Instituto Tecnológico de Costa Rica
Ingeniería en Computación

Análisis de algoritmos
I Semestre 2015

Profesor: Mauricio Rojas Fernández

Estudiante
Melissa Molina Corrales

Carné
2013006074

Ejercicio 1.

① $3n^2 \in O(n^2)$

Es verdadera

Justificación

$C=5 \quad n_0=1 \quad n=2$

$3n^2 \leq C.n^2$

$3.2^2 \leq C.2^2$

$12 \leq C.4$

$12 \leq 5.4$

$12 \leq 20$

| $n$ | $3n^2$ | $5.n^2$ |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 |
| 2 | 6 | 20 |
| 3 | 27 | 45 |
| 4 | 48 | 80 |
| 5 | 75 | 125 |
| 6 | 108 | 180 |

Se cumple ya que existen constantes $c_1, n_0 > 0$ tales que $T(n) \leq C.f(n)$ para todo $n \geq n_0$

Ejercicio 2.

(2) $3n^2 \in \Omega(n^2)$

Es verdadera

Justificación

$C = 2$ $\quad n_0 = 1$ $\quad n = 3$

$3n^2 \geq C \cdot n^2$

$3 \cdot 3^2 \geq C \cdot 3^2$

$27 \geq C \cdot 9$

$27 \geq 18$

| $n$ | $3n^2$ | $2n^2$ |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 |
| 2 | 12 | 8 |
| 3 | 27 | 18 |
| 4 | 48 | 32 |
| 5 | 75 | 50 |
| 6 | 108 | 72 |
| 7 | 147 | 98 |
| 8 | 192 | 128 |

Se cumple ya que existen constantes $c_1, n_0$ tales que $T(n) \geq C \cdot f(n)$ $\forall n \geq n_0$

Ejercicio 3.

(3) $n^3 \in O(n^2)$

Es Falsa

Justificación

$C=4 \qquad n_0=1 \qquad n=2$

$$n^3 \le C \cdot n^2$$
$$2^3 \le C \cdot 2^2$$
$$8 \le C \cdot 4$$
$$8 \le 4 \cdot 4$$
$$8 \le 16$$

| $n$ | $n^3$ | $4n^2$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 4 |
| 2 | 8 | 16 |
| 3 | 27 | 36 |
| 4 | 64 | 64 |
| 5 | 125 | 100 |

Se cumple (n = 1 a 4)

No se cumple (n = 5)

$C=4 \qquad n_0=5 \qquad n=5$

$$n^3 \le C \cdot n^2$$
$$5^3 \le C \cdot 5^2$$
$$125 \le C \cdot 25$$
$$125 \le 4 \cdot 25$$
$$125 \le 100$$

- Es falsa porque no $\forall_n \geq n_0$ se cumple que $T(n) \le CF(n)$
- Sólo para algunos $n \geq n_0$ se cumple.

Ejercicio 4.

④ $n^3 \in \Omega(n^2)$

Es verdadera

Justificación

$C = 5$ $\quad n_0 = 5$ $\quad n = 6$

$n^3 \geq C \cdot n^2$

$6^3 \geq C \cdot 6^2$

$216 \geq C \cdot 36$

$216 \geq 5 \cdot 36$

$216 \geq 180$

| $n$ | $n^3$ | $5n^2$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 |
| 2 | 8 | 20 |
| 3 | 27 | 45 |
| 4 | 64 | 80 |
| 5 | 125 | 125 |
| 6 | 216 | 180 |
| 7 | 343 | 245 |

- Se cumple ya que existen constantes $c_1, n_0$ tales que $T(n) \geq C \cdot f(n)$ para todo $n \geq n_0$
- Para todo $n \geq 5 \rightarrow n_0 = 5$

Ejercicio 5.

5. $n^2 \in O(n^3)$

Es verdadera

Justificación

$C = 3$  $n_0 = 1$  $n = 4$

$n^2 \le C \cdot n^3$

$4^2 \le C \cdot 4^3$

$16 \le C \cdot 64$

$16 \le 3 \cdot 64$

$16 \le 192$

| $n$ | $n^2$ | $3n^3$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 |
| 2 | 4 | 24 |
| 3 | 9 | 81 |
| 4 | 16 | 192 |
| 5 | 25 | 375 |
| 6 | 36 | 648 |
| 7 | 49 | 1029 |
| 8 | 64 | 1536 |

- Se cumple ya que existen constantes $c_1, n_0 > 0$ tales que $t(n) \le C \cdot f(n)\ \forall n \geq n_0$
- Para todo $n \geq 1 \rightarrow n_0 = 1$

Ejercicio 6.

(6) $n^2 \in \Omega(n^3)$

Es Falsa

Justificación

$C = 2 \quad n_0 = 1 \quad n = 3$

$n^2 \geq C \cdot n^3$

$3^2 \geq C \cdot 3^3$

$9 \geq C \cdot 27$

$9 \geq 54$

| $n$ | $n^2$ | $2n^3$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 4 | 16 |
| 3 | 9 | 54 |
| 4 | 16 | 128 |
| 5 | 25 | 250 |
| 6 | 36 | 432 |
| 7 | 49 | 686 |
| 8 | 64 | 1024 |

- Es falsa ya que no existen constantes $c$, $n_0$ tales que $T(n) \geq C \cdot f(n)$

$\forall n \geq n_0$