

## ПРИКЛАД

### обчислення пріоритетів альтернатив за матрицею парних порівнянь

Задано матрицю А парних порівнянь альтернатив а1, а2, а3:

	а1	а2	а3
а1	1	3	1/2
а2	1/3	1	1/3
а3	2	3	1

Необхідно визначити пріоритети альтернатив

#### 1. Встановлення ступеня узгодженості МПП А

Для обчислення пріоритетів альтернатив за матрицею парних порівнянь А необхідно встановити ступінь узгодженості матриці. Для цього обчислимо індекс узгодженості:

$$CI = (\lambda_{max} - k) / (k - 1), \quad (1)$$

де  $\lambda_{max}$  — максимальне характеристичне число (власне значення) матриці А,  
 $k$  — кількість альтернатив.

Обчислити максимальне характеристичне число матриці А можна, наприклад, за допомогою **метода простої векторної ітерації**.

Для цього необхідно побудувати векторну послідовність:

$$x^{(m+1)} = A x^{(m)} = A^{m+1} x^{(0)}, \quad (2)$$

де  $x^{(0)}$  — заданий. Тоді максимальне характеристичне число  $\lambda_{max}$  визначається так:

$$\lambda_{max} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{x_i^{(m+1)}}{x_i^{(m)}} \quad (3)$$

Отже, задамо  $x^{(0)} = (1, 1, 1)^T$  і побудуємо векторну послідовність (2):

$x^{(0)}$	$x^{(1)}=Ax^{(0)}$	$x^{(2)}=Ax^{(1)}$	$x^{(3)}=Ax^{(2)}$	$x^{(4)}=Ax^{(3)}$	$x^{(5)}=Ax^{(4)}$	$x^{(6)}=Ax^{(5)}$	$x^{(7)}=Ax^{(6)}$	$x^{(8)}=Ax^{(7)}$	$x^{(9)}=Ax^{(8)}$
1	4,5	12,5	38	116,25	355	1084	3310,125	10107,88	30865,63
1	1,666667	5,166667	16	48,83333	149,0833	455,25	1390,167	4245,042	12962,75
1	6	20	60,5	184,5	563,5	1720,75	5254,5	16045,25	48996,13

Побудуємо послідовність  $\frac{x_i^{(m+1)}}{x_i^{(m)}}$  наприклад, для  $i=1$ :

$m$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{x_1^{(m+1)}}{x_1^{(m)}}$	4,5/1=4,5	12,5/4,5=2,777778	38/12,5=3,04	3,059211	3,053763	3,053521	3,053621	3,053623	3,053622

Отже,  $\lambda_{\max} = 3,0536$ . Тоді індекс узгодженості (1) дорівнює:

$$CI = (3,0536-3)/(3-1) = 0,0268.$$

Оскільки  $CI < 0,1$ , можна зробити висновок, що ступінь неузгодженості матриці  $A$  є прийнятною і її можна використовувати для визначення вектора ваг альтернатив.

## 2. Обчислення пріоритетів альтернатив як середніх геометричних рядків МПП

	$v_i = \sqrt[k]{\prod_{j=1}^k a_{ij}}$	$\omega_i = v_i / \sum_{j=1}^k v_j$
$i=1$	1,144714	0,332516
$i=2$	0,48075	0,139648
$i=3$	1,817121	0,527836

Отже,  $W = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T = [0,33; 0,14; 0,53]^T$

## 3. Обчислення пріоритетів альтернатив методом степеня

Побудуємо послідовність матриць  $A, A^2, A^3, \dots, A^r, \dots$

Для кожної матриці послідовності обчислимо

$$\omega_i^{(r)} = \sum_{j=1}^k a_{ij} / \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k a_{ij},$$

для  $\forall i=(1, \dots, 3)$ .

Тоді  $\omega_i = \omega_i^{(r^*)} \quad \forall i=(1, \dots, 3),$

де  $|\omega_i^{(r^*)} - \omega_i^{(r^*-1)}| < \varepsilon \quad \forall i=(1, \dots, k)$

і  $r^* = \arg \min_r \{ \varepsilon - |\omega_i^{(r)} - \omega_i^{(r-1)}| \}$

Отже, послідовність матриць  $A$ ,  $A^2$ ,  $A^3$ :

	a1	a2	a3
a1	1	3	1/2
a2	1/3	1	1/3
a3	2	3	1

	a1	a2	a3
a1	3,000	7,500	2,000
a2	1,333	3,000	0,833
a3	5,000	12,000	3,000

	a1	a2	a3
a1	9,5	22,5	6
a2	4	9,5	2,5
a3	15	36	9,5

	r=1		r=2		r=3	
	сума i-го рядка матр. $A^r$	$w_i$	сума i-го рядка матр. $A^r$	$w_i$	сума i-го рядка матр. $A^r$	$w_i$
i=1	4,5000	0,3699	12,5000	0,3319	38,0000	0,3319
i=2	1,6667	0,1370	5,1667	0,1372	16,0000	0,1397
i=3	6,0000	0,4932	20,0000	0,5310	60,5000	0,5284

Оберемо задану точність  $\varepsilon=0,01$

$r=2$ :

$$|w_1^{(2)} - w_1^{(1)}| = |0,3319 - 0,3699| = 0,038 > \varepsilon,$$

отже збільшуємо  $r=3$ :

$$|w_1^{(3)} - w_1^{(2)}| = 0,0000 < \varepsilon$$

$$|w_2^{(3)} - w_2^{(2)}| = 0,0026 < \varepsilon$$

$$|w_3^{(3)} - w_3^{(2)}| = 0,0026 < \varepsilon$$

Отже, пріоритети визначаються так:  $w_i = w_i^{(3)}$

Тобто

	$w_i$
i=1	0,3319
i=2	0,1397
i=3	0,5284