

Урок 4. Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения вероятностей. Равномерное и нормальное распределение. Центральная предельная теорема

1. Случайная непрерывная величина А имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800]. Найдите ее среднее значение и дисперсию.

$$M(X) = \frac{a + b}{2} = \frac{200 + 800}{2} = 500$$

$$D(X) = \frac{(b - a)^2}{12} = \frac{600^2}{12} = 30000$$

2. О случайной непрерывной равномерно распределенной величине В известно, что ее дисперсия равна 0.2.

Можно ли найти правую границу величины В и ее среднее значение зная, что левая граница равна 0.5? Если да, найдите ее.

$$D(X) = 0,2$$

$$0,2 = \frac{(b - 0,5)^2}{12} \Rightarrow b = 2,05$$

$$M(X) = \frac{a + b}{2} = \frac{0,5 + 2,05}{2} = 1,275$$

3. Непрерывная случайная величина Х распределена нормально и задана плотностью распределения $f(x) = (1 / (4 * \sqrt{2 * \pi})) * (\exp(-(x+2)**2) / 32)$.

Найдите:

а). $M(X)$

б). $D(X)$

в). $\text{std}(X)$ (среднее квадратичное отклонение)

$$M(X) = -2$$

$$D(X) = 16$$

$$\sigma = 4$$

4. Рост взрослого населения города Х имеет нормальное распределение.

Причем, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см.

Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:

а). больше 182 см

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{182 - 174}{8} = 1; P = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

б). больше 190 см

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{190 - 174}{8} = 2; P = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

в). от 166 см до 190 см

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{166 - 174}{8} = -1; P = 1 - 0,1587 - 0,0228 = 0,8185,$$

г). от 166 см до 182 см

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{166 - 174}{8} = -1; P = 1 - 0,1587 - 0,1587 = 0,6826,$$

д). от 158 см до 190 см

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{158 - 174}{8} = -2; P = 1 - 0,0228 - 0,0228 = 0,9544,$$

е). не выше 150 см или не ниже 190 см

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{150 - 174}{8} = -3; P = 0,0013 + 0,0228 = 0,0241,$$

ё). не выше 150 см или не ниже 198 см

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{198 - 174}{8} = 3; P = 0,0013 + (1 - 0,9987) = 0,0026,$$

ж). ниже 166 см.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{166 - 174}{8} = -1; P = 0,1587$$

5. На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой $M(X) = 178$ см и $D(X) = 25$ кв.см?

$$\sigma = 5;$$
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{190 - 178}{5} = 2,4$$