Novosad Ivan

Homework

1. Consider the ring $\mathbb{Q}[x,y,z]$ with the order $\mathrm{Lex}(x,y,z)$. Find a remainder of f with respect to $G=\{g\}$, where

$$f = y^4z^6 + 2xy^4z + x^2y^2, \quad g = y^4z - xyz^2 + xy^2$$

since Lex is (x,y,z)

leading monomial in g is xy^2

Thus $\underset{(0)}{f} - x(y^4z - xyz^2 + xy^2) = x^2y^2 + 2xy^4z + y^4z^6 - x^2y^2 + x^2yz^2 - xy^4z = x^2yz^2 + xy^4z + y^4z^6$ (1)

(1) $x^2yz^2 + xy^4z + y^4z^6 - y^2z(y^4z - xyz^2 + xy^2) = x^2yz^2 + xy^4z + y^4z^6 - y^6z^2 + xy^3z^3 - xy^4z = x^2yz^2 + xy^3z^3 - y^6z^2 + y^4z^6$ (2)

(2) $x^2yz^2 + xy^3z^3 - y^6z^2 + y^4z^6 - yz^3(y^4z - xyz^2 + xy^2) = x^2yz^2 + xy^3z^3 - y^6z^2 + y^4z^6 - xy^3z^3 + xy^2z^5 - y^5z^4 = x^2yz^2 + xy^2z^5 - y^6z^2 - y^5z^4 + y^4z^6$ (3)

(3) $x^2yz^2 + xy^2z^5 - y^6z^2 - y^5z^4 + y^4z^6 - z^5(y^4z - xyz^2 + xy^2) = x^2yz^2 + xy^2z^5 - y^6z^2 - y^5z^4 + y^4z^6 - y^4z^6 + xyz^7 + xy^2z^5 = x^2yz^2 - y^6z^2 - y^5z^4 + xyz^7$

---

2. Consider the ring $\mathbb{Z}_3[x,y,z]$ with the order $\mathrm{Lex}(x,y,z)$. Find a remainder of f with respect to $G=\{g_1,g_2\}$, where

$$f = xy^2z + 2x^2yz - xyz^2, \quad g_1 = xy + 2x, \quad g_2 = yz + 2z$$

Супер формула Ax = 0 влечет x = 0 передает вам привет.

— Трушин

due to the order, leading monomials in g_1 is xy

in g_2 is yz

Thus $xy^2z + 2x^2yz - xyz^2 - z^2(xy + 2x) = xy^2z + 2x^2yz + 2xz^2$

$xy^2z + 2x^2yz + 2xz^2 - yz(xy + 2x) = 2x^2yz + 2xz^2 - 2xyz$

$2x^2yz + 2xz^2 - 2xyz - 2xz(xy + 2x) = 2xz^2 - 2xyz - 4x^2z$

$2xz^2 - 2xyz - 4x^2z - 2z(xy + 2x) = 2xz^2 - 4x^2z + 4xz$

now it's irreduceable by g_1 and g_2 $\Rightarrow$ it's a remainder of f with respect to G

Сделана полная (я бы даже сказал растолстевшая) чушь, не имеющая никакого отношения к задаче и здравому смыслу. К тому же не верная формула для декремента.

— Трушин

---

3. Give an example of a polynomial in $\mathbb{Z}_{17}[x,y,z]$ such that its leading monomial is different for all lexicographical orders.

$f = x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2$

$\mathrm{Lex}(x,y,z) = x^2y \qquad \mathrm{lex}(y,z,x) = y^2z$

$\mathrm{lex}(x,z,y) = x^2z \qquad \mathrm{lex}(z,x,y) = xz^2$

$\mathrm{lex}(y,x,z) = xy^2 \qquad \mathrm{lex}(z,x,y) = yz^2$

Горите в аду все, кто ленился писать каждое действие симметричного Гаусса в два шага. А те кто пользовался Лагранжем... вы даже ада не достойны.

Трушин

0

1

-

Спасибо за чудо формулу A = 1/det(A^{-1}) A^{-1}. Она мне сэкономила кучу времени на проверке.

— Трушин

---

4. Let $\mathbb{Q}[x]$ and $G=\{x^3+2x^2+x, x^2-1\}$. The lexicographical order coincides with the ordering by the degree. Give an example of a polynomial $f\in\mathbb{Q}[x]$ such that it has two different remainders with respect to G.

К счастью эта ересь не имеет смысла.

Трушин

LOL Самый большой LOL на свете из всех LOL-ов, которые я только видел. Как, ну как можно было дополнить базис U векторами e3 и e4? Принципиально не верный метод.

— Трушин

$f = x^3$

1) $x^3 - (x^3 + 2x^2 + x) = -2x^2 - x$

$-2x^2 - x + 2(x^2 - 1) = 2 - x$ $\ast$

2) $x^3 - x(x^2 - 1) = x$

$\Big\}\Rightarrow$ done.