Carlos Noé López Mejía

Lista de ejercicios No. 4

Distribuciones famosas discretas

1) Una estudiante realiza un examen de opción múltiple con 16 preguntas. Cada pregunta tiene cinco alternativas. Si ella adivina en 12 de las 16 interrogantes, ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en al menos 8 preguntas?

Sol. X: acertar en al menos 8 preguntas

Si adivinó en 12, significa que en 4 sabía cómo resolver las preguntas.

$n = 16 - 4 = 12$ $\quad X \sim b(x; 12, 1/5)$

$p = 1/5$

$q = 4/5$

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$$
$$= 1 - \sum_{x=0}^{7} \binom{12}{x} (1/5)^x (4/5)^{12-x}$$
$$= 1 - 0.999419$$
$$P(X \geq 8) = 0.000581 = 5.81 \times 10^{-4}$$

2) Un fabricante de válvulas admite que su control de calidad ha decaído, de modo que actualmente la probabilidad de producir una válvula defectuosa es 0.5. Si se fabrican un millón de válvulas al mes y eliges al azar entre estas válvulas 10,000 muestras cada una formada por 15 válvulas. ¿En cuántas muestras esperas encontrar

a) Exactamente 13 válvulas buenas?

b) Menos de 13 válvulas buenas?

Sea X el número de muestras donde se encuentren válvulas buenas

$X \sim bin(15, 0.5)$; $n = 15$; $p = 0.5$; $q = 0.5$

a) $P(X = 13) = \binom{15}{13} (0.5)^{13} (0.5)^2 = 0.0032$ ⇒ Lo multiplicamos por las 10,000 muestras elegidas

$$0.0032 \times 10{,}000 = 32$$

b) $P(X < 13) = \binom{15}{13} (0.5)^{13} (0.5)^2 = 0.9963$ ⇒ Lo multiplicamos nuevamente por 10,000

$$0.9963 \times 10{,}000 = 9963$$

3) Imagina que 15% de la población es zurda y que no hay ambidiestros. Si tú detienes a las siguientes 5 personas que encuentres, suponiendo independencia en la elección de estas personas, ¿Cuál es la probabilidad de que:

a) todas sean zurdas?
b) Todas sean diestras?
c) Dos sean zurdas?
d) Al menos una sea zurda?

Sol. Sea X encontrar personas zurdas

$n=5$
$p=0.15$ $\quad X \sim b(5, 0.15)$
$q=0.85$

a) $P(X=5) = \binom{5}{5}(0.15)^5(0.85)^0 = 0.000075 = 7.5 \times 10^{-5}$

b) La distribución cambia de probabilidad
$X \sim b(5, 0.85)$
$P(X=5) = \binom{5}{5}(0.85)^5(0.15)^0 = 0.4437$

c) Volviendo con $X \sim b(5, 0.15)$
$P(X=2) = \binom{5}{2}(0.15)^2(0.85)^3 = 0.1382$

d) $P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0)$
$= 1 - \binom{5}{0}(0.15)^0(0.85)^5$
$= 1 - 0.4437$
$= 0.5563$

4) Un puente de cuota cobra $1.00 por cada autobús de pasajeros y $2.5 por otros vehículos. Supóngase que durante las horas diurnas, el 60% de todos los vehículos son autobuses de pasajeros. Si 25 vehículos cruzan el puente durante un periodo particular diurno, ¿cuál es el ingreso resultante de cuotas esperado?

Sol. Sea X el número de automóviles de uso particular que pasan por el puente y sea I el ingreso

$n=25$
$p=0.4$

$E(x) = np$
$= 25(0.4)$
$= 10$

$I(x) = 2.5x + 1(25-x)$
$= 2.5x + 25 - x$
$I(x) = 1.5x + 25$

$E(I(x)) = 1.5E(x) + 25$
$= 1.5(10) + 25$
$= 40$

5) La probabilidad de que una persona muera de cierta infección respiratoria es 0.002. Encuentra la probabilidad de que mueran menos de cinco de los siguientes 2000 infectados de esta forma.

Sol. Sea X que mueran personas infectadas

$n = 2000$

$p = 0.002$ $\quad X \sim b(2000, 0.002)$

$q = 0.998$

$P(X<5) = \sum_{x=0}^{4} \binom{2000}{x} (0.002)^{x} (0.998)^{2000-x}$

$P(X<5) = 0.628837$

Usando Poisson

$\lambda = np = 2000 \times 0.002 = 4$

$X \sim P(x; 4)$

$P(X<5) = \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-4} 4^{x}}{x!}$

$P(X<5) = 0.62883$

6) Se sabe que la probabilidad de que un estudiante de una preparatoria local presente escoliosis (curvatura de la espina dorsal) es 0.004. De los siguiente 1875 estudiantes que se revisan en búsqueda de escoliosis; encuentra la probabilidad de que

0.1321

a) menos de cinco presenten el problema

b) 8, 9 o 10 presenten el problema.

Sol Sea X estudiantes presenten problemas de escoliosis

$X \sim b(1875, 0.004)$

$n = 1875$

$p = 0.004$

$q = 0.996$

a) $P(X<5) = \sum_{x=0}^{4} \binom{1875}{x} (0.002)^{x} (0.996)^{1875-x}$

$= 0.1319$

Usando Poisson $\quad X \sim P(x; 15/2)$

$P(X<5) = e^{-7/2}\left[\frac{7/2^{0}}{0!} + \frac{7/2^{1}}{1!} + \frac{7/2^{2}}{2!} + \frac{7/2^{3}}{3!} + \frac{7/2^{4}}{4!}\right]$

$P(X<5) = 0.13206$

b) $P(8 \le X \le 10) = P(X \le 10) - P(X \le 7)$

$= \sum_{x=0}^{10} \frac{e^{-7.5}\, 7.5^{x}}{x!} - \sum_{x=0}^{7} \frac{e^{-7.5}\, 7.5^{x}}{x!}$

$P(8 \le X \le 10) = 0.8622 - 0.5246 = 0.3376$

7) Una venta en particular involucra 4 artículos seleccionados al azar de un gran lote que contiene 10% de defectuosos. Sea Y el número de defectuosos entre los 4 artículos vendidos. El comprador de los artículos regresará los defectuosos para ser reparados, y el costo de reparación está dado por $C = 3Y^2 + Y + 2$ encuentra el costo esperado de reparación.

Sol. Sea y el número de artículos defectuosos

$n = 4$
$p = 0.1$
$q = 0.9$

$E(y) = np = 4(0.1) = 0.4$

① $V(y) = E(y^2) - (E(y))^2$

② $V(y) = npq = 4(0.1)(0.9) = 0.36$

Entonces usamos a ② para despejar de ①

$E(y^2) = V(y) + (E(y))^2$

$= 0.36 + (0.4)^2$

$E(y^2) = 0.52$

Finalmente sustituimos en la función

$C = 3y^2 + y + 2$

$C = 3E(y^2) + E(y) + 2$

$= 3(0.52) + 0.4 + 2$

$= 3.96$

8) La limusina perteneciente a un aeropuerto tiene espacio para cuatro pasajeros en cualquier viaje. La compañía aceptará un máximo de seis reservaciones por viaje y un pasajero debe tener una reservación. Por registros anteriores, 20% de quienes hacen reservaciones no se presentan para el viaje. Si se hacen seis reservaciones, ¿Cuál es la probabilidad de que, por lo menos, un individuo con reservación no tenga espacio para el viaje?

Sol.

X: no. de pasajeros con reservación que se presenten al viaje

Es importante dejar en claro que para que alguien se quede sin espacio se necesita que se presenten más de 4 personas

$n = 6$
$p = 0.8$
$q = 0.2$

$X \sim bin(x; 6, 0.8)$

$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$

$= 1 - \sum_{x=0}^{6} \binom{6}{x} (0.8)^x (0.2)^{6-x}$

$= 1 - \left[\frac{1}{15625} + \frac{24}{15625} + \frac{48}{3125} + \frac{256}{3125} + \frac{768}{3125}\right]$

$= 1 - \frac{1077}{3125}$

$P(X > 4) = 0.6553$

9) En la ESCOM la probabilidad de que ocurra una tormenta en cualquier día durante la primavera es 0.05. Suponiendo independencia ¿cuál es la probabilidad de que la primera tormenta ocurra el 5 de abril? Suponiendo que la primavera comienza el primero de marzo.

Sol. Sea X que ocurra una tormenta en cualquier día durante la primavera

Si marzo tiene 31 días más 5 días de abril será igual a 36

$x = 36$ $\quad x \sim G(x; 0.05)$

$p = 0.05$

$q = 0.95$ $\quad P(x=36) = q^{x-1} p = (0.95)^{36-1}(0.05) = \underline{8.3041 \times 10^{-3}}$

10) En tiempo ocupado de un conmutador telefónico está muy cerca de su capacidad, por lo que los usuarios tienen dificultad al hacer sus llamadas. Puede ser de interés conocer el número de intentos necesarios a fin de conseguir un enlace telefónico. Supón que la probabilidad de conseguir un enlace durante el tiempo ocupado es 0.05. Nos interesa conocer la probabilidad de que se necesiten cinco intentos para una llamada exitosa.

Sol. Sea X el no. de intentos necesarios hasta conseguir un enlace telefónico

$x = 5$ $\quad x \sim G(x; 0.05)$

$p = 0.05$

$q = 0.95$ $\quad p(X=5) = (0.95)^4 (0.05) = \underline{0.0407}$

Scanned by CamScanner

11) Un explorador de petróleo perfora una serie de pozos en cierta área para encontrar un pozo productivo. La probabilidad de que tenga éxito en una prueba es 0.2.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el primer pozo productivo sea el tercer pozo perforado?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el explorador no vaya a encontrar un pozo productivo si solamente puede perforar a lo más 10 pozos?

X: no. de intentos hasta encontrar un pozo productivo

$p = 0.2$

$q = 0.8$

a) $X \sim G(x; 0.2)$

$P(X=3) = (0.8)^{3-1}(0.2) = \underline{0.128}$ ✓

b) $P(X \leq 10) = q^{x} = (0.8)^{10} = \underline{0.1073}$ ✓

12) Supóngase que el costo de efectuar un experimento es \$1000. Si el experimento falla, se incurre en un costo adicional de \$300 debido a ciertos cambios que deben efectuarse antes de que se intente un nuevo experimento. Si la probabilidad de éxitos en cualquiera de los ensayos es 0.2, si los ensayos aislados son independientes y si los experimentos continúan hasta que se obtiene el primer resultado exitoso, ¿cuál es el costo esperado del procedimiento completo?

Sol Sea X el número de experimentos hasta obtener uno exitoso

Sea C costo esperado

$n = X$

$p = 0.2$

Dada la función que expresa experimentos positivos más posibles errores

$$E(x) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.2} = 5$$

$C = 1000X + 300(X-1)$

$= 1300X - 300$

$= 1300\,E(x) - 300$

$= 1300(5) - 300$

$C = \underline{6200}$ ✓

Scanned by CamScanner

13) Un lote de 25 cinescopios se somete a un procedimiento de pruebas de aceptación. El procedimiento consiste en extraer 5 tubos al azar, sin reemplazo, y probarlos. Si dos o menos tubos fallan, los restantes se aceptan. De otro modo el lote se rechaza. Si el lote contiene 4 tubos defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que el lote se acepte?

Sol.:

X: no de tubos defectuosos

$N = 25$

$M = 4$

$n = 5$

$x = 0, 1, 2$

$$X \sim H(x; n, M, N) = X \sim H(x; 5, 4, 25)$$

$$P(x \leq 2) = \frac{\binom{4}{0}\binom{21}{5}}{\binom{25}{5}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{21}{4}}{\binom{25}{5}} + \frac{\binom{4}{2}\binom{21}{3}}{\binom{25}{5}}$$

$$= 0.38 + 0.45 + 0.15$$

$$P(X \leq 2) = \underline{0.98}$$

14) Estudios de biología y el ambiente a menudo etiquetan y sueltan a sujetos a fin de estimar el tamaño y el grado de ciertas características en la población. Se capturan 10 animales de cierta población que se piensa extinta o cerca de la extinción, se etiquetan y se liberan en cierta región. Después de un período se selecciona en la región una m.a. de 15 animales del tipo. ¿Cuál es la probabilidad de que cinco de estos seleccionados sean animales etiquetados si hay 25 animales de este tipo en la región?

Sol. Sea X el no. de animales etiquetados seleccionados

$N = 25$

$M = 10$

$n = 15$

$X = 5$

$$X \sim H(x; n, M, N)$$

$$X \sim H(x; 15, 10, 25)$$

$$P(X=5) = \frac{\binom{10}{5}\binom{15}{10}}{\binom{25}{15}} = \underline{0.2315}$$

Scanned by CamScanner

15) Una fuerza de tarea gubernamental sospecha que algunas fábricas violan los reglamentos contra la contaminación ambiental con respecto a la descarga de cierto tipo de producto, 20 empresas están bajo sospecha pero no todas se pueden inspeccionar. Supón que tres de las empresas violan los reglamentos. ¿Cuál es la probabilidad de que

a) en la inspección de 5 empresas no se encuentre ninguna violación?

b) el plan anterior encuentre 2 que violan el reglamento?

Sol

X: no de empresas que violan los reglamentos

$N = 20$

$M = 3$

$n = 5$

$x = 0, 2$

$H \sim H(x; 5, 3, 20)$

a) $P(x=0) = \dfrac{\binom{3}{0}\binom{17}{5}}{\binom{20}{5}} = 0.3991$

b $P(x=2) = \dfrac{\binom{3}{2}\binom{17}{3}}{\binom{20}{5}} = 0.1315$

16) Supón que X tiene una distribución de Poisson. Si $P(X = 2) = (2/3)P(X = 1)$. Calcula $P(X = 0)$ y $P(X = 3)$.

Tomando la definición

$$P(x=x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

Sustituyendo

$$e^{-\lambda}\frac{\lambda^2}{2} = e^{-\lambda}\frac{\lambda^1}{1}\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{\lambda^2}{2} = \frac{2\lambda}{3}$$

Multiplicamos ambos términos por $\frac{1}{\lambda}$

$$\frac{1}{\lambda}\left(\frac{\lambda^2}{2}\right) = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{2\lambda}{3}\right)$$

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\lambda = \frac{4}{3}$$

Sustituyendo $\lambda = \frac{4}{3}$

$$P(x=0) = \frac{e^{-4/3}\,{4/3}^{0}}{0!} = 0.264$$

$$P(x=3) = \frac{e^{-4/3}\,{4/3}^{3}}{3!} = 0.1041$$

17) Una fuente radiactiva se observa durante 7 intervalos cada uno de 10 segundos de duración y se cuenta el número de partículas emitidas durante cada periodo. Supón que el número de partículas emitidas, digamos *X*, durante cada periodo observado tiene una distribución de Poisson con parámetro 5. ¿Cuál es la probabilidad de que:

a) en cada uno de los 7 intervalos de tiempo, se emitan 4 o más partículas?

b) Al menos en uno de los 7 intervalos de tiempo se emitan 4 o más partículas?

Sol. Sea X el no. de partículas emitidas durante cada periodo

a) $X \sim P(x;5)$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$$
$$= 1 - F(3)$$
$$= 1 - e^{-5}\left(\frac{5^0}{0!} + \frac{5^1}{1!} + \frac{5^2}{2!} + \frac{5^3}{3!}\right)$$

$P(X \geq 4) = 0.7349$

Como se observa independencia entre los intervalos que son 7.

$0.7349^7 = \underline{0.1158}$

b) Y: no. de intervalos donde se emitan 4 o más partículas.

$X \sim b(x; 7, 0.7349)$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0)$$
$$= 1 - e^{-0.7349}\left(\frac{0.7349^7}{7!}\right)$$

$P(X \geq 1) = \underline{0.9999}$

18) Un estacionamiento tiene dos entradas. Los coches llegan a la entrada 1 de acuerdo con una distribución de Poisson con una media de tres por hora, y a la entrada 2 de acuerdo con una distribución de Poisson con una media de 4 por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que tres coches lleguen al estacionamiento durante una hora dada?

Sol. X_i: no. de coches que lleguen al estacion K_i $\quad K = 1, 2$

$X_1 \sim P(x_1; \lambda_1 = 3)$

$X_2 \sim P(x_2; \lambda_2 = 4)$

La suma de las variables de Poisson es igual a una Poisson con parámetro igual a la suma de los parametros individuales

$X \sim P(X; \lambda_1 + \lambda_2 = 7)$

$$P(X = 3) = \frac{e^{-7}\,7^3}{3!} = \underline{0.0521}$$

19) El chef de un restaurante prepara una ensalada revuelta que contiene, en promedio, cinco vegetales. Encuentra la probabilidad de que la ensalada contenga más de 5 vegetales

a) en un día dado P

b) en tres de los siguientes 4 días B

c) por primera vez en abril el día 5.

Sol. X: no. de vegetales encontrados en la ensalada

$$x \sim P(x; 5)$$

a) $P(X>5) = 1 - P(X \leq 5)$

$$= 1 - F(5)$$

$$= 1 - e^{-5}\left(\frac{5^0}{0!} + \frac{5^1}{1!} + \frac{5^2}{2!} + \frac{5^3}{3!} + \frac{5^4}{4!} + \frac{5^5}{5!}\right)$$

$$= 1 - 0.615$$

$$P(X>5) = \underline{0.385}$$

b) Definimos una nueva variable. Y: no. de veg. encontrados en tres de los sig. 4 días

$$x \sim bin(x; 4, 0.385)$$

$$P(x=3) = \binom{4}{3}(0.385)^3(0.615)^1 = \underline{0.140}$$

c) Definimos una nueva variable. Z: no. de vegetales encontrados en la ensalada

$$x \sim G(x; 0.385)$$

$$P(x=5) = (0.615)^{5-1}(0.385) = \underline{0.055}$$

20) Supón que aviones pequeños llegan a cierto aeropuerto según un proceso de Poisson, con tasa de 8 aviones por hora, de modo que el número de llegadas durante un periodo de t horas es una v.a de Poisson con parámetro $\lambda=8t$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 5 aviones pequeños lleguen durante un período de una hora? ¿Por lo menos 5? ¿Por lo menos 10?

b) ¿Cuál es el valor esperado y la desviación estándar del número de aviones pequeños que lleguen durante un periodo de 90 minutos?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 20 aviones pequeños lleguen durante un periodo de 2 ½ hrs.? ¿De que a lo sumo lleguen 10 durante este periodo?

Sol X: no. de llegadas de aviones durante un periodo de tiempo

$X \sim P(x; 8\times1)$.

a)

$$P(X=5) = \frac{e^{-8}8^5}{5!} = \underline{0.0916}$$

$$P(X\geq5) = 1 - P(X\leq4)$$

$$P(X\geq5) = 1 - \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-8}8^x}{x!} = \underline{0.90}$$

$$P(X\geq10) = 1 - P(X\leq9)$$

$$P(X\geq10) = 1 - \sum_{x=0}^{9} \frac{e^{-8}8^x}{x!} = \underline{0.283}$$

b)

$$E(X) = \lambda t = 8(1.5) = \underline{12}$$

$$\sigma = \sqrt{\lambda} = \sqrt{12} = \underline{3.464}$$

c)

$$\lambda = \lambda t = 8(t) = 8(2.5) = 20$$

$$P(X\geq20) = 1 - P(X\leq19)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{19} \frac{e^{-20}20^x}{x!}$$

$$P(X\geq20) = \underline{0.011}$$

21) El dueño de una tienda tiene existencias de cierto artículo y decide utilizar la siguiente promoción para disminuir la existencia. El artículo tiene un precio de \$100. El dueño reducirá el precio a la mitad por cada cliente que compre el artículo durante un día en particular. Así el primer cliente pagará \$50 por el artículo, el segundo pagará \$25, y así sucesivamente. Supón que el número de clientes que compra el artículo durante el día tiene una distribución de Poisson con media 2. Encuentra el costo esperado del artículo al final de día.

Sol. X: No de clientes que compran el artículo durante todo el día

$X \sim P(X; \lambda=2)$

La función del costo

$$C(x) = 100\left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Para obtener el valor esperado

$$E(C(x)) = \sum_{x=0}^{\infty} C(x) P(X=x)$$

$$E(C(x)) = \sum_{x=0}^{\infty} 100\left(\frac{1}{2}\right)^x \frac{e^{-2}2^x}{x!}$$

$$= 100e^{-2} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}2\right)^x}{x!}$$

$$= 100e^{-2} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{1^x}{x!} \Rightarrow \text{Usando la sig. propiedad}$$

$$e^x = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$$

$$= 100e^{-2}e$$

$$E(C(x)) = \underline{100e^{-1}}$$

22) Determina el número esperado de niños de una familia con 8 hijos, suponiendo que el sexo del niño es igualmente probable. ¿Cuál es la probabilidad de que el número esperado de niños suceda?

Sol. X: No. esperado de niños en una familia con 8 hijos

$E(x) = \lambda = np = 8(0.5) = 4$

↳ Niño o niña

$x \sim bin(x; 8, 4)$

$P(x=4) = \binom{8}{4}(0.5)^4(0.5)^4 = \underline{0.273}$

23) Los individuos que tienen dos genes de anemia desarrollan esta enfermedad, mientras que los individuos que no tienen ningún gen de la anemia o tienen solamente uno no la padecen. Si dos personas, ambas teniendo un solo gen, tienen descendencia, el hijo recibirá dos genes de la anemia con probabilidad de 0.25. Supón que todos los miembros de tres parejas tienen solo un gen de la anemia y que cada una de las parejas citadas tiene un descendiente. Calcula la probabilidad de que:

a) Ninguno de los descendientes desarrolle la enfermedad.

b) Al menos dos de los descendientes desarrollen la enfermedad.

Sol, X: no. de individuos que desarrollan anemia

$p = 0.25$ $\quad x \sim bin(x; 3, 0.25)$

$n = 3$

a) $P(x=0) = \binom{3}{0}(0.25)^0(0.75)^3 = 0.\underline{4218}$

b) $P(x \geq 2) = 1 - P(x \leq 1) = 1 - \sum_{x=0}^{1}\binom{3}{x}(0.25)^x(0.75)^{3-x} = \underline{0.156}$

24) El número esperado de caras obtenidas en 10 lanzamientos de una moneda es 6. ¿Cuál es la probabilidad de que resulten 8 caras en los diez lanzamientos?

Sol. X: no. esperado de caras obtenidas en 10 lanzamientos

$E(x) = \lambda = 6$; $n = 10$

Sabemos que $\lambda = np$, así que despejamos p

$p = \frac{\lambda}{n} = \frac{6}{10} = 0.6$

$x \sim bin(x; 10, 0.6)$

$P(x=8) = \binom{10}{8}(0.6)^8(0.4)^2 = 0.\underline{1209}$

25) En promedio, una persona gana 1 de cada 1000 juegos de lotería, si una persona paga el mismo billete de lotería en 500 sorteos distintos, calcular la probabilidad de que:

a) Nunca gane

b) Gane al menos dos premios

X: no. de premios ganados en un juego de lotería

$p = \frac{1}{1000}$ $\quad x \sim bin(x; 500, \frac{1}{1000})$.

$n = 500$

a) $P(x=0) = \binom{500}{0}(\frac{1}{1000})^0(\frac{999}{1000})^{500}$

$P(x=0) = \underline{0.6065}$

b) $P(x \geq 2) = 1 - P(x \leq 1) = 1 - \sum_{x=0}^{1}\binom{500}{x}(\frac{1}{1000})^x(\frac{999}{1000})^{500-x}$

$P(x \geq 2) = 1 - 0.9098 = 0.\underline{090}$

26) María hornea galletas de chispas de chocolate en grupos de 90 galletas, si ella agrega 360 chispa de chocolate a la masa, ¿Cuál es la probabilidad de que una galleta:

a) no tenga chispas de chocolate?

b) tenga cinco o más chispas de chocolate?

Sol. X: no de galletas que tengan chispas de chocolate

$n=90$

$\lambda=\frac{360}{90}=4 \quad X \sim P(x;4)$

a) $P(X=0)=\frac{e^{-4}4^{0}}{0!}=\underline{0.0183}$

b) $P(X\geq 5)=1-P(X\leq 4)$

$P(X\geq 5)=1-\sum_{x=0}^{4}\frac{e^{-4}4^{x}}{x!}=\underline{0.3711}$

27) De los 50 edificios de un parque industrial, 12 no cumplen con el código eléctrico. Si se seleccionan aleatoriamente 10 de estos edificios para inspeccionarlos, ¿Cuál es la probabilidad de que 3 de ellos no cumplan con el código eléctrico?

Sol. Sea X el no. de edificios que no cumplen con el código eléctrico

$M=50 \quad X\sim H(x;10,12,50)$

$N=12$

$n=10$

$x=3 \quad P(x=3)=\frac{\binom{12}{3}\binom{38}{7}}{\binom{50}{10}}=0.\underline{2703}$

28) Un pedido consta de 52 llantas, el comprador seleccionará de forma aleatoria 5 llantas para probarlas. Si dos o más llantas están defectuosas regresará el pedido. ¿Cuál es la probabilidad de que el pedido sea aceptado si sabemos que el pedido trae 7 llantas defectuosas?

X: no. de llantas defectuosas que contiene el pedido

* Para que el pedido se aceptado debe tener máximo 1 llanta defetuosa

$M=52 \quad X\sim H(X;5,7,52)$

$N=7$

$n=5 \quad P(X\leq 1)=\frac{\binom{7}{0}\binom{45}{5}}{\binom{52}{5}}+\frac{\binom{7}{1}\binom{45}{4}}{\binom{52}{5}}=0.\underline{8773}$

$x=1$

29) La probabilidad de que cierta computadora que corre cierto sistema operativo se descomponga en determinado día es de 0.1. Determina la probabilidad de que la máquina se descomponga por primera vez en el duodécimo día después de la instalación del sistema operativo.

X: no. de días hasta que se descomponga la computadora

$p=0.1 \quad X\sim G(x;0.1)$

$P(X=12)=q^{x-1}p=(0.9)^{11}(0.1)=0.\underline{0314}$