

# 数学建模第三次作业

## 问题描述：

我们有三种原材料（原材料1、原材料2、原材料3），需要通过一定比例的混合来生产三种产品（甲、乙、丙）。产品的规格和原材料的供应、成本以及产品的售价如下：

- 产品规格要求：
  - 甲产品： 原材料1的比例不少于50%，原材料2的比例不超过25%。
  - 乙产品： 原材料1的比例不少于25%，原材料2的比例不超过50%。
  - 丙产品： 没有特定的比例限制。
- 原材料供应和成本：
  - 原材料1： 供应量最多100千克/天，价格65元/千克。
  - 原材料2： 供应量最多100千克/天，价格25元/千克。
  - 原材料3： 供应量最多60千克/天，价格35元/千克。
- 产品售价：
  - 甲产品： 50元/千克。
  - 乙产品： 35元/千克。
  - 丙产品： 25元/千克。

## 目标：

制定生产计划，使工厂的每日利润最大化。

## 数学模型构建步骤

### 1. 定义变量：

设每天生产的甲、乙、丙产品的重量分别为  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ （单位为千克）。

假设这三种产品所需的原材料分配为：

- 甲产品：  
 $x_1^1$ （原材料1）  $x_1^2$ （原材料2）  $x_1^3$ （原材料3）
- 乙产品：  
 $x_2^1$ （原材料1），  $x_2^2$ （原材料2），  $x_2^3$ （原材料3）

- 丙产品：

$x_3^1$ （原材料1）， $x_3^2$ （原材料2）， $x_3^3$ （原材料3）

## 2. 目标函数：

最大化利润。总利润可以表示为：

$$\text{Maximize } Z = 50x_1 + 35x_2 + 25x_3$$

## 3. 约束条件：

- **原材料使用限制：** 每种产品对于不同原材料的使用比例和原材料每日供应量限制，给出以下约束：

- 对于甲产品：

$$x_1^1 \geq 0.5 \text{ 且 } x_1^2 \leq 0.25$$

- 对于乙产品：

$$x_2^1 \geq 0.25x_2 \text{ 且 } x_2^2 \leq 0.5x_2$$

- 对于丙产品：没有特别限制。

- **原材料的每日总量限制：** 对于每天原材料供应的限制：

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 100 \text{ 且 } x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 \leq 60$$

## 解法一：py代码实现

```
1 import numpy as np
2 from scipy.optimize import linprog
3
4
5
6 # 定义目标函数的系数（利润为负，因为linprog是最小化）
7 c = [-2.5, 2.5, 0] # 甲、乙、丙产品的单位利润
8
9
10 A_ub = [
11     [0.5, 0, 0], # 原材料1的总消耗 ≤ 100
12     [0.25, 0, 0], # 原材料2的总消耗 ≤ 100
13     [0.25, 0, 0], # 原材料3的总消耗 ≤ 60
14 ]
```

```
15
16 b_ub = [100, 100, 60]
17
18 # 变量的非负约束
19 bounds = [(0, None), (0, None), (0, None)]
20
21 # 使用linprog求解线性规划问题
22 res = linprog(c, A_ub=A_ub, b_ub=b_ub, bounds=bounds, method='highs')
23
24 # 输出结果
25 if res.success:
26     x = res.x
27     x1, x2, x3 = x[0], x[1], x[2]
28     total_profit = -res.fun # 因为目标函数取了相反数
29     print(f"总利润: {total_profit:.2f} 元/天")
30     print(f"生产计划: ")
31     print(f"  甲产品: {x1:.2f} 千克/天")
32     print(f"  乙产品: {x2:.2f} 千克/天")
33     print(f"  丙产品: {x3:.2f} 千克/天")
34
```

## 输出结果

```

...     print(f"        原材料1: {x_B1:.2f} 千克")
...     print(f"        原材料2: {x_B2:.2f} 千克")
...     print(f"        原材料3: {x_B3:.2f} 千克")
...     print(f"    丙产品: {x_C:.2f} 千克")
...     print(f"        原材料1: {x_C1:.2f} 千克")
...     print(f"        原材料2: {x_C2:.2f} 千克")
...     print(f"        原材料3: {x_C3:.2f} 千克")
... else:
...     print("线性规划问题无解。")
...

```

总利润: 500.00 元

生产计划:

甲产品: 200.00 千克

原材料1: 100.00 千克

原材料2: 50.00 千克

原材料3: 50.00 千克

乙产品: 0.00 千克

原材料1: 0.00 千克

原材料2: -0.00 千克

原材料3: -0.00 千克

丙产品: 0.00 千克

原材料1: 0.00 千克

原材料2: 0.00 千克

原材料3: 0.00 千克

结果说明: 原料1总共使用100kg, 全部来生产甲商品, 原料2共使用50kg, 全部用来生产甲商品, 原料3共使用50kg, 全部用来生产甲商品。最大利润为500元。

解法二: matlab解法

```

Aeq=[];
beq=[];
LB=[0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
UB=[];|
A=[-0.5 0 0 0.5 0 0 0.5 0 0;-0.25 0 0 0.75 0 0 -0.25 0 0;0 -0.75 0 0 0.25 0 0 0.25
    0 -0.5 0 0 0.5 0 0 0.5 0;1 1 1 0 0 0 0 0 0;0 0 0 1 1 1 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0 1 1 1]
b=[0;0;0;0;100;100;60];
[x,fval]=linprog(C,A,b,Aeq,beq, LB, UB);

```

## 结果展示

```

X =

    100.0000
         0
         0
     50.0000
         0
         0
     50.0000
         0
         0

>> fval

fval =

-500.0000

```

## 总结



总利润：500.00 元

生产计划：

甲产品：200.00 千克

原材料1：100.00 千克

原材料2：50.00 千克

原材料3：50.00 千克

乙产品：0.00 千克

原材料1：0.00 千克

原材料2：0.00 千克

原材料3：0.00 千克

丙产品：0.00 千克

原材料1：0.00 千克

原材料2：0.00 千克

原材料3：0.00 千克