Kauno technologijos universitetas

Informatikos fakultetas, programų inžinerijos katedra

P170B400 Algoritmų sudarymas ir analizė

Antras laboratorinis darbas

Arnas Švenčionis

Projekto autorius

IFF-8/11

Akademinė grupė

Contents

1. Uždavinys

Duota: $x_1, x_2, \ldots, x_m$, ir $y_1, y_2, \ldots, y_n$.

$$F(m,n) = \begin{cases} m, & jei\ n = 0; \\ n, & jei\ m = 0, n > 0; \\ \min\{1 + F(m-1,n), 1 + F(m,n-1), D(m,n) + F(m-1,n-1)\} & kitais\ atvejais. \end{cases}$$

$$\text{kur} \quad D(i,j) = \begin{cases} 1 & jei\ x_i = y_j; \\ 0 & kitais\ atvejais. \end{cases}$$

Duotai rekurentinei formulei sudarykite du algoritmus:

• Tiesiogiai panaudojant rekursiją;

• Panaudojant dinaminio programavimo metodo savybę, kad galime įsiminti dalinius sprendinius;

Programiškai realizuokite ir eksperimentiškai įvertinkite ir palyginkite abiejų algoritmų sudėtingumą.

1.1 Programos pseudo kodo sudarymas

a) Sudarome algoritmą, naudojant rekursiją:

```
private static int FD(int m, int n)                                  kiekis | kaina
{
    if (n == 0) return m;                                              c1   |   1
    if (m == 0 && n > 0) return n;                                     c1   |   1

    int temp;                                                          c1   |   1
    int min = 1 + FD(m - 1, n);                                     F(m-1, n)|   1
    if ((temp = 1 + FD(m, n - 1)) < min)                            F(m, n-1)|   1
        min = temp;                                                    c1   |   1
    if ((temp = D(m, n) + FD(m - 1, n - 1)) < min)               3c1+F(m-1,n-1)|  1
        min = temp;                                                    c1   |   1
    return min;                                                        c1   |   1
}

private static int D(int i, int j)                                   kiekis | kaina
{
    if (i >= x.Length || j >= y.Length) return 0;                      c1   |   1
    if (x[i] == y[j]) return 1;                                        c1   |   1
    return 0;                                                          c1   |   1
}
```

D(I,j) sudėtingumas – **3c1**

Algoritmo sudėtingumas:

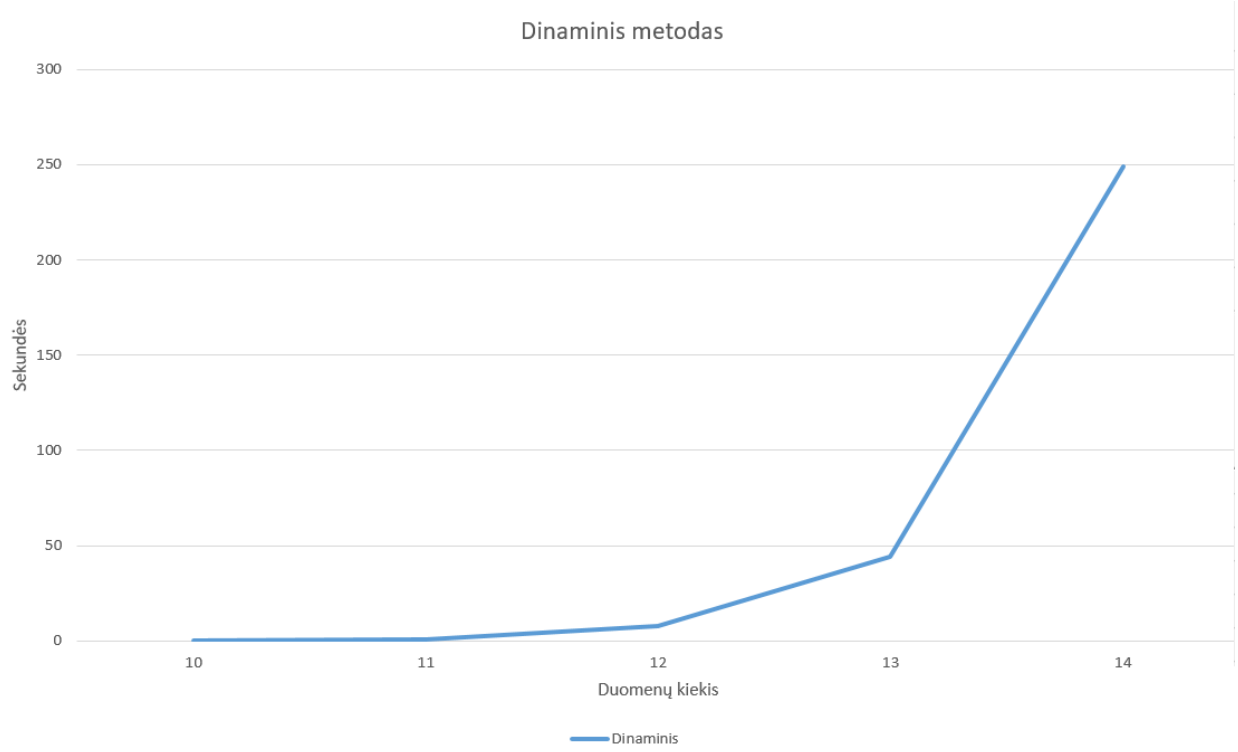
T(n) sudėtingumas bus didžiausias kai m = n = a. Taigi T(a) = F(a-1,a) + F(a,a-1) + F(a-1,a-1) + 9c = Gylis nuo pirmo rekursijos iškvietimo taško yra a, taiga = a((a-1)c + ac + ac) + a(ac + (a-1)c + ac) + a(ac+ac+(a-1)c)+c =

= a^2c – ac + a^2c + a^2c + a^2c + a^2c –ac + a^2c + a^2c + a^2c + a^2c – ac + c = 9a^2c – 3ac +c = O(a^2)

1.2 Eksperimentinis algoritmų sudėtingumo įvertinimas

C:\WINDOWS\system32\cmd.exe

```
Dinaminio programavimo laikai:
10 - 00:00:00.1965480
11 - 00:00:01.0838807
12 - 00:00:07.7863132
13 - 00:00:44.3836689
14 - 00:04:08.9611200
Paralelinio programavimo laikai:
10 - 00:00:00.1132583
11 - 00:00:00.5913976
12 - 00:00:03.2630584
13 - 00:00:18.3633794
14 - 00:01:43.7188332
```



1.3 Dinaminio algoritmo sudarymas

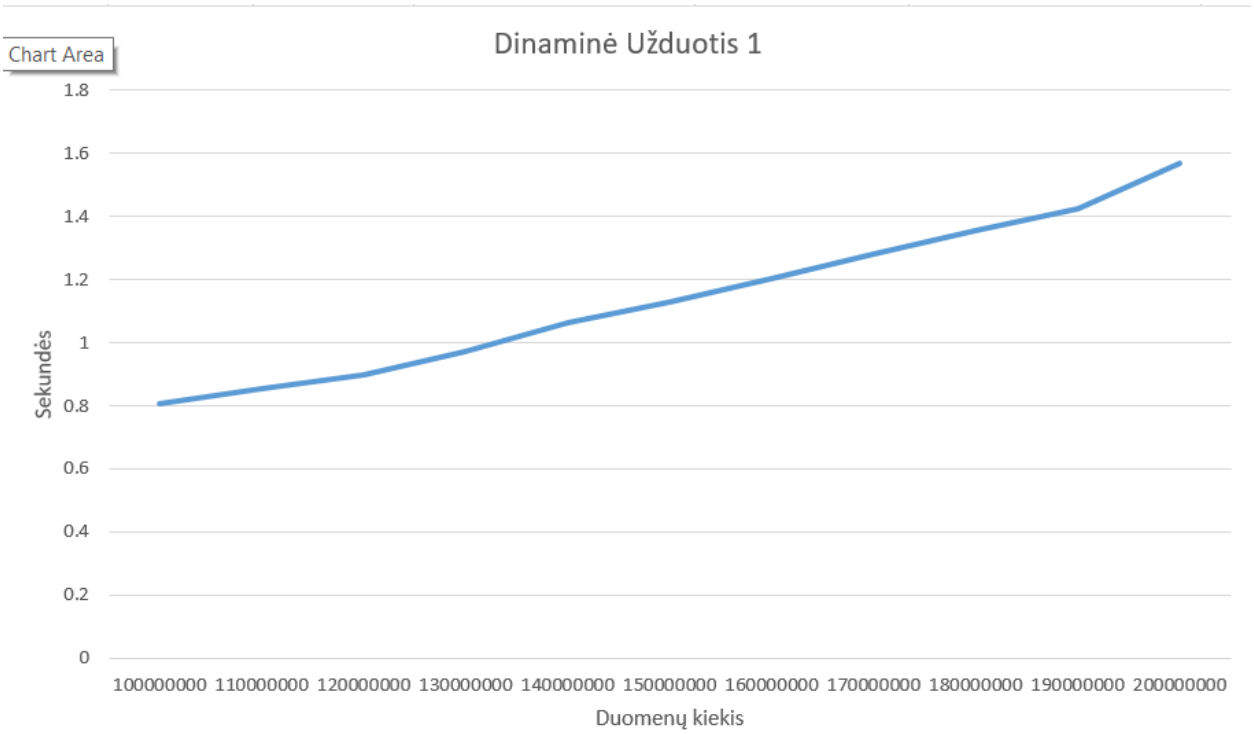
```
private static int FD2(int m, int n)                                    kiekis |  kaina
        {
            int tm = m;                                                   c1   |  1
```

```
        int tn = n;                                                    c1    1
        int cm = 0;                                                    c1    1
        int rez1 = 1 * m + n;                                          c1    1
        int rez2 = 1 * n + m;                                          c1    1
        int rez3 = 0;                                                  c1    1
        int min = rez1;                                                c1    1

        while (n > 0 && m > 0)                                         c2    n+1
        {
            tn--;                                                      c3    n
            tm--;                                                      c3    n
            if (tn == 0)                                               c3    n
            {
                rez3 = m + cm;                                         c3    n
                break;                                                 c3    n
            }
            else if (tm == 0)
            {
                rez3 = n + cm;
                break;
            }
            if (x[tm] == y[tn])                                        c3    n
                cm++;                                                  c3    n
        }
        if (rez2 < rez1)                                               c1    1
            min = rez2;                                                c1    1
        if (rez3 < min)                                                c1    1
            min = rez3;                                                c1    1
        return min;                                                    c1    1
    }
```

Sudėtingumo įvertinimas

T(n) = 12c1+ c2(n+1) + 5c3n = **O(n);**

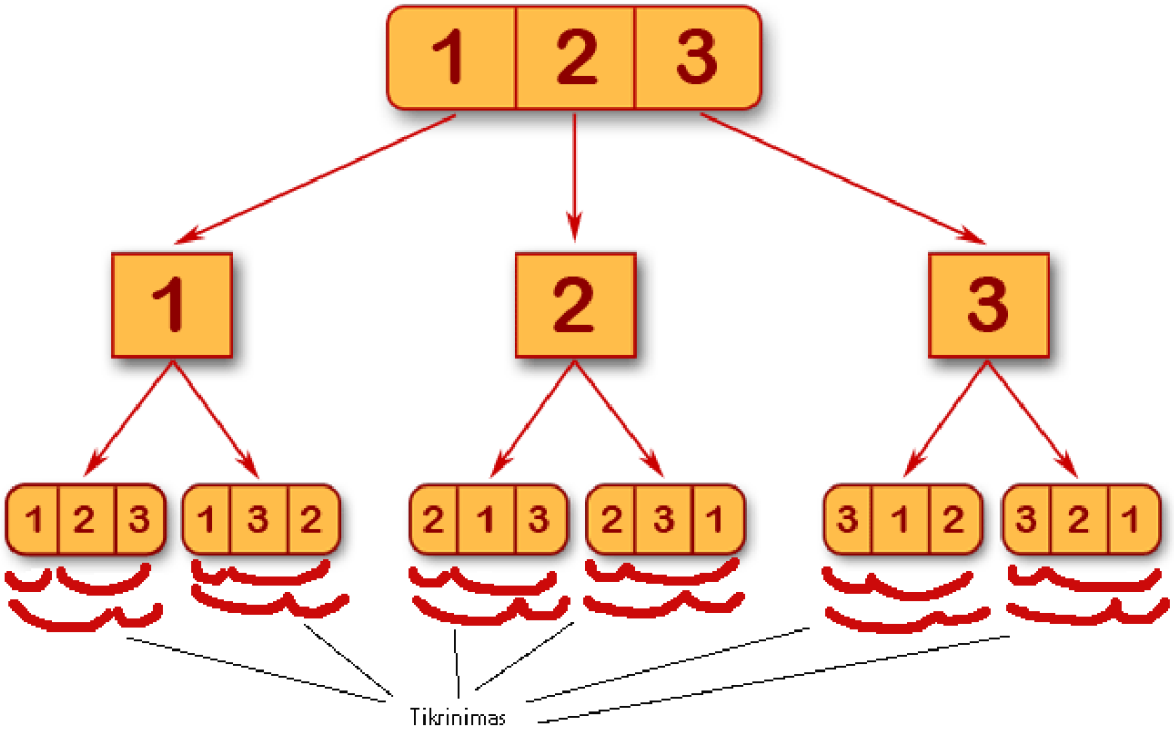


2. Uždavinys

Pagal pateiktą žodinį uždavinio aprašymą, naudojantis dinaminio programavimo metodu, sudaryti uždavinio sprendimo algoritmą ir įvertinti jo sudėtingumą.

Dvi draugės – A ir B – nori pasidalyti ***n*** dovanų rinkinį. Kiekviena dovana turi būti atiduota arba A, arba B, ir nė viena dovana negali būti padalyta į dvi dalis. Kiekviena dovana turi vertę, išreikštą sveikuoju skaičiumi nuo ***0*** iki ***m***. Pažymėkime S_a ir S_b dovanų, kurias atitinkamai gaus A ir B, verčių sumas. Reikia rasti, kaip padalyti dovanas A ir B, kad $|S_a - S_b|$ būtų minimalus.

Kad patikrinti ar įmanoma išdalinti dovanas lygiai, programa turės perrykiuoti dovanų masyvą visais įmanomais variantais. Tai išskaldysime į atskirus variantus kai kiekvienas masyvo elementas yra pirmas:



Suradus kiekvieną dovanų masyvo išdėstymą, perduosime masyvams A ir B po 1..n elementų. Kiekvieną kartą tikrinsime elementų sumą ir ar dovanos yra padalintos geriau nei praeitą kartą. Taigi gausime:

Reorder(k,m) = 2m*Swap(k, i) + m*Reorder(k+1, m) + m!*Split(1, m)

Kodo įgyvendijimas:

```
public static void reorder(int[] list, int k, int m)                    kiekis    kaina
{
    if (list.Length == 0)                                                  c1      1
        return;                                                            c1      1
    if (k == m)                                                            c1      1
        split(list, 1);                                                  T(S)      1
    else
    {
        for (int i = k; i <= m; i++)                                       c2      n
        {
            swap(ref list[k], ref list[i]);                               3c1     n-1
            reorder(list, k + 1, m);                                reorder(n-1)  n-1
            swap(ref list[k], ref list[i]);                               3c1     n-1
        }
    }
}

public static void swap(ref int a, ref int b)                           kiekis    kaina
{
    int temp = a;                                                          c1      1
    a = b;                                                                 c1      1
    b = temp;                                                              c1      1
}
```

Metodo swap sudėtingumas = 3c1

```
public static void split(int[] list, int s)
{
    if (s == list.Length)                                                   c1    1
        return;                                                             c1    1
    int Sa = 0;                                                             c1    1
    int Sb = 0;                                                             c1    1
    int[] Aa = new int[s];                                                  c1    1
    for (int i = 0; i < s; i++)                                             c2    n/2
    {
        Sa += list[i];                                                      c3    n/2-1
        Aa[i] = list[i];                                                    c3    n/2-1
    }
    int[] Ab = new int[list.Length - s];                                    c1    1
    int c = 0;                                                              c1    1
    for (int i = s; i < list.Length; i++)                                   c2    n/2
    {
        Sb += list[i];                                                      c3    n/2-1
        Ab[c++] = list[i];                                                  c3    n/2-1
    }
    if(Math.Abs(Sa - Sb) < min)                                             c1    1
    {
        min = Math.Abs(Sa - Sb);                                            c1    1
        A = new int[Aa.Length];                                             c1    1
        for (int i = 0; i < Aa.Length; i++)                                 c2    n/2
            A[i] = Aa[i];                                                   c3    n/2-1
        B = new int[Ab.Length];                                             c1    1
        for (int i = 0; i < Ab.Length; i++)                                 c2    n/2
            B[i] = Ab[i];                                                   c3    n/2-1
    }
    if (min == 0)                                                           c1    1
        return;                                                             c1    1
    split(list, ++s);                                                   split(n)  1
}
```

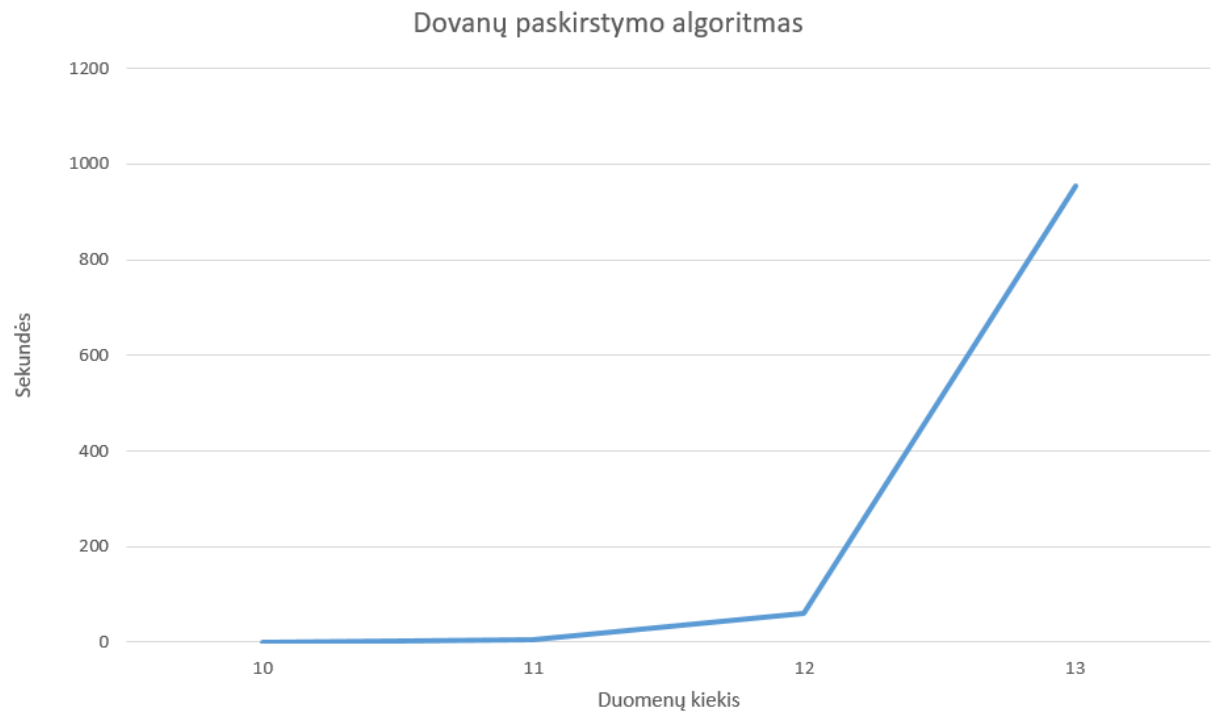
Metodo split sudėtingumas T(s)= 13c1 + 4c2(n/2) + 6c3(n/2-1) + split(n++) = 13c1+2c2n +3c3n+6c3+split(n++) =

= kadangi gylis yra n-1, tai = (n-1)(13c1+n(2c2+3c3))+6c3 = 13c1n+n^2(2c2+3c3)-13c1-n(2c2+3c3)+6c3 = O(n^2)

Algoritmo sudėtingumas:

Reorder(n) = 3c1 + c2n + 3c1(n-1) + (n-1)Reorder(n-1) = kadangi gylis yra n(n-1) =

= (n^2-n)(3c1+c2n+3c1(n-1))=(n^2-n)(n(c2+3c1))=n^3(c2+3c1)-n^2(c2+3c1) = **O(n^3)**



Dinaminis algoritmo įgyvendijimas

```
private static int getMax(int[] list)                                   kiekis    kaina
        {
            int max = 0;                                                  c1      1
            foreach (var item in list)                                    c2      n
                if (item > max && item > 0)                               c3      n-1
                    max = item;                                           c3      n-1
            return max;                                                   c1      1
        }
```

Metodo getMax sudėtingumas T(m2)= 2c1 + 2c3(n-1) + c2n = 2c1 + 2c3n – 2c3 + c2n = =n(2c3+c2) + 2c1 – 2c3 = O(n)

```
        private static int getMin(int[] list)                               kiekis    kaina
        {
            int min  = getMax(list);                                      T(m2)     1
            int ind = 0;                                                    c1      1
            for (int i = 0; i < list.Length; i++)                           c2      n
                if (list[i] < min && list[i] > 0)                           c3      n-1
                {
                    min = list[i];                                          c3      n-1
                    ind = i;                                                c3      n-1
                }
            list[ind] *= -1;                                                c1      1
            return min;                                                     c1      1
        }
```

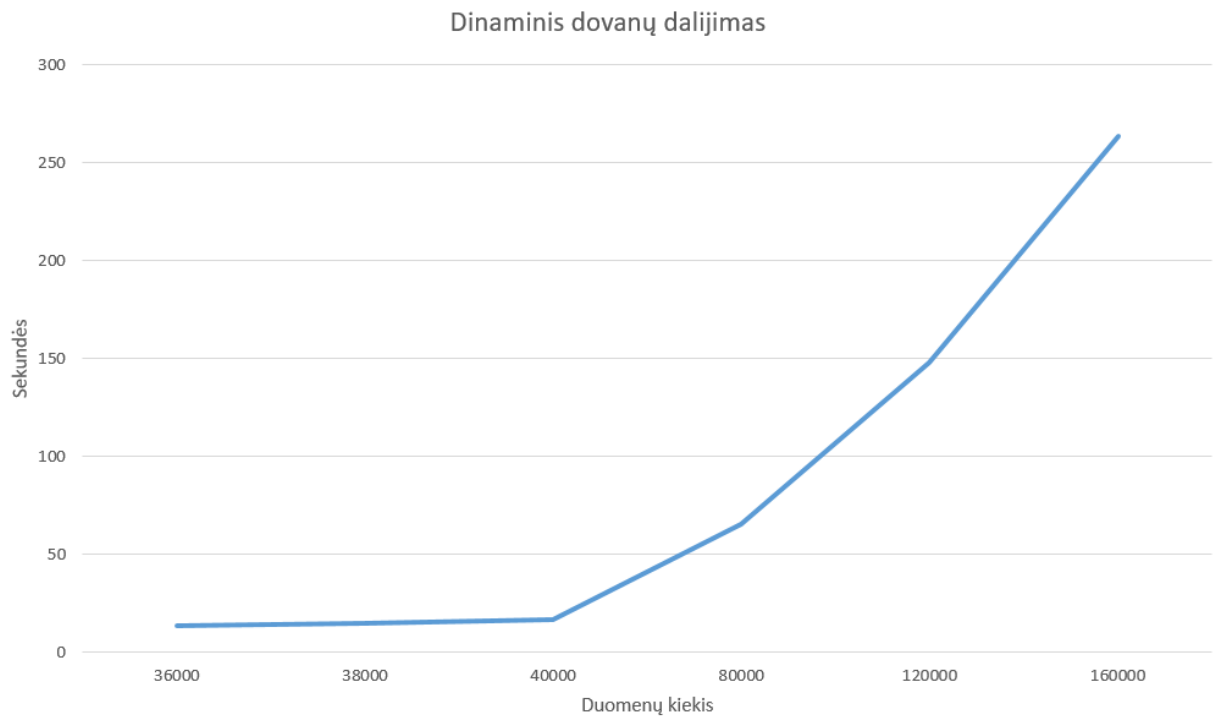
Metodo getMin sudėtingumas T(m)= 3c1 + c2n + 2c3(n-1) + T(m2) = n(c2 + 2c3) + 3c1 – 2c3 + n = O(n)

```
        private static void Dov2()                                          kiekis    kaina
        {
```

```
        int sumA = 0;                                                   c1    1
        int sumB = 0;                                                   c1    1
        int[] dov2 = dov;                                               c1    1
        int dovC = dov2.Length;                                         c1    1
        bool broken = false;                                            c1    1
        for (int i = 0; i < dov2.Length; i++)                           c2    n
        {
            if (sumA == sumB)                                           c3    n-1
            {
                sumA += getMin(dov2);                                   T(m)  n
                dovC--;                                                 c3    n-1
                if (dovC == 0)                                          c3    n-1
                {
                    broken = true;                                      c3    n-1
                    break;                                              c3    n-1
                }
            }
            if (broken) break;                                          c3    n-1
            while (sumA < sumB)                                         c2    n
            {
                sumA += getMin(dov2);                                   c3    n-1
                dovC--;                                                 c3    n-1
                if (dovC == 0)                                          c3    n-1
                {
                    broken = true;                                      c3    n-1
                    break;                                              c3    n-1
                }
            }
            if (broken) break;                                          c3    n-1
            while (sumB < sumA)                                         c2    n
            {
                sumB += getMin(dov2);                                   c3    n-1
                dovC--;                                                 c3    n-1
                if (dovC == 0)                                          c3    n-1
                {
                    broken = true;                                      c3    n-1
                    break;                                              c3    n-1
                }
            }
            if (broken) break;                                          c3    n-1
        }
    }
```

Sudėtingumo įvertinimas:

T(N) = 5c1 + c2n + 18c3(n-1) + n*T(m) = n(18c3 + c2) +5c1 – 18c3 + n^2 = **O(n^2)**

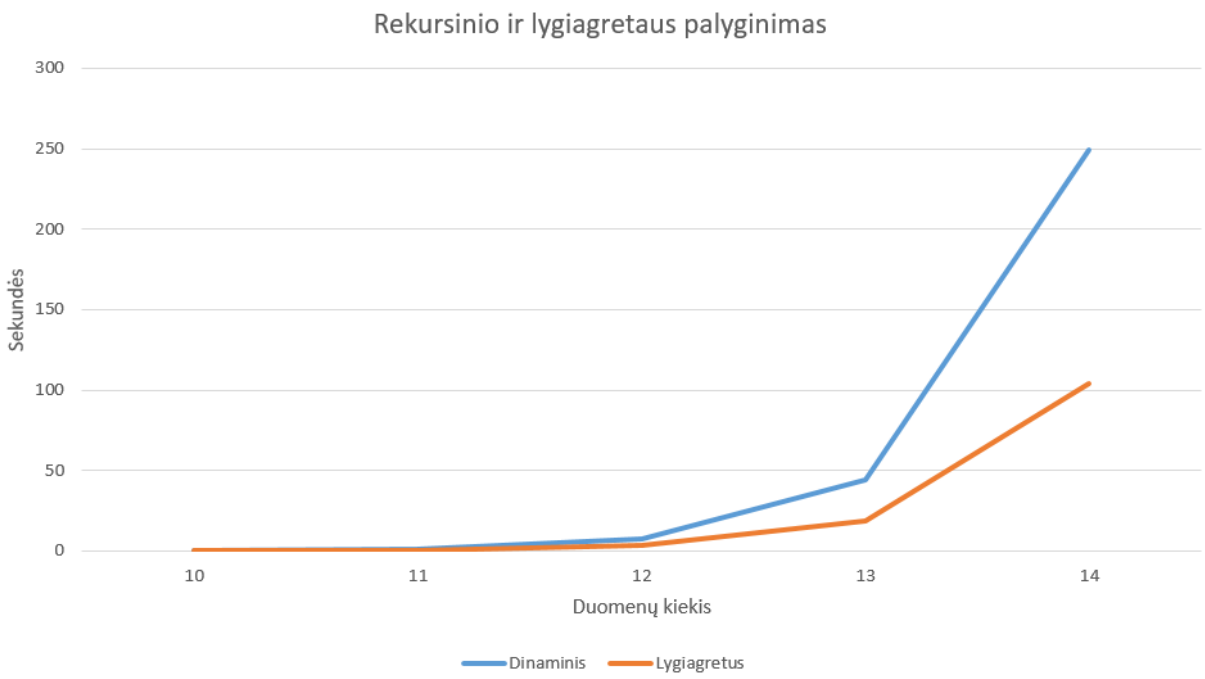


3. Uždavinys

Panaudojus 1 uždavinyje duotą rekurentinę formulę realizuoti jai algoritmą tiesiogiai panaudojant rekursiją bei lygiagretų programavimą.

```
private static int FP(int m, int n)
{
    if (n == 0) return m;
    if (m == 0 && n > 0) return n;
    int countCPU = 3;
    Task[] tasks = new Task[countCPU];
    var task1 = Task.Factory.StartNew(() => 1 + FD(m - 1, n));
    var task2 = Task.Factory.StartNew(() => 1 + FD(m, n - 1));
    var task3 = Task.Factory.StartNew(() => D(m, n) + FD(m - 1, n - 1));
    Task.WaitAll(task1, task2, task3);
    int min = task1.Result;
    if (task2.Result < min)
        min = task2.Result;
    if (task3.Result < min)
        min = task3.Result;
    return min;
}
```

Eksperimentinis palyginimas:


Rekursinio ir lygiagretaus palyginimas
300
250
200
150
100
50
0
Sekundės
10
11
12
13
14
Duomenų kiekis
Dinaminis
Lygiagretus