

Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики  
Кафедра «Прикладная математика»

**Отчёт**  
**по лабораторной работе №1**  
**по дисциплине**  
**«Математическая статистика»**

Выполнил студент:  
Шагвалиев Михаил Александрович  
группа: 3630102/80201

Проверил:  
к.ф.-м.н., доцент  
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2020 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Теория</b>	<b>4</b>
2.1	Рассматриваемые распределения . . . . .	4
2.2	Гистограмма . . . . .	4
2.2.1	Построение гистограммы . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Реализация</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Результаты</b>	<b>6</b>
4.1	Гистограммы и графики . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Обсуждение</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Приложения</b>	<b>10</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>10</b>

## Список иллюстраций

1	Нормальное распределение . . . . .	6
2	Распределение Коши . . . . .	6
3	Распределение Лапласа . . . . .	7
4	Распределение Пуассона . . . . .	7
5	Равномерное распределение . . . . .	8

# 1 Постановка задачи

Для 5 распределений:

- Нормальное распределение  $N(x, 0, 1)$
- Распределение Коши  $C(x, 0, 1)$
- Распределение Лапласа  $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
- Распределение Пуассона  $P(k, 10)$
- Равномерное распределение  $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Требуется сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов, построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.

## 2 Теория

### 2.1 Рассматриваемые распределения

Плотности:

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1)$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi(x^2 + 1)} \quad (2)$$

- Распределение Лапласа

$$L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (3)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (4)$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (5)$$

### 2.2 Гистограмма

В математической статистике гистограмма — это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него. [1]

#### 2.2.1 Построение гистограммы

Пусть  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  — выборка,  $[a, b]$  — отрезок, на котором строится гистограмма

1.  $[a, b]$  разбивается на  $m$  равных интервалов:

$$\Delta_i = (a + \frac{i-1}{m}(b-a), a + \frac{i}{m}(b-a)), i \in \{1, \dots, m\} \quad (6)$$

2. Подсчитаем количество элементов выборки, попавших в интервал  $\Delta_i$ :

$$d_i = |\{k \mid x_k \in \Delta_i\}|, i \in \{1, \dots, m\} \quad (7)$$

3. Построим прямоугольники с основанием  $\Delta_i$  и высотой  $\frac{d_i}{c}$ , где  $c$  — общее число элементов выборки, попавших в  $[a, b]$  (таким образом, гистограмма "отнормирована": сумма площадей всех прямоугольников равняется единице).

В качестве  $(a, b, m)$  возьмем, соответственно,  $(\min_{x \in X} x, \max_{x \in X} x, \lfloor 3\sqrt[3]{n} \rfloor)$

### 3 Реализация

Работа выполнена с помощью языка **Python** в IDE **PyCharm**, также были использованы библиотеки:

- **scipy** - генерация данных
- **numpy** - работа с массивами
- **matplotlib** - отрисовка графиков

Исходный код работы приведен в приложении.

## 4 Результаты

### 4.1 Гистограммы и графики

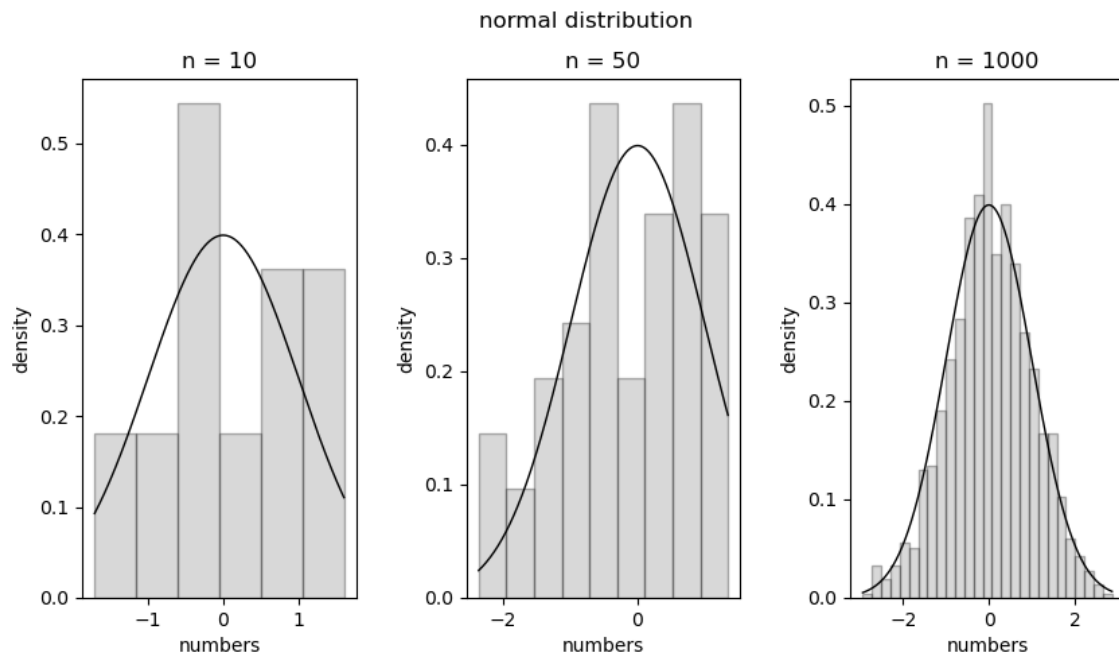


Рис. 1: Нормальное распределение  
(1)

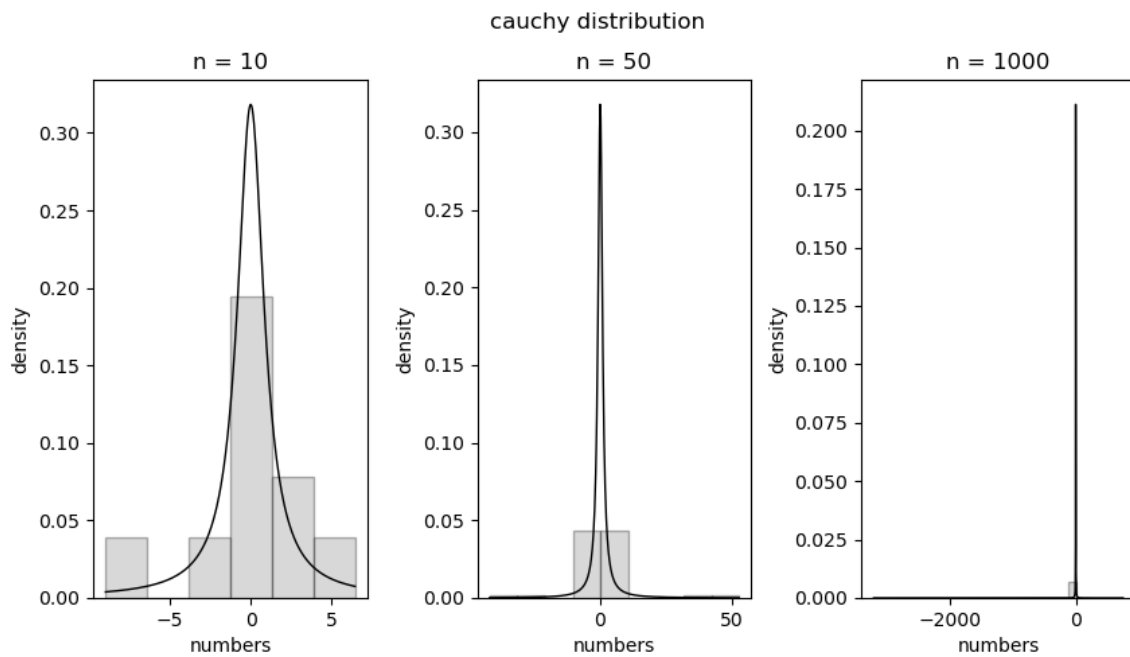


Рис. 2: Распределение Коши  
(2)

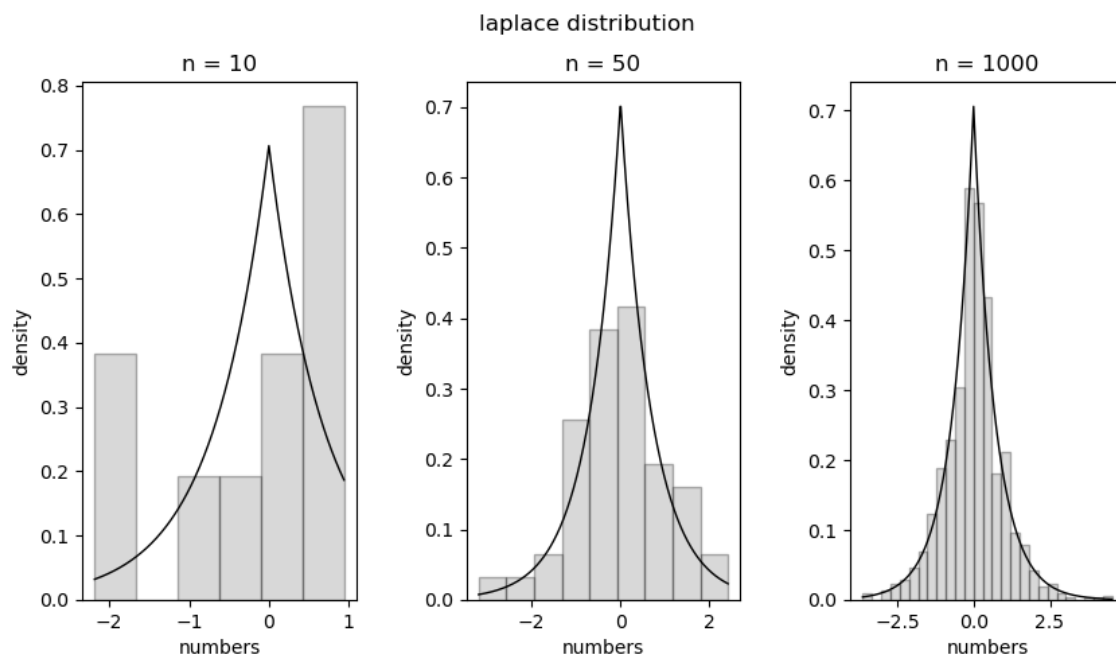


Рис. 3: Распределение Лапласа  
(3)

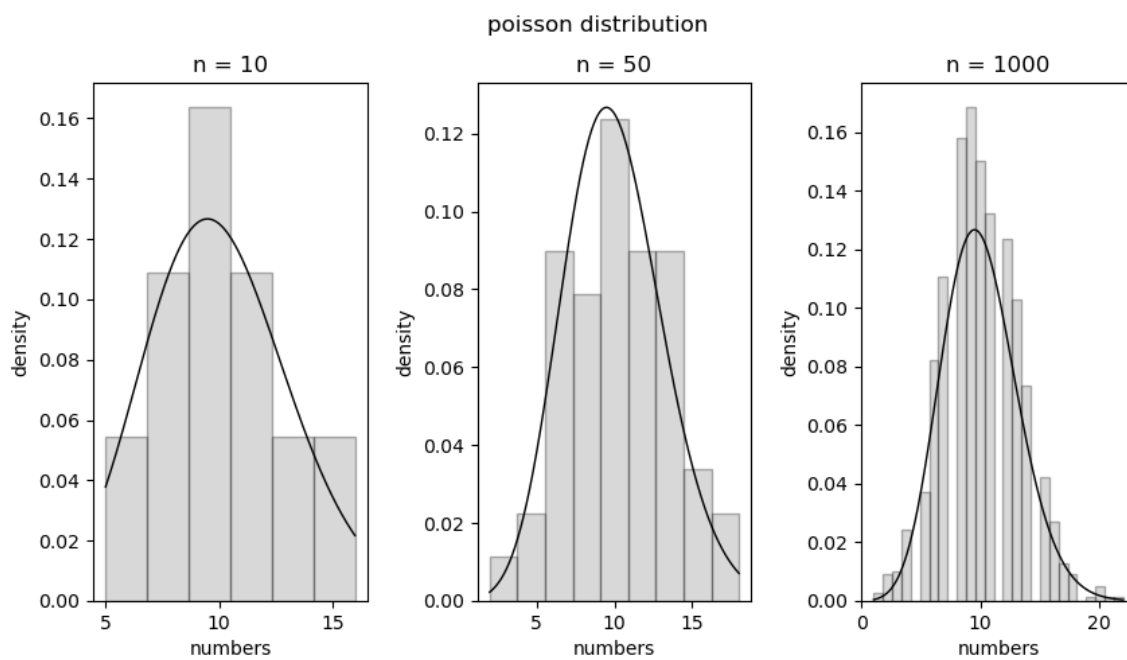


Рис. 4: Распределение Пуассона  
(4)



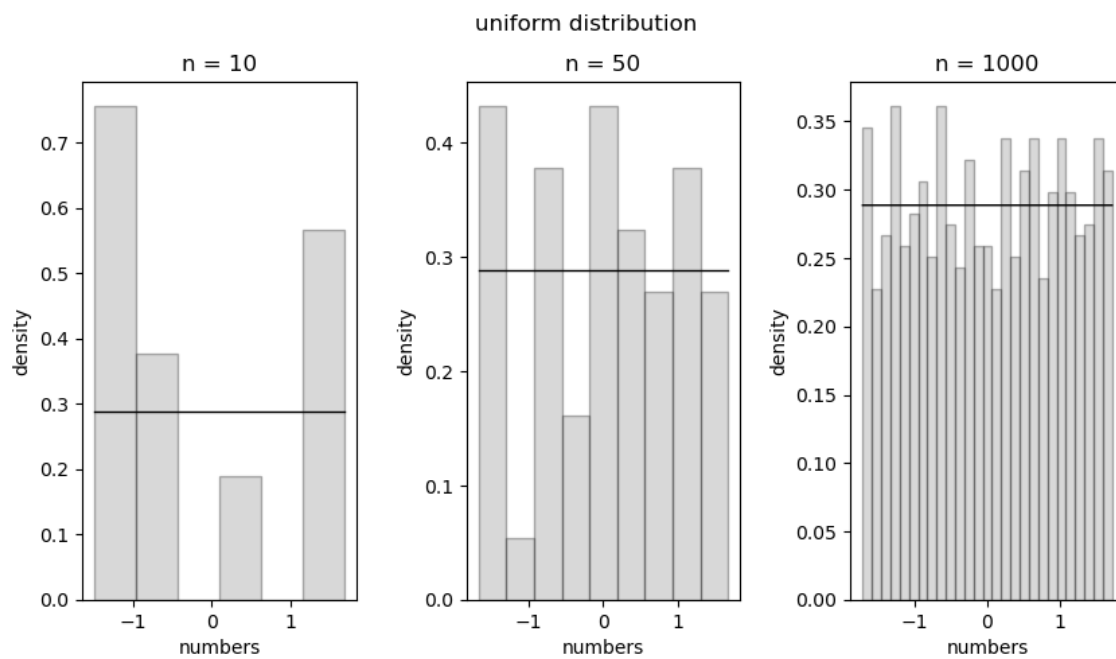


Рис. 5: Равномерное распределение  
(5)

## 5 Обсуждение

По результатам проведенной работы можно сделать вывод о том, что чем больше выборка, тем лучше гистограмма приближает функцию плотности распределения случайной величины. Чем меньше выборка — тем хуже по гистограмме определяется распределение случайной величины.

Рассматривая выборку мощностью в 1000 элементов, лучшим образом приближающие функцию плотности распределения оказались гистограммы для нормального распределения и распределения Лапласа. Для распределения Коши гистограмма плохо приближает функцию плотности (в сравнении с другими распределениями). Также при данной мощности не наблюдается ярких "выбросов" для гистограмм каждого из распределений.

В целом, гистограммы для нормального распределения, распределения Лапласа и распределения Пуассона визуально похожи (как и их функции плотности). Из отличий можно выделить то, что гистограмма для распределения Лапласа имеет более "острую" форму (как и ее функция плотности), а у гистограммы распределения Пуассона имеются интервалы, в которые не попало ни одного элемента из выборки, причем эти интервалы симметричны относительно экстремума функции плотности.

## 6 Приложения

1. Код лабораторной: [https://github.com/MekhailS/math-statistics-labs/tree/master/lab1\\_histogram](https://github.com/MekhailS/math-statistics-labs/tree/master/lab1_histogram)

## Список литературы

[1] Histogram. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Histogram>