

1. 写出过程

设 X_1, X_2, X_3 是来自总体 $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & (1-\theta)^2 \end{pmatrix}$ 的一组简单随机样本, 若假设检验 $H_0: \theta = 0.1 \leftrightarrow H_1: \theta = \theta_1$ 的拒绝域为 $\{X_1 = X_2 = X_3 = 1\}$, 其中 $0.5 < \theta_1 < 1$ 是一个给定的常数, 则此检验犯第二类错误的概率为_____.

2.

(10分) 某种鸟在起飞前, 双足齐跳的次数 X 服从参数为 p 的几何分布, 即其分布律为 $P(X = k) = p(1-p)^{k-1}, k = 1, 2, \dots$. 某人观测 130 次后, 获得一组样本如下:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	≥ 13
频数	48	31	20	9	6	5	4	2	1	1	2	1	0

(1) 求 p 的最大似然估计值(精确到小数点后三位);

(2) 在拟合优度检验中频数一般不能小于 5, 故需将上述所有 $k \geq 7$ 情形下的频数进行合并, 此时请检验假设“ X 服从几何分布”是否成立(显著性水平 $\alpha = 0.05$).

3.

(8分) 中国科学技术大学 2019 级本科新生入学考试中, 某学院两个班级的英语科目各档成绩(从低到高)人数如下表所示:

档次	I	II	III	IV	V	VI	合计
一班	8	27	10	6	8	6	65
二班	15	25	8	7	6	4	65

我们能否认为这两个班级的英语水平大致相当? 显著性水平设为 $\alpha = 0.05$.