

4. 找出右线性文法，能构成长度为 1 至 3 个字符且以字母为首的字符串。

答： $G = \{N, T, P, S\}$

其中 $N = \{S, A, B\}$ $T = \{x, y\}$ 其中 $x \in \{\text{所有字母}\}$ $y \in \{\text{所有的字符}\}$ P 如下：

$S \rightarrow x$ $S \rightarrow xA$ $A \rightarrow y$ $A \rightarrow yB$ $B \rightarrow y$

常见错误：有同学将构成长度看成了 1 至 5 个字符，有同学的答案不符合右线性文法定义。

6. 构造上下文无关文法能够产生所有含有相同个数 0 和 1 的字符串。

答： $G = \{N, T, P, S\}$

其中 $N = \{S\}$ $T = \{0, 1\}$ P 如下：

$S \rightarrow \varepsilon$ $S \rightarrow S0S1S$ $S \rightarrow S1S0S$

常见错误：很多同学考虑不仔细，其文法无法产生所有含有相同个数 0 和 1 的字符串。

7. 找出由下列各组生成式产生的语言（起始符为 S）

(1) $S \rightarrow SaS$ $S \rightarrow b$

(2) $S \rightarrow aSb$ $S \rightarrow c$

(3) $S \rightarrow a$ $S \rightarrow aE$ $E \rightarrow aS$

答：（1） $b(ab)^n \mid n \geq 0$ 或者 $L = \{(ba)^nb \mid n \geq 0\}$

10. 设字母表 $T=\{a,b\}$, 找出接受下列语言的 DFA:

- (1) 含有 3 个连续 b 的所有字符串集合
- (2) 以 aa 为首的所有字符串集合
- (3) 以 aa 结尾的所有字符串集合
- (4) $L=\{a^n b^m a^k | n, m, k \geq 0\}$

答: (1) $M=(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_0	q_2
q_2	q_0	q_3
q_3	q_3	q_3

(2) $M=(\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_1	Φ
q_1	q_2	Φ
q_2	q_2	q_2

(3) $M=(\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0

q_2	q_2	q_0
-------	-------	-------

(4) $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\})$, 其中 δ 如下:

	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	Φ

常见错误: 很多同学未给出 DFA 的完整五元组定义, 而只是给出了转换函数表, 这是不规范的。还有个别同学的转换函数无法识别要求字符串的集合。

14 构造 DFA M_1 等价于 NFA M , NFA M 如下:

(1) $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3\})$, 其中 δ 如下:

$$\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\} \quad \delta(q_0, b) = \{q_0\}$$

$$\delta(q_1, a) = \{q_2\} \quad \delta(q_1, b) = \{q_2\}$$

$$\delta(q_2, a) = \{q_3\} \quad \delta(q_2, b) = \Phi$$

$$\delta(q_3, a) = \{q_3\} \quad \delta(q_3, b) = \{q_3\}$$

(2) $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_3\})$, 其中 δ 如下:

$$\delta(q_0, a) = \{q_1, q_3\} \quad \delta(q_0, b) = \{q_1\}$$

$$\delta(q_1, a) = \{q_2\} \quad \delta(q_1, b) = \{q_1, q_2\}$$

$$\delta(q_2, a) = \{q_3\} \quad \delta(q_2, b) = \{q_0\}$$

$$\delta(q_3, a) = \Phi \quad \delta(q_3, b) = \{q_0\}$$

答：（1）DFA $M_1 = (Q_1, \{a, b\}, \delta_1, [q_0], \{[q_0, q_1, q_3], [q_0, q_2, q_3], [q_0, q_1, q_2, q_3], [q_0, q_3]\})$

其中 $Q_1 = \{[q_0], [q_0, q_1], [q_0, q_1, q_2], [q_0, q_2], [q_0, q_1, q_2, q_3], [q_0, q_1, q_3], [q_0, q_2, q_3], [q_0, q_3]\}$

δ_1 满足

	a	b
$[q_0]$	$[q_0, q_1]$	$[q_0]$
$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_2]$
$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_2]$
$[q_0, q_2]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0]$
$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
$[q_0, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_3]$
$[q_0, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_3]$

（2）DFA $M_1 = (Q_1, \{a, b\}, \delta_1, [q_0], \{[q_1], [q_3], [q_1, q_2], [q_0, q_1, q_2], [q_1, q_3], [q_1, q_2, q_3], [q_2, q_3]\})$

其中 $Q_1 = \{[q_0], [q_1, q_3], [q_1], [q_2], [q_0, q_1, q_2], [q_1, q_2], [q_3], [q_1, q_2, q_3], [q_2, q_3]\}$

δ_1 满足

	a	b
$[q_0]$	$[q_1, q_3]$	$[q_1]$
$[q_1, q_3]$	$[q_2]$	$[q_0, q_1, q_2]$

$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_1, q_2]$
$[q_2]$	$[q_3]$	$[q_0]$
$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2]$
$[q_1, q_2]$	$[q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2]$
$[q_3]$	Φ	$[q_0]$
$[q_1, q_2, q_3]$	$[q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_2]$
$[q_2, q_3]$	$[q_3]$	$[q_0]$

常见错误：和前一题一样，很多同学未给出 DFA 的完整五元组定义，而只是给出了转换函数表，这是不规范的。

4. 对下列文法的生成式，找出其正则式

(1) $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, 生成式 P 如下：

$$S \rightarrow baA \quad S \rightarrow B$$

$$A \rightarrow aS \quad A \rightarrow bB$$

$$B \rightarrow b \quad B \rightarrow bC$$

$$C \rightarrow cB \quad C \rightarrow d$$

(2) $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, 生成式 P 如下：

$$S \rightarrow aA \quad S \rightarrow B$$

$$A \rightarrow cC \quad A \rightarrow bB$$

$$B \rightarrow bB \quad B \rightarrow a$$

$$C \rightarrow D \quad C \rightarrow abB \quad D \rightarrow d$$

(1) 答：由生成式得：

$$S = baA + B \quad ①$$

$$A = aS + bB \quad ②$$

$$B = b + bC \quad ③$$

$$C = cB + d \quad ④$$

③④式化简消去 C，得到 $B = b + b(cB + d)$

$$\text{即 } B = bcB + bd + b \Rightarrow B = (bc)^*(bd + b) \quad ⑤$$

将②⑤代入①

$$S = baaS + bab(bc)^*(bd + b) + (bc)^*(bd + b)$$

$$\Rightarrow S = (baa)^*(bab + \varepsilon)(bc)^*(b + bd)$$

注意：答案不唯一。

(2) 由生成式得：

$$S = aA + B \quad ①$$

$$A = cC + bB \quad ②$$

$$B = bB + a \quad ③$$

$$C = D + abB \quad ④$$

$$D = d \quad ⑤$$

$$\text{由③得 } B = b^+a \quad ⑥$$

$$\text{将⑤⑥代入④ } C = d + abb^+a = d + ab^+a \quad ⑦$$

$$\text{将⑥⑦代入② } A = c(d + ab^+a) + b^+a \quad ⑧$$

$$\text{将⑥⑧代入① } S = a(c(d + ab^+a) + b^+a) + b^+a$$

$$= acd + acab^+a + ab^+a + b^+a$$

注意:答案不唯一。

15. 对下面矩阵表示的 ϵ -NFA

	ϵ	a	b	c
P(起始状态)	ϕ	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$
q	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$	ϕ
r(终止状态)	$\{q\}$	$\{r\}$	ϕ	$\{p\}$

(1) 给出该自动机接收的所有长度为 3 的串

(2) 将此 ϵ -NFA 转换为没有 ϵ 的 NFA

答: (1) 可被接受的串共 23 个, 分别为 aac, abc, acc, bac, bbc, bcc, cac, cbc, ccc, caa, cab, cba, cbb, cca, ccb, bba, aca, acb, bca, bcb, bab, bbb, abb

(2) ϵ -NFA: $M = (\{p, q, r\}, \{a, b, c\}, \delta, p, r)$ 其中 δ 如表格所示。

因为 ϵ -closure(p) = $\{p\}$

则设不含 ϵ 的 NFA $M_1 = (\{p, q, r\}, \{a, b, c\}, \delta_1, p, \{r\})$

$$\delta_1(p, a) = \delta'(p, a) = \epsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(p, \epsilon), a)) = \{p\}$$

$$\delta_1(p, b) = \delta'(p, b) = \epsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(p, \epsilon), b)) = \{p, q\}$$

$$\delta_1(p, c) = \delta'(p, c) = \epsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(p, \epsilon), c)) = \{p, q, r\}$$

$$\delta_1(q, a) = \delta'(q, a) = \epsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(q, \epsilon), a)) = \{p, q\}$$

$$\delta_1(q, b) = \delta'(q, b) = \epsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(q, \epsilon), b)) = \{p, q, r\}$$

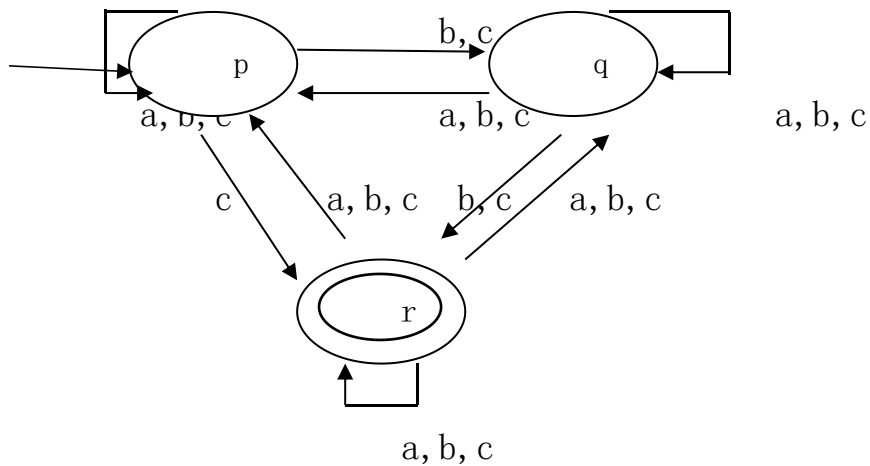
$$\delta_1(q, c) = \delta'(q, c) = \epsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(q, \epsilon), c)) = \{p, q, r\}$$

$$\delta_1(r, a) = \delta'(r, a) = \varepsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(r, \varepsilon), a)) = \{p, q, r\}$$

$$\delta_1(r, b) = \delta'(r, b) = \varepsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(r, \varepsilon), b)) = \{p, q, r\}$$

$$\delta_1(r, c) = \delta'(r, c) = \varepsilon\text{-closure}(\delta(\delta'(r, \varepsilon), c)) = \{p, q, r\}$$

图示如下：(r 为终止状态)



5. 为下列正则集，构造右线性文法：

(2) 以 abb 结尾的由 a 和 b 组成的所有字符串的集合

(4) 含有两个相继 a 或两个相继 b 的由 a 和 b 组成的所有字符串集合

(2) 此正则集对应的正则式为 $(a+b)^*abb$

右线性文法 $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$

$P: S \rightarrow aS \quad S \rightarrow bS \quad S \rightarrow abb$

常见错误：基本都能做对，个别同学注意审题。

(4) 此正则集为 $\{a, b\}^* \{aa, bb\} \{a, b\}^*$

或此正则集对应的正则式为 $(a+b)^*(aa+bb)(a+b)^*$

右线性文法 $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

$$P: S \rightarrow aS \mid bS \mid aaA \mid bbA$$

$$A \rightarrow aA \mid bA \mid \varepsilon$$

常见错误： 请注意右线性文法定义与书写格式。

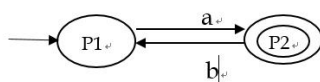
7. 设正则集为 $a(ba)^*$

(1) 构造右线性文法

(2) 找出 (1) 中文法的有限自动机

答：(1) 右线性文法 $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

$$P: S \rightarrow aA \quad A \rightarrow bS \quad A \rightarrow \varepsilon$$



(2) 自动机如下：

常见错误： 注意终止状态符号

17. 使用泵浦引理，证明下列集合不是正则集：

(1) 由文法 G 的生成式 $S \rightarrow aSbS \mid c$ 产生的语言 $L(G)$

(3) $\{0^n 1^m 2^{n+m} \mid n, m \geq 1\}$

(4) $\{\omega \omega \mid \omega \in \{a, b\}^*\}$

证明：(1) 在 $L(G)$ 中， a 的个数与 b 的个数相等

假设 $L(G)$ 是正则集，对于足够大的 k 取 $\omega = a^k (cb)^k c$

$\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$ ，令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ ，其中 $|\omega_0| > 0$ $|\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = a^n$ $n \in (0, k]$

则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = a^{k-n} (a^n)^i (cb)^k c$ ，在 i 不等于 1 时不属于 L

与假设矛盾。则 $L(G)$ 不是正则集

(3)假设该集合是正则集,对于足够大的k取 $\omega = 0^k 1^x 2^y$ 其中 $y=k+x$;

$\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$, 令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$, 其中 $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_2| \leq k$

因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = 0^n \quad n \in (0, k]$,

则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = 0^{k-n} (0^n)^i 1^x 2^y$ 在 $i \neq 1$ 时, $y \neq k+x$, 因此不属于该集合。

与假设矛盾。则该集合不是正则集

(4) 假设该集合是正则集,对于足够大的k取 $\omega = a^k b a^k b$

$\omega \in L$ 且 $|\omega| > k$, 令 $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ 其中 $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_2| \leq k$

因为存在 ω_0 使 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的 ω_0 只能取 $\omega_0 = a^n \quad n \in (0, k]$

则 $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = a^{k-n} (a^n)^i b a^k b$ 在 $i \neq 1$ 时不满足 $\omega \in L$ 的形式, 不属于该集合

与假设矛盾。则该集合不是正则集

20. 已知 DFA 的状态转移表如下, 构造最小状态的等价 DFA。

	0	1
$\rightarrow A$	B	A
B	D	C
C	D	B
*D	D	A
E	D	F
F	G	E

G	F	G
H	G	D

答：由表可得，E、F、G、H是不可达状态，可以删除，余下的状态构成状态集{A, B, C, D}，对该状态集划分为终止状态集 π^1 和非终止状态集 π^2 ，而 $\pi^1=\{D\}$ ， $\pi^2=\{A, B, C\}$ 。

对 π^1 ，很显然不可再细分；

对 $\pi^2=\{A, B, C\}$ 经标 0 的边，可达集是{B, D}，由于 B, D 分别属于 π^1 和 π^2 ，故将 π^2 细分为 $\pi^{21}=\{A\}$ ， $\pi^{22}=\{B, C\}$ 。

对 $\pi^{22}=\{B, C\}$ 经标 1 的边，可达集是{B, C}，由于 B, C 分别同属于和 π^{22} ，故不可再细分。这样可得最后的划分为： $\{\{A\}, \{B, C\}, \{D\}\}$ ，最后可得简化了的 DFA 为：

	0	1
$\rightarrow A$	B	A
B	D	B
*D	D	A

常见错误：有的同学未删除不可达状态。

9.对应图（a）(b)的状态转换图写出正则式。（图略）

注意：答案不唯一。

（a）由图可知 $q_0=aq_0+bq_1+a+\varepsilon$

$$q_1=aq_2+bq_1$$

$$q_2=aq_0+bq_1+a$$

$$q_1 = abq_1 + bq_1 + aaq_0 + aa$$

$$= (b+ab) q_1 + aaq_0 + aa$$

$$= (b+ab) * (aaq_0 + aa)$$

$$q_0 = aq_0 + b(b+ab) * (aaq_0 + aa) + a + \varepsilon$$

$$= (a+b(b+ab) * aa) q_0 + b(b+ab) * aa + a + \varepsilon$$

$$= (a+b(b+ab) * aa) * (b(b+ab) * aa + a + \varepsilon)$$

$$= (a+b(b+ab) * aa) *$$

$$(b) \quad q_0 = aq_1 + bq_2 + a + b$$

$$q_1 = aq_0 + bq_2 + b$$

$$q_2 = aq_1 + bq_0 + a$$

$$q_1 = aq_0 + baq_1 + bbq_0 + ba + b$$

$$= (ba) * (aq_0 + bbq_0 + ba + b)$$

$$q_2 = aaq_0 + abq_2 + bq_0 + ab + a$$

$$= (ab) * (aaq_0 + bq_0 + ab + a)$$

$$q_0 = a(ba) * (a+bb)q_0 + a(ba) * (ba+b) + b(ab) * (aa+b)q_0 + b(ab) * (ab+a) + a + b$$

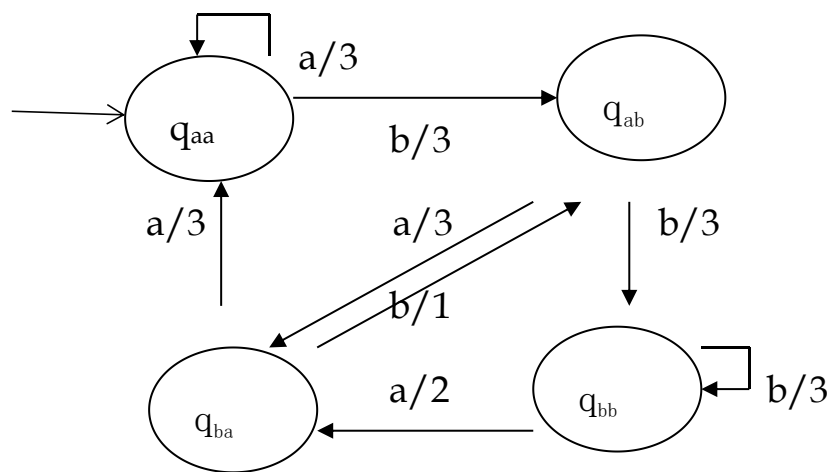
$$= [a(ba) * (a+bb) + b(ab) * (aa+b)] * (a(ba) * (ba+b) + b(ab) * (ab+a) + a + b)$$

18. 构造米兰机和摩尔机

对于 $\{a,b\}^*$ 的字符串，如果输入以 bab 结尾，则输出 1；如果输入以 bba 结尾，则输出 2；否则输出 3。

答：米兰机：

说明状态 q_{aa} 表示到这个状态时，输入的字符串是以 aa 结尾。其他同理。



摩尔机，状态说明同米兰机。

