CEVAP ANAHTARI

T.C. SAKARYA ÜNİVERSİTESİ BİLGİSAYAR VE BİLİŞİM BİLİMLERİ FAKÜLTESİ BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ	**ÖĞRENCİNİN**	
	ADI SOYADI	
	NUMARASI	
Ders: **Lineer Cebir** / Sınav Türü: **Bütünleme Sınavı**	İMZA	
Tarih: 30.01.2024 / Sınav süresi: **50 Dakika**		

$|kA| = k^n|A|$, $|A^n| = |A|^n$, $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ $\xRightarrow{n=3}$ $(-8)^3|A|^2 = \frac{1}{|A|}$ $\Rightarrow |A|^3 = \left(\frac{1}{-8}\right)^3 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{8}$

1.
$\left|-8A^2\right| = \left|A^{-1}\right|$ özelliğine sahip A_{3x3} terslenebilir matrisi için $|A|$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) -8 C) -64 D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{-1}{8}$

2.

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -k \\ -k & 1 & 1 \\ -1 & k & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -(k+1) \\ 0 & 1+k & 1+k \\ 0 & 1+k & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1+k & 0 \\ 0 & 1+k & 1+k \\ 0 & 0 & -(k+1) \end{pmatrix}$ $k+1=0$ ise sonsuz çözüm vardır.

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=0 \\ x+y-kz&=0 \\ -kx+y+z&=0 \\ -x+ky-z&=0 \end{aligned}\right\}$$
homojen lineer denklem sistemi sonsuz çözüme sahipse k değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) 1 C) 0 D) $\mathbb{R}-\{1\}$ E) $\mathbb{R}-\{-1\}$

3.

Katsayılar determinantı sıfırdan farklı olmalıdır.

$\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ 1 & ab & 1 \\ 1 & b & a \end{vmatrix} = (a^3b+b+b)-(ab+ab+ab) = b(a^3+2-3a) = b(a+2)(a-1)^2 = 0 \to b=0,\ a=-2,\ a=1$

$$\left.\begin{aligned} ax+by+z&=1 \\ x+aby+z&=1 \\ x+by+az&=1 \end{aligned}\right\}$$
lineer denklem sistemi tek çözüme sahipse aşağıdaki seçeneklerden hangisi doğru olabilir?

A) $a=-2, b=0$ B) $a=1, b=0$ C) $a=1, b=1$ D) $a=2, b=1$ E) Hiçbiri

4.

$|A-\lambda I| = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 1 \\ -1 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & -4 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (\lambda-1)^2(\lambda-6) = p(\lambda)$, $p(\lambda)=0 \to \lambda_1 = 6, \lambda_{2,3} = 1$

$\lambda=1$ için $(A-I)X=0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $z=t$, $y=s$, $x=2s-t$

$t=0$ için $s=1$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t=1$ için $s=0$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$ matrisini $D = Q^{-1}AQ$ olacak biçimde köşegen hale getirebilecek olan Q modal matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

5.

$2A^{-1} = A+I \Rightarrow 2I = A^2+A \Rightarrow A^2+A-2I = 0 \Rightarrow P(\lambda) = \lambda^2+\lambda-2$

$A^{-1} = \frac{1}{2}(A+I)$ eşitliğini sağlayan A_{2x2} matrisinin karakteristik polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $p(\lambda) = \lambda^2 - \lambda - 2$ B) $p(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 1$ C) $p(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda - 2$
D) $p(\lambda) = \lambda^2 + \lambda - 2$ E) $p(\lambda) = \lambda^2 - 3\lambda + 2$

S_4-S_1
$\cancel{S_3-S_1}$
S_2-S_1

6. $\begin{vmatrix} x & x & x & x \\ y & y & y & -y \\ z & z & -z & -z \\ t & -t & -t & -t \end{vmatrix}$ $\rightarrow \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 & -2y \\ z & 0 & -2z & -2z \\ t & -2t & -2t & -2t \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2y \\ 0 & -2z & -2z \\ -2t & -2t & -2t \end{vmatrix} = (-2y)(-(2z)(2t))x = +8xyzt$

determinant değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8xyzt$ B) $-2xyzt$ C) $4xyzy$ D) $-4xyzt$ E) $xyzt$

7. $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$ matrisi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

$AA^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3 \Leftrightarrow AA^T = I_3 \Leftrightarrow A^T = A^{-1}$

A) $A = A^{-1}$ B) $A^T = A^{-1}$ C) $A = A^T$ D) $A = A^2$ E) Hiçbiri

8.

A_{3x3} matrisinin özdeğerleri sırasıyla 1, $1+\sqrt{6}$ ve $1-\sqrt{6}$ olarak verilmiştir. Buna göre A matrisi ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangileri kesin doğrudur?

$iz(A) = 1+(1+\sqrt{6})+(1-\sqrt{6}) = 3$
$\det(A) = 1\cdot(1+\sqrt{6})(1-\sqrt{6}) = -5$
$rank(A) = 3$
A köşegenleştirilebilir. (Farklı özdeğerlere sahip)

✓ I. $iz(A) = 3$
✓ II. $\det(A) = -5$
✗ III. $rank(A) = 2$
✓ IV. A matrisi köşegenleştirilebilirdir.

A) I,II,III,IV B) I,III C) I,II,IV D) II,III,IV E) I,II,III

9.
$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ ve $B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ matrisleri veriliyor. Buna göre aşağıdakilerden hangisi kesin doğrudur?

A) $A^2 - B^2 = (A+B)^2$ B) $AB = BA$ C) $A^2 + B^2 = (A+B)^2$ D) $A = B^{-1}$ E) Hiçbiri

$A^2 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, $B^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $A+B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $A^2+B^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow (A+B)^2 = A^2+B^2$

10.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ matrisinin özvektörlerinden biri $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ise bu özvektöre karşılık gelen özdeğer aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -2 E) -1

$AX = \lambda X$

$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \lambda = -1$