Formelsamling ING3504 Signalbehandling

Konvolusjon (Folding), (Eng.: Convolution):

$$y[n] = h[n] \otimes x[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k] \cdot x[n-k]$$

Krysskorrelasjons- og Auto-korrelasjonsfunksjoner:

$$\rho_{xy}[n] = \frac{\sum_{k=0}^{N-n-1} x[k] \cdot y[k+n]}{\sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} \left(x[k]\right)^2 \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \left(y[k]\right)^2}} \qquad \rho_{xx}[n] = \frac{\sum_{k=0}^{N-n-1} x[k] \cdot x[k+n]}{\sum_{k=0}^{N-1} \left(x[k]\right)^2}$$

Diskret Fourier Transform (DFT) og Invers DFT:

$$X[k] = \sum_{n=1}^{N} x[n] \cdot e^{-j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}} \text{ , for } 0 \le k \le N\text{-1}, \qquad x[n] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}} \text{ , for } 0 \le \text{n} \le N\text{-1}$$

Kanalkvalitet:

Tidsforsinkelse: $t = -\frac{\Phi}{\omega}$ Gruppetidsforsinkelse: $\tau_g = -\frac{d\Phi}{d\omega} = -\frac{d\Phi}{2 \cdot \pi \cdot df}$

$$IP_{Input} = \frac{1}{\frac{1}{IP_1} + \frac{1}{IP_2} + \frac{1}{IP_3} + \cdots \frac{1}{IP_N} +} [mW]$$

Kanalkapasitet:

$$C = 2 \cdot B \cdot \log_2(M), \qquad C = 2 \cdot \left(\frac{B}{1+\alpha}\right) \cdot \log_2(M) \qquad B_{RF} = 2 \cdot B_{(basisbånd)}$$

$$C = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right), \qquad C = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{C}{B} \cdot \frac{E_b}{N_0}\right), \qquad \frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{\frac{C}{B}} - 1}{\frac{C}{B}}$$

Støy:

Ekvivalente ideelle støykilder for motstand R og konduktans G:

$$u_n = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B_n} \text{ ,} \qquad i_n = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot G \cdot B_n} \text{ ,} \qquad k = 1.38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{W}{Hz \cdot K}\right]$$

$N = kTB$ er <u>tilgjengelig støyeffekt</u> og er uavhengig av resistansen.

Den totale støyspenningens effektivverdi for to uavhengige støykilder: $e_{Total} = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$

Støyfaktor for operasjonsforsterker: $F = 1 + \frac{u_{n,ekv}^2 + \left(R_G \cdot i_{n,ekv}\right)^2}{4 \cdot k \cdot T_0 \cdot R_G \cdot B_n}$, $T_0 = 290\,K$

$$F_{\min} = 1 + \frac{u_{n,ekv}^2}{2 \cdot k \cdot T_0 \cdot R_{G,opt} \cdot B_n} = 1 + \frac{u_{n,ekv} \cdot i_{n,ekv}}{2 \cdot k \cdot T_0 \cdot B_n} = 1 + \frac{i_{n,ekv}^2 \cdot R_{G,opt}}{2 \cdot k \cdot T_0 \cdot B_n} \text{ ,} \qquad R_{G,opt} = \frac{u_{n,ekv}}{i_{n,ekv}}$$

Støyfaktor og ekvivalent støytemperatur:

$$T_{ekv} = (F-1)\cdot T_0 \quad \Rightarrow \quad F = 1 + \frac{T_{ekv}}{T_0} \qquad\qquad T_0 = (T_G) = 290\ K \quad \text{(referanse-temperatur)}$$

Støyfaktor for dempeledd (kabel): $F_D = 1 + \dfrac{1-G}{G}\cdot\dfrac{T_n}{T_0}$, T_n er fysisk temperatur i Kelvin.

Friis formel: $F_{Tot} = F_1 + \dfrac{F_2 - 1}{G_1} + \dfrac{F_3 - 1}{G_1\cdot G_2} + \dfrac{F_4 - 1}{G_1\cdot G_2\cdot G_3} + \ldots$ G_i er lineær effektforsterkning

Virkelig støyfaktor: $F_v = 1 + \dfrac{T_{Tot,\,ekv}}{T_A} = 1 + \dfrac{(F_{Tot}-1)\cdot T_0}{T_A}$

Modulasjon:

$$u_{AM} = \left[U_0 + u_m(t)\right]\cdot\sin(\omega_0\cdot t) = U_0\cdot\left[1 + m\cdot\frac{u_m(t)}{U_{m,\,(\max)}}\right]\cdot\sin(\omega_0\cdot t)$$

Med cosinusformet informasjonssignal: $u_m(t) = U_m\cdot\cos(\omega_m\cdot t)$ kan AM-signalet uttrykkes:

$$u_{AM}(t) = U_0\cdot\sin(\omega_0\cdot t) + \frac{m\cdot U_0}{2}\left\{\sin\left[(\omega_0+\omega_m)\cdot t\right] + \sin\left[(\omega_0-\omega_m)\cdot t\right]\right\}, \qquad m = \frac{U_m}{U_0}$$

$$P_{AM} = \frac{U_0^2}{2\cdot R}\cdot\left[1 + \frac{m^2}{2}\right] = P_0\cdot\left[1 + \frac{m^2}{2}\right]$$

Med cosinusformet informasjonssignal: $u_m(t) = U_m\cdot\cos(\omega_m\cdot t)$ kan FM-signalet uttrykkes:

$$u_{FM}(t) = U_0\cdot\sin\left[\omega_0\cdot t + m_f\cdot\sin(\omega_m\cdot t)\right] = U_0\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f)\cdot\cos\left[(\omega_0 + n\omega_m)t\right]$$

$$B_{\substack{Carsons\\regel}} = 2\cdot f_{m,\,\max}\cdot(m_f + 1) = 2\cdot(\Delta f + f_{m,\,\max}), \qquad m_f = \frac{k_\omega U_m}{\omega_m} = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$$

Koding:

$$I(x_i) = \log_2\left(\frac{1}{p(x_i)}\right) = -\log_2(p(x_i))$$

$$E\{I(x_i)\} = H(x) = \sum_{i=1}^{M} p(x_i)\cdot I(x_i) = -\sum_{i=1}^{M} p(x_i)\cdot\log_2(p(x_i))$$

Trigonometriske sammenhenger:

$$\cos(x)\cdot\cos(y) = \tfrac{1}{2}\left[\cos(x-y) + \cos(x+y)\right]$$
$$\sin(x)\cdot\sin(y) = \tfrac{1}{2}\left[\cos(x-y) - \cos(x+y)\right]$$
$$\sin(x)\cdot\cos(y) = \tfrac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$$
$$\cos(x)\cdot\sin(y) = \tfrac{1}{2}\left[\sin(x+y) - \sin(x-y)\right]$$

$$\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$
$$\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$$

$$\sin(x\pm y) = \sin(x)\cdot\cos(y) \pm \cos(x)\cdot\sin(y)$$
$$\cos(x\pm y) = \cos(x)\cdot\cos(y) \mp \sin(x)\cdot\sin(y)$$