1. P122,48

48.* 设 $(X,Y) \sim N(0,0,1,1,\rho)$, 证明

- (1) 随机变量 X 与随机变量 $Z = \frac{Y \rho X}{\sqrt{1 \rho^2}}$ 相互独立;
- (2) 利用 (1) 的结论证明

$$P(XY < 0) = 1 - 2P(X > 0, Y > 0) = \pi^{-1} \arccos \rho.$$
(3.28)

2. P171,1

1. 篮球联赛的总决赛采用七战四胜制,即哪支球队先获得四场比赛的胜利即可获得该年度 的总冠军. 假设 A, B 两队势均力敌,即每场各队获胜的概率都为 p=0.5, 以 X 表示一 届总决赛的比赛场次, 试求 E(X). 若 A 队每场获胜的概率均为 p=0.6 呢?

3. P171,2

设随机变量 X 的期望存在, 试证明:

(1) 若 X 为非负整值随机变量,则

$$E(X) = \sum_{n=1}^{\infty} P(X \ge n) = \sum_{n=0}^{\infty} P(X > n);$$

(2) 若 X 为非负连续型随机变量, 且分布函数为 F(x), 则

$$E(X) = \int_0^\infty (1 - F(x)) dx;$$

(3) 若 X 为非负随机变量,则(2)中的结论依然成立.

4. P171. 8

某零食厂商设计了一种营销策略,即在产品中放入一套有趣的卡片. 假设这套卡片由 n=12张不同的卡通人物头像组成, 且在每袋零食中随机放入其中一张. 某人想集齐这套卡片, 设他一共需要买 Xn 袋该零食. 试求:

(1)
$$E(X_n)$$
; (2) $\lim_{n\to\infty} E\left(\frac{X_n}{n\ln n}\right)$.

5. P173,11

设随机变量 X 只能取有限个正值 $x_1, x_2, \cdots, x_k (k \ge 2)$, 证明:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{E(X^{n+1})}{E(X^n)}=\max_{1\leqslant i\leqslant k}x_i.$$