Приклади визначення вагових коефіцієнтів альтернатив за МПП методом власного вектора

Приклад 1.

Матриця парних порівнянь:

Альтернативи	A1	A2	A3
A1	1	5	4
A2	1/5	1	4/5
A3	1/4	5/4	1

СЛР, що відповідає характеристичному рівнянню матриці, має вигляд:

$$\begin{cases} (1 - \lambda)\omega_1 + 5\omega_2 + 4\omega_3 = 0, \\ 1/5\,\omega_1 + (1 - \lambda)\omega_2 + 4/5\,\omega_3 = 0, \\ 1/4\,\omega_1 + 5/4\,\omega_2 + (1 - \lambda)\omega_3 = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Умова існування нетривіального розв’язку системи (рівність нулю детермінанта):

$$\lambda^2(3 - \lambda) = 0,$$

звідки характеристичні числа матриці

$\lambda_1 = \lambda_2 = 0;$

$\lambda_3 = \lambda_{max} = 3 = k$

При цьому CI=0, CR=0, що підтверджує повну узгодженість МПП

Доповнимо систему (1) рівнянням нормування

$$\omega_1+\omega_2+\omega_3 = 1$$

та підставимо в неї λ_{max} . Після розв’язання отриманої неоднорідної системи одержимо:

ω_1= 0,6897; ω_2=0,1379; ω_3=0,1724.

Приклад 2

Матриця парних порівнянь:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Матриця неузгоджена, оскільки

$$a_{12}\,a_{23} = 6 \neq 2 = a_{13}$$

Приклад 2

Характеристичне рівняння

$$\det\begin{pmatrix} 1-\lambda & 2 & 2 \\ 1/2 & 1-\lambda & 3 \\ 1/2 & 1/3 & 1-\lambda \end{pmatrix} = -\lambda^3 + 3\lambda^2 + \frac{4}{3} = 0$$

Знаходимо $\lambda_{\max} \approx 3.14 > 3$

Приклад 2

Індекс узгодженості $$CI = \frac{3.14 - 3}{2} = 0.07$$

менший за пороговий рівень 0,1
Вирішуємо систему ЛР

$$\begin{cases} -2.14w_1 + 2w_2 + 2w_3 = 0, \\ \frac{1}{2}w_1 - 2.14w_2 + 3w_3 = 0, \\ \frac{1}{2}w_1 + \frac{1}{3}w_2 - 2.14w_3 = 0. \end{cases}$$

Приклад 2

Знаходимо один із ненульових розв’язків системи (власний вектор, що відповідає знайденому власному значенню):

$$w_1 \approx 2.88,\ w_2 \approx 2.08,\ w_3 \approx 1$$

Здійснюємо нормування:

$$\hat{w}_1 \approx 0.48,\ \hat{w}_2 \approx 0.35,\ \hat{w}_3 \approx 0.17$$