

LİNEER CEBİR ARA SINAVI- A GRUBU

NOT: Sınav süresi 60 dakikadır. Başarılar Dileriz. 10.11.2025

AD SOYAD:

ÖĞR. NO:

Sınav Süresi: 60 dk

$$A A^{-1} = A A^T \Leftrightarrow I = A \cdot A^T \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{49} \begin{pmatrix} -2 & 6 & 3 \\ 3 & -2 & 6 \\ 6 & x & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & 6 \\ 6 & -2 & x \\ 3 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$0 = \frac{-12 + 6x - 6}{49} \rightarrow x = 3 \checkmark$$

1. $A = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 & 6 & 3 \\ 3 & -2 & 6 \\ 6 & x & -2 \end{pmatrix}$ matrisi ortogonal ($A^{-1} = A^T$) ise x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) -2 D) -3 (E) 3

2. $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix}$ matrisi involutif ($A^2 = I$) olduğuna göre $a+b+c$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a^2+b^2+c^2=1 \\ ab+ac+bc=0 \end{matrix} \Leftrightarrow (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc) = 1+0=1$$

$$(a+b+c)^2 = 1 \Rightarrow a+b+c = 1$$

- A) 0 (B) 1 C) 3 D) 2 E) -2

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ve $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + x$ olmak üzere $f(A)$ matris polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- (A) $f(A) = 10(A+I)$ B) $f(A) = (A+I)$ C) $f(A) = 2(A+I)$

- D) $f(A) = 5(A+I)$ E) $f(A) = 4(A+I)$

$$f(A) = 2A^3 + 3A^2 + A \xrightarrow{\text{işlemler yapılması}} 10(A+I) \text{ bulunur}$$

4. $\begin{cases} x+y=3 \\ mx+my=k \end{cases}$ denklem sistemiyle ilgili aşağıdakilerden kaç tanesi kesinlikle doğrudur?

- ✗ I. Bu sistemin daima sonsuz çözümü vardır.
✓ II. Bu sistemin sadece $k=3m$ durumunda sonsuz çözümü vardır.
✗ III. $k=3$ için sistemin çözümü yoktur.
✓ IV. $m=3$ için sistemin çözümünün olabilmesi için, $k=9$ olmalıdır.
✗ V. $m=2$ ve $k=2$ için sistemin bir tek çözümü vardır.

- A) 5 B) 4 C) 3 (D) 2 E) 1

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ matrisinin rankı aşağıdakilerden hangisidir?

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ rank}=3$$

- A) 1 B) 2 (C) 3 D) 4 E) 0

6. $A_{n \times n}$ terslenebilir matris olmak üzere $[A: I_n]$ matrisi; elementer satır işlemleri yardımıyla $[I_n: A^{-1}]$ matrisine

satırca denk hale getirilebilir. Buna göre $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

(A) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1/2 & 3 \\ -2 & 1/2 & -1 \\ -2 & 1/2 & -2 \end{bmatrix}$

B) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1/2 & 3 \\ 2 & 1/2 & -1 \\ -2 & 1/2 & -2 \end{bmatrix}$

C) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1/2 & 3 \\ -2 & 1/2 & -1 \\ 2 & 1/2 & -2 \end{bmatrix}$

D) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1/2 & 3 \\ -2 & 1/2 & -1 \\ -2 & 1/2 & 2 \end{bmatrix}$

E) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1/2 & 3 \\ -2 & -1/2 & -1 \\ -2 & 1/2 & -2 \end{bmatrix}$

7. A ve B uygun boyutlu kare matrisler olmak üzere (yani aşağıdaki matris çarpımları tanımlı olmak üzere) aşağıdakilerden hangisi genel olarak doğrudur?

A) $A^2 = I$ ise $A = I$ veya $A = -I$ dir.

B) $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$ dir.

(C) $B = A^2 - 5A + I$ ise $AB = BA$ dir.

D) $AB = 0$ ise $BA = 0$ dir.

E) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ dir.

8. a bir reel sayı olmak üzere $\begin{cases} 3x - y - z = 4 \\ 2x - y = 3 \\ 5x - y + az = 9 \end{cases}$ lineer denklem sisteminin bir tek çözümü olduğuna göre a aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 3

B) 2

C) 0

D) -2

(E) -3

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ve $A \cdot B - C = \begin{bmatrix} a & \bullet & \bullet \\ \bullet & b & c \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}$

olmak üzere, $a + b + c$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -10

(B) -3

C) 0

D) 10

E) 23

10. A ve B $n \times n$ tipinde iki kare matris olsunlar.

I. $AB = A$ ise B birim matristir.

II. $AB = AC$ ise $B = C$ dir.

III. $AB = 0$ ise A veya B sıfır matrisi olmalıdır.

IV. $A(B+C) = AB + AC$ dir.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri kesin doğrudur?

A) I ve II

B) I, II ve III

C) II ve IV

(D) Sadece IV

E) Hiçbiri