Exercise 1.

给出T={a,b} 上能满足下列条件的语言的文法:

(a)至少有3个a的所有符号串

(b) a的个数不多于3的所有符号串

Exercise 2.

给出T={a} 上能满足下列条件的语言的文法:

(a)$L=\{w \mid |w| \bmod 3 = 0\}$

(b)$L=\{w \mid |w| \bmod 3 > 0\}$

(c)$L=\{w \mid |w| \bmod 3 <> |w| \bmod 2\}$

Exercise 3.

Give a DFA accepting the following languages over the alphabet {0,1}:

The set of all strings such that each block of five consecutive symbols contains at least two 0's.

解答一.

记录最近读过的*4*个符号（不足四位时前面补足够的*0*）； 初态为*0000*； 转移规则为：去掉最左符号，当前输入符号补充为最右符号；设一个特殊状态*fail*，若当前状态的*4*个符号连同输入符号中不足两个*0*，则下一状态转移到*fail*；除*fail*外其它状态全是终态。 转移表如下：

	0	1
→ *0000	0000	0001
*0001	0010	0011
*0010	0100	0101
*0011	0110	0111
*0100	1000	1001
*0101	1010	1011
*0110	1100	1101
*0111	1110	fail
*1000	0000	0001
*1001	0010	0011
*1010	0100	0101
*1011	0110	fail
*1100	1000	1001
*1101	1010	fail
*1110	1100	fail
fail	fail	fail

解答二.

- 解答一中*0000*，*0100*，*1000*，*1100*可以合并为一个状态：以及*0001*，*1001*可以合并；*0010,1010*也可以合并；最后得到一个状态数目为*11*的*DFA*, 这是最少可能的状态数（参考*DFA*的最小化）。

Exercise 4.

Give NFA to accept the following languages.

a) The set of strings over alphabet {0,1,2,3} such that the final digit has appeared before.

b) The set of strings over alphabet {0,1,2,3} such that the final digit has not appeared before.

Exercise 5.

Design ε- NFA for the following languages. Try to use ε- transitions to simplify your design.

a) The set of strings consisting of zero or more a's followed by zero or more b's, followed by zero or more c's.

b) The set of strings consisting of either 01 repeated one or more times or 010 repeated one or more times.

- **Exercise 6.** 写出下列语言的正则表达式:

0 的个数能够被5 整除的所有0，1 字符串的集合.

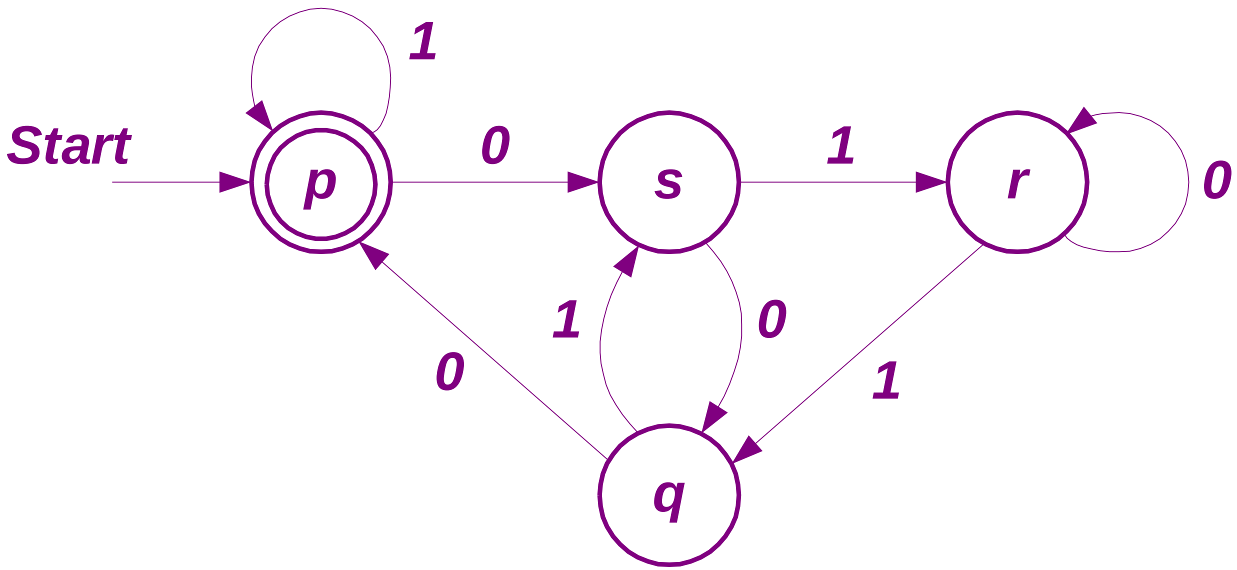
参考解答:

$(1^*01^*01^*01^*01^*01^*)^* + 1^*$,

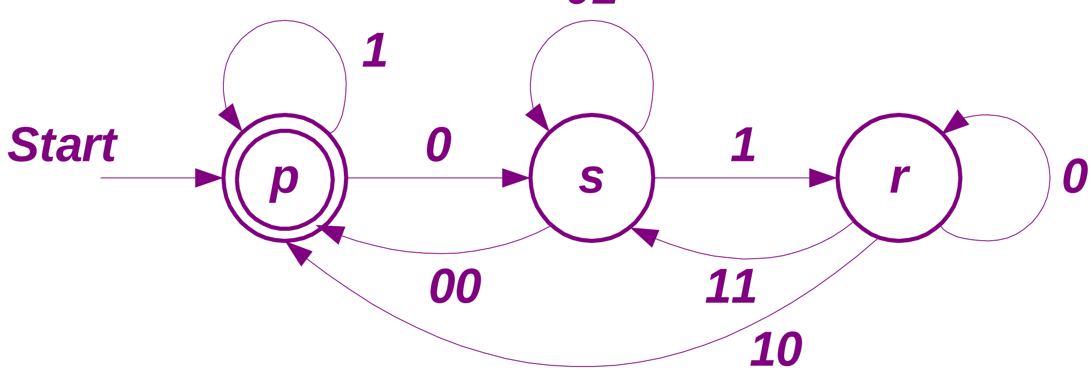
或 $1^*(01^*01^*01^*01^*0)^*1^*$,

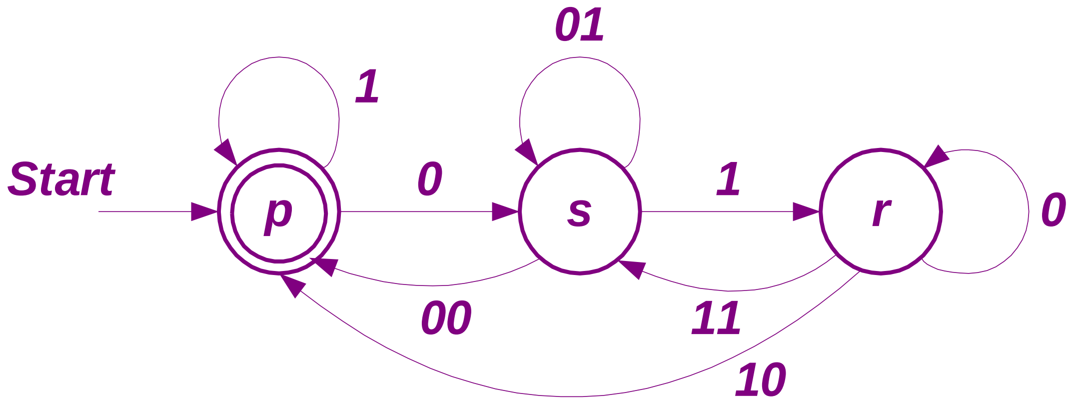
或 $(01^*01^*01^*01^*0 + 1)^*$

- **Exercise 7.** 使用状态消去技术，将如下DFA转化为一个正则表达式.

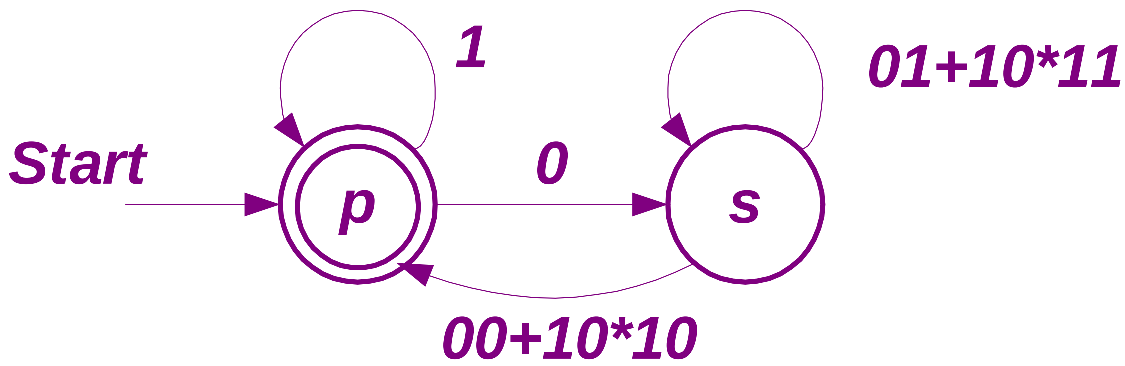


消去状态 q:

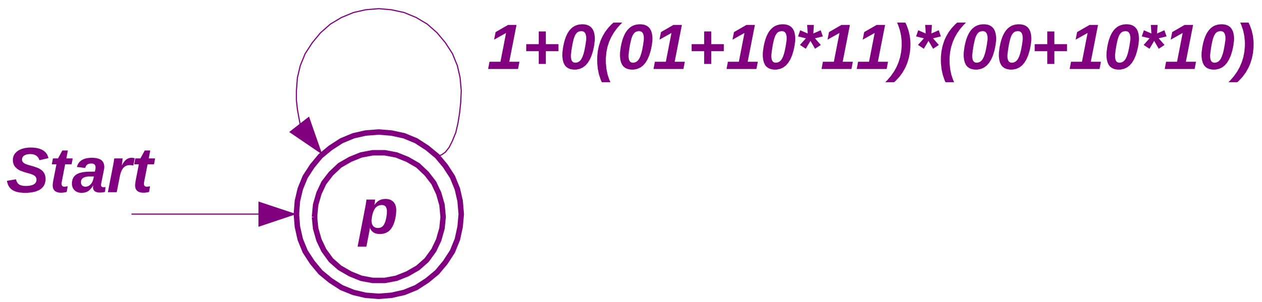




消去状态r：



消去状态s：



结果正则表达式可以为：(1+0(01+10*11)*(00+10*10))*

- *Exercise 8.* 设计空栈接受方式的PDA，使它接受语言为所有由0,1构成的，并且任何前缀中0的个数都不少于1的个数的串的集合。

参考解答：

- 构造以空栈方式接受的PDA $M = (Q, T, \Gamma, \delta, q0, Z0)$，其中
- $Q=\{q0, q_{fail}\}$；状态q0表示当前扫描过的输入串的任何前缀中0的个数不少于1的个数，状态q_{fail}表示当前扫描过的输入串的某个前缀中1的个数大于0的个数(即串不被接受。)；
- $\Gamma=\{Z0, X\}$；下推栈中，X的个数表示当前扫描过的输入串中0的个数比1的个数多多少；
- $\delta(q0,0, Z0)=\{(q0,X Z0)\}$, $\delta(q0,1, Z0)=\{(q_{fail}, Z0)\}$；
- $\delta(q0,0, X)=\{(q0, XX)\}$,$\delta(q0,1, X)=\{(q0,\varepsilon)\}$；
- $\delta(q0, \varepsilon, X)=\{(q0, \varepsilon)\}$, $\delta(q0, \varepsilon, Z0)=\{(q0, \varepsilon)\}$；

Exercise 9.

考虑以下两个语言：

L1 = $\{a^n b^{2n} c^m \mid n, m \geq 0\}$

L2 = $\{a^n b^m c^{2m} \mid n, m \geq 0\}$

a) 通过分别给出上述语言的文法来证明这些语言都是上下文无关的。

b) L1∩L2是CFG吗？证明你的结论的正确性。

参考解答：

a）定义文法 ***G1*** 的产生式集合为：

$$S \rightarrow AB$$
$$A \rightarrow aAbb \mid \varepsilon$$
$$B \rightarrow cB \mid \varepsilon$$

定义文法 ***G2*** 的产生式集合为：

$$S \rightarrow AB$$
$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$
$$B \rightarrow bBcc \mid \varepsilon$$

可以证明 ***L1=L(G1)***，***L2=L(G2).***

b）$L1 \cap L2 = \{ a^n b^{2n} c^{4n} \mid n \geq 0\}$不是***CFG.*** 可以用***Pumping***引理证明之.

对于任意的n，存在$z = a^n b^{2n} c^{4n}$ 属于该语言.

令 $z=w_1w_2w_0w_3w_4$，其中，$|w_2w_0w_3| \leq n$， $w_2w_3 \neq \varepsilon$，

若取$k=0$，则 $w_1w_2^k w_0 w_3^k w_4$不属于该语言***(***分析略***)***，因此该语言不是***CFG..***