

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра інформаційних систем та технологій

Комп'ютерний практикум №1  
З дисципліни «Методи ройового інтелекту в  
прийнятті рішень»  
на тему «Метод аналізу ієрархій (МАІ)»  
1 варіант

Перевірила:

Жураковська О.С.

Виконав:

студент гр. ІС-01  
Адамов Д.І.

## Практикум №1

### Варіант № 1

#### Завдання

Група експертів повинна визначити розподіл інвестицій для реалізації множини проектів, які розглядаються як множина альтернатив. Для визначення впливу альтернатив на досягнення мети сформульована множина критеріїв.

У відповідності з номером варіанта у вхідному файлі задано:

- 1) розмірність задачі: кількість експертів, кількість критеріїв та кількість альтернатив;
- 2) матриці парних порівнянь (МПП) елементів кожного рівня ієрархії, яка відповідає декомпозиції цієї проблеми.

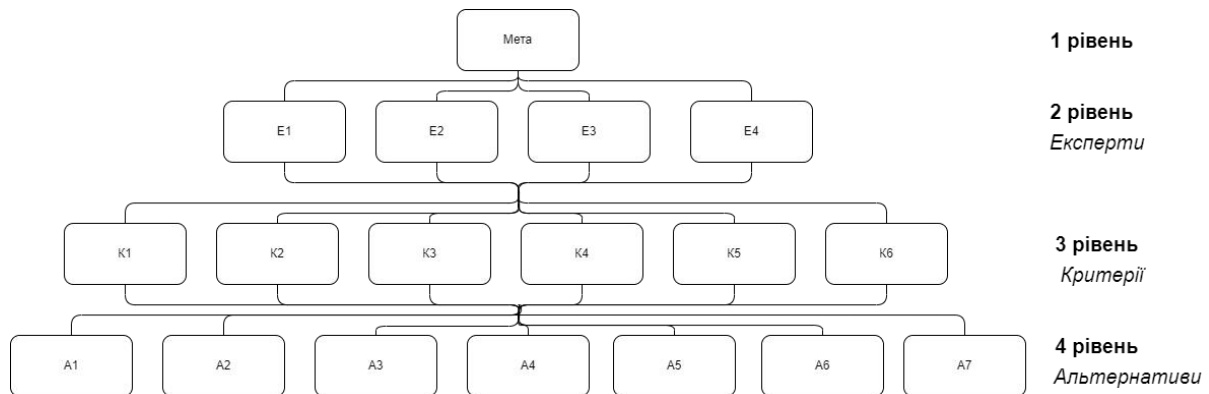
Необхідно вирішити проблему за допомогою метода аналізу ієрархій.

Зміст звіту:

- 1) ієрархія, що відповідає вхідним даним згідно варіанту;
- 2) основні теоретичні відомості – співвідношення та методи, що використані в процесі розв'язання задачі;
- 3) виконати оцінку узгодженості переваг експертів: для кожної МПП необхідно визначити індекс та відношення узгодженості (максимальне власне число, CI, CR) та зробити висновок про можливість використання локальних пріоритетів, визначених за цією матрицею. У випадку неузгодженості – коригування матриці для отримання узгодженої. Визначити за МПП локальні пріоритети (вагові коефіцієнти). Для однієї з матриць процес отримання усіх результатів розписати з поясненнями та детально, для решти – тільки результати;
- 4) обчислення вагових коефіцієнтів альтернатив (глобальних пріоритетів), з поясненнями;
- 5) висновок – як можна вирішити поставлену задачу із використанням результатів, отриманих за допомогою МАІ.

## Хід роботи

1) Ієрархія, що відповідає вхідним даним згідно варіанту.



2) Основні теоретичні відомості – співвідношення та методи, що використані в процесі розв’язання задачі.

Обчислення максимального характеристичного числа матриці  $A$  проведемо за допомогою метода простої векторної ітерації. Для цього необхідно побудувати векторну послідовність:

$$x^{(m+1)} = Ax^m = A^{m+1}x^0,$$

де  $x^0$  – заданий. Тоді максимальне характеристичне число  $\lambda_{max}$  визначається так:

$$\lambda_{max} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{x_i^{m+1}}{x_i^m}$$

Показник ступеня узгодженості елементів матриці  $D$  - індекс узгодженості (consistency index, CI):

$$CI = (\lambda_{max} - k)/(k - 1)$$

Індекс узгодженості оцінює «ступінь невиконання» властивості узгодженості. Вважається, що при  $CI \leq 0,1$  ступінь «неузгодженості» прийнятний і побудована МПП може бути використана для визначення вектора ваг альтернатив. Інакше рекомендується запропонувати експерту уточнити елементи матриці  $D$ .

Для оцінки достатності ступеня узгодженості використовується відношення узгодженості (consistency ratio, CR):

$$CR = \frac{CI}{CIS},$$

де  $CIS$  – середнє значення  $CR$ , обчислених для великої кількості випадковим чином згенерованих матриць парних порівнянь в фундаментальній шкалі, які задовольняють умові.

Значення CIS:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CIS	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,4	1,45	1,49

Наведемо деталізований приклад для розрахунку ступеня узгодженості МПП альтернатив за 1-им критерієм 1-го експерта:

```
Pair-wise comparisons of 1st criterion for 1st expert:
1.00 5.00 4.00 3.00 3.00 7.00 4.00
0.20 1.00 0.50 0.50 0.50 2.00 0.50
0.25 2.00 1.00 0.50 0.50 2.00 1.00
0.33 2.00 2.00 1.00 1.00 3.00 2.00
0.33 2.00 2.00 1.00 1.00 3.00 2.00
0.14 0.50 0.50 0.33 0.33 1.00 0.50
0.25 2.00 1.00 0.50 0.50 2.00 1.00
```

Max characteristic number:

Vector sequence  $x(m)=Ax(m+1)$ :

27.00	202.17	1435.97	10191.13	72352.59	513683.86	3646999.91
5.20	35.80	255.98	1817.68	12903.81	91612.94	650424.73
7.25	49.60	351.49	2496.95	17727.99	125862.36	893584.22
11.33	81.00	573.11	4067.66	28880.45	205043.26	1455743.90
11.33	81.00	573.11	4067.66	28880.45	205043.26	1455743.90
3.31	24.57	174.95	1241.65	8815.08	62584.70	444332.45
7.25	49.60	351.49	2496.95	17727.99	125862.36	893584.22

Max characteristic number  $L_{max}$ : 7.099692

CI =  $(L_{max}-k)/(k-1)$ :  $(7.099692-7 / 7-1) = 0.016615$

CIS:  $[0, 0, 0.52, 0.89, 1.11, 1.25, 1.35, 1.4, 1.45, 1.49]$

CR =  $CI/CIS$ :  $0.016615/1.35 = 0.012308$

Бачимо, що значення CI та CR значно менші за 0.1, отже можемо використовувати матрицю для визначення вектору ваг альтернатив.

Обчислимо локальні вагові коефіцієнти методом середніх геометричних:

Обчислити  $V_i = (1, \dots, k)$ :

$$v_i = \sqrt[k]{\prod_{j=1}^k d_{ij}}$$

Здійснити нормування  $V_i = (1, \dots, k)$ :

$$\omega_i = v_i / \sum_{j=1}^k v_j$$

Отримано вектор відносних ваг:

$$W = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k]^T$$

Для того ж прикладу:

Weights calculation:

Initial:

5040.000000 0.025000 0.250000 8.000000 8.000000 0.002000 0.250000

Geometric mean (weights):

0.387900 0.067800 0.094100 0.154500 0.154500 0.047200 0.094100

## Результати обчислень усіх інших МПП:

Experts:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 4.004158

CI: 0.001386

CR: 0.001557

Weights: [0.44859 0.081901 0.234755 0.234755]

1st expert:

Pair-wise comparisons of alternatives by criteria 2:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.073096

CI: 0.012183

CR: 0.009024

Weights: [0.41001 0.037135 0.059052 0.229617 0.059052 0.146084 0.059052]

Pair-wise comparisons of alternatives by criteria 3:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.040344

CI: 0.006724

CR: 0.004981

Weights: [0.37724 0.04803 0.079212 0.04803 0.199729 0.04803 0.199729]

Pair-wise comparisons of alternatives by criteria 4:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.216278

CI: 0.036046

CR: 0.026701

Weights: [0.51806 0.044181 0.129342 0.075135 0.075135 0.103376 0.054771]

Pair-wise comparisons of alternatives by criteria 5:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.157304

CI: 0.026217

CR: 0.01942

Weights: [0.438318 0.069064 0.161601 0.046477 0.095406 0.069064 0.120069]

Pair-wise comparisons of alternatives by criteria 6:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.061555

CI: 0.010259

CR: 0.007599

Weights: [0.366043 0.1907 0.048117 0.034366 0.101972 0.068102 0.1907 ]

Weights for criteria of 1st expert:

[0.401733 0.083852 0.084238 0.126798 0.115695 0.077892 0.109793]

2nd expert:

Criteria:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 6.070819

CI: 0.014164

CR: 0.011331

Weights: [0.482733 0.04667 0.25562 0.071432 0.096876 0.04667 ]

Criterion 1:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.048168

CI: 0.008028

CR: 0.005947

Weights: [0.32868 0.167505 0.083752 0.167505 0.037928 0.047126 0.167505]

Criterion 2:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.154129

CI: 0.025688

CR: 0.019028

Weights: [0.496753 0.088083 0.088083 0.057985 0.088083 0.046668 0.134345]

Criterion 3:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.024322

CI: 0.004054

CR: 0.003003

Weights: [0.335696 0.172277 0.040645 0.066181 0.040645 0.172277 0.172277]

Criterion 4:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.090084

CI: 0.015014

CR: 0.011121

Weights: [0.440303 0.043248 0.117512 0.164794 0.073384 0.117512 0.043248]

Criterion 5:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.030743

CI: 0.005124

CR: 0.003795

Weights: [0.427974 0.045166 0.077038 0.077038 0.147873 0.147873 0.077038]

Criterion 6:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.167394

CI: 0.027899

CR: 0.020666

Weights: [0.471737 0.149259 0.043982 0.101374 0.073384 0.101374 0.058889]

Weights for criteria of 2nd expert:

[0.362586 0.143439 0.07284 0.124449 0.055802 0.096415 0.144468]



3rd expert:

Criteria:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 6.018404

CI: 0.003681

CR: 0.002945

Weights: [0.357762 0.063796 0.178881 0.041798 0.178881 0.178881]

Criterion 1:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.008371

CI: 0.001395

CR: 0.001034

Weights: [0.503301 0.055087 0.055087 0.104158 0.172194 0.055087 0.055087]

Criterion 2:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.0

CI: -0.0

CR: -0.0

Weights: [0.461538 0.076923 0.153846 0.076923 0.076923 0.076923 0.076923]

Criterion 3:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.090193

CI: 0.015032

CR: 0.011135

Weights: [0.410201 0.053022 0.139301 0.222671 0.084262 0.053022 0.037522]

Criterion 4:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.151504

CI: 0.025251

CR: 0.018704

Weights: [0.479983 0.095394 0.065432 0.095394 0.052662 0.168657 0.042479]

Criterion 5:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.077841

CI: 0.012974

CR: 0.00961

Weights: [0.34926 0.033288 0.085858 0.115556 0.046607 0.184716 0.184716]

Criterion 6:

Max characteristic number  $L_{\max}$ : 7.124108

CI: 0.020685

CR: 0.015322

Weights: [0.416321 0.096912 0.043485 0.096912 0.219291 0.06354 0.06354 ]

Weights for criteria of 3rd expert:

[0.439894 0.061377 0.080313 0.123997 0.13135 0.085558 0.077511]

```

4th expert:

Criteria:
Max characteristic number L_max: 6.121164
CI: 0.024233
CR: 0.019386
Weights: [0.47154 0.252916 0.05694 0.073354 0.042697 0.102553]

Criterion 1:
Max characteristic number L_max: 7.088886
CI: 0.014814
CR: 0.010974
Weights: [0.398813 0.060025 0.140135 0.03933 0.218246 0.10412 0.03933 ]

Criterion 2:
Max characteristic number L_max: 7.070206
CI: 0.011701
CR: 0.008667
Weights: [0.389887 0.037724 0.132168 0.104056 0.064981 0.206203 0.064981]

Criterion 3:
Max characteristic number L_max: 7.068397
CI: 0.011399
CR: 0.008444
Weights: [0.39713 0.105989 0.040037 0.213219 0.040037 0.134623 0.068965]

Criterion 4:
Max characteristic number L_max: 7.084764
CI: 0.014127
CR: 0.010465
Weights: [0.424295 0.092935 0.092935 0.057206 0.235704 0.039718 0.057206]

Criterion 5:
Max characteristic number L_max: 7.128036
CI: 0.021339
CR: 0.015807
Weights: [0.407327 0.0884 0.049284 0.049284 0.117885 0.070653 0.217167]

Criterion 6:
Max characteristic number L_max: 7.092088
CI: 0.015348
CR: 0.011369
Weights: [0.376421 0.043664 0.092535 0.061232 0.137507 0.196107 0.092535]

Weights for criteria of 4th expert:
[0.396396 0.05895 0.120198 0.069584 0.158051 0.134956 0.061866]

```

Обчислення глобальних пріоритетів:

$$p_i = \sum_{s=1}^t k^{<s>} \sum_{j=1}^m p_{ij}^{<s>} \omega_j^{<s>},$$

де  $k^{<s>}$  - коефіцієнт впливовості учасника s,  $\omega_j^{<s>}$  - локальний ваговий коефіцієнт важливості критерія K<sub>j</sub> для учасника s,  $p_{ij}^{<s>}$  - локальний ваговий коефіцієнт альтернативи A<sub>i</sub> по відношенню до критерія K<sub>j</sub> для учасника s

Глобальні пріоритети експертів реалізуються таким чином: рядок-вектор локальних вагових коефіцієнтів критеріїв для експерта W, помножені на



матрицю локальних вагових коефіцієнтів альтернатив по кожному критерію Р:  $W \cdot P$ .

Приклад наведений для Експерта-1:

	Крит. 1	Крит. 2	Крит. 3	Крит. 4	Крит. 5	Крит. 6	Глоб. пріор.
$\omega$	0.396844	0.204544	0.044671	0.084408	0.064989	0.204544	
Альт. 1	0.387900	0.41001	0.37724	0.51806	0.438318	0.366043	0.401733
Альт. 2	0.067800	0.037135	0.04803	0.044181	0.069064	0.1907	0.083852
Альт. 3	0.094100	0.059052	0.079212	0.129342	0.161601	0.048117	0.084238
Альт. 4	0.154500	0.229617	0.04803	0.075135	0.046477	0.034366	0.126798
Альт. 5	0.154500	0.059052	0.199729	0.075135	0.095406	0.101972	0.115695
Альт. 6	0.047200	0.146084	0.04803	0.103376	0.069064	0.068102	0.077892
Альт. 7	0.094100	0.059052	0.199729	0.054771	0.120069	0.1907	0.109793

Остаточну формулу інтерпретуємо як множення матриць, рядок-вектор локальні вагові коефіцієнти експертів - К помножених на створену матрицю локальних вагових коефіцієнтів альтернатив для кожного експерта – Т:  $K \cdot T$ .

	Експерт 1	Експерт 2	Експерт 3	Експерт 4	Глоб. пріор.
$\omega$	0.42344	0.04674	0.09006	0.14144	
Альт. 1	0.401733	0.362586	0.439894	0.396396	0.406232
Альт. 2	0.083852	0.143439	0.061377	0.05895	0.07761
Альт. 3	0.084238	0.07284	0.080313	0.120198	0.090825
Альт. 4	0.126798	0.124449	0.123997	0.069584	0.112517
Альт. 5	0.115695	0.055802	0.13135	0.158051	0.124408
Альт. 6	0.077892	0.096415	0.085558	0.134956	0.094604
Альт. 7	0.109793	0.144468	0.077511	0.061866	0.093803

## Висновок

Після проведення сортування глобальних вагових коефіцієнтів та ранжування альтернатив, було визначено, що найкращою альтернативою є перша.

```
Resulting weight coefficients: [0.406232 0.07761 0.090825 0.112517 0.124408 0.094604 0.093803]  
Best alternative: 1  
Sorted: [0.40623233 0.12440796 0.1125168 0.09460444 0.09380334 0.09082479  
0.07761034]  
Ranking: [1, 5, 4, 6, 7, 3, 2]
```

За допомогою методу аналізу ієрархій інвестиційний капітал може бути розподілений між 6 проєктами. Тобто:

- 1) 1 проєкт – 40,62% від загального капіталу
- 2) 5 проєкт – 12,44%
- 3) 4 проєкт – 11,3 %
- 4) 6 проєкт – 9,5%
- 5) 7 проєкт – 9,3%
- 6) 3 проєкт – 9,08%
- 7) 2 проєкт – 7,76%