

Афинни разновидности

Антъни Господинов

Дефиниция. Нека k е поле и f_1, \dots, f_s са полиноми от $k[x_1, \dots, x_n]$. Дефинираме множеството:

$$\mathbf{V}(f_1, \dots, f_s) = \{(a_1, \dots, a_n) \in k^n \mid f_i(a_1, \dots, a_n) = 0 \text{ за всички } 1 \leq i \leq s\}$$

Ще наричаме $\mathbf{V}(f_1, \dots, f_s)$ **афинната разновидност** определена от f_1, \dots, f_s . Казано по друг начин, $\mathbf{V}(f_1, \dots, f_s)$ е множеството от решенията на системата уравнения:

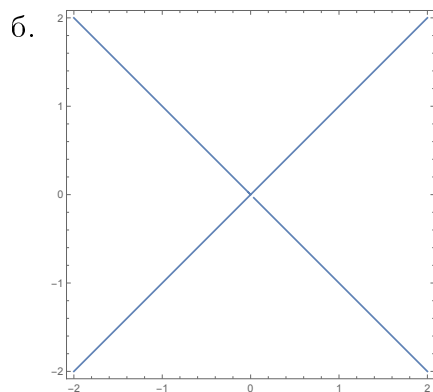
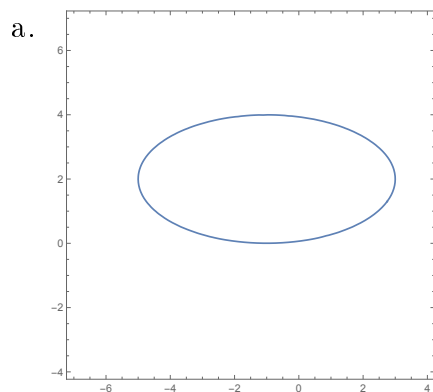
$$f_1(x_1, \dots, x_n) = \dots = f_s(x_1, \dots, x_n) = 0$$

Задача 1. Да се скицират графиките на следните афинни разновидности в \mathbb{R}^2 :

а. $\mathbf{V}(x^2 + 4y^2 + 2x - 16y + 1)$.

б. $\mathbf{V}(x^2 - y^2)$.

Решение:



Задача 2. Да се скицират графиките на следните афинни разновидности в \mathbb{R}^3

а. $V(x^2 + y^2 + z^2 - 1)$.

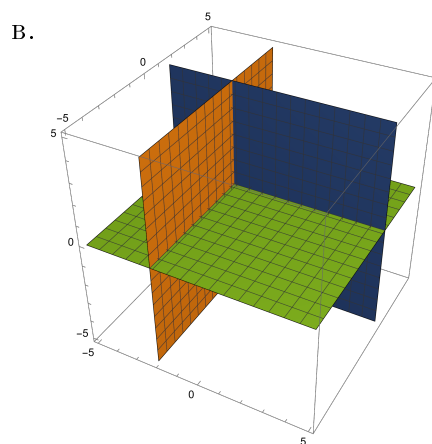
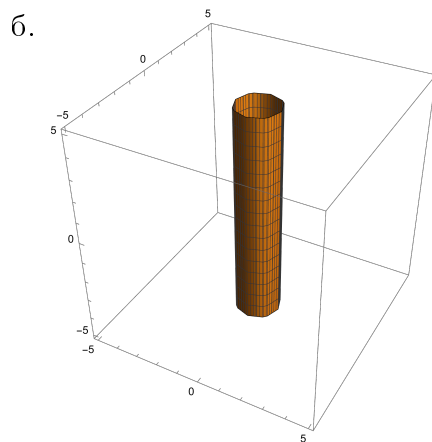
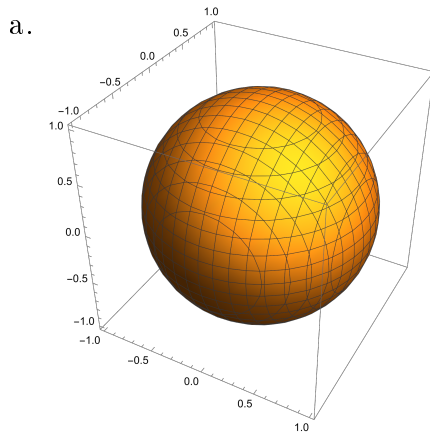
б. $V(x^2 + y^2 - 1)$.

в. $V(x + 2, y - 1.5, z)$.

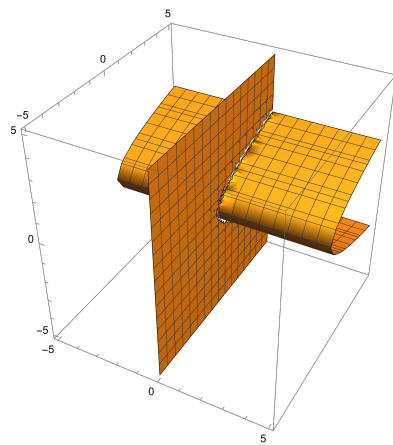
г. $V(xz^2 - xy)$.

д. $V(x^4 - zx, x^3 - yx)$.

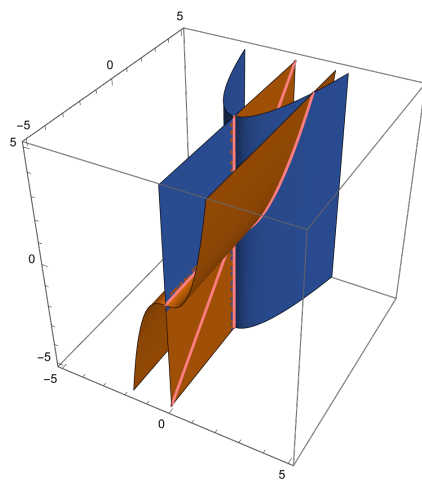
Решение:



Г.



Д.



■ $x^4 - zx = 0$
■ $x^3 - yx = 0$