

1. P116, 6

设某射手每次射中目标的概率为 p ($0 < p < 1$), 射击进行到第二次射中目标为止, X 表示第一次射中目标所进行的射击次数, Y 表示第二次射中目标所进行的射击次数.

(1) 求二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律;

(2) 求 X 和 Y 的边缘分布.

2. P116, 9

设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为

$$F(x, y) = a(b + \arctan x)(c + \arctan y), \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

(1) 确定常数 a, b, c ;

(2) 求 $P(X > 0, Y > 0)$;

3. P116, 9(1),(2)

设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为

$$F(x, y) = a(b + \arctan x)(c + \arctan y), \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

(1) 确定常数 a, b, c ;

(2) 求 $P(X > 0, Y > 0)$;

4. P116, 5

设二维随机向量的联合分布律为

Y	X	
	-1	1
-1	0.2	b
1	a	0.3

已知事件 $\{X = -1\}$ 和 $\{X + Y = 0\}$ 相互独立, 求 a, b .

5. P117, 17

条件密度函数的定义为:

定义 3.8 条件密度函数

如果 Y 的概率密度函数在 y 处的值 $f_2(y) > 0$, 则称

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_2(y)} \quad (3.10)$$

为给定 $Y = y$ 下随机变量 X 的条件概率密度函数 (conditional pdf). 同理, 给定 $X = x$ 下随机变量 Y 的条件密度函数 $f_{Y|X}(y|x)$ 为:

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{f(x, y)}{f_1(x)}, \text{ 当 } f_1(x) > 0 \quad (3.11)$$



设 (X, Y) 是二维随机变量, X 的边缘密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

在给定 $X = x (0 < x < 1)$ 的条件下, Y 的条件密度函数为

$$f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{3y^2}{x^3}, & 0 < y < x, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1) 求 (X, Y) 的联合密度函数 $f(x, y)$;

(2) 求 Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$.