

SAÜ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
METALURJİ VE MALZEME MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.

1. $y = c_1x^2 + c_2\sqrt{x}$ eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferensiyel denklemi bulunuz ve bulduğunuz denklemin mertebe, derece ve lineerliğini belirtiniz. (Denklemi en sade şekilde yazınız.)
2. $y' = x^3(y-x)^2 + \frac{y}{x}$ denkleminin $y = ax$ şeklinde bir özel çözümünü elde edip genel çözümünü bulunuz.
3. $y = xy' + 2(y')^2$ denkleminin genel ve varsa aykırı çözümünü bulunuz.
4. Karakteristik denkleminin kökleri $0, 0, -1 \mp 2i, -1 \mp 2i, 4, 4, \sqrt{3}$ olan sabit katsayılı lineer homojen olmayan denkleme ilişkin sağ taraftaki fonksiyon $F(x) = xe^{-x} \cos 2x$ şeklindedir. Buna göre,
 - a) Homojen kısma ait genel çözümü yazınız
 - b) Homojen olmayan kısma ait özel çözümün belirsiz katsayılar metodu yardımıyla nasıl seçilmesi gerektiğini ifade ediniz. (Katsayıları bulmaya çalışmayınız.)

SÜRE: 80 DAKİKADIR.

BAŞARILAR DİLERİZ

CEVAPLAR

$$1) y = c_1 x^2 + c_2 \sqrt{x} \quad (1)$$

$$y' = 2c_1 x + \frac{c_2}{2\sqrt{x}} \quad (2)$$

$$y'' = 2c_1 - \frac{c_2}{4} x^{-\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$c_2 x^{-\frac{1}{2}} = \frac{4(y' - xy'')}{3}$$

$$c_1 x^2 = \frac{x^2 y''}{3} + \frac{xy'}{6}$$

Bu değerler (1) de yerlerine yazılırsa

denklemin elde edilir

2. mrtb 1. drc, lineer

$$2x^2 y'' - 3xy' + 2y = 0$$

$$2) y = ax \quad y' = a$$

$$a = x^3(ax - x)^2 + \frac{ax}{x}$$

$$a = x^5(a-1) + a \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$y_1 = x$$

$$y = x + \frac{1}{u}$$

$$y' = 1 - \frac{u'}{u^2}$$

ile $u' + \frac{1}{x}u = -x^3$ lineer drc
elde edilir.

$$(xu)' = -x^4 \Rightarrow xu = -\frac{x^5}{5} + C$$

$$\boxed{u = -\frac{x^4}{5} + \frac{C}{x}}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = x + \frac{1}{\frac{C}{x} - \frac{x^4}{5}}}$$

$$3) \quad y = x y' + 2(y')^2 \quad y' = p \text{ ile}$$

$$y = x p + 2 p^2$$

Clairaut. x' e göre türev alalım

$$p = p + x \frac{dp}{dx} + 4p \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dp}{dx} (x + 4p) = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \Rightarrow \boxed{y = cx + 2c^2} \quad \text{Genel Çözüm}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 4p = 0 \\ y = xp + 2p^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = -\frac{x}{4} \\ y = x\left(-\frac{x}{4}\right) + 2\left(-\frac{x}{4}\right)^2 \end{array} \Rightarrow y = -\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{8} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{x^2}{8}} \quad \text{Aykırı Çözüm}$$

$$4) a) \text{ T. Ç. K} = \left\{ 1, x, e^{-x} \sinh 2x, e^{-x} \cosh 2x, x e^{-x} \sinh 2x, x e^{-x} \cosh 2x, e^{4x}, x e^{4x}, e^{\sqrt{3}x} \right\}$$

$$y_h = c_1 + c_2 x + e^{-x} \sinh 2x (c_3 + c_4 x) + e^{-x} \cosh 2x (c_5 + c_6 x) + e^{4x} (c_7 + c_8 x) + c_9 e^{\sqrt{3}x}$$

$$b) \quad y_p = x^2 e^{-x} \left[(Ax+B) \cosh 2x + (Cx+D) \sinh 2x \right]$$