

Évaluation 1

Durée : 1h30

Exercice 1.

1. Décrire de façon détaillée chaque ligne du code R ci dessous.
2. Quel est l'objet statistique représenté par l'histogramme généré par ce code ?
3. Ce code illustre un grand résultat de la Statistique, lequel ? (Justifier votre réponse)
4. Représenter approximativement l'histogramme attendu.
5. Pour quelle raison faut-il que N soit grand ?
6. Pour quelle raison faut-il que n soit grand ?

```
#####  
N=1000  
n=100  
p=1/4  
sigma2=p*(1-p)  
vect=rep(0,N)  
  
for (i in 1 : N) {  
  moy=mean(sample(x= c(0,1),size = n, replace = TRUE, prob = c(1-p, p)))  
  vect[i]=(moy-p)/sqrt(sigma2/n)  
}  
  
hist(vect)  
#####
```

Indication sur la fonction `sample` :

sample (base) R Documentation

Random Samples and Permutations

Description

sample takes a sample of the specified size from the elements of x using either with or without replacement.

Usage

sample(x, size, replace = FALSE, prob = NULL)
sample.int(n, size = n, replace = FALSE, prob = NULL,
 useHash = (!replace && is.null(prob) && size <= n/2 && n > 1e7))

Arguments

x either a vector of one or more elements from which to choose, or a positive integer. See 'Details.'

n a positive number, the number of items to choose from. See 'Details.'

size a non-negative integer giving the number of items to choose.

replace should sampling be with replacement?

prob a vector of probability weights for obtaining the elements of the vector being sampled.

useHash [logical](#) indicating if the hash-version of the algorithm should be used. Can only be used for replace = FALSE, prob = NULL, and size <= n/2, and really should be used for large n, as useHash=FALSE will use memory proportional to n.

Exercice 2. Depuis plus d'un an, le projet de loi de programmation pluriannuelle de la recherche (LPPR) fait l'objet d'une grande polémique. Cette semaine, au sortir du confinement et alors que la rentrée universitaire bat son plein, ce projet revient au devant de la scène. Un groupe, opposé au gouvernement, affirme que 78% des chercheurs sont opposés à la loi. Le gouvernement, qui souhaite faire passer cette loi, ne croit pas à cette affirmation et réalise un test en interrogeant 512 chercheurs. Parmi eux, 391 se déclarent opposés à la LPPR.

1. Pour un individu choisi au hasard dans la population des chercheurs, définir la variable aléatoire X en jeu dans cette situation.
2. Quelle est la loi de cette variable ?
3. Pour un échantillon de grande taille, donner la loi centrée réduite approchée de la variable aléatoire \bar{X} ?
4. Quelles sont les hypothèses du test statistique à effectuer ?
5. Quelle est la taille de l'échantillon observé ?
6. Que représente \bar{X} ? Et quelle est la valeur prise par cette variable aléatoire sur cet échantillon ?
7. Quelle est la loi de \bar{X} si l'hypothèse H_0 est vraie ?
8. Donner la zone de rejet pour un test à 3% ?
9. Quelle est alors votre conclusion au test d'hypothèse ? (donner une conclusion technique avant de l'exprimer en français)
10. Devrait-on diminuer ou augmenter le risque de première espèce pour inverser la conclusion précédente ?
11. La probabilité critique vaut 0.1852. Qu'est-ce que cela signifie ?
12. Faites une représentation graphique de cette probabilité critique.
13. Pouvez-vous donner un moyen de retrouver cette valeur ?