

**SAÜ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ  
METALURJİ VE MALZEME MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ  
DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI**

**İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.**

1.  $y = c_1x^2 + c_2x^{-2}$  eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferansiyel denklemi bulunuz ve bulduğunuz denklemin mertebe, derece ve lineerliğini belirtiniz. (Denklemi en sade şeklinde yazınız.)
2.  $y' = \frac{y}{x} \left( 1 + \ln \frac{y}{x} \right)$  denkleminin genel çözümünü bulunuz.
3.  $y = xp + p^3$  ( $p = y'$ ) denkleminin genel çözümünü ve varsa aykırı çözümünü bulunuz.
4.  $y''' + 5y'' + 7y' - 13y = x^2e^x + e^{-3x} \sin 2x + x$  denklemi veriliyor.
  - a) Bu denkleme ilişkin homojen kısma ait  $y_h$  çözümünü elde ediniz. (15)
  - b) Belirsiz katsayılar yöntemi yardımıyla  $y_p$  özel çözümünün nasıl seçilmesi gerektiğini belirtiniz. (Katsayıları bulmaya çalışmayınız.) (10)

SÜRE: 80 DAKİKADIR.

BAŞARILAR DİLERİZ

$$1) \quad y = c_1 x^2 + c_2 x^{-2} \quad (1)$$

$$y' = 2c_1 x - 2c_2 x^{-3} \quad (2)$$

$$y'' = 2c_1 + 6c_2 x^{-4} \quad (3)$$

(2) ve (3) ten

$$c_2 x^{-2} = \frac{x^2 y'' - x y'}{8}$$

oluş

ve

$$c_1 x^2 = \frac{x^2 y'' + 3x y'}{8}$$

(1) de yerlerine yazılırlarsa denklem elde edilir.

$$x^2 y'' + x y' - 4y = 0$$

Bu denklem 2. mrt, 1. derece ve lineer bir denk. dir.

$$2) \quad y' = \frac{y}{x} \left( 1 + \ln \frac{y}{x} \right) \quad \text{Homojen}$$

$$y = v x$$

$$y' = v' x + v \quad \text{ile} \quad v' x = v \ln v \quad \text{oluş}$$

$$\text{buradan} \quad \frac{dv}{v \ln v} = \frac{dx}{x} \quad \text{denklem elde edilir.}$$

integral yardımıyla

$$\ln(\ln v) = \ln c x$$

$$\Rightarrow \ln v = c x \Rightarrow$$

$$v = e^{cx}$$

elde edilir.  $v = \frac{y}{x}$  yerine yazılırsa

genel çözüm elde edilir.

$$y = x e^{cx}$$

3)  $y = xp + p^3$  clairant  
 $x'e$  gare turev alınırsa

$$P = p + x \frac{dp}{dx} + 3p^2 \frac{d^2p}{dx^2} \Rightarrow \frac{dp}{dx} (x + 3p^2) = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \Rightarrow \boxed{y = cx + c^3}$$

Genel çözüm

$$\left. \begin{array}{l} y = xp + p^3 \\ x + 3p^2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{4x^3 + 27y^2 = 0}$$

Aykırı çözüm

4)  $y''' + 5y'' + 7y' - 13y = x^2 e^x + e^{-3x} \sin 2x + x$

a)  $y''' + 5y'' + 7y' - 13y = 0 \quad r^3 + 5r^2 + 7r - 13 = 0$   
 $(r^2 + 6r + 13)(r - 1) = 0 \Rightarrow r_1 = 1 \quad r_{2,3} = -3 \pm 2i$

$$\{e^x, e^{-3x} \cos 2x, e^{-3x} \sin 2x\}$$

$$\boxed{y_h = c_1 e^x + e^{-3x} (c_2 \cos 2x + c_3 \sin 2x)}$$

b)  $\boxed{y_p = x(Ax^2 + Bx + C)e^x + xe^{-3x} (D \cos 2x + E \sin 2x) + f x + g}$