

中国科学技术大学计算机学院

2022 年 春季 学期考试试卷

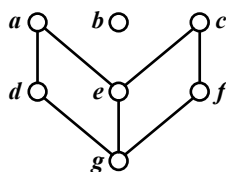
课程名称： 代数结构 课程编号： 011103

开课院系： 计算机学院 考试形式： 闭卷

姓 名： 学 号： 专 业：

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	总 分
得 分										

- 【8 分】求解线性同余方程： $21x \equiv 39 \pmod{117}$
- 【13 分】设 $m \geq 2$, a 为正整数, 且 $(m, a) = 1$, 证明:
 - 存在正整数 $d \leq m - 1$, 使得 $m | a^d - 1$;
 - 设 d_0 是满足(1)的最小正整数 d , 那么 $m | a^h - 1 (h \geq 1)$ 的充要条件是 $d_0 | h$.
- 【12 分】(1) 计算置换的乘积: $(12345)(23)$
 (2) 写出三次对称群 S_3 的所有子群; 写出 S_3 关于子群 $H = \{(1), (23)\}$ 的所有左右陪集。
- 【8 分】已知某部分序集 $\langle A, \rho \rangle$ 的 Hasse 图如下图所示, 分别写出集合 A 和部分序 ρ 的表达式, 并求部分序集 $\langle A, \rho \rangle$ 的最大元、最小元、极大元、极小元。



- 【10 分】设偏序集 $\langle A, R \rangle, \langle B, S \rangle$, 定义 $A \times B$ 上的二元关系 $T: (x, y)T(u, v)$ 当且仅当 xRu 且 ySv . 证明: T 为偏序关系。
- 【12 分】设 H 是群 G 的正规子群, g 是 G 的任一元素, 证明: 若 g 的阶与 $|G/H|$ 互素, 那么 $g \in H$ 。
- 【12 分】设 G 和 G' 分别是阶数为 m 和 n 的循环群 ($m \geq n$), 则 f 是 G 到 G' 的满同态映射的充要条件是 $n | m$ 。
- 【15 分】 $Z[x]$ 为多项式环, (n) 表示 $Z[x]$ 的主理想且 $n \geq 2$, 证明:
 - $Z[x]/(n)$ 与 $(Z/nZ)[x]$ 同构;
 - $Z[i]/(1 + i)$ 与 $Z/2Z$ 同构 (i 为虚数)。
- 【10 分】设 R 为环, I_1, I_2, \dots, I_n 为 R 的理想, 当 $i \neq j$ 时, $I_i + I_j = R$, 证明: $I_1 + I_2 I_3 \dots I_n = R$ 。