

第二章

组合逻辑电路



特点:

$$F = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

- 各种门电路组合而成;
- 无记忆元件;
- 无反馈通路;
- 输出只与当前输入有关, 与电路前一时刻的状态无关。

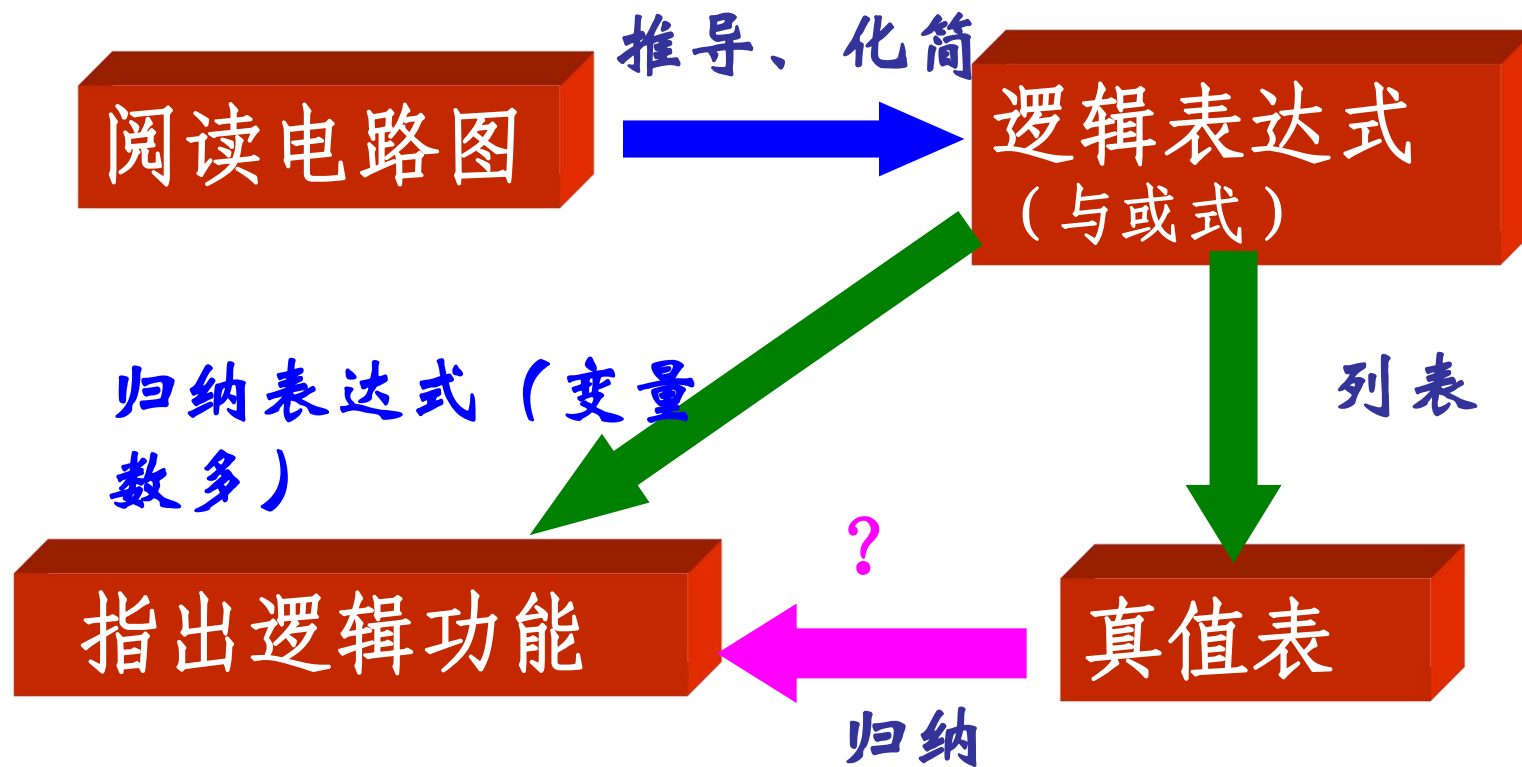
不具有记忆保持功能。

§2.1 组合逻辑的分析

§ 2.1.1 分析方法：

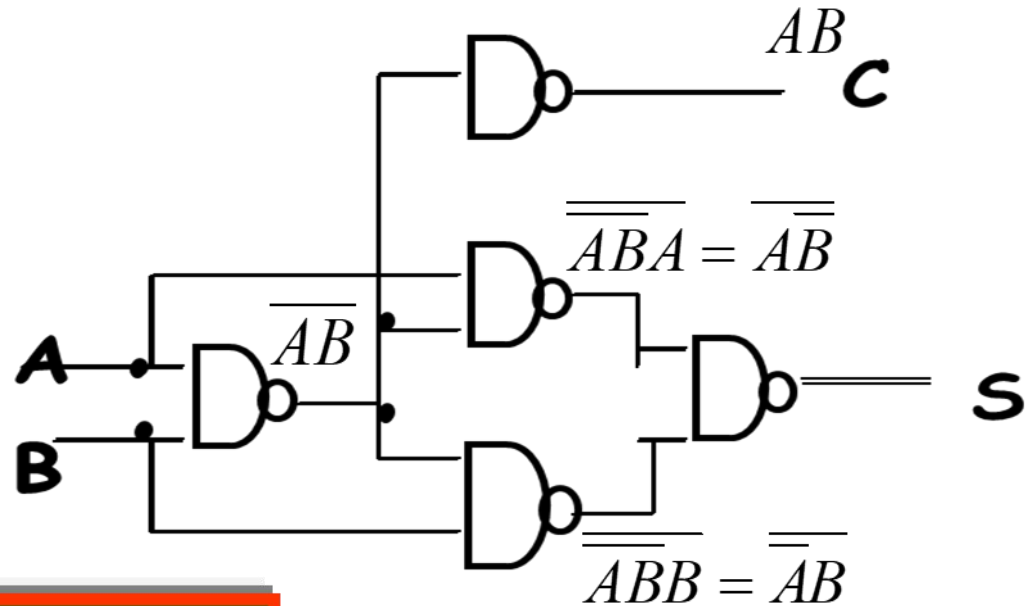
已知逻辑电路，找出输出函数与输入变量间的逻辑关系。

分析步骤：



例1 分析图示电路的功能

解：



1: 逐级向后写出输出级的函数表达式并化简

$$C = AB$$

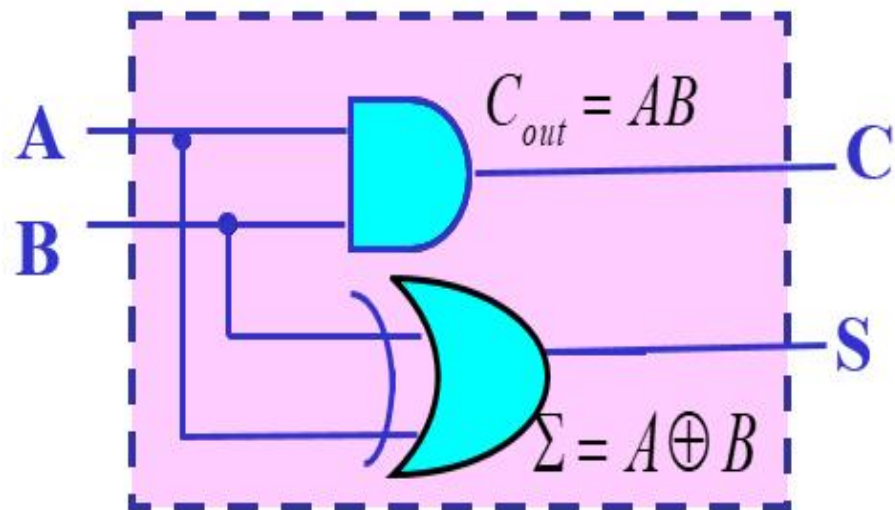
$$\begin{aligned} S &= \overline{\overline{\overline{A}B}} \bullet \overline{\overline{\overline{A}B}} \\ &= \overline{A}B + A\overline{B} = A \oplus B \end{aligned}$$

A	B	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

2: 列真值表

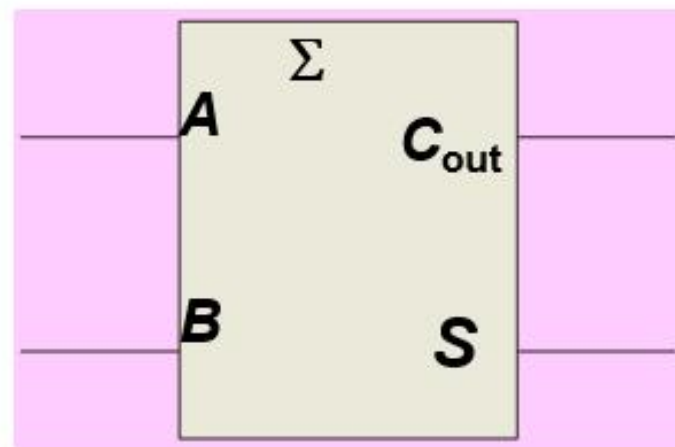
3: 逻辑功能

是一位半加器



运算器基本部件

A	B	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



例2 分析图示电路的逻辑功能

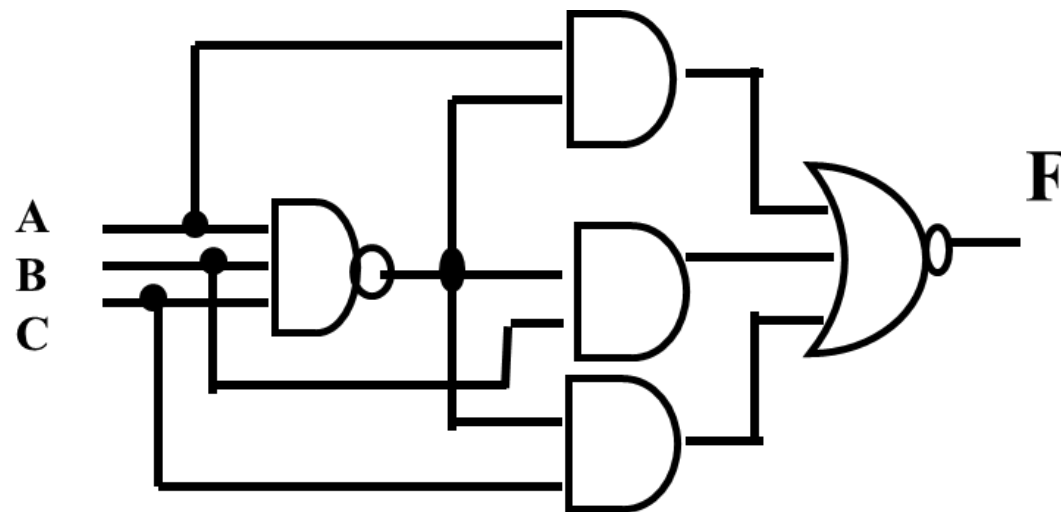
$$F = \overline{\overline{A}BC} A + \overline{\overline{A}BC} B + \overline{\overline{A}BC} C$$

$$= \overline{\overline{A}BC}(A + B + C)$$

$$= ABC + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

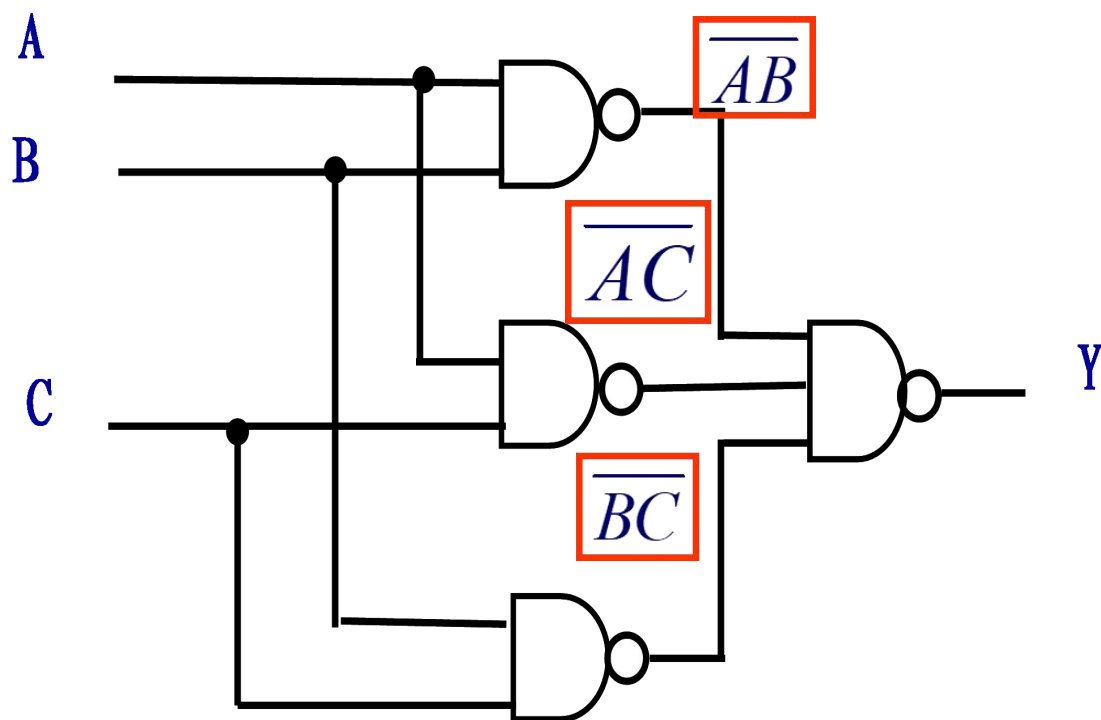
判一致电路

可用于判断三个输入端的状态是否一致



ABC	F
000	1
001	0
010	0
011	0
100	0
101	0
110	0
111	1

例3 分析图示电路的逻辑功能

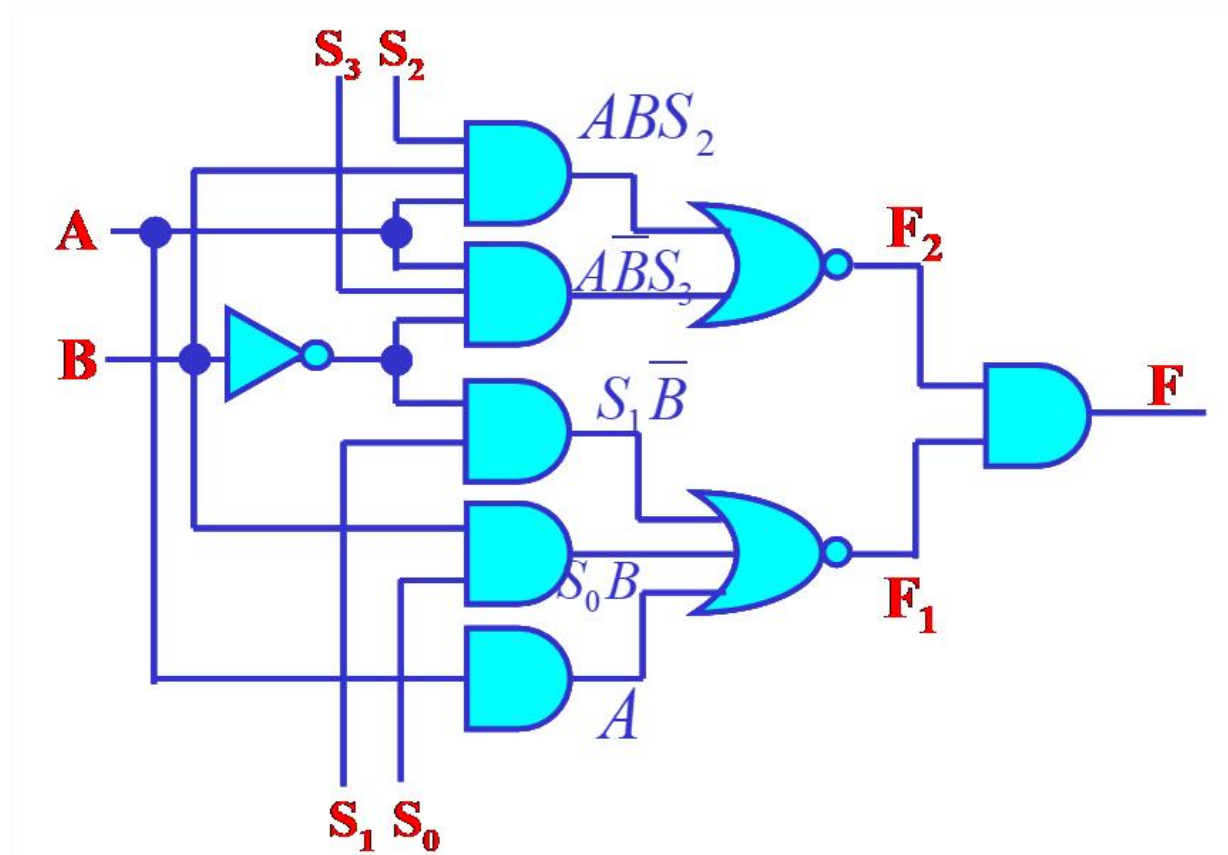


ABC	Y
000	0
001	0
010	0
011	1
100	0
101	1
110	1
111	1

$$Y = \overline{Y_1 Y_2 Y_3} = \overline{\overline{AB} \overline{BC} \overline{AC}}$$
$$= AB + BC + AC$$

三人表决电路

例4 S3、S2、S1、S0为控制输入端，说明 F 的逻辑功能

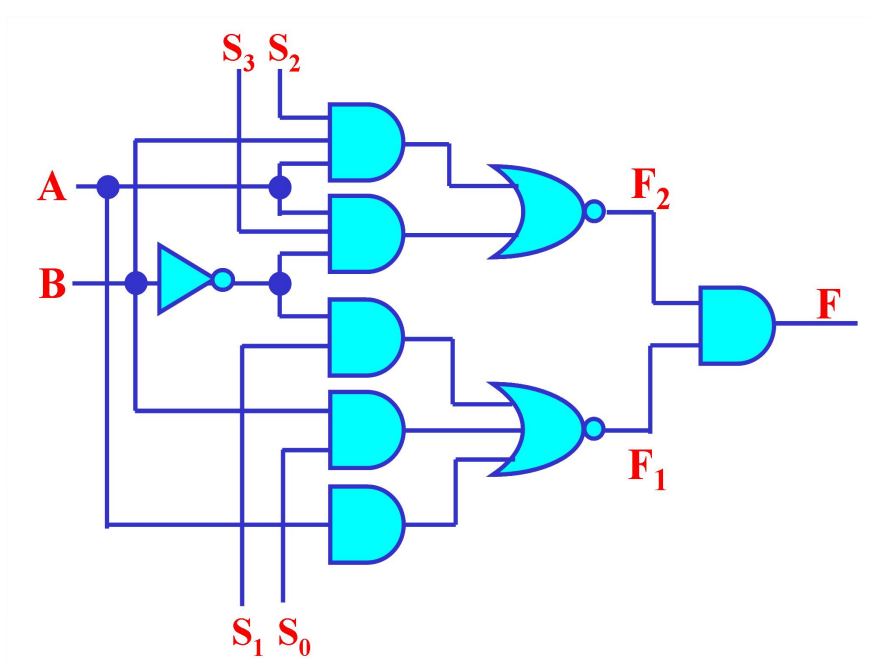


$$F_1 = A + BS_0 + \overline{BS_1}$$

$$F_2 = \overline{ABS_2 + A\overline{BS_3}}$$

有控制端时：写出控制信号与F（表达式）的真值表。

$$F = F_1 F_2 = \overline{A + BS_0 + \overline{BS_1}} \cdot \overline{ABS_2 + A\overline{BS_3}}$$



由S1、S0控制输出

$$F = F_1 F_2$$

$$= A + BS_0 + \overline{BS_1} \bullet \overline{ABS_2} + \overline{A\overline{BS_3}}$$

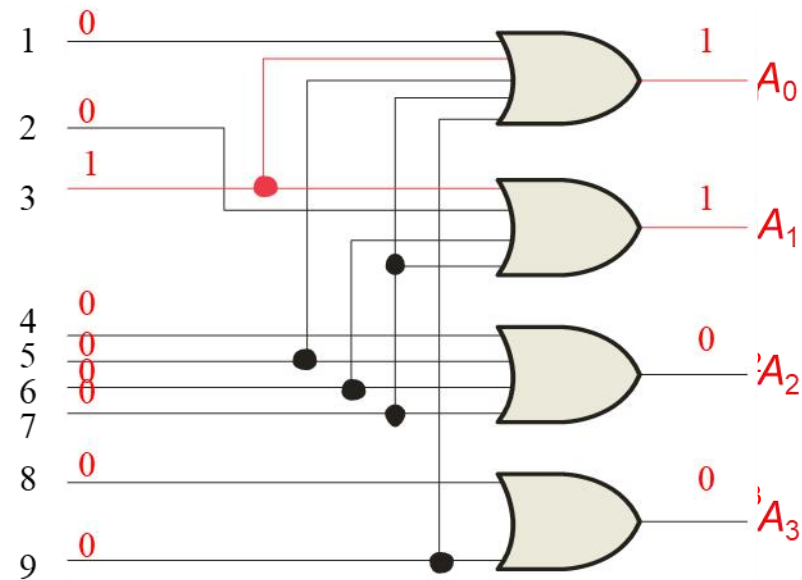
$S_3 S_2 S_1 S_0$	F	$S_3 S_2 S_1 S_0$	F
0000	$F = \overline{A}$	1000	$F = \overline{A}$
0001	$F = \overline{A} \overline{B}$	1001	$F = \overline{A} \overline{B}$
0010	$F = \overline{A} B$	1010	$F = \overline{A} B$
0011	$F = 0$	1011	$F = 0$
0100	$F = \overline{A}$	1100	$F = \overline{A}$
0101	$F = \overline{A} \overline{B}$	1101	$F = \overline{A} \overline{B}$
0110	$F = \overline{A} B$	1110	$F = \overline{A} B$
0111	$F = 0$	1111	$F = 0$

只允许一个输入端为1

编码器

decimal-to-BCD encoder

9 8 7 6 5 4 3 2 1	$A_3 A_2 A_1 A_0$
0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 1 0	0 0 1 0
0 0 0 0 0 0 1 0 0	0 0 1 1
0 1 0 0 0 0 0 0 0	1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 0 0	1 0 0 1



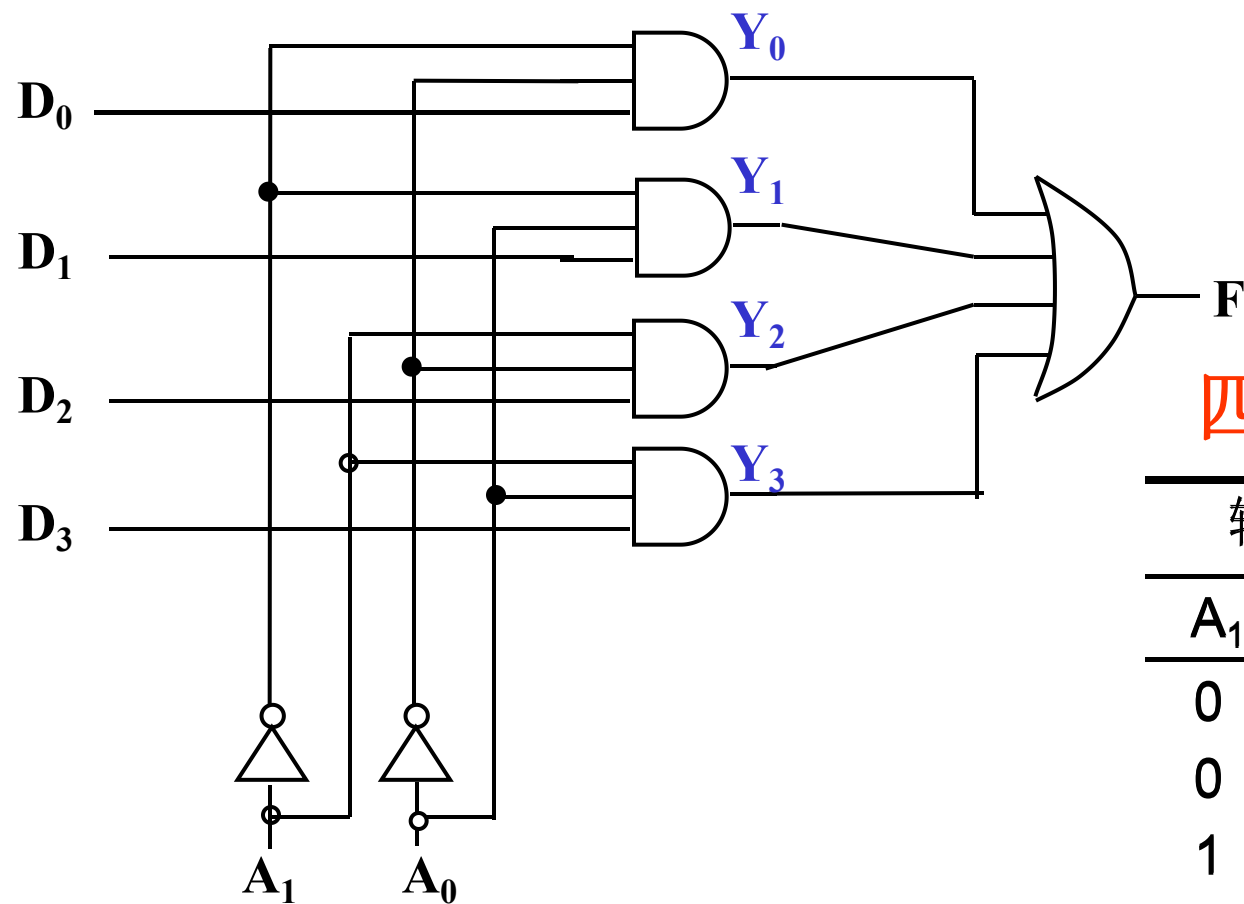
$$A_0 = i_1 + i_3 + i_5 + i_7 + i_9$$

$$A_1 = i_2 + i_3 + i_6 + i_7$$

$$A_2 = i_4 + i_5 + i_6 + i_7$$

$$A_3 = i_8 + i_9$$

分析如下电路的功能，列出真值表。



四选一选择器

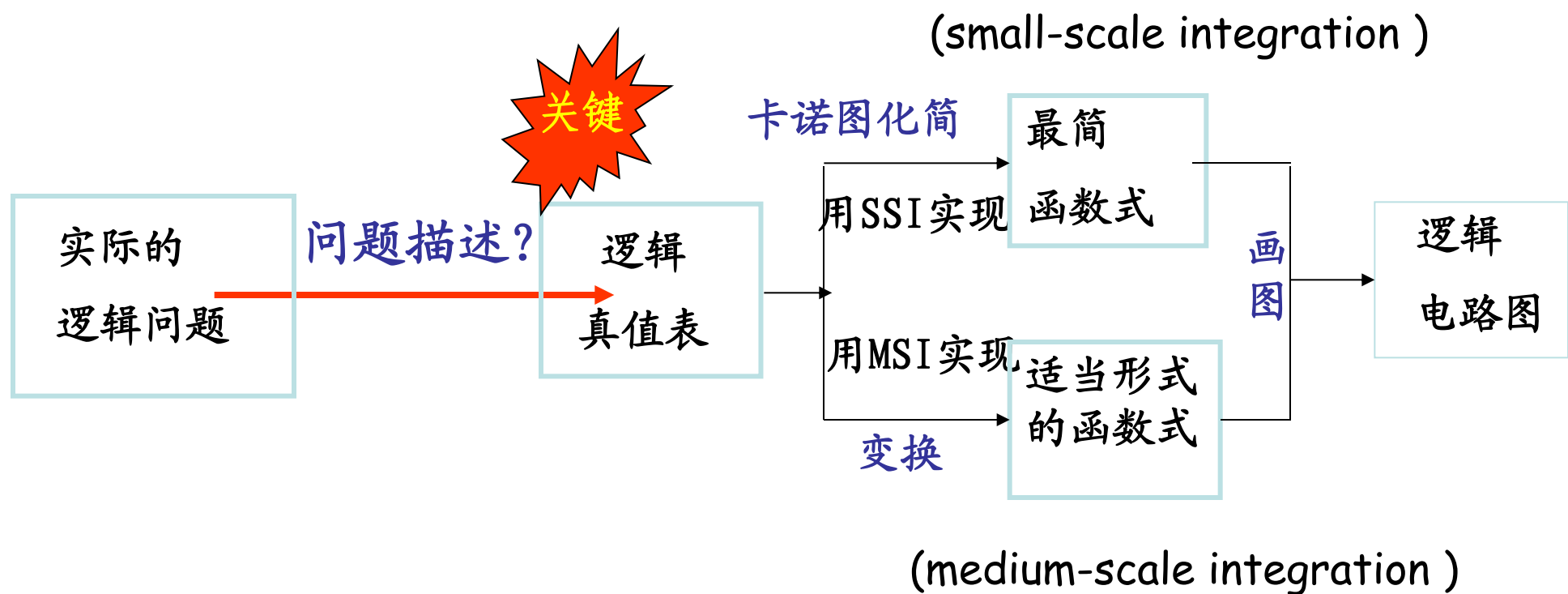
输入		输出
A_1	A_0	F
0	0	D_0
0	1	D_1
1	0	D_2
1	1	D_3

$$F = Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_3$$

$$F = (\bar{A}_1 \bar{A}_0) D_0 + (\bar{A}_1 A_0) D_1 + (A_1 \bar{A}_0) D_2 + (A_1 A_0) D_3$$

§ 2.2 组合逻辑的设计

根据对电路逻辑功能的要求，设计出满足该逻辑功能的电路，这一过程为逻辑设计或逻辑综合。



设计步骤:

1. 分析;

1) 分析因果关系,

起因——输入变量, 结果——输出函数

2) 逻辑规定, 用 0, 1 表示两种不同状态

3) 根据给定的因果关系列真值表 (逻辑方程)。

- 列真值表法 (4变量及以下)
- 简化真值表 (4变量以上)
- 直接写表达式

2. 由真值表写逻辑函数表达式;

据真值表得到卡诺图, 再化简可得。

3. 画逻辑图;

* 列完整真值表

例1 设计一位全加器。

1) 列真值表

输入3个：加数A、加数B、低位来的进位 C_i 。

输出：和数S、向高位进位 C_{i+1} 。

2) 化简得输出函数表达式

A	BC			
	00	01	11	10
0		1		1
1	1		1	

S 的卡诺图

$$\begin{aligned} S_i &= \overline{\overline{A}}\overline{B}C + \overline{A}\overline{\overline{B}}\overline{C} + \overline{\overline{A}}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C \\ &= \overline{A}(B \oplus C) + A(\overline{B \oplus C}) = A \oplus B \oplus C \end{aligned}$$

A_i	B_i	C_i	C_{i+1}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

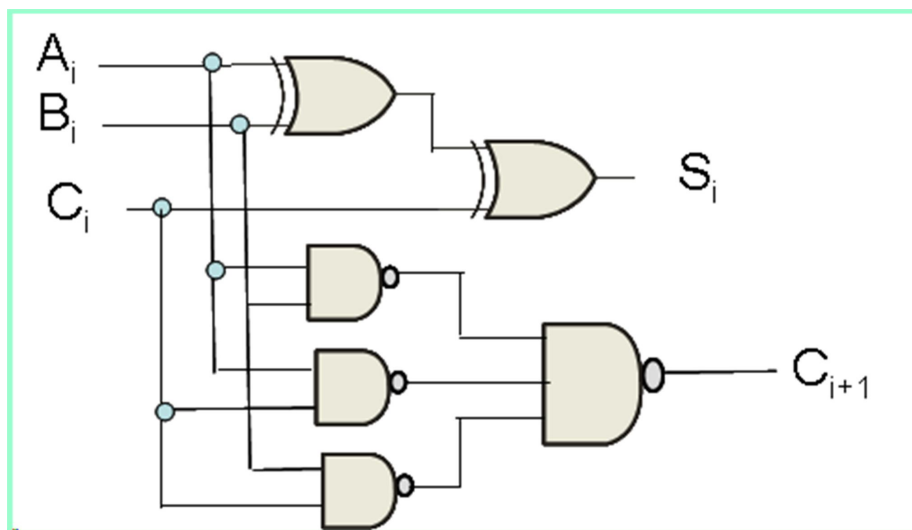
C_{i+1} 的卡诺图

$$C_{i+1} = A_i C_i + B_i C_i + A_i B_i$$

$$= \overline{\overline{A_i C_i} \cdot \overline{B_i C_i} \cdot \overline{A_i B_i}}$$

A_i	B_i	C_i	C_{i+1}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

3) 据逻辑函数式画逻辑图



例2 与非门设计电路，将8421码转换为余3码。

1) 列真值表

a) 输入：8421码用四个变量 (A,B,C,D) 表示，

输出：余3码 (X, Y, Z, W) ；

b) 真值表

A B C D	X Y Z W
0 0 0 0	0 0 1 1
0 0 0 1	0 1 0 0
0 0 1 0	0 1 0 1
0 0 1 1	0 1 1 0
0 1 0 0	0 1 1 1
0 1 0 1	1 0 0 0
0 1 1 0	1 0 0 1
0 1 1 1	1 0 1 0

A B C D	X Y Z W
1 0 0 0	1 0 1 1
1 0 0 1	1 1 0 0
1 0 1 0	x x x x
1 0 1 1	x x x x
1 1 0 0	x x x x
1 1 0 1	x x x x
1 1 1 0	x x x x
1 1 1 1	x x x x

2) 画卡诺图得函数表达式：

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00				
01		1	1	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

$$X = A + BC + BD$$

$$Z = \overline{C}\overline{D} + CD$$

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00		1	1	1
01	1			
11	X	X	X	X
10		1	X	X

$$Y = B\overline{C}\overline{D} + \overline{B}D + \overline{B}C$$

$$W = \overline{D}$$

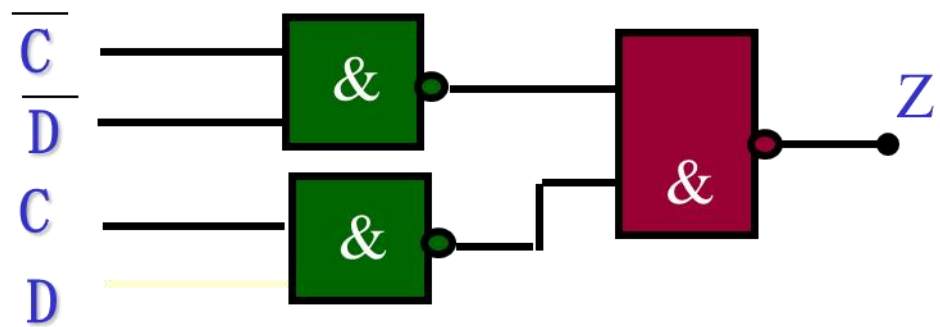
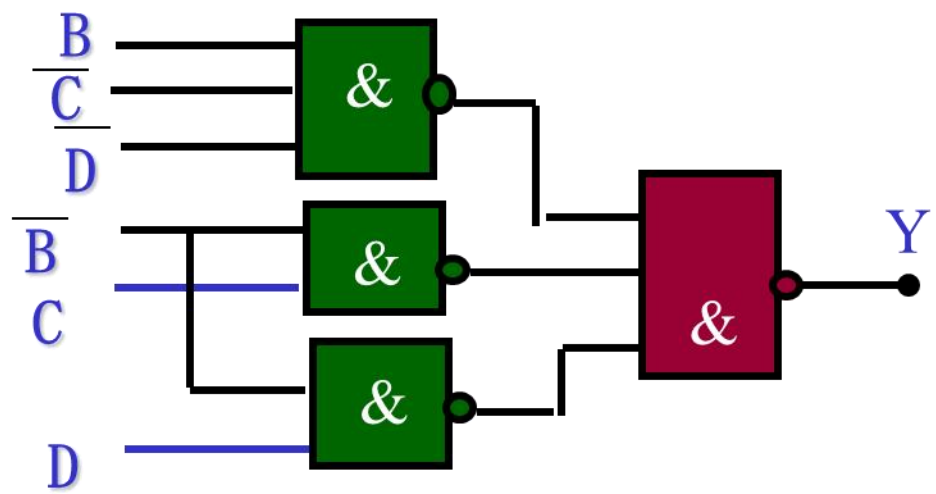
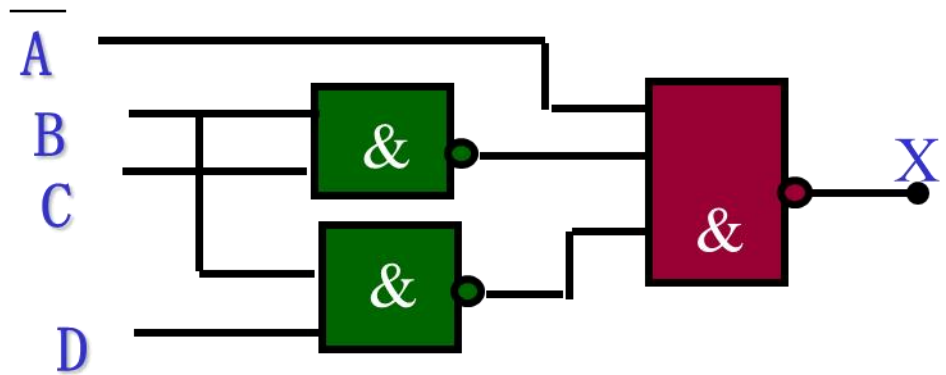
AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1		1	
01	1		1	
11	X	X	X	X
10	1		X	X

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11	X	X	X	X
10	1		X	X

3) 由器件类型，变换函数表达式：

$$X = \overline{\overline{A} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD}} \quad Y = \overline{\overline{BC} \cdot \overline{D} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{BC}}$$

$$Z = \overline{\overline{\overline{C}} \cdot \overline{\overline{D}} \cdot \overline{CD}} \quad W = \overline{D}$$



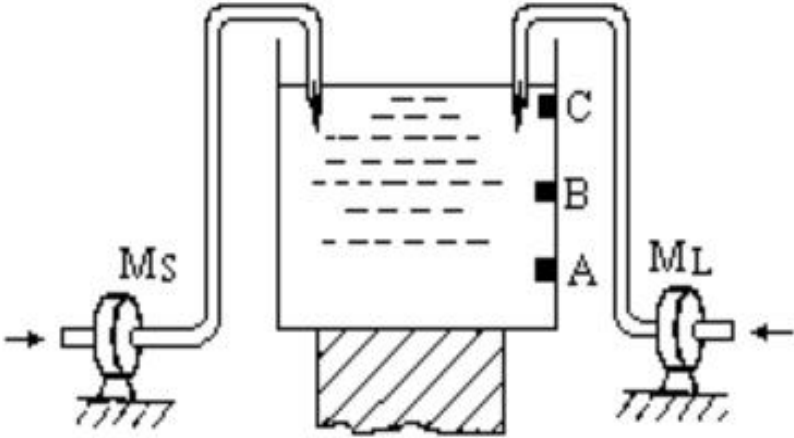
\overline{D} ————— W

例3 有一水箱由大、小两台泵 M_L 和 M_S 供水。水箱中设置了3个水位检测元件A、B、C。水面低于检测元件时，检测元件给出高电平;水面高于检测元件给出低电平。要求水位高于C点时水泵停止工作; 水位低于C点而高于B点时 M_S 单独工作;水位低于B点而高于A点时 M_L 单独工作;水位低于A点时 M_L 和 M_S 同时工作。试用门电路设计一个控制两台水泵的逻辑电路，要求电路尽量简单。

1)列真值表

A	B	C	M_L	M_S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	×	×
0	1	1	1	0
1	0	0	×	×
1	0	1	×	×
1	1	0	×	×
1	1	1	1	1

输入变量有三个：
A,B,C, 0表示被淹没
输出变量二个：
1表示接通水泵工作



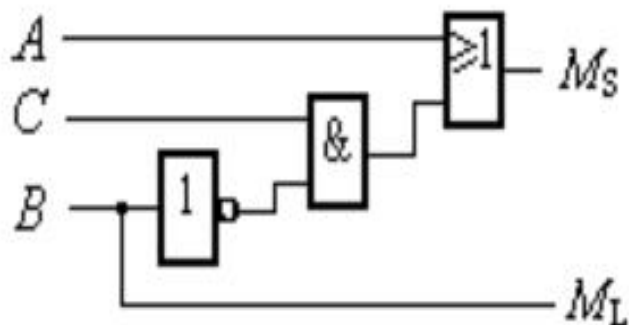
2) 由真值表得卡诺图，再化简得输出函数表达式

A	B	C	M_L	M_S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	×	×
0	1	1	1	0
1	0	0	×	×
1	0	1	×	×
1	1	0	×	×
1	1	1	1	1

$$M_L = B$$

$$M_S = A + \bar{B}C$$

3) 据逻辑函数式画逻辑图



A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0			1	×
1	×	×	1	×

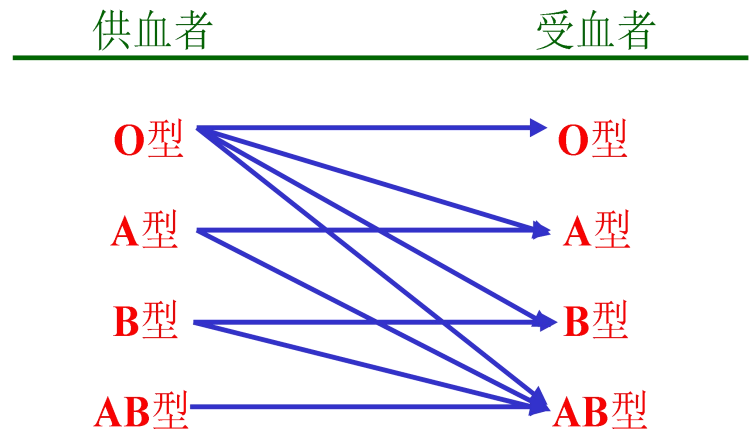
M_L 的卡诺图

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0		1		×
1	×	×	1	×

M_S 的卡诺图

* 压缩变量的真值表 —— 编码法

例1 有四种血型，O,A,B,AB，输血、受血关系如：



用逻辑门电路实现血型关系检测电路，血型相配，指示灯亮。与非门实现。

1) 确定输入量、输出量、真值表：

输入：可用A,B的组合代替输血型，C,D的组合代替受血型。

输出：F=1 表示血型相配。

AB = 00	O型	CD = 00	O型
01	A型	01	A型
10	B型	10	B型
11	AB型	11	AB型

2) 画卡诺图得F表达式:

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01		1	1	
11			1	
10			1	1

$$F = \overline{A}\overline{B} + CD + \overline{A}D + \overline{B}C$$

$$= \overline{\overline{\overline{A}}\overline{\overline{B}}} \bullet \overline{\overline{\overline{C}}\overline{\overline{D}}} \bullet \overline{\overline{\overline{A}}\overline{\overline{D}}} \bullet \overline{\overline{\overline{B}}\overline{\overline{C}}}$$

3) 画逻辑图

* 直接列出逻辑表达式法

例1 一个带有4个控制开关的防盗报警系统，每个开关产生逻辑1。

开关A: 保密开关关闭;

开关B: 保险箱在储藏室的正常位置;

开关C: 时钟在10:00和17:00小时之间;

开关D: 储藏室门处于关闭状态。

命题: 根据下列条件写出报警的控制逻辑表达式

保险箱被移动且保密开关关闭 或者

在银行下班后储藏室门被打开 或者

保密控制开关打开且储藏室门被打开。

$$F = \overline{A}\overline{B} + \overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{D}$$

例2 某公司将对符合以下条件之一的职员实行一项新政策：(1) 25岁以上（含25岁）的已婚妇女；(2) 25岁以下的未婚妇女；(3) 25岁以下没有事故记录的未婚男子；(4) 25岁以上（含25岁）的没有事故记录的已婚男子。试写出符合该政策条件的人的最简表达式。

输入：

- A——年龄，A=1（25岁含以上），A=0（25岁以下）；
- M——婚姻，M=1（已婚），M=0（未婚）；
- S——性别，S=1（男），S=0（女）；
- W——事故记录，W=1（有事故记录）；

输出：

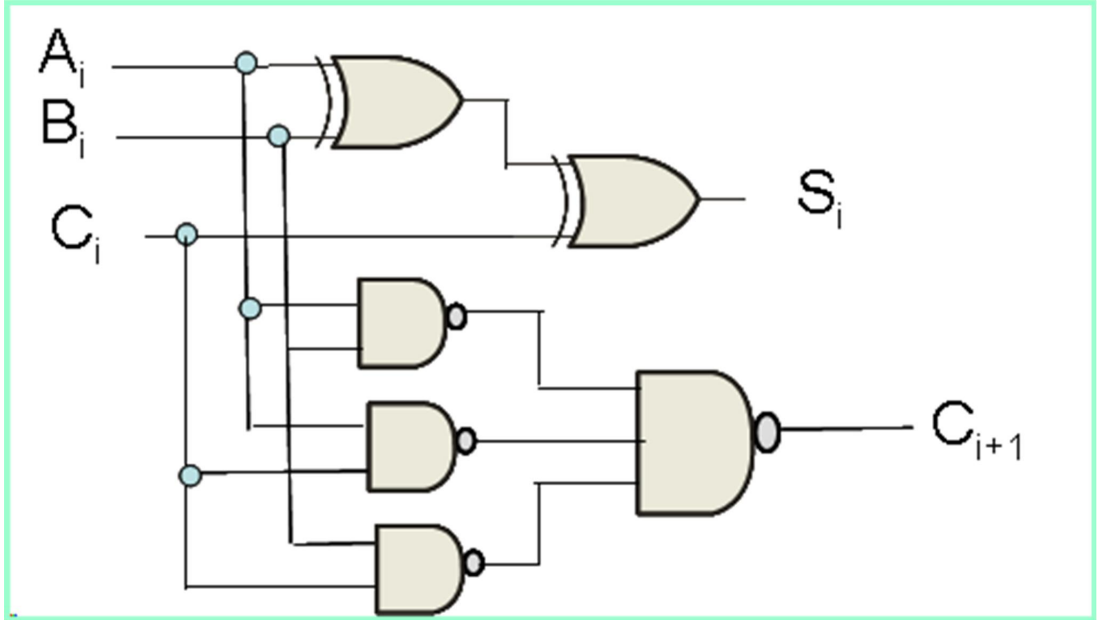
F——F=1（符合政策）；

根据题意可写出表达式：

$$F = AMS + \overline{A} \overline{M} \overline{S} + \overline{A} \overline{M} S \overline{W} + AMS \overline{W}$$

$$F = AMS + \overline{A} \overline{M} \overline{S} + \overline{A} \overline{M} \overline{W} + AM \overline{W}$$

		SW			
		00	01	11	10
AM	00	1	1		1
	01				
	11	1	1		1
	10				



A	B	C	C_{i+1}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1