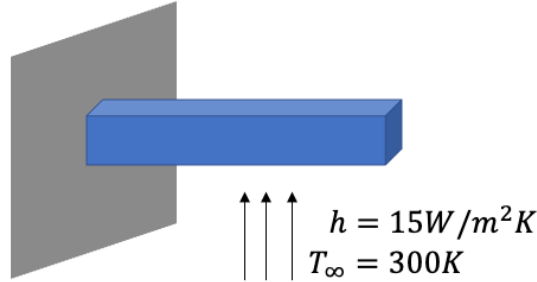


Transferência de Calor e Mecânica dos Sólidos

1. Considere uma aleta de alumínio com seção transversal quadrada, como mostrada na figura abaixo.



- a) Faça as hipóteses necessárias que o modelo abaixo seja válido:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_{tr}} \frac{dA_{tr}}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \frac{hP}{kA_{tr}} (T - T_{\infty}) = 0.$$

Considere seção transversal uniforme e simplifique a equação. Escreva a equação simplificada em termo de $\theta = T - T_{\infty}$ e $m^2 = \frac{hP}{kA_{tr}}$.

- b) Da tabela abaixo, escolha a condição de contorno correta considerando o modelo na figura e determine a distribuição de temperatura na extremidade da aleta.

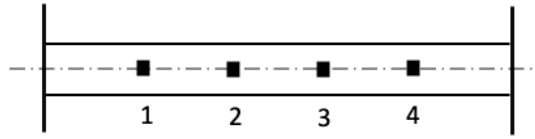
Caso	Condição na Extremidade ($x = L$)	Distribuição de Temperaturas, θ/θ_b	Transferência de Calor na Aleta q_a
A	Transferência de calor por convecção: $h\theta(L) = -k d\theta/dx _{x=L}$	$\frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$	$M \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$
B	Adiabática: $d\theta/dx _{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$	$M \tanh mL$
C	Temperatura especificada: $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$	$M \frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$
D	Aleta infinita ($L \rightarrow \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx}	M

$\theta = T - T_{\infty}$ $m^2 = hP/kA_{tr}$
 $\theta_b = \theta(0) = T_b - T_{\infty}$ $M = \sqrt{hPkA_{tr}} \theta_b$

Dados: $L = 0.3m$, $T_{\infty} = 300K$, $T_b = 350K$, $m = \sqrt{\frac{hP}{kA_{tr}}} \approx 3.17m^{-1}$, $\frac{h}{mk} = 0.024$,
 $\cosh(0.95) = 1.49$, $\sinh(0.95) = 1.1$.

- c) Calcule a taxa de transferência da aleta. Além dos dados fornecidos anteriormente, considere $\sqrt{hPka} = 0.5692$.

2. Considere uma barra longa e fina como mostrada na figura abaixo. A barra está isolada a menos de suas extremidades (desconsiderar efeitos de convecção e radiação na barra).



Condições de contorno: $T(0, t) = 200^\circ\text{C}$,
 $T(L, t) = 100^\circ\text{C}$

- a) Considere f uma função infinitamente diferenciável na reta. Utilizando a notação $f(x_i) = f_i$. Realize a expansão em série de Taylor de f_{i+1} e f_{i-1} , com $x \in \mathbb{R}$ e $i \in \mathbb{N}$. Em seguida realize o truncamento adequado e obtenha a primeira diferença progressiva e a segunda diferença central para aproximar $\frac{df}{dx}$ e $\frac{d^2f}{dx^2}$.
- b) Para um problema unidimensional com propriedades constantes, sem geração de energia interna, indique a equação diferencial que modela o comportamento da difusão de calor em regime transiente.
- c) Sabendo que T é uma função infinitamente diferenciável tanto em x quanto em t , temos que:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, \cdot) \approx \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta x^2} \text{ e } \frac{\partial T}{\partial t}(\cdot, t) \approx \frac{T^{l+1} - T^l}{\Delta t}.$$

Escreva uma expressão algébrica para encontrarmos a distribuição de temperaturas na barra.

- d) Dados $\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = 0.8 \text{ cm}^2/\text{s}$, $L = 10 \text{ cm}$, $\Delta x = 2 \text{ cm}$, $\Delta t = 0.1 \text{ s}$. Em $t = 0$, a temperatura da barra é zero e as condições de contorno são fixas em todos os instantes considerados. Aplicando, o Método das Diferenças Finitas, determine o valor da temperatura no nó 3 no instante $t = 0.2 \text{ s}$.
- e) Explique a diferença de convergência e estabilidade considerando o modelo discreto obtido no item c).
- f) O que ocorreria caso mantivéssemos o valor de Δt e diminuíssemos $\Delta x = 0.5 \text{ cm}$? Para esse valor de Δx , sugira um valor adequado para Δt .

3. O coletor de energia solar mostrado na figura abaixo é utilizado em aplicações agrícolas. O ar escoa no duto em que a seção transversal tem a forma de um triângulo equilátero. Em um dos lados o duto triangular é coberto por um painel duplo (*double-paned cover*) semitransparente. Os outros dois lados do triângulo são feitos de alumínio sendo pintados de preto na parte interna e na parte externa são revestidos por uma camada de isolante de espuma. Durante períodos ensolarados, o ar que escoa é aquecido para ser usado em estufas, unidades de secagem de grãos ou para sistemas de armazenamento. Identifique todos os procedimentos de transferência de calor envolvidos neste coletor de energia solar.

