EXERCICES : COMPLEXES

FICHE 1

EXERCICE 1

Dans chaque cas, donner la partie réelle et la partie imaginaire de z :

$z = 6 + 3i$	$z = 5i + 2$	$z = 5 - i$	$z = -7$	$z = -2i$	$z = i$
Re(z) =	Re(z) =	Re(z) =	Re(z) =	Re(z) =	Re(z) =
Im(z) =	Im(z) =	Im(z) =	Im(z) =	Im(z) =	Im(z) =

EXERCICE 2

Donner la forme algébrique des nombres suivants :

$z_1 = (1 - 4i) + (-3 + 2i)$	$z_2 = (-7 - i) + (4 + 3i)$	$z_3 = 9i - 5 - (3 - i)$

EXERCICE 3

Donner la forme algébrique des nombres suivants :

$z_1 = (1 - 4i) \times (-3 + 2i)$	$z_2 = (-7 - i) \times (4 + 3i)$	$z_3 = (9i - 5) \times (3 - i)$
$z_4 = (2 + 3i)^2$	$z_5 = (-7 - i)^2$	$z_6 = (2i)^3$

EXERCICE 4

On considère les nombres $z = 3 - 2i$ et $z' = -1 + 3i$. Donner la forme algébrique des nombres suivants :

$2z - 3z' =$	$-2z + iz' =$	$z^2 =$
$z^3 =$	$zz' =$	$z(i - z') =$

EXERCICE 5:

Dans chaque cas, donner le conjugué de z :

$z = 6 + 3i$	$z = 5i + 2$	$z = 5 - i$	$z = -7$	$z = -2i$	$z = i$
$\overline{z} =$	$\overline{z} =$	$\overline{z} =$	$\overline{z} =$	$\overline{z} =$	$\overline{z} =$

EXERCICE 6:

Calculer $z \times \overline{z}$ dans chaque cas :

a. $z = 3 - 4i$ $z \times \overline{z} =$	**b.** $z = 5 + i$ $z \times \overline{z} =$	**c.** $z = -5 + 2i$ $z \times \overline{z} =$

EXERCICE 7:

Donner la forme algébrique des nombres suivants :

$z_1 = \dfrac{1}{1 + 4i}$	$z_2 = \dfrac{1}{6 - i}$	$z_3 = \dfrac{1}{i - 3}$

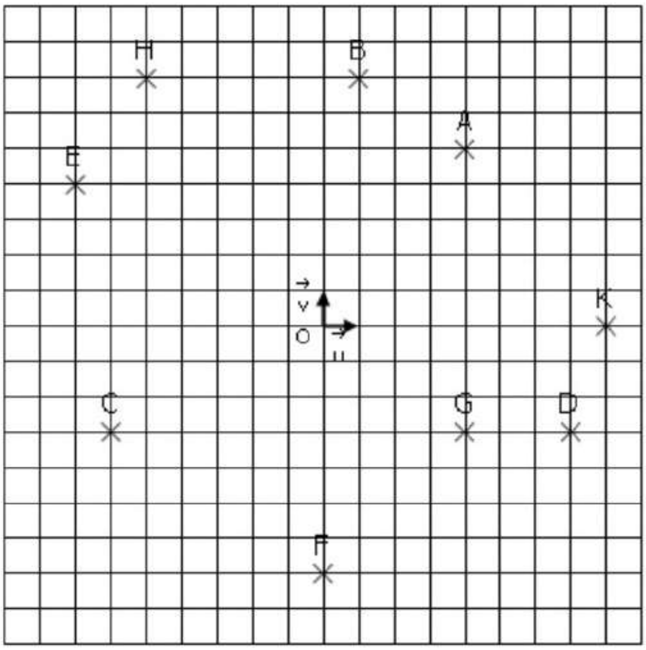
EXERCICE 10 :

Donner la forme algébrique des nombres suivants :

$z_1 = \dfrac{3 + 4i}{1 + 2i}$	$z_2 = \dfrac{1 + i}{1 - i}$	$z_3 = \dfrac{4}{3i}$
$z_4 = \dfrac{-3}{1 + i\sqrt{2}}$	$z_5 = \dfrac{5 + 2i}{3i}$	$z_6 = i + \dfrac{1}{i}$

EXERCICE 1 :

On considère le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ orthonormal.



a. Déterminer les affixes (sous forme algébrique) des points suivants :

A(……………) B(……………) C(……………)

D(……………) E(……………) F(……………)

G(……………) H(……………) K(……………)

b. Placer dans le repère les points suivants :

$L(3 + 5i)$ $M(1 - 3i)$ $N(-5)$

$P(5i)$ $Q(-7 + 2i)$ $R(-1 + 7i)$

$S(-5 - 5i)$ $T(-i)$ $X(-8 + i)$

EXERCICE 2 :

Soient A, B, C et D d'affixes respectives $2- 4i$, $-6 +2i$, $-2 +5i$ et $3-2i$.

1) Calculer les distances AB , AC , AD , BC ,BD et CD .
2) Calculer l'affixe du point I milieu de [AD] et le point M milieu de [BC].

EXERCICE 3 :

On considère les points suivants et leurs affixes :

$A(5 - 2i)$ $B(-3 + 4i)$ $C(1 + 3i)$ $D(4 - i)$ $E(-5i)$ $F(3)$

a. Placer ces points dans un repère $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

b. Déterminer les affixes des vecteurs suivants : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CB}$

c. Calculer les longueurs : AB, DC, EF, AD et BC.

EXERCICE 4 :

a. On considère les points $A(4)$, $B(1 + i\sqrt{3})$ et $C(1 - i\sqrt{3})$. Déterminer la nature du triangle ABC.

b. On considère les points $D(3 - 2i)$, $E(2 - 4i)$ et $F(-3 + i)$. Déterminer la nature du triangle DEF.

Exercice 5 :

On considère les points $A(2)$, $B(-2i)$, $C(\sqrt{2}- i\sqrt{2})$ et $D(-1 + i\sqrt{3})$ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

a. Placer les points A, B, C et D dans le repère.

b. Calculer OA, OB, OC et OD.

c. Que peut-on dire des points A, B, C et D ?

EXERCICE 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3 + 6i$, $z_B = 3 - 2i$ et $z_C = 7 + 2i$.

1. Calculer les distances AB, BC et AC.
2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
3. Déterminer l'affixe du point I milieu de [AC].
4. Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABDC soit un parallélogramme.

Exercice 7 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = 2 + i\ ,\ z_B = -1 + 2i\ ,\ z_C = -3 + 4i \text{ et } z_D = -2 - i$$

1. Placer les points A, B, C et D.
2. Calculer les distances AB, CD et OA.
3. Prouver que les points A, B et D appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

Exercice 8 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O; $\vec{u}$, $\vec{v}$) d'unité 2 cm.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = i \;,\; z_B = 2 + 3i \;,\; z_C = \frac{4+3i}{1+2i}$$

1. a) Placer les points A et B.
   b) Calculer la distance AB.
   c) Montrer que $z_C = 2 - i$. Placer le point C.
2. Montrer que les points B et C apprtiennent au cercle de centre A dont on déterminera le rayon.

Exercice 9 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O; $\vec{u}$, $\vec{v}$) d'unité 2 cm.

On considère les points A, B , C et K d'affixes respectives :

$$z_A = 2 + 2i \;,\; z_B = 1 + i\sqrt{3} \;,\; z_C = \overline{z_A} \text{ et } z_K = 2.$$

Le point D est le symétrique du point B par rapport à K.

Montrer que ABCD est un rectangle.

Exercice 10 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O; $\vec{u}$, $\vec{v}$) d'unité 1 cm.

On considère les points A, B , C et K d'affixes respectives :

$$z_A = 4 + 5i \;,\; z_B = -3 + 4i \;,\; z_C = -2 - 3i \text{ et } z_K = 1 + i.$$

1. a) Placer les points A, B, C et K dans le repère (O; $\vec{u}$, $\vec{v}$).
   b) Montrer que K est le milieu de [AC].
   c) Montrer que les points A, B et C sont sur un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
2. Le point D est le symétrique de B par rapport à K.
   a) Contruire le point D dans le repère précédent et **calculer** son affixe.
   b) Montrer que ABCD est un carré.

Exercice 11 :

Déterminer les deux nombres complexes z_1 et z_2 solution du système :

$\begin{cases} 2z_1 + z_2 = 7 + 7i \\ z_1 - 2z_2 = -9 + 6i \end{cases}$	$\begin{matrix} 5z_1 - 2z_2 = -11i \\ -2z_1 + 3z_2 = 11 \end{matrix}$

Exercice 12 :

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations du 1er degré d'inconnue z :

a) $2z + 3 - 4i = 0$	b) $(1 + 2i)z + 5 - i = 0$
c) $\frac{z+2}{z-1} = 3i$	d) $\frac{z-2i}{z+4i} = 5 + 3i$

Exercice 13:

On considère l'équation $z^2 - 6z + 25 = 0$.

1. Montrer que , pour tout nombre complexe z, on a :
   $(z - 3 + 4i)(z - 3 - 4i) = z^2 - 6z + 25$
2. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 - 6z + 25 = 0$.

Exercice 14:

L'impédence complexe $\underline{Z}$ d'un circuit est telle que :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z_1} \times \underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2} + \underline{Z_3}} \qquad \text{avec } \underline{Z_1} = 1 + 2j \;,\; \underline{Z_2} = -1 + 3j \text{ et } \underline{Z_3} = 4 - 5j.$$

Mettre Z sous la forme algébrique $a + bj$.