

# 2018 年春季学期《代数结构》期末试题

Edited by [Lyncien](#)

2018.06.27

1.

(1)  $6x - 4y = 2$  的整数解。

(2)  $\Sigma = \{A, B, C, D\}$ ,  $\Sigma^+$  是非空行, 给出  $\Sigma^+$  的归纳定义。 $\Sigma^+$  可数吗?

2.  $\langle G, * \rangle$  是群,  $a$  是 22 阶元,  $b$  是 7 阶元,  $a^{8x-12} = e$ ,  $b^x = b$ 。求  $x$  模 77 的解。

3.  $\{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$

(1) 作出 Hasse 图。

(2)  $\{2, 3, 6, 12\}$  的最大元、最小元、极大元、极小元、最大下界、最小上界。

4.

(1)  $(1\ 2\ 4)(1\ 3\ 4) = ?$

(2) 证明  $\{(1\ 2), (1\ 3\ 4)\}$  的生成子群是 4 阶对称群  $S_4$ 。

5.  $f: A \rightarrow B$ , 定义  $A$  上的关系

$$xRy \Leftrightarrow f(x) = f(y)$$

证明:  $R$  是  $A$  上的等价关系。

6. 证明: 循环群的同态像也是循环群。

7.

(1)  $\langle G, * \rangle$  是群,  $|G| \geq 2, \forall a \in G, a^2 = e$ , 则存在整数  $n$  使得  $|G| = 2^n$ 。

(2)  $\langle A, \oplus, *, 1, 0 \rangle$  是布尔代数,  $a + b = (a * b') \oplus (b * a')$ , 则  $\langle A, + \rangle$  是交换群。

(3)  $\langle A, \oplus, *, 1, 0 \rangle$  是有限布尔代数, 利用 (1) (2) 证明  $|A| = 2^n$ 。

8.  $\langle R, +, * \rangle$  是环,  $|R| \geq 3, \forall a \in R, a^2 = a$ , 则  $R$  中有零因子。