Афинни разновидности

Антъни Господинов

Дефиниция. Нека k е поле и $f_1, \dots, f_s$ са полиноми от $k\left[x_1, \dots, x_n\right]$. Дефинираме множеството:

$$\mathbf{V}\left(f_1, \dots, f_s\right) = \{(a_1, \dots, a_n) \in k^n \mid f_i(a_1, \dots, a_n) = 0 \textit{ за всички } 1 \leq i \leq s\}$$

Ще наричаме $\mathbf{V}\left(f_1, \dots, f_s\right)$ **афинната разновидност** определена от $f_1, \dots, f_s$. Казано по друг начин, $\mathbf{V}\left(f_1, \dots, f_s\right)$ е множеството от решенията на системата уравнения:

$$f_1(x_1, \dots, x_n) = \dots = f_s(x_1, \dots, x_n) = 0$$

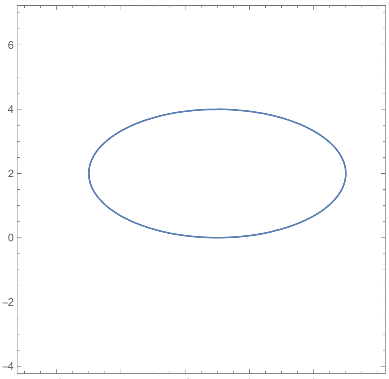
Задача 1. Да се скицират графиките на следните афинни разновидности в $\mathbb{R}^{\nvDash}$:

а. $\mathbf{V}(x^2 + 4y^2 + 2x - 16y + 1)$.

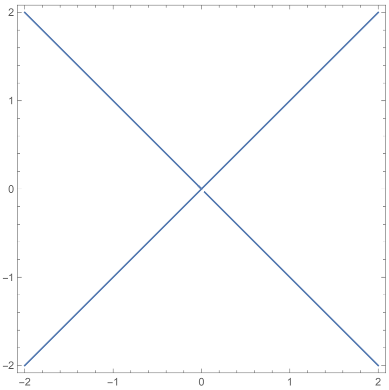
б. $\mathbf{V}(x^2 - y^2)$.

Решение:

а.



б.



Задача 2. Да се скицират графиките на следните афинни разновидности в R^3

а. $\mathbf{V}(x^2 + y^2 + z^2 - 1)$.

б. $\mathbf{V}(x^2 + y^2 - 1)$.

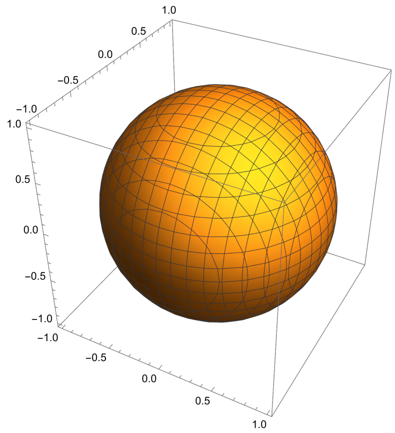
в. $\mathbf{V}(x + 2, y - 1.5, z)$.

г. $\mathbf{V}(xz^2 - xy)$.

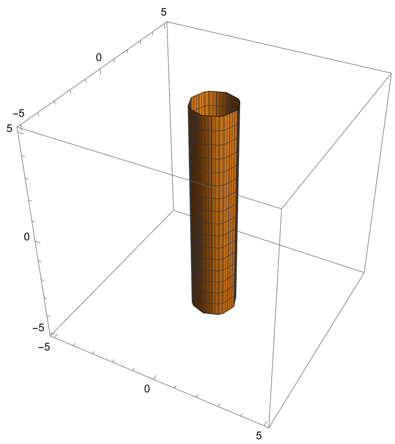
д. $\mathbf{V}(x^4 - zx, x^3 - yx)$.

Решение:

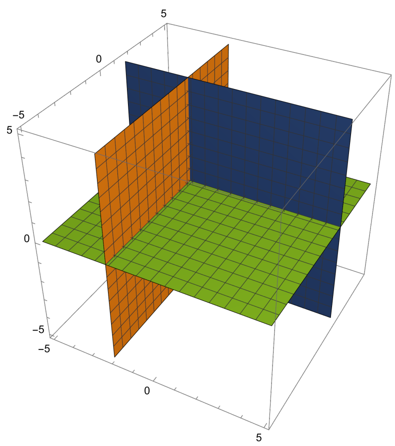
а.



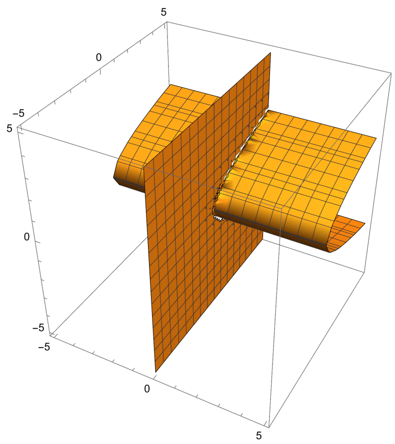
б.



в.



г.



д.