



图的应用

图被广泛应用于模拟真实事件或问题的抽象表示，在成百上千个应用问题中运用。当使用图解决问题时，首先要明确待解决的问题有哪些信息需要表示，如果信息之间的关系呈现图这种非线性关系，那么下一步就需要明确图中的结点表示什么信息，图中的边表示什么信息；其次才是利用图理论的相关算法对问题的求解。下面表格中描述了某些在运用图进行问题抽象表示时，图的顶点和边分别代表的不同信息内容：

要描述的问题	顶点表示的意义	边表示的意义
工程中子工程的顺序安排	子工程	有向边表示，弧尾的活动先于弧头的活动
流行病学调查	人	有向边表示，弧头的人被弧尾的人感染
城市内交通网络的流量	交叉路口	有向边表示，并且给每个有向边赋予一定的值，代表所表示方向的流量负担

本次实验的任务：尝试使用图来表示迷宫，并利用图的最小支撑树算法完成迷宫的生成。假如迷宫的大小为 $n \times n$ ，此时可以将迷宫表示成一个 $n \times n$ 的矩阵。为了使用图解决问题，首先需要将迷宫表示成一个图 G ，其中迷宫中的每一个单元格对应图 G 中的一个顶点，单元格 i 和单元格 j 之间有共享边时，则对应图 G 中顶点 i 和顶点 j 有边相连。当将迷宫以图的抽象表示出来之后，就可以使用图的算法完成问题的求解了。本次实验中涉及到图数据结构的具体实现，Kruskal算法的实现以及Dijkstra最短路径算法的实现，请按照如下子任务的顺序完成本实验。

任务 1

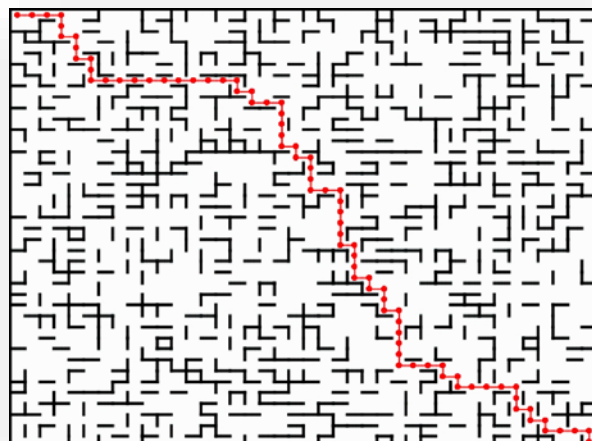
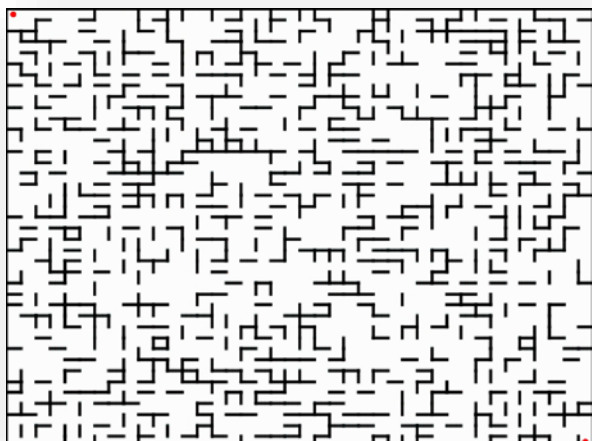
该任务的主要内容是完成用图数据结构对迷宫的表示实现，成功表示之后，可以使用如下两个策略生成迷宫：

策略 1：随机擦除 70%的图中的边；

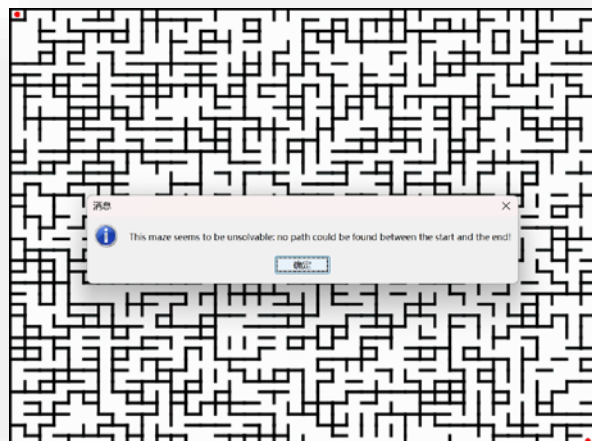
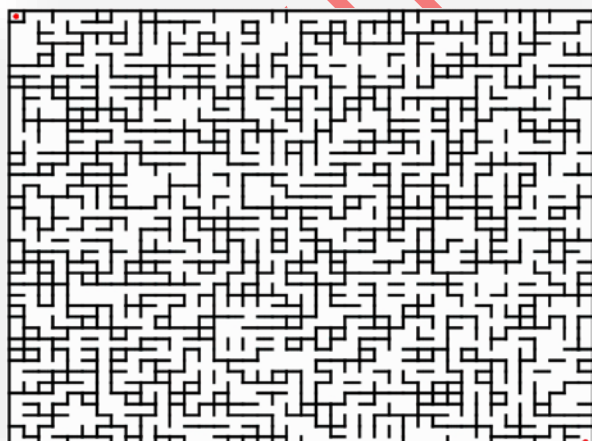
策略 2：随机擦除 50%的图中的边；

针对不同的策略，使用 Dijkstra 算法检测所生成的迷宫从入口（左上角）到出口（右下角）是否有路径可达。对每一个策略可以执行 100 次，给出成功生成迷宫的概率（成功即代表从入口到出口一定有路径可达）。如下图所示，分别是两种策略下迷宫生成以及检测是否有路径的一个实例示例：

策略 1 (迷宫的大小为 40*40)



策略 2 (迷宫的大小为 40*40)



任务 2

为了确保每次迷宫的生成都是成功的，将不再采用任务 1 中的随机擦除边的生成方式，而是采用 Kruskal 最小支撑树的算法来实现迷宫生成。具体的执行步骤如下：

1. 为任务 1 中用来表示迷宫的图中的每一条边都随机生成一个权值（此时的图是一个带权图，所以在表示时可能会和任务 1 的表示有出入，请注意这个细节）；
2. 利用 Kruskal 算法对步骤 1 中的图生成最小支撑树 T；
3. 将 T 中的每一条边相对应在迷宫中的边擦除掉，此时迷宫就生成了，这样生成的迷宫一定是



成功的。

如下图所示就是用此策略生成的迷宫的一个实例的示例。

Kruskal 策略 (迷宫的大小为 40*40)

