

“IMPLEMENTACIÓN DE UN MODULADOR D-QPSK”

INFORME 5

Laboratorio de Comunicaciones Digitales-GR9

1st Melanny Dávila

Ingeniería en Telecomunicaciones
Facultad de Eléctrica y Electrónica
Quito, Ecuador
melanny.davila@epn.edu.ec

2nd Ronaldo Almachi

Ingeniería en Telecomunicaciones
Facultad de Eléctrica y Electrónica
Quito, Ecuador
ronaldo.almachi@epn.edu.ec

Abstract—En este documento se analizarán los resultados obtenidos en base a modulaciones de desplazamiento de fase diferencial (DPSK) y sus principales variantes como D-BPSK, D-QPSK y $\pi/4$ -QPSK. Estos sistemas fueron diseñados usando el software Matlab y sus diferentes librerías con el fin de analizar la tasa de error de bit (BER) de cada uno de ellos y llegar a conclusiones más específicas acerca del comportamiento de cada una de estas modulaciones en un canal AWGN.

Index Terms—D-PSK, Demodulación no coherente, PSK, BER, E_b/N_o

I. INTRODUCCIÓN

En las modulaciones D-PSK, la información se transmite en función del estado anterior; de allí viene su nombre de diferencial, con esto se logra independencia entre la fase de la portadora y la señal de datos. Además existe la posibilidad de disminuir la complejidad de implementación del demodulador si se utiliza una demodulación no coherente ya que en este caso el demodulador se basará en la fase del símbolo anterior para realizar la demodulación del símbolo actual; es por esto que no se requiere conocer la fase de la portadora.

La codificación diferencial consiste básicamente en cambiar la fase de la señal de transmisión actual de acuerdo al flujo de bits de entrada en relación con la fase de la señal transmitida anterior en lugar de la fase de la portadora.

II. OBJETIVOS

- Analizar el desempeño de los diferentes esquemas de modulación D-PSK.
- Utilizar MATLAB para implementar un modulador D-PSK y sus variaciones empleando las herramientas del toolbox de Comunicaciones.
- Observar en los diagramas de constelación de D-PSK y el trazo realizado por cada uno de los símbolos [1].

III. PREGUNTAS

A. Analizar y presentar los resultados obtenidos tanto en el trabajo preparatorio como en la práctica.

Modulación D-BPSK y D-QPSK

A continuación se presentan los gráficos de las modulaciones D-BPSK y D-QPSK, los mismos que fueron obtenidos en base a secuencias específicas de bits.

- Bits de datos: 1 1 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0

En la figura 1, se puede comprobar el funcionamiento del código creado como parte del trabajo preparatorio, además esta figura presenta la modulación de los bits de datos solicitados en la hoja guía No. 5 del laboratorio de Comunicación Digital.

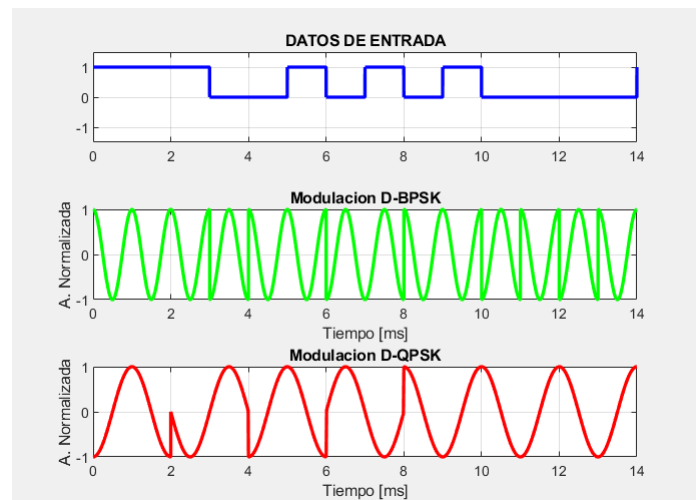


Fig. 1. Modulación D-BPSK y D-QPSK

- Bits de datos: 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1

Como parte de la práctica de laboratorio se analizaron las secuencias de bits que se presentan en la figura 2 y 3. La secuencia 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 era la primera secuencia que se implementó en la práctica de laboratorio ya que así lo solicitaba la hoja guía. Se debe recordar que en la modulación D-BPSK cuando llega un bit cuyo valor es 1, el valor de salida es igual al valor del estado anterior, es decir se mantiene. Sin embargo, cuando el valor del bit que llega es 0, el valor de salida cambia y existe un desfase 180° en radianes de π entre este valor y el valor del estado anterior.

Este es el motivo por el cual se observa una señal coseno con fase constante durante $t = 2T_b$. Por otro lado, en la modulación D-QPSK, los bits de llegada se leen de dos en dos; es por esto que cuando llega un símbolo 10 se tiene un desplazamiento de 270° o $3\pi/2$ entre el estado anterior y el estado actual o de salida.

Adicionalmente, como los dos últimos bits recibidos representan al símbolo 11, se tiene un valor de desfase diferente en comparación a los anteriores símbolos. El valor del desplazamiento de fase es de 180° o π entre el estado actual y el anterior.

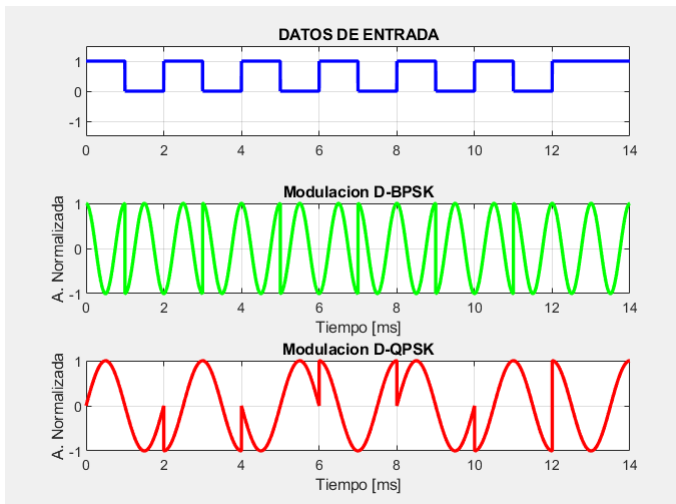


Fig. 2. Modulaci3n D-BPSK y D-QPSK

- Bits de datos: 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Al realizar la modulaci3n de una secuencia de datos donde todos los valores son cero, la modulaci3n D-BPSK presenta la mayor cantidad de transiciones ya que como se mencion3 anteriormente cuando se recibe un bit cuyo valor es 0, existe un desplazamiento de fase de 180° o en radianes π entre los estados anterior y actual.

Por otro lado, en la modulaci3n D-QPSK se tiene una se1al Coseno con fase constante, esto sucede porque s3lo se transmiten s3mbolos 00, los mismos que representan un desplazamiento de fase de 0° ; es decir no existe desfase entre el estado anterior y el estado de salida.

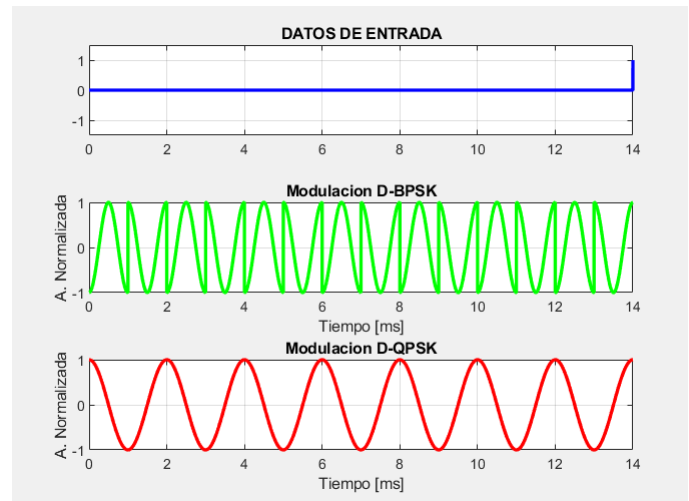


Fig. 3. Modulaci3n D-BPSK y D-QPSK

- Todas estas simulaciones se obtuvieron en base al siguiente script realizado en Matlab.

```
1 clear all
2 close all
3 clc
4 tb = 1; %Se declara un tiempo de bit
5 datos = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
6 %Se crea un vector de datos
7 d = 0; %valor de desfase inicial
8 d_1 = 0; %valor de desfase para DQPSK
9 y = []; %vector para la modulacion
10 %vector para la modulacion
11 f = 1/tb; %frecuencia de la senal
12 t = 0:1/100000:tb; %vector de tiempo
13 t1 = 0:1/100000:tb; %vector de tiempo
14 %% MODULACION D-BPSK
15 for i=1:length(datos) %lazo for
16     para recorrer los bits de datos
17     if datos(i) == 0 %comparacion de
18         los bits
19         d = d + pi; %aumentamos el
20         desfase en pi
21         y = [y cos((2*pi*f*t)+d)]; %se
22         completa el vector y con los datos
23     else
24         t1 = 0:1/100000:tb; %se
25         declara el vector de tiempo
26         %porque la fase no cambia
27         y = [y cos((2*pi*f*t1) + d)];
28         %se completa el vector y con los
29         datos
```

```

23     end
24 end
25 subplot(3,1,1);
26 NRZ(datos); %uso de la funcion creada
    para graficar los bits de datos
27 subplot(3,1,2);
28 t = linspace(0,tb*length(datos)
    ,1400014); %vector de tiempo
29 plot (t,y , 'g', "LineWidth",2) %Grafica
    D-BPSK
30 grid on
31 title('Modulacion D-BMSK') %titulo
32 ylabel('A. Normalizada') %eje y
33 xlabel('Tiempo [ms]') %eje x
34 %% MODULACION QPSK
35 for j=1:2:length(datos) %lazo for
    para recorrer el vecto de datos
36 if datos(j)==0 && datos(j+1) == 0 %
    si los datos i y i+1 son 0
37     %se designa como un desfase de
    0
38     d_1; %la fase a utilizar es la
    misma a la anterior
39     x = [x cos((2*pi*f*t1)+d_1)];
    %se completa el vector x
40 elseif datos(j)==0 && datos(j+1) ==
    1 %si el datos i es 0 y el dato i
    +1
41     %es 1 se designa como un
    desfase de 90
42     d_1 = d_1 + pi/2; %aumentamos
    el desfase en pi/2
43     x = [x cos((2*pi*f*t1)+d_1)];
    %se completa el vector x
44 elseif datos(j)==1 && datos(j+1) ==
    1 %si el datos i es 1 y el dato i
    +1
45     %es 1 se designa como un
    desfase de 180
46     d_1 = d_1 + pi; %aumentamos el
    desfase en pi
47     x = [x cos((2*pi*f*t1)+d_1)];
    %se completa el vector x
48 elseif datos(j)==1 && datos(j+1) ==
    0 %si el datos i es 1 y el dato i
    +1
49     %es 0 se designa como un
    desfase de 270
50     d_1 = d_1 + 3*pi/2; %aumentamos
    el desfase en 3pi/2
51     x = [x cos((2*pi*f*t1)+d_1)];%
    se completa el vector x
52 end
53 end
54 subplot(3,1,3);
55 t_1 = linspace(0,tb*length(datos)

```

```

    ,700007); %vector de tiempo
56 plot (t_1,x, 'r', "LineWidth",2) %
    Grafica D-QPSK
57 grid on
58 title('Modulacion D-QMSK') %titulo
59 ylabel('A. Normalizada') %eje y
60 xlabel('Tiempo [ms]') %eje x

```

En esta práctica de laboratorio también se analizaron los diagramas de constelación de las modulaciones D-QPSK y $\pi/4$ -QPSK. A continuación se presentan dichos diagramas afectados y no afectados por ruido AWGN.

Modulación D-QPSK

En la figura 4, se presenta el diagrama de constelación de la modulación D-QPSK sin ser afectada por ruido AWGN; dicho diagrama permite observar las transiciones que existen entre símbolos.

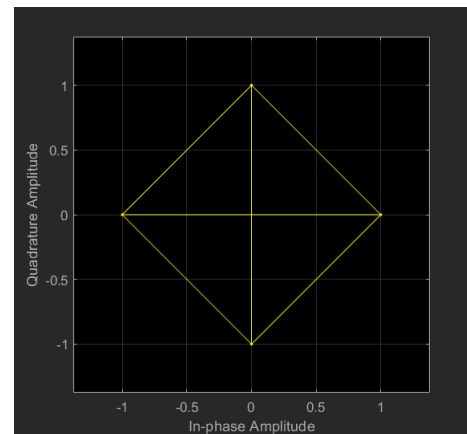


Fig. 4. Diagrama de constelación ideal de D-QPSK

- Este resultado fue obtenido mediante el siguiente script, el mismo que fue solicitado en el trabajo preparatorio.

```

1 %% DPSK-Modulacion
2 clear all
3 close all
4 clc
5 M=4; %Numero de fases (4PSK)
6 datos=randi([0 M-1],1000,1); %Creacion
    del vector de datos aleatorio
7 desfase=0; %desfase entre
    constelaciones
8 SeMod=dpskmod(datos,M,desfase); %
    Modulacion de los datos
9 cd = comm.ConstellationDiagram('
    ShowTrajectory',true,'
    ShowReferenceConstellation',false);
10 %Creacion del objeto de diagrama de
    constelacion
11 cd(SeMod) %Diagrama de constelacion de
    DQPSK

```

- Por otro lado, en la sesión de laboratorio se agregó ruido AWGN a la señal de datos con un valor de relación señal a ruido de 10 dB. La figura 5, muestra el resultado obtenido en base al siguiente script de Matlab.

```

1 %% D-QPSK con AWGN
2 clear all
3 close all
4 clc
5 M=4; %Numero de fases (4PSK)
6 SNR=10;
7 datos=randi([0 M-1],1000,1); %Creacion
    del vector de datos aleatorio
8 desfase=0; %desfase entre
    constelaciones
9 SeMod=dpskmod(datos,M,desfase); %
    Modulacion de los datos
10 SeTx=awgn(SeMod, SNR);
11 cd = comm.ConstellationDiagram('
    ShowTrajectory',true,'
    ShowReferenceConstellation',false);
12 %Creacion del objeto de diagrama de
    constelacion
13 cd(SeTx) %Diagrama de constelacion de
    D-QPSK

```

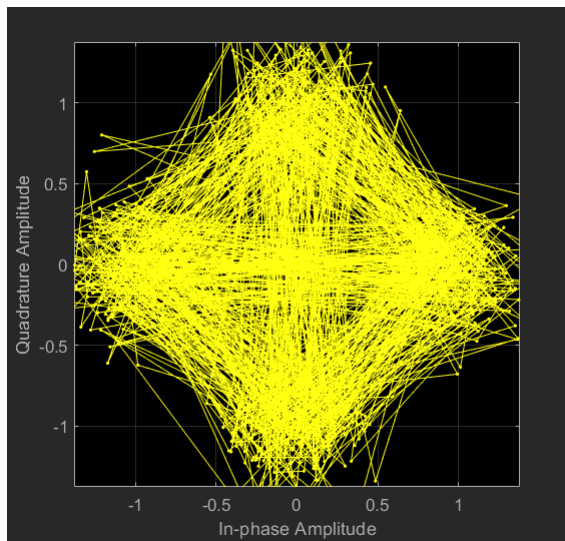


Fig. 5. Diagrama de constelación real de D-QPSK

Modulación $\pi/4$ -QPSK

En la sesión de laboratorio primero se analizó la modulación $\pi/4$ -QPSK ideal, en la figura 6 se muestra el diagrama de constelación el mismo que indica las transiciones entre símbolos.

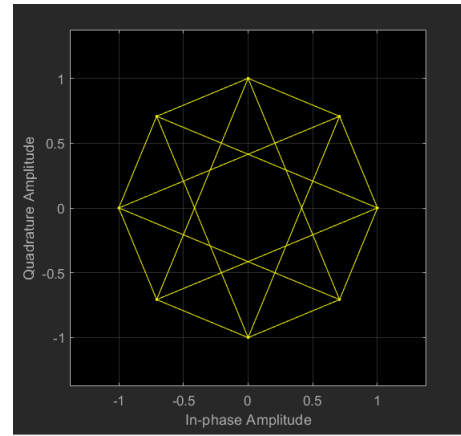


Fig. 6. Diagrama de constelación ideal de $\pi/4$ -QPSK

- Este resultado fue obtenido mediante el siguiente script, el mismo que fue solicitado en el trabajo preparatorio.

```

1 %% Pi/4 QPSK
2 clear all
3 close all
4 clc
5 M=4; %Numero de fases
6 datos=randi([0 M-1],1000,1); %Creacion
    del vector de datos aleatorio
7 SeMod=dpskmod(datos,M,pi/4); %
    Modulacion de los datos
8 cd = comm.ConstellationDiagram('
    ShowTrajectory',true,'
    ShowReferenceConstellation',false);
9 %Creacion del objeto de diagrama de
    constelacion
10 cd(SeMod) %Diagrama de constelacion de
    pi/4-QPSK

```

De igual manera, se agregó ruido AWGN con un valor de $SNR = 10dB$, como resultado se obtiene el siguiente diagrama de constelación mostrado en la figura 7.

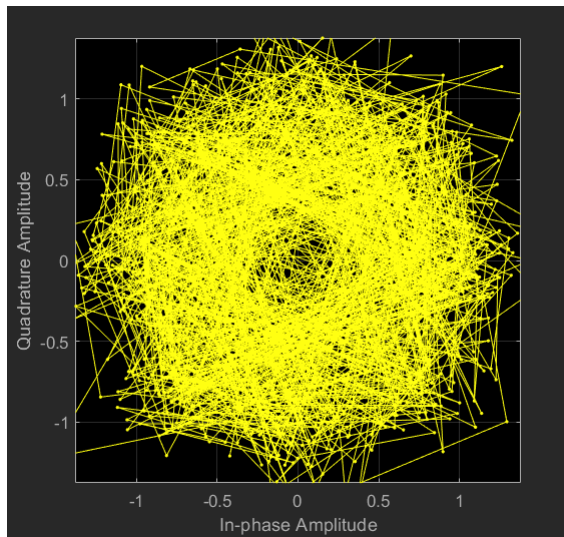


Fig. 7. Diagrama de constelación real de $\pi/4$ -QPSK

- El siguiente script permite obtener como resultado a la figura 7.

```
1 %% pi/4-QPSK
2 clear all
3 close all
4 clc
5 M=4; %Numero de fases
6 SNR=10;
7 datos=randi([0 M-1],1000,1); %Creacion
    del vector de datos aleatorio
8 SeMod=dpskmod(datos,M,pi/4); %
    Modulation de los datos
9 SeTx=awgn(SeMod,SNR)
10 cd = comm.ConstellationDiagram('
    ShowTrajectory',true,'
    ShowReferenceConstellation',false);
11 %Creacion del objeto de diagrama de
    constelacion
12 cd(SeTx); %Diagrama de constelacion de
    pi/4-QPSK
```

```
7 Ber=[]; %Creacion de un vector para la
    probabilidad de bit errado
8 Ber2=[]; %Vector para BER
9 for Eb=-4:1:40; %lazo for que varia el
    valor de Eb/No
10     Eb1=10^(Eb/10); %Transformacion de
        dB a veces
11     Ber1=(2/(log2(M2)))*erfc(sqrt(Eb1
        /2)*sin(pi/M2)); %Calculo de BER
12     Ber=[Ber Ber1]; %Asignacion de los
        valores de BER
13 end
14
15 for Eb=-4:1:40; %lazo for que varia el
    valor de Eb/No
16     Eb1=10^(Eb/10); %Transformacion de
        dB a veces
17     Ber11= (2/(log2(M1)))*erfc(sqrt(
        Eb1/2)*sin(pi/M1)); %Calculo de
        BER
18     Ber2=[Ber2 Ber11]; %Asignacion de
        BER
19 end
20
21 Eb=-4:1:40; %Vector de Eb/No
22 semilogy(Eb,Ber',Eb,Ber2');%Grafica
    semilogaritmica
23 legend('D-BPSK','D-QPSK') %Nombre de
    la grafica
24 title('BER vs. Eb/No') %Titulo
25 xlabel('Eb/No') %nombre del eje x
26 ylabel('Probabilidad de bit errado') %
    nombre del eje y
27 grid on %Cuadricula
```

Como se observa en la figura 8, la modulación D-QPSK presenta mayor BER en comparación a D-BPSK a medida que el valor de E_b/N_o aumenta; sin embargo, es importante mencionar que ambas modulaciones tienen un valor de BER bajo, el mismo que puede ser observado en la misma figura.

Comparación entre modulaciones D-BPSK y D-QPSK

- El siguiente script permite obtener una gráfica semilogarítmica de la probabilidad de bit errado vs. E_b/N_o de D-BPSK y D-QPSK, todo esto se realizó con el fin de analizar cual de ellas trabaja de mejor manera en un canal AWGN.

```
1 %comparacion entre D-QPSK y D-BPSK
2 clear all
3 close all
4 clc
5 M1=4; %Numero de fases de D-QPSK
6 M2=2; %Numero de fases de D-BPSK
```

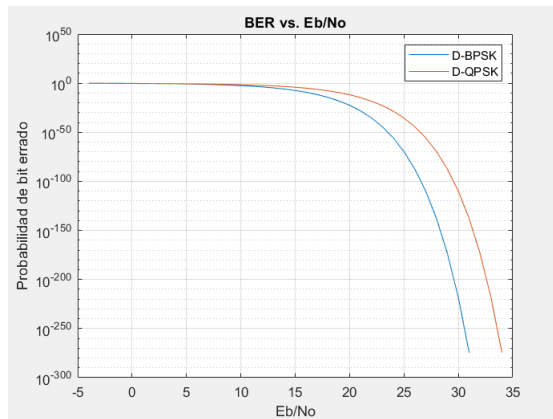


Fig. 8. BER vs. Eb/No de D-BPSK y D-QPSK

Comparación entre modulaciones QPSK, D-QPSK y $\pi/4$ -QPSK

Como se muestra en la figura 9, las modulaciones QPSK y $\pi/4$ -QPSK comparten la misma curva, es decir la probabilidad de bit errado en ambos casos es la misma. Sin embargo, la modulación D-QPSK presenta mas probabilidad de bit errado en comparación a las dos modulaciones mencionadas anteriormente.

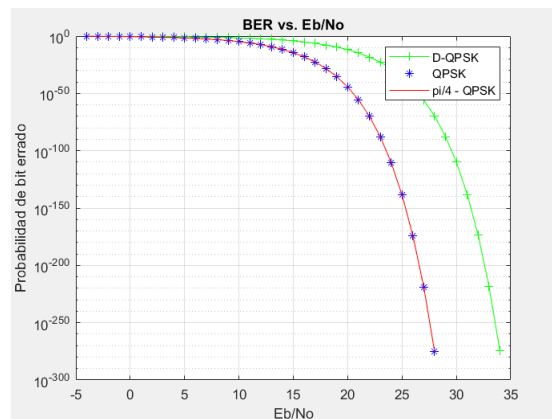


Fig. 9. BER vs. Eb/No de D-QPSK, QPSK y $\pi/4$ -QPSK

- El siguiente script da como resultado dicha comparación.

```
1 %comparacion entre D-QPSK, QPSK y $\pi
  /4$-QPSK
2 clear all
3 close all
4 clc
5 M1=4; %Numero de fases para D-QPSK,
  QPSK y Pi/4QPSK
6
7 Ber=[]; %Creacion de un vector para la
  probabilidad de bit errado
8 Ber2=[]; %Creacion de un vector para
  la probabilidad de bit errado
```

```
9 Ber3=[]; %Creacion de un vector para
  la probabilidad de bit errado
10 for Eb=-4:1:50; %lazo for que varia el
  valor de Eb/No
11     Eb1=10^(Eb/10); %Transformacion de
  dB a veces
12     Pel=(erfc(sin(pi/M1).*sqrt(log2(M1)
  )).*sqrt(Eb1)).*log2(M1); %Calculo
  de la prob. de error
13     Ber=[Ber Pel]; %Asignacion de los
  valores de prob. de error
14 end
15
16 for Eb=-4:1:50; %lazo for que varia el
  valor de Eb/No
17     Eb1=10^(Eb/10); %Transformacion de
  dB a veces
18     Pel1=(2/(log2(M1)))*erfc(sqrt(Eb1
  /2)*sin(pi/M1)); %Calculo de la
  prob. de error
19     Ber2=[Ber2 Pel1]; %Asignacion de
  los valores de prob. de error
20 end
21
22 for Eb=-4:1:50; %lazo for que varia el
  valor de Eb/No
23     Eb1=10^(Eb/10); %Transformacion de
  dB a veces
24     Pel11=(erfc(sin(pi/M1).*sqrt(log2(M1)
  )).*sqrt(Eb1)).*log2(M1); %
  Calculo de la prob. de error
25     Ber3=[Ber3 Pel11]; %Asignacion de
  los valores de prob. de error
26 end
27
28
29 Eb=-4:1:50; %Vector de Eb/No
30 semilogy(Eb,Ber2','g+-');%Grafica
  semilogaritmica
31 hold on
32 semilogy(Eb,Ber','b*')
33 hold on
34 semilogy(Eb,Ber3','r')
35 legend('D-QPSK','QPSK','pi/4 - QPSK')
  %Nombre de la grafica
36 title('BER vs. Eb/No') %Titulo
37 xlabel('Eb/No') %nombre del eje x
38 ylabel('Probabilidad de bit errado') %
  nombre del eje y
39 grid on %Cuadricula
```


B. Establecer una comparación de la modulación D-PSK frente a PSK, hacer énfasis en los procesos de recepción, demodulación y sincronización de señales.

La modulación por desplazamiento de fase (PSK) es una de las técnicas de modulación digital que se utiliza en los sistemas de comunicación, para la identificación de una señal modulada en el receptor, después de canales ruidosos, AWGN [2]. PSK es un esquema de modulación digital que transmite datos modulando la fase de una señal de referencia (la onda portadora) [3].

El esquema PSK diferencial, conocido como D-PSK depende de la diferencia entre las fases sucesivas que pueden ser más sencillas de implementar que PSK ordinaria, ya que no es necesario que el demodulador tenga una copia de la señal portadora para determinar la fase exacta de la señal recibida (es un esquema no coherente), lo que podría producir una demodulación con más errores [4]. Por otro lado, en recepción, la sincronización entre la señal portadora y la señal de datos es importante en el caso de PSK ya que sin la señal portadora, no se puede realizar una correcta demodulación. Esto no sucede en D-QPSK debido a que la demodulación como ya se mencionó antes no depende de una señal portadora, sino sólo de la fase del símbolo anterior.

C. Establecer una comparación entre las variaciones de la modulación D-PSK.

D-PSK indica que la modulación de una señal se va a realizar dependiendo del flujo de información de una señal, es decir en función del estado anterior. Esto se hace con el objetivo de implementar una demodulación de bajo costo ya que sólo se necesita conocer cierta secuencia dada en función del estado anterior, esto se conoce comúnmente como modulación no coherente.

En base a lo mencionado en el párrafo anterior se realizará una comparación de las variaciones de D-PSK, pero con un enfoque en las modulaciones usadas en esta práctica de laboratorio [5].

D-BPSK: Esta modulación tiene la característica de que las fases de la señal modulada únicamente varían entre 0 y π , usando 1 bit a la vez, gracias a esto y dependiendo del flujo de bits se tendrá una señal en el receptor fácil de interpretar. Sin embargo, más propensa a errores como consecuencia de que si en la demodulación se tiene un bit errado el siguiente también será afectado por dicho error, como consecuencia de esto se tendrá un sistema de modulación y demodulación más sencillo y barato de implementar, pero con la desventaja de que el rendimiento se verá afectado en el caso de que se cometan errores [5].

Además, es importante considerar que el hecho de usar un sólo bit en esta modulación implica que las regiones de decisión son mucho más grandes por lo que la probabilidad de bit errado disminuye en el receptor, de igual manera la velocidad de transmisión disminuye en un ancho de banda específico.

D-QPSK: En este caso las posibles fases de salida son 4 al usar una combinación de dos bits, las fases varían entre 0° , 90° , 180° y 270° , pero se mantiene la idea en que las fases de salida varían dependiendo del estado anterior; este dicho caso se suman fases del símbolo anterior y el actual.

Al igual que D-BPSK es más propensa a errores porque las regiones de decisión son aún más pequeñas en comparación a D-BPSK. Además, debido a la demodulación no coherente un error puede afectar a toda la demodulación. Es decir que si bien es un método más sencillo para modular y demodular se está sacrificando rendimiento del sistema, este efecto se puede apreciar de mejor manera en la figura 9 [5].

IV. CONCLUSIONES

- Ronaldo Almachi:

- 1) Cuando usamos D-PSK en sistema de comunicaciones estamos sacrificando rendimiento, esta comparación se la hace figura 9, y en base a esto podemos concluir que si bien D-PSK no es la mejor opción en rendimiento, es una buena opción en costo y fácilmente se podrían usar códigos de corrección de errores para contrarrestar dichos efectos.
- 2) Para un mismo flujo de datos D-PSK nos ofrece un mayor rendimiento, esto se debe a dos razones: la probabilidad de error es menor y el sincronismo en B-PSK es mucho mejor implementado, por otro lado en D-QPSK con el mismo flujo de datos el rendimiento es menor, por tanto mas propenso a errores dado un E_b/N_o igual en ambos casos y como se ha visto a lo largo de la mayoría de las prácticas realizadas hasta el momento a medida que la SNR aumenta el BER disminuye.
- 3) Para un E_b/N_o que tenga valores por debajo de los 25 dB los errores son ya muy considerables, es por eso que dependiendo si es un sistema M-PSK o D-MPSK, se debería tomar como referencia una E_b/N_o igual o superior a los 30 dB para diferentes variaciones de dichas modulaciones, la probabilidad de error es bastante buena, es decir baja.

- Melanny Dávila:

- 1) En esta práctica de laboratorio se analizaron los beneficios de la modulación D-PSK; ya que básicamente que la codificación diferencial evita que existan confusiones de fase en el demodulador, ya que estas son asociadas con la detección coherente de símbolos codificados por desplazamiento de fase (PSK).
- 2) D-QPSK al ser una modulación diferencial representa ciertos beneficios en su implementación, sin embargo, la tasa de bit errado es mayor en comparación a otras modulaciones lo que implicaría la utilización de un valor de E_b/N_o mucho más alto. Esto da como consecuencia el requerimiento de equipos más robustos en el sistema de transmisión.

- 3) La modulación PSK es mas compleja de implementar en comparación de D-PSK ya que en este caso el demodulador no debe realizar un seguimiento de la señal portadora, es decir es un sistemas no coherente.

V. RECOMENDACIONES

- Ronaldo Almachi:

- 1) Para realizar una modulación D-BPSK y D-QPSK asegurarse de que las longitudes de los vectores que ayudan a guardar dichos parámetros sean los mismos, pues para secuencias mas criticas de datos pueden ocasionar errores en la modulación.
- 2) Usar de preferencia en E_b/N_o un rango de 0 a 50dB, pues si solo se usa de 30dB habrá recortes en las gráficas de BER vs E_b/N_o , esto es mas evidenciado para modulaciones las cuales su rendimiento nos es el mejor.
- 3) Usar distintos tipos de SNR para los diagramas de constelaciones, de preferencia que la variación sea de 10dB en 10dB, para así poder notar la diferencia que existe cada tipo de modulación y como afecta al BER.

- Melanny Dávila:

- 1) Los valores del vector E_b/N_o deben pertenecer a un amplio rango, con el fin de poder realizar una comparación mejor entre las modulaciones y de esta manera evitar recortes en las gráficas.
- 2) Utilizar las etiquetas en las gráficas obtenidas es de vital importancia con el fin de poder diferenciarlas, para evitar la necesidad ir revisando que las especificaciones que fueron designadas a cada gráfica en el código.
- 3) Se debe tener precaución al momento de utilizar las fórmulas que permiten obtener la probabilidad de bit errado en base al valor de E_B/N_o , ya que se debe realizar una adecuada transformación de unidades.

REFERENCES

- [1] E. Tatayo, "IMPLEMENTACIÓN DE UN MODULADOR D-QPSK". C.P. COMUNICACIÓN DIGITAL, Accedido: jul. 18, 2020. [En línea].
- [2] Proakis, J. G., Digital Communications, 5th Ed., McGraw-Hill, 2008.
- [3] Simon, M. K., and Alouini, M. S., Digital Communication over Fading Channels – A Unified Approach to Performance Analysis, 1st Ed., Wiley, 2000.
- [4] Lee, P. J., "Computation of the bit error rate of coherent M-ary PSK with Gray code bit mapping", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-34, Number 5, pp. 488-491, 1986.
- [5] J. Alvarez Guerrero, F. Amaya-Fernández, y C. Carmona, "Analysis of BPSK and DPSK modulation in optical access networks", jun. 2014, doi: 10.1109/ColComCon.2014.6860425.