  $\{1\} \leq \{2\}$  לא את ה"ם:

$$\{1\} \leq \{2\} \subseteq \{2\} \cup \{2\} \subseteq \{1\}$$



## (1) העשרה וצמצום של מערכת

הצורה: יהי אוצר מילים  $L$  ויהי  $M$  מערכת של מערכת. אם נורב סמל קבועים אישיים, פונקציות וחסם

$M-L$  נהפך איזה מילים  $L$  כך ש-  $L \subseteq L^-$ . נורב את המילים המילוניות  $M-L$  כדי לקבל

מערכת של מערכת  $L^-$ . מערכת זה מורכב מ  $M$  ומילים את  $L$  בעצב. באופן כמעט

נסמן מערכת חצב זה  $ML^-$  או  $M|L^-$ , אך בקיצור נוסף נסמן  $M^-$ .

$M^-$  הוא הצמצום של  $M$ , ו- $M$  הוא העשרה של  $M^-$ .

צמצום אית: נתון אוצר מילים  $L = \langle F, S, C \rangle$ , ומערכת  $M = \langle A, T, < \rangle$ .  $M$  מערכת את  $L$ .

נתון אוצר מילים  $L^- = \langle C \rangle$ , אזי  $M^- = \langle A, e \rangle$ .  $M^-$  מערכת את  $L^-$  והוא הצמצום של  $M$ .

נתון אוצר מילים  $\{A, S, C\}$   $L^- = L \cup \{C\}$ , אזי נגזיר מערכת  $M^-$  שמוכר  $A$ ,  $F^{M^-}$  הוא  $S^{M^-}$  הוא

$<$ ,  $C^{M^-}$  הוא  $e$ , ועכב  $A \neq \emptyset$ .  $C_n^{M^-} = \emptyset$ .  $M^-$  מערכת את  $L^-$  והוא העשרה של  $M$  ו- $M^-$ .

משפט: יהי אוצר מילים  $L$  ומערכת  $M$  שמערכת אית, וכן יהי אוצר מילים  $L^-$  כך ש-  $L \subseteq L^-$

ומערכת  $M^-$  צמצום של  $M$  שמערכת את  $L^-$ . אזי את י"ס:

(1) עכב מסוק  $\alpha$  באוצר מילים  $L$ ,  $M \models \alpha$  אם ורק אם  $M^- \models \alpha$ . אכן שיהיה באוצר מילים  $P$

$L$   $M$   $M^-$  יש איתם סימנים, עכב הם וק"א"ם את איתם מסוקים ה- $L^-$ .

(2) עכב תורה  $T$  באוצר מילים  $L^-$ ,  $M$  מוצע  $T$   $(M \models T)$  אם ורק אם  $M^-$  מוצע  $T$   $(M^- \models T)$ .

אכן שכבר איתנו שהם איתם סימנים, וכב התחיות ה- $L^-$  מורכבות מעסקים אלו.

צמצום: נתונים אוצרות מילים  $L = \langle C, S, F \rangle$ ,  $L^- = \langle S \rangle$ . והמסקים המילים:  $[S(x, y) \wedge S(y, z) \rightarrow S(x, z)]$   $\alpha = \exists x \exists y \exists z$

נתון מערכת שמערכת את  $L$ :  $\langle S, <, >, > \rangle$   $M = \langle A, <, > \rangle$  כאשר  $S^M(x) = x+1$   $S^M(x) = x$

ומערכת  $M^-$  שמערכת את  $L^-$  והוא צמצום של  $M$ ,  $M^- = \langle A, < \rangle$ .

אע"פ את המערכת היקרה בערכי אית.

ניתן עי"אית כי אכן כל המסקים ה- $L^-$   $(\alpha, \beta)$  יש עכב איתם

ערכי אית עכב המערכת.

נגזיר  $\{ \alpha, \beta \} = T$  האם אכן מהמערכת מוצע של  $T$ ? עכב כי  $M \models T$ ,  $M^- \models T$ .

	$M$	$M^-$
$\alpha$	T	T
$\beta$	F	F
$\gamma$	T	לא מוגדר
$\delta$	T	לא מוגדר

## (3) תורה של מערכת

יהי  $M$  מערכת שמערכת אוצר מילים  $L$ . "תורה של  $M$ ", נסמן  $Th(M)$ , היא הקבוצת כל המסקים

ה- $L$  שמתיק"א"ם ה- $M$ .  $Th(M)$  היא פונקצי תורה ערכית כי  $M$  הוא מוצע שאיתם אית.



צולא: יהי גזר מ"ס  $L = \langle c, s, f \rangle$  ואפנה שמרש את  $L = \langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ . תורה  $Th(M)$  היא  
 אוסף כל הנסקים ב- $L$  שמתקיימים ב- $M$ , דאש  $\alpha = s(c, f(c, c))$  מתקיים ב- $M$  עכן  $\alpha \in Th(M)$ .

## (ה) משפט הקומפקטיות

תהי ד' תורה אינסופית (עם אינסוף נסקים), אם לכל תת קבוצה סופית של נסקים ב- $T$  יש אוסף נסקים איתם  
 אזי יש אוסף נסקים את  $T$  כולה, כלומר ד' תורה עקבית. אין צורך לעצת עהיכוח משפט  
 זה אק נשתמש בו. משפט זה בעצם חוסך איתנו לאוצר נסקים כל נסק ב- $T$   
 ואומר עט ישירות אם התורה עקבית או לא.

משפט עקבית סטק  
 תיבן שאלות עפ"י  
 1/ זה.

## (ו) שאלות בתורת משפט הקומפקטיות

(א) האם יש גזר מ"ס  $L$  ותורה  $T$  כך שלכל מפנה  $M$  שמרש את  $L$  מתקיים  $M \models T$   
 אם ורק אם  $M$  סופי (כלומר שהעולם של  $M$  אינו אינסופי)?  
 תשובה: לא.

הוכחה: נניח בשלילה כי ה"את תורה  $T$  כזאת. נבצר אנסוף נסקים מהצורה "יש עכמות  $n$  אברים"  $\alpha_n$   
 כאשר  $\alpha_n = \exists x_1, \dots, x_n \bigwedge_{1 \leq i < j \leq n} (x_i \neq x_j)$ . נבצר תורה חדשה  $\{ \alpha_n : n \in \mathbb{N} \} \cup T = T^+$ . אם נוכיח  
 כי  $T^+$  עקבית כלומר שיש אוסף  $M^+$  ע- $T^+$ , אז  $M^+$  הוא עק אוסף ע- $T$ , ואכיוון שהעולם של  $M^+$  אינסופי  
 $M$ , אז סתרכנו את הטענה. עפ"י משפט הקומפקטיות כדי עהיכוח ש- $T^+$  עקבית אספיק עהיכוח  
 שעל כל תת קבוצה סופית של נסקים  $T^-$ , כך ש- $T^- \subseteq T^+$ , היא עקבית.

תהי  $T^-$  תת קבוצה סופית של  $T^+$ , אזי כל נסק  $\alpha$  שבה עכ"י הנצרת  $T^-$  הוא או  $\alpha \in T$  או  
 $\{ \alpha_n : n \in \mathbb{N} \} \cup \alpha$ . עפ"י ההנחה בשלילה האודע של  $T$  הוא סופי, וכן אכיוון ש- $T^-$  סופית אזי עקביות  
 הנסקים  $\{ \alpha_n : n \in \mathbb{N} \} \cup \alpha$  יש אנדרס  $n$  סיב"י. נבצר  $n^*$  גדול משני אפסרים סופים אלו.  
 נבצר מפנה  $M^+$  שהעולם שלו הוא  $\{ 1, 2, \dots, n^* \}$ . נוסף סמנים של הפעם איש"ס ע- $L$  כך ש- $M^+$   
 ירש את  $L$  עק תוספת ההפעם האיש"ס. נמצא ש- $M^+$  היא העטרה של  $M$ , ועפ"י משפט 2 מסעיף  
 1 מתקיים  $M^+ \models T^+$ . נוכיח כי  $M^+ \models T$ . יהי נסק  $\alpha \in T^-$ , צד  $M^+ \models \alpha$ . נחלק עשני מקרים:

(1) אם  $\alpha \in T$  אזי אכיוון ש- $M^+ \models T$  אכן מתקיים  $M^+ \models \alpha$ .

(2) אם  $\alpha \notin T$  אזי יש  $n \in \mathbb{N}$  כך ש- $\alpha = \alpha_n$ . אכיוון שהנצרכנו "יש עכמות  $n$  אברים"  $\alpha_n$ , נק  $n > n^*$ ,  
 אזי  $M^+ \models \alpha$ .

נמצא כי יש אוסף ע- $T$  עכן היא עקבית ונק  $T^+$  עקבית, עכן ע- $T$  יש אוסף אינסופי. סתירה! א.ש.ע.



2. נתון אוצר מילים  $L = \langle S, F, G \rangle$ , ואבנה שמרש את  $L$   $M = \langle M, \leq, \cdot, * \rangle$ , ותורה של  $M$   $\tau = Th(M)$ .

האם יש  $\tau$ -ס אנפס שהעוצמה של האנפס שלו עפ"יית כמו עוצמת המאש"ס  $|M|$ ?

תשובה: כן.

הוכחה: נגדיר אוצר מילים  $L^+ = L \cup \{C_i : i \in \mathbb{N}\}$  ותורה ג- $L^+$  כך:  $\{C_i \neq C_j : i, j \in \mathbb{N}, i \neq j\}$   $\tau^+ = \tau \cup \{C_i \neq C_j : i, j \in \mathbb{N}, i \neq j\}$ .

אם נוכיח כי  $\tau^+$  עקבית סימול. אפ"ל שאז  $\tau$ -ס יש אנפס  $M^+$ , ואכיוון  $\tau \subseteq \tau^+$  אתה"ק  $M^+ \models \tau$ .

ואכיוון שהעוצמה של  $M^+$  היא עכחית  $|M|$  (נוכח אי"צ) הוכחנו את הטענה.

אנפס עוצמה של האנפס של  $M^+$  עכחית  $|M|$ ? נגדיר פונקציה  $F: \mathbb{N} \rightarrow M^+$  כך  $F(i) = C_i$ . נוכיח כי

$F$  חד"ע. יהיו  $i_1, i_2 \in \mathbb{N}$ , נניח כי  $F(i_1) = F(i_2)$ , צ"ע  $i_1 = i_2$ . ע"י ההנחה אתה"ק  $C_{i_1} = C_{i_2}$ , וע"י

ההנחת  $\tau^+$   $C_{i_1} \neq C_{i_2}$  אק  $i_1 \neq i_2$ , ע"כ כפי שההנחה תתק"ס ח"כ עכחית  $i_1 = i_2$ . א.ש.ע.

נוכיח כי  $\tau^+$  עקבית באמצעות משטל הקואפקט'ל. תהי  $\tau^+$  תת קבוצה סופית של  $\tau^+$ , צ"ע  $\tau$  עקבית.

אכיוון  $\tau$ -תורה סופית אספרי הנסק"ס בקבוצה  $\{C_i \neq C_j : i, j \in \mathbb{N}, i \neq j\}$  הוא ספי נרשוק את

כך ה  $C_i$  ק טיוסע"ק ב- $\tau^+$ :  $C_{i_1}, C_{i_2}, \dots, C_{i_n}$ . נגדיר אבנה  $M^*$  האפרש את  $L^+$  כך:

$C_{i_1} = 1, C_{i_2} = 2, \dots, C_{i_n} = n$ . נוכיח כי  $M^* \models \tau^+$ . יהי  $\alpha \in \tau^+$  צ"ע  $M^* \models \alpha$ . נחזק ע"כ אתה"ק:

(1) אק  $\alpha \in \tau$ , אז' אכיוון  $M^*$  העשרה של  $M$ , ע"י אספס (2) אספס  $\alpha$   $M^* \models \alpha$  (וכן  $M^* \models \alpha$ ).

(2) אק  $\alpha \notin \tau$ , אז' הוא מהצורה  $\{C_i \neq C_j : i, j \in \mathbb{N}, i \neq j\}$ . אבנה  $M^*$  יכרש ולתו  $i \neq j$ , ניתר

כי ע"י הנדית  $\alpha$  זה אכן אתה"ק, ע"כ  $M^* \models \alpha$ .

נאיד כי  $\tau^+$  עקבית, וע"י משטל הקואפקט'ל,  $\tau^+$  עקבית והאנפס של  $M^+$  שפוצתנו עכחית  $|M|$ . אכיוון

ש  $\tau \subseteq \tau^+$  אז'  $M^+ \models \tau$  והוכחנו את הטענה.



③  $\neg \exists x \forall y (S(x,y) \vee x < y)$   $\rightarrow \neg \exists x \forall y (S(x,y) \vee x < y)$

$$X=0$$

②  $\exists x \forall y (x \neq y \rightarrow (y = x \vee \neg \exists z (x \neq z \wedge y \neq z)))$

28 : 2012

$\alpha$  ו- $M'$  נקראים המסלול של  $P$ .

$m' \models \neg \alpha$  'sk  $M' \models \neg \alpha$  e  $\neg \alpha \in T_0$  'sk  $M \models \neg \alpha$  p- $T_0$  N M  $\delta \pi \omega \omega$

טעג הנחנו  $m = \alpha$  . סתירה! דא נאטו ער האט טק  $\circ$  אונדז בליז.

הכלל  $\bar{H} = 1 + 1 + \dots + 1$  נכון (2)

$\exists v \quad \forall p \quad \bar{z} = F(F(c, c), c) \quad \text{KVC} \quad \bar{n} = F(F(c, c), c, \dots, c) \quad (\text{KVC} \quad \text{p} \quad \delta \quad \forall n)$

דמיון ?  $\tau = \tau_0 \cup \{ \bar{\eta} < \delta : \eta \in N \}$  דמיון

ספרות מכתב: נדב' עונה מ' סוף מכתב מ' וז' פ' 18

$d^m \cdot m \neq \bar{n} < d - e$

עבור  $\bar{K} < d$  ק'ו'ו' .  $M \neq \bar{K} < d$  ק'ו'ו' ,  $K = d^m$  נ'ו'ו' ,  $N = d$  ק'ו'ו' .

$\delta \cdot e \cdot n \cdot p''$  וזה  $K < K$  בן  $m' - 2$

כחול : 80 מילי קראנק'ס, 80 מילי מוס'ק, 80 מילי סבס, 80 מילי דבולד

מבט  $T$  זה  $T$  חזק.  $T \subseteq T$  , ולכן  $T \subseteq T$  , ולכן  $T \subseteq T$  .

$\alpha \in T^-, \rho_k, \alpha \in T^-, \rho_k$ ,  $\alpha \in T^-, \rho_k$

$$n < n^* \quad \text{sk} \quad \bar{n} < d$$

דגרי אפנה  $M^-$  שהוא העשרה של  $M$  ו- $d$  ו- $N$  בל  $D^*$

במילים פורמליות  $M = \langle N, <, \perp, \cdot, \neg \rangle$  טוב'ח.  $\neg$  ע"י  $T \models \neg \phi$  אם ורק אם  $M \models \phi$  (ההפך)

8008 6008 7008 8008 9008 10008 11008 12008 13008 14008 15008 16008 17008 18008 19008 20008 21008 22008 23008 24008 25008 26008 27008 28008 29008 30008 31008 32008 33008 34008 35008 36008 37008 38008 39008 40008 41008 42008 43008 44008 45008 46008 47008 48008 49008 50008 51008 52008 53008 54008 55008 56008 57008 58008 59008 60008 61008 62008 63008 64008 65008 66008 67008 68008 69008 70008 71008 72008 73008 74008 75008 76008 77008 78008 79008 80008 81008 82008 83008 84008 85008 86008 87008 88008 89008 90008 91008 92008 93008 94008 95008 96008 97008 98008 99008 100008 101008 102008 103008 104008 105008 106008 107008 108008 109008 110008 111008 112008 113008 114008 115008 116008 117008 118008 119008 120008 121008 122008 123008 124008 125008 126008 127008 128008 129008 130008 131008 132008 133008 134008 135008 136008 137008 138008 139008 140008 141008 142008 143008 144008 145008 146008 147008 148008 149008 150008 151008 152008 153008 154008 155008 156008 157008 158008 159008 160008 161008 162008 163008 164008 165008 166008 167008 168008 169008 170008 171008 172008 173008 174008 175008 176008 177008 178008 179008 180008 181008 182008 183008 184008 185008 186008 187008 188008 189008 190008 191008 192008 193008 194008 195008 196008 197008 198008 199008 200008 201008 202008 203008 204008 205008 206008 207008 208008 209008 210008 211008 212008 213008 214008 215008 216008 217008 218008 219008 220008 221008 222008 223008 224008 225008 226008 227008 228008 229008 230008 231008 232008 233008 234008 235008 236008 237008 238008 239008 240008 241008 242008 243008 244008 245008 246008 247008 248008 249008 250008 251008 252008 253008 254008 255008 256008 257008 258008 259008 260008 261008 262008 263008 264008 265008 266008 267008 268008 269008 270008 271008 272008 273008 274008 275008 276008 277008 278008 279008 280008 281008 282008 283008 284008 285008 286008 287008 288008 289008 290008 291008 292008 293008 294008 295008 296008 297008 298008 299008 300008 301008 302008 303008 304008 305008 306008 307008 308008 309008 310008 311008 312008 313008 314008 315008 316008 317008 318008 319008 320008 321008 322008 323008 324008 325008 326008 327008 328008 329008 330008 331008 332008 333008 334008 335008 336008 337008 338008 339008 340008 341008 342008 343008 344008 345008 346008 347008 348008 349008 350008 351008 352008 353008 354008 355008 356008 357008 358008 359008 360008 361008 362008 363008 364008 365008 366008 367008 368008 369008 370008 371008 372008 373008 374008 375008 376008 377008 378008 379008 380008 381008 382008 383008 384008 385008 386008 387008 388008 389008 390008 391008 392008 393008 394008 395008 396008 397008 398008 399008 400008 401008 402008 403008 404008 405008 406008 407008 408008 409008 410008 411008 412008 413008 414008 415008 416008 417008 418008 419008 420008 421008 422008 423008 424008 425008 426008 427008 428008 429008 430008 431008 432008 433008 434008 435008 436008 437008 438008 439008 440008 441008 442008 443008 444008 445008 446008 447008 448008 449008 450008 451008 452008 453008 454008 455008 456008 457008 458008 459008 460008 461008 462008 463008 464008 465008 466008 467008 468008 469008 470008 471008 472008 473008 474008 475008 476008 477008 478008 479008 480008 481008 482008 483008 484008 485008 486008 487008 488008 489008 490008 491008 492008 493008 494008 495008 496008 497008 498008 499008 500008 501008 502008 503008 504008 505008 506008 507008 508008 509008 510008 511008 512008 513008 514008 515008 516008 517008 518008 519008 520008 521008 522008 523008 524008 525008 526008 527008 528008 529008 530008 531008 532008 533008 534008 535008 536008 537008 538008 539008 540008 541008 542008 543008 544008 545008 546008 547008 548008 549008 550008 551008 552008 553008 554008 555008 556008 557008 558008 559008 560008 561008 562008 563008 564008 565008 566008 567008 568008 569008 570008 571008 572008 573008 574008 575008 576008 577008 578008 579008 580008 581008 582008 583008 584008 585008 586008 587008 588008 589008 590008 591008 592008 593008 594008 595008 596008 597008 598008 599008 600008 601008 602008 60300

$$M^- \models \alpha \quad \text{for } \alpha \in \Sigma^- \quad \text{'n'}$$
$$\frac{M \propto T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow M \propto \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

1.5 מ ספ ,  $m = 1$  ,  $M = T_0 = 0$  ,  $P' \gamma \gamma$  ,  $U_k$  ,  $Q \in T_0$  :  $k$  הנח

מקרה  $\alpha$ .  $\alpha = \bar{n} < d$ . אז יש  $n$  ו- $k$  כך ש- $\alpha \in \{\bar{n} < d : n \in N\} / T_0$ .

ד. -  $m^-$  כק  $n^* \leq n$ , זכרנו  $n^*$  כק  $n > n$  ל.ל.נ



3) האם יש אוסף  $\delta$ -טוריזציה של  $M$  סגור?  $|A|$ ?

תשובה: כן

הוכחה: נגדיר  $L^+$  כך  $\langle i, j, k \rangle \in L^+$  יתכן רק אם  $i, j, k$  הם אישי  
 $C_a$  כנגזר של  $a$  ונדר  $\{C_a \neq C_b : a, b \in B, a \neq b\}$ .  $T^+ = T \cup \{C_a \neq C_b : a, b \in B, a \neq b\}$ .  
 $T^+$  עקבית. (אולי? נניח בראש).

היה  $T^+$  מקסימלית סיסטם של  $T^+$ . אז  $\{C_a : T^+ \models C_a\}$  סיסטם  
 נוסף של  $M$  כולל  $C_0, C_1, \dots, C_n$ . נגדיר הסדרה  $M^+$  של  $M$ .

כך  $M^+$  מורש את  $L^+$  באופן המלא.  
 $C_a = \begin{cases} i & a = a_i \\ H & 0 \leq i \leq n \\ H & \text{אחרת} \end{cases}$

בואו נראה שיש סיסטם של  $T^+$  דהיינו  $C_1, C_2, C_3$ .  
 $C_0 = C_1$

$$a_0 = \frac{1}{2}, a_2 = 3, a_3 = \sqrt{2}$$

נוכיח  $M^+ \models \alpha$  יתכן  $\alpha \in T^+$  :  $\delta$  :  $M^+ \models \alpha$

היה  $\alpha$  :  $\alpha \in T$  אז  $M \models \alpha$  וכן  $M^+ \models \alpha$  כי  $M^+$  מורשת  $M$  וכן  $M^+ \models \alpha$

אחרת ב':  $\alpha \notin T$  וכן  $\alpha$  אחרת  $C_a \neq C_b$  אז  $a, b$  אינם שווים.

יש חסיון  $\theta \leq \theta$  כך  $\begin{cases} a = a_i & \theta \leq \theta \\ b = a_j & \theta \leq \theta \end{cases}$  כי  $a \neq b$ . הסיוק  $C_a \neq C_b$  מורשת

ג-מ  $M$  כן  $M \models \alpha$  אז  $M^+ \models \alpha$  כי  $T \subseteq T^+$  סיסטם של  $M^+$  עקבית

~~מכאן~~  $M^+$  מורשת  $M$  וכן  $M^+ \models \alpha$  עקבית.

נוכיח שהאוסף של  $T^+$  סגור.  $|A|$  נגדיר  $F: B \rightarrow M^+$

כך  $F(a) = C_a^{M^+}$   $\delta$   $F$  מורשת. יתכן  $a, b \in B$  נניח  $F(a) = F(b)$  (1)  $\delta$   $a = b$

ע"כ (1)  $C_a^{M^+} = C_b^{M^+}$  נניח בשלילה  $a \neq b$   $\delta$   $C_a \neq C_b \in T^+$  (2)

ע"כ (3)  $M^+ \models C_a \neq C_b$  במילוי  $C_a^{M^+} \neq C_b^{M^+}$  סתירה ע"כ  $a = b$

③

ס' לא ידע לא ידע ס' לא ידע

תעבורה 8

הנהגת תוכנית זו תהיה באחריות מנהל המערכת.

$\gamma' \circ \gamma \quad \gamma^{\pm 1} \circ \gamma \quad \gamma' \circ \gamma \quad \gamma' \circ \gamma \quad T^{-1} = TU \left\{ C_a \neq C_b : \begin{smallmatrix} a \neq b \\ a, b \in A \end{smallmatrix} \right\} \quad \gamma' \circ \gamma$

(.ann  $\begin{cases} f: R \rightarrow M^+ \\ f(a) = c_{a^{m^2}} \end{cases}$  sk  $T = J$  (314  $M^+$  p.t. 's ?  $r = 4$ )

זה'  $T \subseteq T^{-1}$  טי'ת . ההמשך כן קט'ת  $N_3$  .