18 题参考答案:

(1) 米兰机如下:

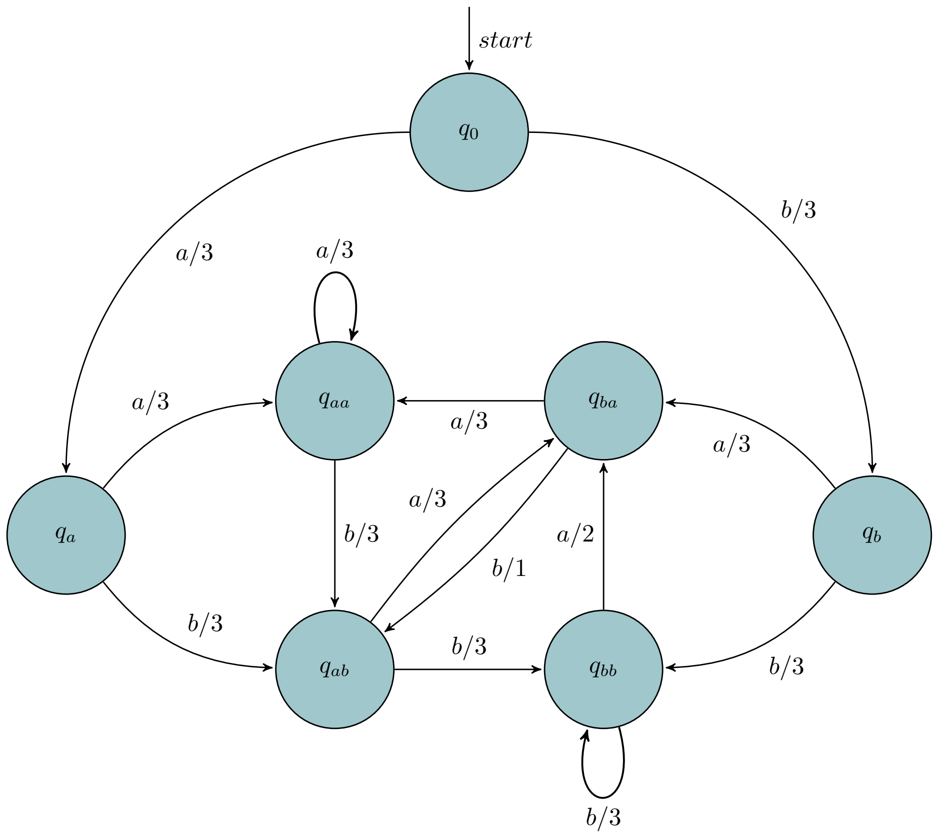
$M = \{Q, T, R, \delta, g, q_0\}$

其中:

$Q = \{q_0, q_a, q_b, q_{aa}, q_{ab}, q_{ba}, q_{bb}\}$

$T = \{a, b\}$

$R = \{1, 2, 3\}$



(2) 摩尔机如下:

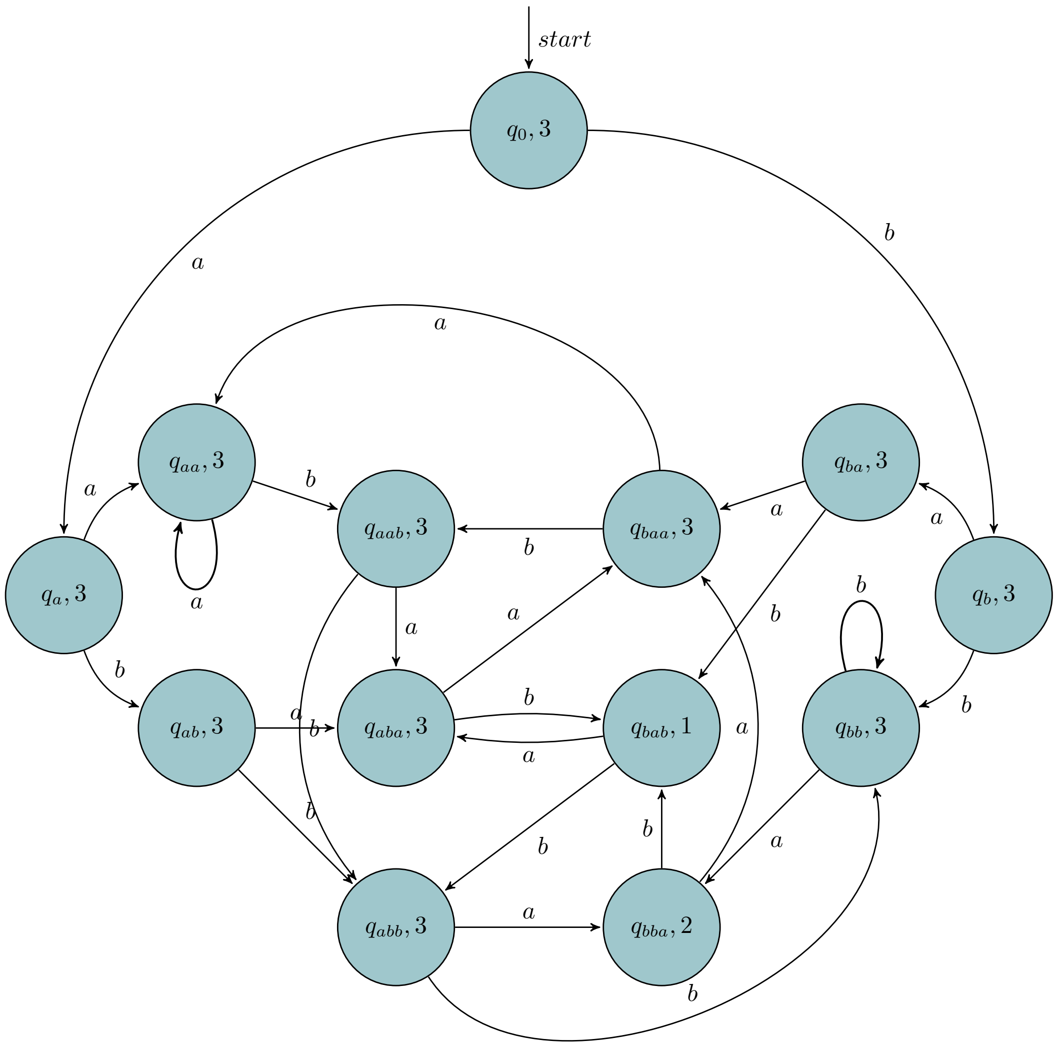
$M = \{Q, T, R, \delta, g, q_0\}$

其中:

$Q = \{q_0, q_a, q_b, q_{aa}, q_{ab}, q_{ba}, q_{bb}, q_{abb}, q_{bba}, q_{bab}, q_{aba}\}$

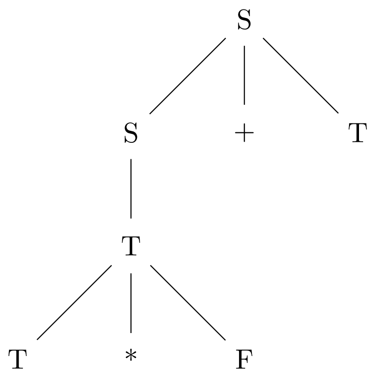
$T = \{a, b\}$

$R = \{1, 2, 3\}$

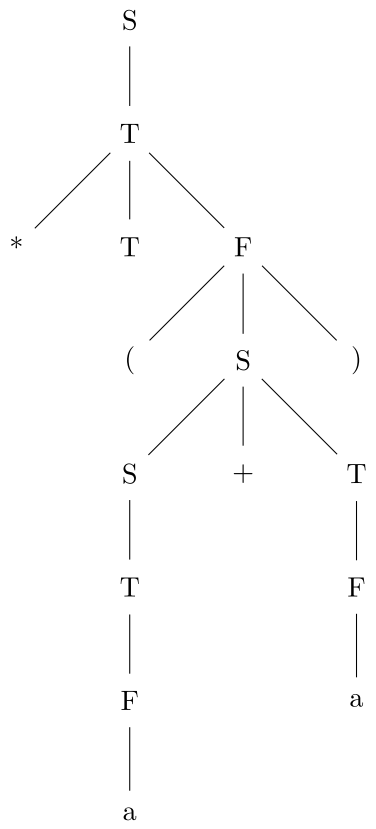

start
$q_0, 3$
a
b
a
$q_{aa}, 3$
$q_{aab}, 3$
$q_{baa}, 3$
$q_{ba}, 3$
$q_a, 3$
$q_b, 3$
$q_{ab}, 3$
$q_{aba}, 3$
$q_{bab}, 1$
$q_{bb}, 3$
$q_{abb}, 3$
$q_{bba}, 2$

1 题参考答案：

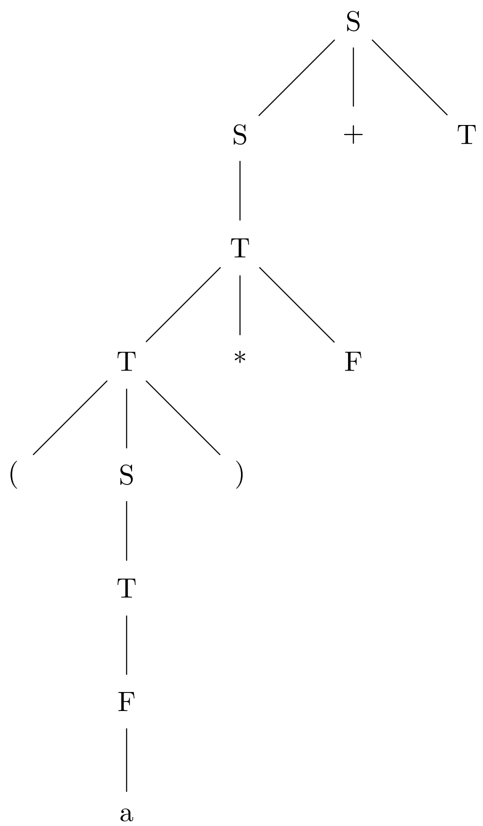
(1)：



(2):



(3):



2 题参考答案:

(1)：最右推导

$$E \Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow F+T \Rightarrow b+T \Rightarrow b+T/F \Rightarrow b+b/F \Rightarrow b+b/b$$

(1)：最左推导

$$E \Rightarrow E+T \Rightarrow T+T/F \Rightarrow E+T/b \Rightarrow E+F/b \Rightarrow E+b/b \Rightarrow T+b/b \Rightarrow b+b/b$$

3 题参考答案:

题中文法是二义的，因为对于句型 $aaaba$，有两棵不同的推导树，如下所示：

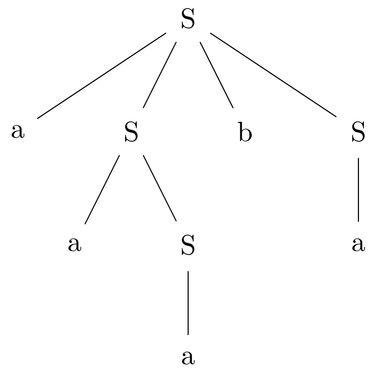


图 1: (a)

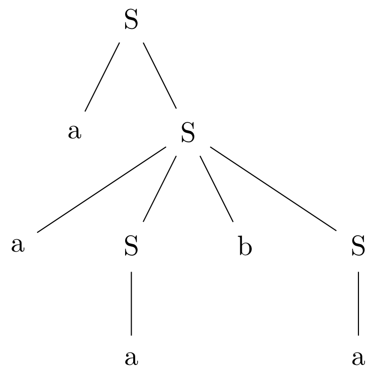


图 2: (b)

6 题参考答案:

(1):
设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to 1AB$$

$$A \to 1A \mid 1$$

$$B \to 0B \mid 0$$

(2):
设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to ABA$$

$$A \to 1A \mid 1$$

$$B \to 00B \mid 00$$

(3):
设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to AB$$

$$A \to 1A0 \mid 10$$

$$B \to 1B0 \mid 10$$

(4):
设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to 1S0 \mid 0S1 \mid 10 \mid 01$$

(5):
设上下文无关语法 $G = (N, T, P, S)$, 其中:

$$N = \{S, A, B\}$$

$$T = \{0, 1\}$$

生成式 P 如下:

$$S \to 1S \mid 2S \mid 3S \mid 1 \mid 2 \mid 3$$

8 题参考答案:

(1):

删掉非生成符 C，可以得到生成式 G_1:

$$S \to ED$$

$$D \to a$$

$$E \to b$$

(2):

删掉非生成符 C，可以得到生成式 G_2:

$$S \to D$$

$$D \to bS$$

$$E \to DS \mid b$$

删除不可达符号 E:

$$S \to D$$

$$D \to bS \mid b$$

9 题参考答案:

在 P1 中加入生成式 $S1 \to S \mid \varepsilon$, 变换后的无 ε 生成式的等价文法为:

$$G1 = (N1, T, P1, S)$$

$$N1 = \{S1, S, C, D, E\}$$

$$T = \{a, b\}$$

生成式 P 如下:

$$S1 \to S \mid \varepsilon$$

$$S \to DCE \mid DC \mid CE \mid DE \mid D \mid C \mid E$$

$$D \to CC$$

$$C \to EE \mid b$$

$$E \to DD \mid a$$

11 题参考答案:

(1) 由算法 3，变换为无 ε 生成式：$N' = S$ 由 $S \rightarrow ASB$ 得出 $S \rightarrow ASB|AB$,
由 $A \rightarrow aAS$ 得出 $A \rightarrow aAS|aA$,
由 $B \rightarrow SBS$ 得出 $B \rightarrow SBS|SB|BS|B$,
由 S N' 得出 $S1 \rightarrow |S$,
因此无 的等效文法 $G1 = (S1, S, A, B, a, b, d, P1, S1)$, 其中生成式 $P1$ 如下：

$$S1 \rightarrow |S$$

$$S \rightarrow ASB|AB$$

$$A \rightarrow aAS|aA|a$$

$$B \rightarrow SBS|SB|BS|B|A|bb$$

(2) 由算法 4，消单生成式：
$NS1 = S1, S$, $NS = S$, $NA = A$, $NB = A, B$ 由于 $S \rightarrow ASB|AB$ P 且不是单生成式, 故 $P1$ 中有 $S1 \rightarrow |ASB|AB$,
同理有 $S \rightarrow ASB|AB, A \rightarrow aAS|aA|a, B \rightarrow SBS|SB|BS|aAS|aA|a|bb,$
因此生成的无单生成式等效文法为:
$G1 = (S1, S, A, B, a, b, P1, S1)$, 其中生成式 $P1$ 如下：

$$S1 \rightarrow |ASB|AB$$

$$S \rightarrow ASB|AB$$

$$A \rightarrow aAS|aA|a$$

$$B \rightarrow SBS|SB|BS|aAS|aA|a|bb$$

(3) 由算法 1 和算法 2，消除无用符号 (此题没有无用符号);
(4) 转化为等价的 Chomsky 范式的文法: 将 $S1 \rightarrow ASB$ 变换为 $S \rightarrow AC, C \rightarrow SB$, 将 $S \rightarrow ASB$ 变换为 $S \rightarrow AC$, 将 $A \rightarrow aAS|aA$ 变换为 $A \rightarrow ED|EA, D \rightarrow AS, E \rightarrow a$, 将 $B \rightarrow SBS|aAS|aA|a|bb$, 变换为 $B \rightarrow CS|ED|EA|FF, F \rightarrow$
(5) 由此得出符合题目要求的等价文法：$G1 = (S1, S, A, B, C, D, a, b, P1, S1)$, 其中生成式 $P1$ 如下：

$$S1 \rightarrow |AC|AB$$

$$S \rightarrow AC|AB$$

$$A \rightarrow ED|EA|a$$

$$B \rightarrow CS|SB|BS|ED|EA|a|FF$$

$$C \rightarrow SB$$

$$D \rightarrow AS$$

$$E \rightarrow a$$

$$F \rightarrow b$$

15 题参考答案:

(1):

转化为等价的 Chomsky 范式的文法:

$$A_1 \to A_3A_4|A_2A_5$$

$$A_2 \to A_1A_4|A_2A_6|b$$

$$A_3 \to A_1A_5|A_3A_7|a$$

$$A_4 \to b$$

$$A_5 \to a$$

$$A_6 \to A_2A_5$$

$$A_7 \to A_3A_4$$

(2):

转化为等价的 Greibach 范式的文法: 将非终结符排序为 A1, A2,A3,A4,A5 ,A1 为低位 A5 为高位,

(1) 对于 $A_2 \to A_1A_4$, 用 $A_1 \to A_3A_4|A_2A_5$ 代入得 $A_2 \to A_3A_4A_4|A_2A_5A_4|A_2A_6|b$

用引理 4.2.4, 变化为:

$$A_2 \to A_3A_4A_4|b|A_3A_4A_4A_2\text{'}|bA_2\text{'}$$

$$A2\text{'} \to A5A4A2\text{'}|A6A2\text{'}|A5A4|A6$$

(2) 对于 $A_3 \to A_1A_5$, 用 $A_1 \to A_3A_4|A_2A_5$ 代入得 $A_3 \to A_3A_4A_5|A_2A_5A_5|A_3A_7|a$,

A_3 生成式右边第一个字符仍是较低位的非终结符, 将 A_2 生成式代入 A_3 生成式得:

$A_3 \to A_3A_4A_5|A_3A_4A_4A_5A_5|bA_5A_5|A_3A_4A_4A_2\text{'}A_5A_5|bA_2\text{'}A_5A_5|A_3A_7|a$

用引理 4.2.4, 变化为:

$$A_3 \to bA_5A_5|bA_2\text{'}A_5A_5|a|bA_5A_5A_3\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}|aA_3\text{'}$$

$$A_3\text{'} \to A_4A_5|A_4A_4A_5A_5|A_4A_4A_2\text{'}A_5A_5|A_7|A_4A_5A_3\text{'}|A_4A_4A_5A_5A_3\text{'}|A_4A_4A_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}|A_7A_3\text{'}$$

(3) 对于 $A_6 \to A_2A_5$, 将 A_2 生成式代入 A_6 生成式得:

$$A_6 \to A_3A_4A_4A_5|bA_5|A_3A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5$$

A_6 生成式右边第一个字符仍是较低位的非终结符, 将 A_3 生成式代入 A_6 生成式得

$$\begin{aligned}A_6 \to\ & bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5\\ & |aA_3\text{'}A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5\\ & |bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5|bA_5\end{aligned}$$

(4) 对于 $A_7 \to A_3A_4$, 将 A_3 生成式代入 A_7 生成式得:

$$A_7 \to bA_5A_5A_4|bA_2\text{'}A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3\text{'}A_4|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4|aA_3\text{'}A_4$$

(5) 将 A_5,A_6 生成式代入 A_2' 生成式得:

$$\begin{aligned}A_2\text{'} \to\ & aA_4A_2\text{'}|bA_5A_5A_4A_4A_5A_2\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_5A_2\text{'}|aA_4A_4A_5A_2\text{'}|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5A_2\text{'}\\ & |bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5A_2\text{'}|aA_3\text{'}A_4A_4A_5A_2\text{'}|bA_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}\\ & |aA_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|aA_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}\\ & |bA_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_5A_2\text{'}|aA_4|bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5\\ & |bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5|aA_3\text{'}A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_4A_4A_2\text{'}A_5\\ & |bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5|bA_5\end{aligned}$$

将 A_4,A_7 生成式代入 A_3' 生成式得

$$A_3\text{'}\rightarrow aA_5|aA_4A_5A_5|aA_4A_2\text{'}A_5A_5|aA_5A_3\text{'}|aA_4A_5A_5A_3\text{'}|aA_4A_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}|bA_5A_5A_4$$
$$|bA_2\text{'}A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3\text{'}A_4|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4|aA_3\text{'}A_4|bA_5A_5A_4A_3\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_3\text{'}$$
$$|aA_4A_3\text{'}|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_3\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_3\text{'}|aA_3\text{'}A_4A_3\text{'}$$

(6) 由此得出等价的 Greibach 范式文法: $G1 = (S, D, D\text{'}, a, b, P1, S)$, 其中生成式 $P1$ 如下:

$$A_1\rightarrow A_3A_4|A_2A_5$$

$$A_2\rightarrow A_3A_4A_4|b|A_3A_4A_4A_2\text{'}|bA_2\text{'}$$

$$A_3\rightarrow bA_5A_5|bA_2\text{'}A_5A_5|a|bA_5A_5A_3\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}|aA_3\text{'}$$

$$A_4\rightarrow b$$

$$A_5\rightarrow a$$

$$A_6\rightarrow bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5$$
$$|aA_3\text{'}A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5$$
$$|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5|bA_5$$

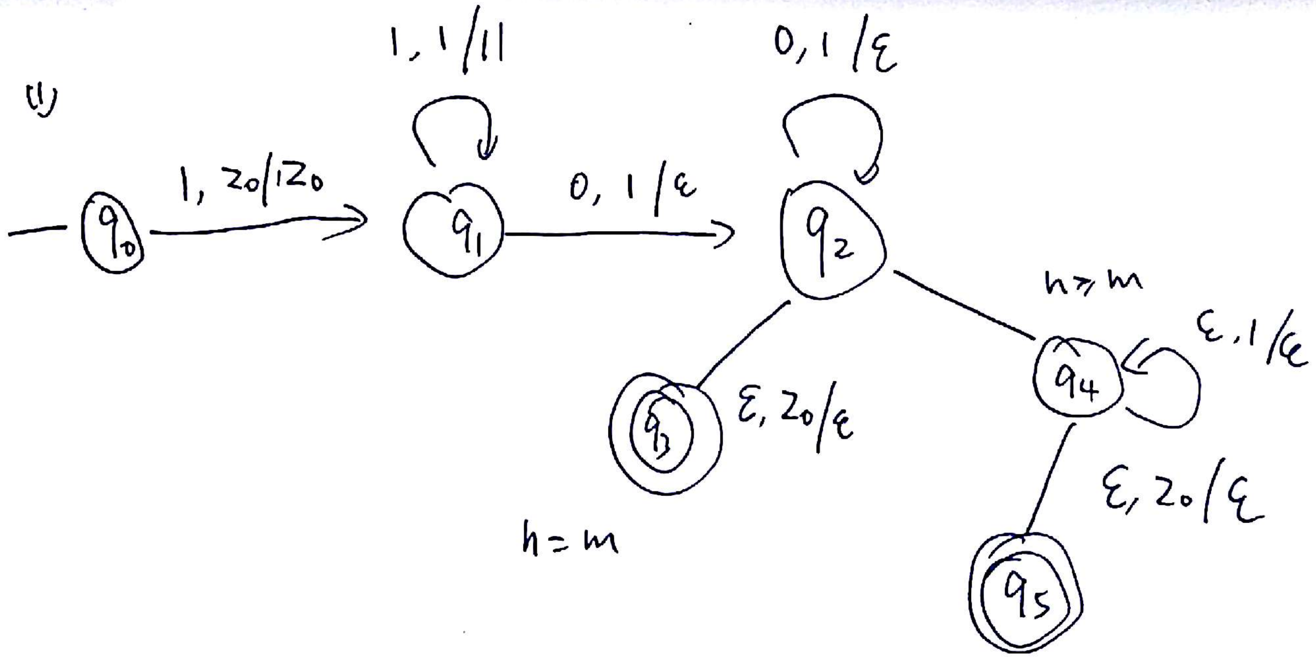
$$A_7\rightarrow bA_5A_5A_4|bA_2\text{'}A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3\text{'}A_4|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4|aA_3\text{'}A_4$$

$$A_2\text{'}\rightarrow aA_4A_2\text{'}|bA_5A_5A_4A_4A_5A_2\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_5A_2\text{'}|aA_4A_4A_5A_2\text{'}|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5A_2\text{'}$$
$$|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5A_2\text{'}|aA_3\text{'}A_4A_4A_5A_2\text{'}|bA_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}$$
$$|aA_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}|aA_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5A_2\text{'}$$
$$|bA_2\text{'}A_5A_2\text{'}|bA_5A_2\text{'}|aA_4|bA_5A_5A_4A_4A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_5|aA_4A_4A_5|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5$$
$$|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_5|aA_3\text{'}A_4A_4A_5|bA_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_4A_4A_2\text{'}A_5$$
$$|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|aA_3\text{'}A_4A_4A_2\text{'}A_5|bA_2\text{'}A_5|bA_5$$

$$A_3\text{'}\rightarrow aA_5|aA_4A_5A_5|aA_4A_2\text{'}A_5A_5|aA_5A_3\text{'}|aA_4A_5A_5A_3\text{'}|aA_4A_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}|bA_5A_5A_4$$
$$|bA_2\text{'}A_5A_5A_4|aA_4|bA_5A_5A_3\text{'}A_4|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4|aA_3\text{'}A_4|bA_5A_5A_4A_3\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_4A_3\text{'}$$
$$|aA_4A_3\text{'}|bA_5A_5A_3\text{'}A_4A_3\text{'}|bA_2\text{'}A_5A_5A_3\text{'}A_4A_3\text{'}|aA_3\text{'}A_4A_3\text{'}$$

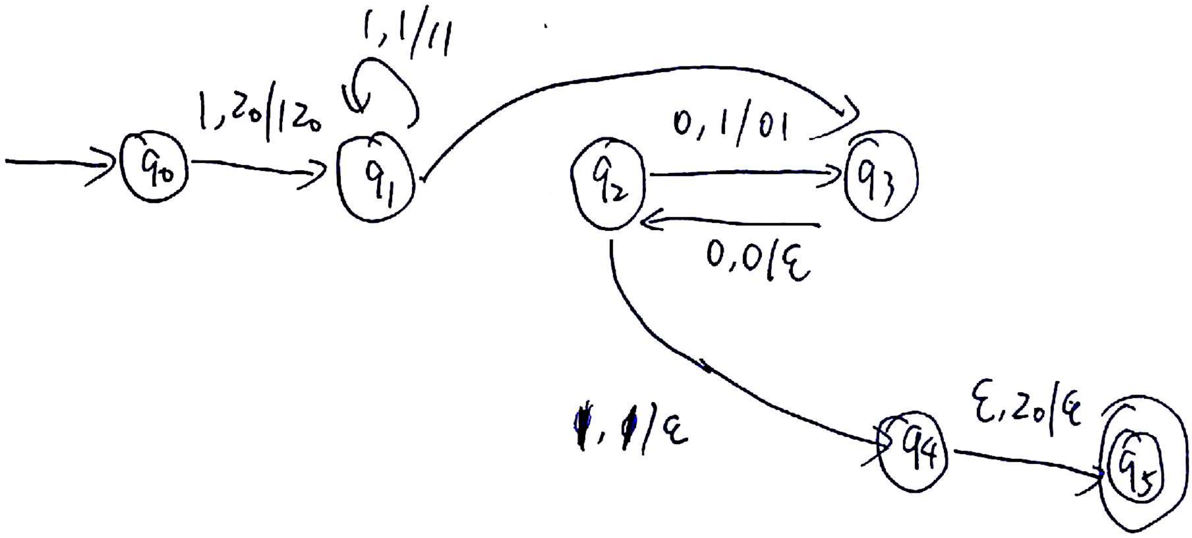
25 题参考答案:

25. (1)



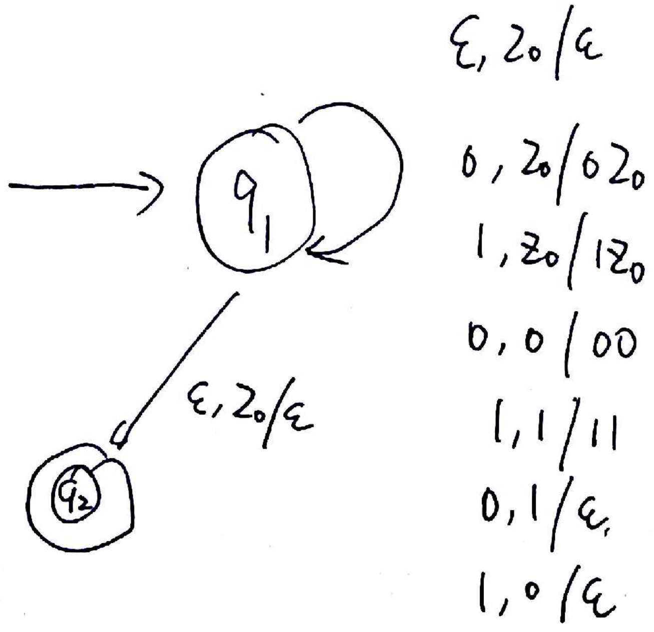
1, 1/11
0, 1/ε
1, Z0/1Z0
0, 1/ε
q0
q1
q2
n>m
ε, 1/ε
q4
q3
ε, Z0/ε
ε, Z0/ε
n=m
q5

(2)



1, 1/11
1, Z0/1Z0
0, 1/01
q0
q1
q2
q3
0, 0/ε
1, 1/ε
ε, Z0/ε
q4
q5

(3)



ε, Z0/ε
0, Z0/0Z0
1, Z0/1Z0
0, 0/00
1, 1/11
0, 1/ε
1, 0/ε
q1
ε, Z0/ε
q2

23 题参考答案:

(1):

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p, 当 $w \in L$ 且 $|w| \geq p$ 时, 可取 $w = a^k(k \geq p, k \neq 1)$, 将 w 写为 $w = w_1w_2w_0w_3w_4$, 同时满足 $|w_2w_0w_3| \leq p$, 且 $|w_2w_3| = j \geq 1$,

(1) 如果 w_1, w_2 只含有 0 或 1, 那么 $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 中由于 i 的存在一定会出现 0 的个数和 1 的个数不是平方的关系, 矛盾。(2) 如果 $w_2w_0W_3$ 同时包含 0, 1, 设 $w_2w_0W_3 = 0^m0^{p-m-n}1^n$, 那么 $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4 = 0^{p^2-p+n}0^{mi}0^{p-m-n}1^ni1^{p-n}$, 那么可以得到, $(p^2-m+mi) = (p-n+ni)^2$, 显然这个公式不恒成立。矛盾这与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言.

(2):

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p, 当 $w \in L$ 且 $|w| \geq p$ 时, 可取 $w = a^k(k \geq p, k \neq 1)$, 将 w 写为 $w = w_1w_2w_0w_3w_4$, 同时满足 $|w_2w_0w_3| \leq p$, 且 $|w_2w_3| = j \geq 1$, 则当 $i = k+1$ 时,$|w_1w_2^iw_0w_3^iw_4| = k+(i-1)*j = k+k*j = k*(1+j)$,$k*(1+j)$ 至少包含因子 k 且 $k \neq 1$, 因此必定不是质数, 即 $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 不属于 L. 这与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言.

(3):

证明: 假设 L 是上下文无关语言, 由泵浦引理, 取常数 p, 当 $w \in L, |w| \geq p$ 时, 可取 $w = 0^k1^k2^k(k \geq p)$, 将 w 写为 $w = w_1w_2w_0w_3w_4$, 同时满足 $|w_2w_0w_3| \leq p$ (1)w_2 和 w_3 不可能同时分别包含 0 和 2, 因为在这种情况下, 有 $|w_2w_0w_3| > p$;

(2) 如果 w_2 和 w_3 都只包含 0 (1 或 3) , 即 $w_2w_0w_3 = a^j(b^j, c^j)(j \leq p)$, 则当 $i \neq 1$ 时, $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 中会出现 0,1,2 的个数不再相等;

(3) 如果 w_2 和 w_3 分别包含 0 和 1 (1 和 2) , $w_1w_2^iw_0w_3^iw_4$ 中会出现 0,1 的个数与 2 的不等;

这些与假设矛盾, 故 L 不是上下文无关语言.

24 题参考答案:

(1):

$$S \to [q,A,p]$$

$$[q,A,p] \to 0[q,B,p][p,B,p]|1[q,C,p]|1[q,C,p][p,C,p]|0[q,B,p]$$

$$[q,B,p] \to 0[q,B,p][p,B,p]|0[q,B,p][p,B,p][p,B,p]|1[q,C,p][p,B,p]|1[q,C,p][p,C,p][p,B,p]|0$$

$$[q,C,p] \to 0[q,B,p][p,C,p]|0[q,B,p][p,B,p][p,C,p]|1[q,C,p][p,C,p]|1[q,C,p][p,C,p][p,C,p]|1$$

$$[p,B,p] \to 0$$

$$[p,C,p] \to 1$$