

# Asignación de Frecuencias con Costos Variables en ConectaMax Telecom

11 de diciembre de 2025

## Resumen

Se presenta la formalización y clasificación del problema de asignación de frecuencias en ConectaMax Telecom. El problema se modela como una combinación de Asignación de Frecuencias (Frequency Assignment Problem, FAP) y Coloración de Grafos Ponderada, incorporando costos heterogéneos por torre y frecuencia. Se discuten su complejidad NP-difícil, las variantes relevantes y las líneas de solución recomendadas para instancias reales.

## 1. Introducción

La operación de redes celulares requiere asignar frecuencias a torres cumpliendo restricciones de interferencia y minimizando el costo operativo. En ConectaMax Telecom, cada asignación frecuencia-torre posee un costo específico derivado de equipamiento, energía y regulaciones locales, lo que convierte el FAP clásico en una coloración de grafos con costos.

## 2. Definición formal del problema

Sea  $G = (V, E)$  el grafo de interferencia, donde  $V$  representa las torres y  $E$  conecta pares que no pueden compartir frecuencia. Sea  $F$  el conjunto de frecuencias disponibles y  $c_{v,f}$  el costo de asignar la frecuencia  $f$  a la torre  $v$ . Se usa la variable binaria  $x_{v,f}$  que vale 1 si  $v$  opera en  $f$ .

$$\min_x \sum_{v \in V} \sum_{f \in F} c_{v,f} x_{v,f} \quad (1)$$

$$\text{s.a. } \sum_{f \in F} x_{v,f} = 1 \quad \forall v \in V \quad (2)$$

$$x_{u,f} + x_{v,f} \leq 1 \quad \forall (u, v) \in E, \forall f \in F \quad (3)$$

$$x_{v,f} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, \forall f \in F. \quad (4)$$

El objetivo minimiza el costo total, garantizando una coloración propia (no hay interferencia) y asignando una frecuencia por torre. Extensiones pueden incluir múltiples canales por torre o separaciones mínimas entre canales adyacentes.

### 3. Clasificación del problema

#### 3.1. Asignación de frecuencias con costos variables

El modelo extiende el FAP clásico incorporando una función de costo heterogénea  $c_{v,f}$  condicionada por equipamiento, consumo y regulación local. Este enfoque aparece como *minimum cost frequency assignment*.

#### 3.2. Coloración de grafos ponderada

Equivalente a colorear el grafo de interferencia con colores  $F$ , minimizando la suma de costos por nodo. Se vincula con *minimum cost graph coloring* y variantes de grafos coloreados con funciones de costo.

#### 3.3. Complejidad computacional

El problema es NP-completo: no se conoce algoritmo polinómico que encuentre la solución óptima en instancias grandes, y el espacio de búsqueda crece exponencialmente con  $|V|$  y  $|F|$ . Para redes con cientos o miles de torres se requieren métodos aproximados o heurísticos.

## 4. Características específicas en ConectaMax

- Costos asimétricos por torre y frecuencia:  $c_{v,f}$  depende de hardware, energía y regulación.
- Múltiples componentes de costo: consumo, licencia, mantenimiento y riesgos de interferencia.
- Restricciones de interferencia estrictas: torres vecinas no pueden compartir frecuencia; pueden añadirse restricciones de separación entre canales adyacentes.

## 5. Métodos de solución

### 5.1. Métodos exactos

- Algoritmos de *branch-and-cut* especializados para FAP, efectivos en instancias pequeñas y medianas.
- Esquemas de *branch-and-price* que usan diagramas de decisiones binarios para resolver problemas de tarificación.

### 5.2. Heurísticas avanzadas

- *Simulated annealing* con movimientos de recoloración local.
- *Tabu search* que explora recoloraciones con memoria de prohibiciones.

- Algoritmos genéticos e híbridos evolutivos orientados a grafos ponderados.
- Estrategias *greedy* para construcción inicial, seguidas de mejora local (descentes o shaking estilo VNS).

### 5.3. Enfoque recomendado para ConectaMax

1. Modelar como ILP (formulación anterior) para generar cotas inferiores y validar instancias pequeñas.
2. Construir soluciones iniciales con heurísticas *greedy* basadas en costo marginal  $c_{v,f}$  y grado de interferencia.
3. Mejorar con tabu search o simulated annealing; comparar contra las cotas del ILP en instancias reducidas.
4. Escalar mediante descomposición del grafo (clustering geográfico) y solución por regiones con ajustes en fronteras.

## 6. Bibliografía

### Referencias

- [1] W. K. Hale, “Frequency Assignment: Theory and Applications,” *IEEE Proceedings*, 1980.
- [2] R. Borndörfer, A. Eisenblätter, M. Grötschel, A. Martin, “Frequency Assignment in Cellular Phone Networks,” 1998.
- [3] K. I. Aardal et al., “A Branch-and-Cut Algorithm for the Frequency Assignment Problem,” 1996.
- [4] D. R. Morrison et al., “Solving the Pricing Problem in a Branch-and-Price Algorithm with Binary Decision Diagrams,” Optimization Online preprint.
- [5] W. Goddard et al., “Coloring of Graphs with Cost Functions Whose Marginal Costs Decrease,” 2020.
- [6] M. Duque-Antón, D. Kunz, B. Rüber, “Channel Assignment for Cellular Radio Using Simulated Annealing,” 1993.
- [7] J.-K. Hao, R. Dorne, P. Galinier, “Tabu Search for Frequency Assignment in Mobile Radio Networks,” 1998.
- [8] R. Dorne, J.-K. Hao, “An Evolutionary Approach for Frequency Assignment in Cellular Radio Networks,” 1995.