Simulación de Eventos Discretos: Sistema de Peaje con Múltiples Cabinas

Melani Forsythe Matos

S1. Introducción

Este proyecto tiene como objetivo simular un sistema de peaje con múltiples cabinas utilizando un modelo de eventos discretos. Se busca analizar cómo el número de cabinas y la tasa de llegada de vehículos afectan el tiempo de espera promedio de los usuarios.

S2. Detalles de Implementación

La simulación se ha implementado en Python, utilizando una estructura basada en eventos con una cola de prioridad (heap). Se modelan dos tipos de eventos: llegada de un vehículo y salida de un vehículo atendido.

Los parámetros básicos de la simulación fueron:

- Tasa de llegada: $\lambda = 1/5$ (un vehículo cada 5 segundos, en promedio)
- Tasa de servicio: $\mu = 1/4$ (una atención cada 4 segundos, en promedio)
- Tiempo total de simulación: 25, 50 y 100 segundos
- Número de cabinas: 3 y 4 (dependiendo del experimento)

S3. Resultados y Experimentos

Simulación 1 — 3 cabinas, 50 segundos

- Tiempo promedio de espera: **0.00 segundos**
- Número total de vehículos atendidos: **11**
- Porcentaje de ocupación por cabina:
  - Cabina 1: 103.09 %
  - Cabina 2: 40.04 %
  - Cabina 3: 14.37 %

Simulación 2 — 3 cabinas, 100 segundos

- Tiempo promedio de espera: **0.06 segundos**
- Número total de vehículos atendidos: **20**
- Porcentaje de ocupación por cabina:
  - Cabina 1: 149.52 %
  - Cabina 2: 39.64 %
  - Cabina 3: 28.66 %

Simulación 3 — 4 cabinas, 500 segundos

- Tiempo promedio de espera: **0.04 segundos**
- Número total de vehículos atendidos: **102**
- Porcentaje de ocupación por cabina:
  - Cabina 1: 873.72 %
  - Cabina 2: 470.03 %
  - Cabina 3: 180.06 %
  - Cabina 4: 51.38 %

Para validar el modelo, se realizaron varias ejecuciones y se observó una tendencia coherente entre el número de cabinas disponibles y la disminución del tiempo de espera.

Hipótesis

Si aumentamos el número de cabinas, el tiempo promedio de espera disminuye. También, si aumentamos la tasa de llegada, el sistema se congestiona más rápidamente.

S4. Modelo Matemático (Ampliado)

El sistema puede modelarse utilizando un modelo de colas $M/M/c$, donde:

- Las llegadas siguen un proceso de Poisson con tasa λ
- Los tiempos de servicio siguen una distribución exponencial con media $1/\mu$
- Hay c servidores (cabinas)

La probabilidad de que un cliente tenga que esperar, conocida como fórmula de Erlang-C, está dada por:

$$P_{espera} = \frac{\frac{(\lambda/\mu)^c}{c!} \cdot \frac{c\mu}{c\mu-\lambda}}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!} \cdot \frac{c\mu}{c\mu-\lambda}}$$

El tiempo promedio de espera en cola está dado por:

$$W_q = \frac{P_{espera}}{c\mu - \lambda}$$

Y el tiempo promedio total en el sistema es:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Este modelo teórico nos permite comparar los resultados simulados con una base matemática. En este proyecto, sin embargo, se opta por una simulación debido a la flexibilidad de los parámetros.

S5. Conclusiones

La simulación demuestra que el número de cabinas impacta directamente en el rendimiento del sistema de peaje. A medida que se agregan cabinas, el tiempo promedio de espera disminuye, especialmente en escenarios de alta demanda. Este modelo puede extenderse fácilmente para estudiar otros escenarios como tiempos de servicio no exponenciales, cabinas prioritarias o llegada en oleadas.