به نام خدا

گزارش کار پروژه

Time Response of a Control System
"Rolling Motion"

اعضای گروه

ملینا احمدیان

پوریا پورمحمدی

رعنا افشار

نام استاد

دکتر الیاس مهاجری

۱۴۰۳

مقدمه:

در این پژوهش، به بررسی پایداری سیستم‌های کنترل و تحلیل خطای حالت ماندگار می‌پردازیم. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از کدنویسی انجام‌شده در فایل HW1 ، سیستم مورد مطالعه از نظر پایداری مورد تحلیل قرار گرفته است.

بر اساس روش‌های تحلیلی همچون روش روث-هرویتز و بررسی معادله مشخصه، نشان داده می‌شود که سیستم در برخی شرایط ذاتاً ناپایدار بوده و خطای حالت ماندگار آن به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. این نتایج با استفاده از نمودارها و جداول مربوطه به‌طور دقیق تأیید شده‌اند.

در ادامه، به بررسی جزئیات این تحلیل و دلایل ناپایداری سیستم خواهیم پرداخت.

از آنجایی که برای بررسی خطای حالت ماندگار، شرط پایداری باید برقرار باشد، ابتدا پایداری سیستم را با استفاده از مقادیر داده‌شده برای پارامترهای زیر بررسی می‌کنیم. برای این منظور، تابع تبدیل حلقه‌بسته را تشکیل داده و با به‌کارگیری روش دلتا یا روش روث-هرویتز، پایداری سیستم را تحلیل می‌کنیم.

$$L_p = 1.23$$

$$L_{\delta_A} = 9.74$$

تابع تبدیل حلقه بسته:

$$T = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{\frac{9.74}{s - (s - 1.23)}}{1 + \frac{9.74}{s(s - 1.23)}}$$

$$T(s) = \frac{L_{\delta_A}}{\overline{D}(s)} = \frac{9.74}{s(s - 1.23) + 9.74}$$

با روش دلتا داریم:

$$s^2 - 1.23s + 9.74 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (1.23)^2 - 4 \times 1 \times 9.74$$

$$\Delta = -37.4471$$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1.23 \pm \sqrt{37.4471}}{2}$$

$$s = 0.615 \pm i3.06$$

بخش حقیقی ریشه‌های مخرج در این معادله مثبت شده است، به این معنی که سیستم **ذاتاً ناپایدار** بوده است.

شرط‌های پایداری عبارت‌اند از:

۱. منفی بودن بخش حقیقی ریشه‌های مخرج (معادله مشخصه).

۲. ریشه‌ها باید در سمت چپ محور موهومی (سمت چپ نمودار) قرار داشته باشند.

۳. تغییر علامت در جدول روث-هرویتز وجود نداشته باشد.

با روش روث-هرویتز داریم:

$$
\begin{array}{ccc}
s^2 & 1 & 9.74 \\
s^1 & -1.23 & 0 \\
s^0 & +9.74 & 0
\end{array}
$$

$$
\begin{vmatrix} 1 & 9.74 \\ -1.23 & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
-det = -\big(0 - (1.23 \times 9.74)\big) = +9.74
$$

تغییر علامت در جدول روث-هرویتز وجود دارد که نشان‌دهنده **ناپایداری سیستم** می‌باشد.

در معادلـه زیـر، تایـپ برابـر بـا ۱ اسـت و بـرای Step Response بـا تایـپ ۱، خطا باید برابر با ۰ شود.

طبق جدول *Steady-State Error in Terms of Gain K*

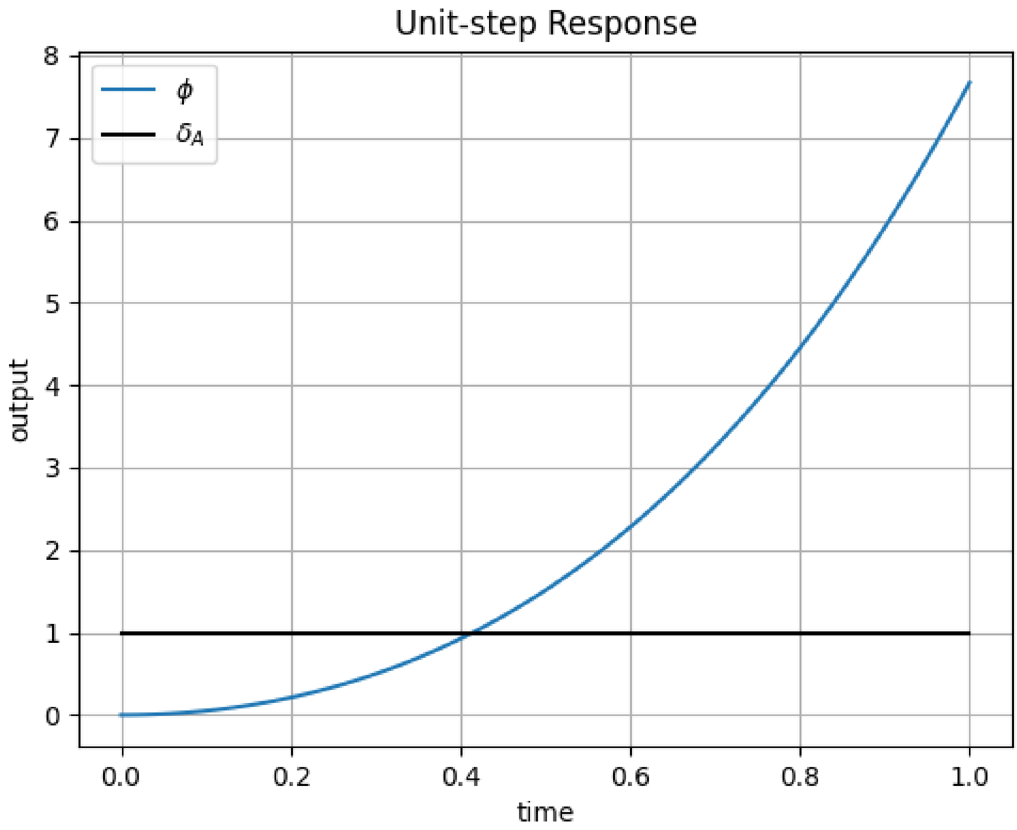
❖ ***Rolling motion:*** $\ddot{\varphi} = L_p\dot{\varphi} + L_{\delta_A}\delta_A$

$$(s^2 - sL_p)\varphi(s) = L_{\delta_A}\delta_A(s) \xrightarrow{Open-loop\ TF} \frac{\varphi(s)}{\delta_A(s)} = \frac{L_{\delta_A}}{s^2 - sL_p} = \frac{L_{\delta_A}}{s(s - L_p)}$$

Steady-State Error in Terms of Gain K

	Step Input $r(t) = 1$	Ramp Input $r(t) = t$	Acceleration Input $r(t) = \frac{1}{2}t^2$
Type 0 system	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
Type 1 system	0	$\frac{1}{K}$	∞
Type 2 system	0	0	$\frac{1}{K}$

با توجه به نتایج کدنویسی که در فایل HW1 قابل مشاهده است، به این نتیجه می‌رسیم که علت بی‌نهایت شدن خطا در نمودار زیر این است که سیستم **ذاتاً ناپایدار** و در **مرز نامحدود** می‌باشد.



در پایان، از زحمات و راهنمایی‌های ارزشمند استاد گرامی کمال تشکر و قدردانی را داریم.