TEMA 1. CAMPOS ELECTRICOS

LEY DE COULOMB

A partir de los experimentos de Coulomb, se generalizan las propiedades de la fuerza electrica entre 2 partículas inmóviles con carga. Para ello se usa el termino de carga puntual que hace referencia a una carga de tamaño cero.

Ley de Coulomb:

$$F_e = K_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Donde K_e es la constante de Coulomb, que en unidades del SI es:

$$K_e = 8'9876 \cdot 10^9 \ Nm^2/C^2$$

Ademas, esta constante se expresa como:

$$K_e = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0}$$

Donde ε_0 es la permitividad del vacío, cuyo valor es:

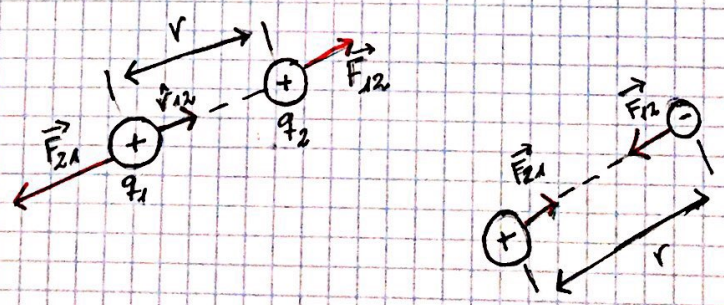
$$\varepsilon_0 = 8'8542 \cdot 10^{-12} \ C^2/N \cdot m^2$$

La carga de un electrón e tiene una magnitud de:

$$e = 1'60218 \cdot 10^{-19} \ C$$

Fuerza eléctrica ejercida por una carga q_1 sobre una carga q_2 es:

$$\vec{F}_{12} = K_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$



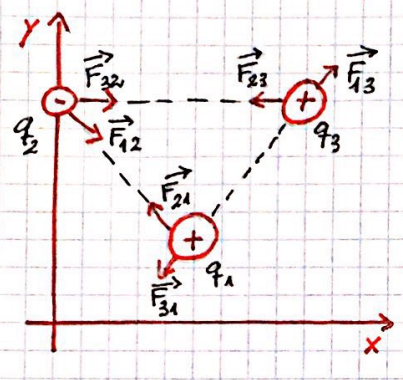
Escaneado con CamScanner

Como podemos observar de las dos ilustraciones anteriores podemos decir que, para cargas del mismo signo $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, es decir, la fuerza que ejerce una carga sobre la otra es de la misma magnitud pero en sentido opuesto. Para cargas de signo opuesto $\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$, es decir, la fuerza ejercida por cada carga es de la misma magnitud y mismo sentido. De ellos podemos sacar la siguiente conclusión:

→ Producto de 2 cargas es positivo, éstas se repelen.

→ Producto de 2 cargas es negativo, éstas se atraen.

En el caso en el que nos encontremos con más de 2 cargas:



Para analizar la fuerza que se ejerce sobre cada una de las cargas, mirando el dibujo vemos que:

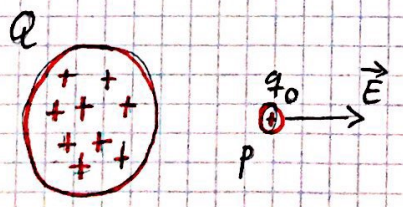
$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$
$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{32} + \vec{F}_{12}$$
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

EL CAMPO ELÉCTRICO

Sea un campo eléctrico en una región en el espacio, rodea a un objeto con carga, la carga fuente. Cuando otro objeto con carga (la carga prueba) entra en este campo, una fuerza eléctrica actúa sobre él.

El campo eléctrico provocado por la carga fuente en la carga de prueba se define como el vector $\vec{E}$ del campo eléctrico en un punto del espacio se define como la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$ que actúa sobre una carga positiva q_0 colocada en este punto, dividida entre la carga (de prueba).

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$



Escaneado con CamScanner

Esta ecuación también podemos expresarla como:

$$\vec{F_e} = q_0 \vec{E}$$

Que aplicando la ley de Coulomb sería:

$$\vec{F_e} = K_e \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}$$

Por tanto, como podemos observar, el campo eléctrico está definido por:

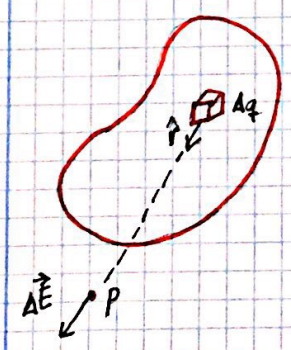
$$E = K_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Donde q es la carga fuente.

Para calcular el campo eléctrico en un punto p debido a un grupo de cargas ~~puntu~~, primero determinamos los vectores del campo en p y luego los sumamos en forma vectorial. Este principio de superposición se deduce de la suma vectorial de las cargas eléctricas. Por lo tanto, el campo eléctrico en el punto p sería:

$$\vec{E} = K_e \sum \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

CAMPO ELÉCTRICO DE UNA DISTRIBUCIÓN DE CARGA CONTINUA



Sea una pequeña carga Δq dentro de una distribución de carga continua, el campo eléctrico en P debido a un elemento de carga con carga Δq es:

$$\Delta E = K_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}$$

Donde r es la distancia desde el elemento de carga hasta el punto p. El campo eléctrico total en P debido a todos los elementos en la distribución de carga es aproximadamente:

$$\vec{E} \approx K_e \sum \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Escaneado con CamScanner

Ya que la distribución de carga a sido modelada como continua, el campo total en P en el límite $\Delta q_i \to 0$ es

$$\vec{E} = K_e \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = K_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

→ Si una carga Q tiene una distribución uniforme en un volumen V, la densidad de carga volumétrica ρ se define como:

$$\rho = \frac{Q}{V} \quad , \quad \rho \ (C/m^3)$$

→ Si una carga Q tiene una distribución uniforme sobre una superficie de área A, la densidad de carga superficial σ se define como:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad , \quad \sigma \ (C/m^2)$$

→ Si una carga Q tiene una distribución uniforme a lo largo de una línea de longitud ℓ, la densidad de carga lineal λ se define como:

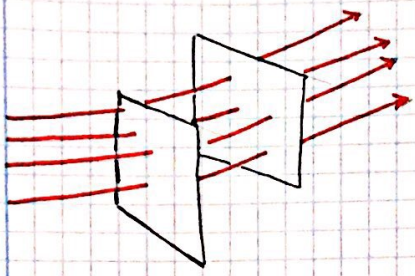
$$\lambda = \frac{Q}{\ell} \quad , \quad \lambda \ (C/m)$$

→ Si la carga Q no tiene una distribución uniforme:

$$dq = \rho \, dV \quad || \quad dq = \sigma \, dA \quad || \quad dq = \lambda \, d\ell$$

Escaneado con CamScanner

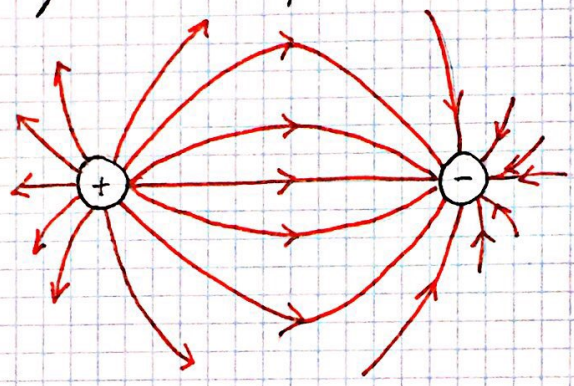
LINEAS DE CAMPO ELÉCTRICO



El concepto de lineas de campo electrico viene establecidas por primera vez por Faraday, las cuales relacionan el campo eléctrico con una región del espacio de la manera siguiente:

→ El vector $\vec{E}$ del campo eléctrico es tangente a la linea del campo eléctrico en cada punto. La dirección de la linea, indicada por una punta de flecha, es igual al vector del campo eléctrico.

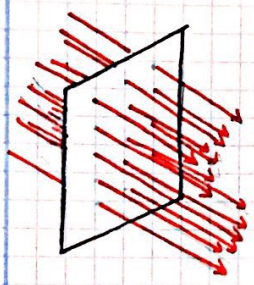
→ El número de lineas por unidad de área que pasan a través de una superficie perpendicular a dichas lineas es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en dicha región.



Escaneado con CamScanner

TEMA 2. LEY DE GAUSS

FLUJO ELÉCTRICO



Considere un campo electrico que es uniforme tanto en magnitud como en dirección. Las lineas del campo penetran en una superficie rectangular de área A, cuyo plano tiene una orientación perpendicular al campo.

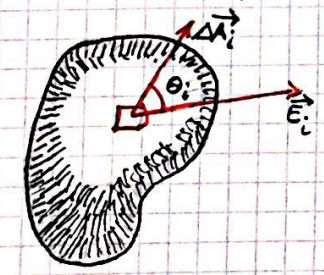
Como sabemos que el numero de lineas por unidad de área es proporcional a la magnitud del campo eléctrico. Por lo tanto, el total de lineas que penetran en la superficie es proporcional al producto $E \cdot A$. A este producto, perpendicular al campo, se le conoce como flujo eléctrico:

$$\Phi = E \cdot A \quad N \cdot m^2 / C$$

En el caso de que las lineas del campo no sean perpendiculares a la superficie que penetra, se define el flujo eléctrico como:

$$\Phi = E A_{\perp} = E \cdot A \cos\theta$$

En situaciones generales, el campo eléctrico varía a lo largo de la superficie. Así, consideraremos una superficie infinitamente dividida, en ΔA. Es conveniente definir $\Delta \vec{A}_i$ como un vector cuya magnitud representa el área del elemento i-ésimo sobre la superficie y cuya dirección está definida como perpendicular al elemento superficie.



El flujo eléctrico a través de este elemento es:

$$\Delta \Phi_E = E_i \cdot \Delta A_i \cdot \cos\theta = \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

Al sumar las contribuciones de todos los elementos se obtiene:

$$\Phi_E = \sum \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

Suponiendo que el área de cada elemento se acerca a cero, la suma se reemplaza por una integral.

Escaneado con CamScanner

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Esta es una ecuación de superficie, lo que significa que debe ser evaluada sobre la superficie en cuestión. En general, el valor de Φ_E depende tanto del patrón del campo como de la superficie.

Se utiliza el símbolo $\oint$ para representar la integral sobre una superficie cerrada, puede decir que el flujo neto Φ_E a través de una superficie cerrada es de la forma

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n \cdot dA$$

donde E_n representa el componente del campo eléctrico normal a la superficie.

LEY DE GAUSS

Como sabemos del tema anterior, la magnitud del campo eléctrico en todos los puntos de la superficie de la esfera es $E = Kq/r^2$. Es decir, en cada punto de la superficie, $\vec{E}$ es paralelo al vector $\Delta\vec{A}_i$ que representa un elemento de área local ΔA_i que rodea al punto en la superficie. Por tanto

$$\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}_i = E\Delta A_i$$

tenemos que el flujo neto a través de la superficie gaussiana es

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E\,dA = E\oint dA$$

E está fuera de la integral ya que por simetría es constante en la superficie y se conoce por $E = Kq/r^2$. Además, sabiendo que la superficie es esférica, $\oint dA = A = 4\pi r^2$. Entonces tenemos

$$\Phi_E = K\frac{q}{r^2}(4\pi r^2) = 4\pi K q$$

Y como $K = 1/4\pi\varepsilon_0$, podemos escribir la ecuación de la siguiente manera

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Escaneado con CamScanner

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Esta es una ecuación de superficie, lo que significa que debe ser evaluada sobre la superficie en cuestión. En general, el valor de Φ_E depende tanto del patrón del campo como de la superficie.

Se utiliza el símbolo $\oint$ para representar la integral sobre una superficie cerrada, puede decir que el flujo neto Φ_E a través de una superficie cerrada es de la forma

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n \cdot dA$$

donde E_n representa el componente del campo eléctrico normal a la superficie.

LEY DE GAUSS

Como sabemos del tema anterior, la magnitud del campo eléctrico en todos los puntos de la superficie de la esfera es $E = Kq/r^2$. Es decir, en cada punto de la superficie, $\vec{E}$ es paralelo al vector $\Delta\vec{A}_i$ que representa un elemento de área local ΔA_i que rodea al punto en la superficie. Por tanto

$$\vec{E} \cdot \Delta\vec{A}_i = E\Delta A_i$$

tenemos que el flujo neto a través de la superficie gaussiana es

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E\,dA = E\oint dA$$

E está fuera de la integral ya que por simetría es constante en la superficie y se conoce por $E = Kq/r^2$. Además, sabiendo que la superficie es esférica, $\oint dA = A = 4\pi r^2$. Entonces tenemos

$$\Phi_E = K\frac{q}{r^2}(4\pi r^2) = 4\pi K q$$

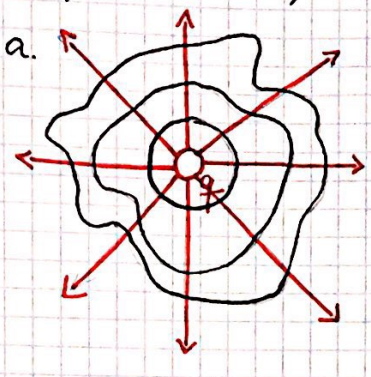
Y como $K = 1/4\pi\varepsilon_0$, podemos escribir la ecuación de la siguiente manera

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

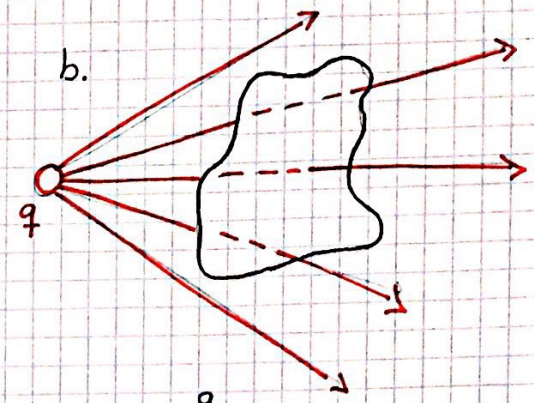
Escaneado con CamScanner

Supongamos las siguientes figuras:

a.



b.



Como sabemos de la ecuación anterior $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$, esto quiere decir que el flujo neto a través de cualquier superficie cerrada que rodea a una carga puntual q tiene un valor q/ε_0 y es independiente de la superficie.

Ahora observemos la figura 'b', como vemos, todas la líneas de campo eléctrico que entra en la superficie sale de la misma en algún otro punto. Esto es, el número de líneas de campo que entran en la superficie es igual al número de líneas de campo que salen. Por lo tanto, el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada que no rodea a ninguna carga es igual a cero.

Imaginemos una superficie cerrada que albergue un sistema de cargas o una distribución de cargas continua. Aplicando el principio de superposición, decimos que el campo eléctrico debido a muchas cargas es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos producidos por cada una de las cargas individuales. Por lo tanto

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots)\, d\vec{A}$$

La Ley de Gauss, que es una generalización de lo anterior, dice que el flujo neto a través de cualquier superficie es

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

donde q_{in} representa la carga neta en el interior de la superficie y $\vec{E}$ el campo eléctrico en cualquier punto de la misma.

Escaneado con CamScanner

APLICACIÓN DE LA LEY DE GAUSS A VARIAS DISTRIBUCIONES DE CARGA

La ley de Gauss es útil para determinar campos eléctricos cuando la distribución de carga está caracterizada por un alto grado de simetría. Siempre se debe aprovechar la simetría de la distribución de carga de manera que retire a E de la integral. Para ello, se debe encontrar una superficie que satisfaga una o más de las condiciones siguientes:

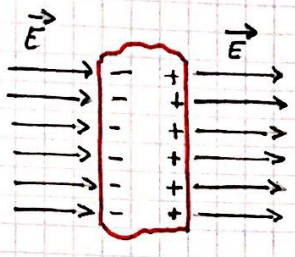
1. Demostrar por simetría que el valor del campo eléctrico es constante sobre la superficie.
2. Que el producto punto de la ecuación $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{in}/\varepsilon_0$ se exprese como un producto algebraico simple $E \cdot dA$, ya que $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ son paralelos entre sí.
3. Que el producto punto de la ecuación $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{in}/\varepsilon_0 = 0$ ya que $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ son perpendiculares entre sí.
4. Que el campo eléctrico es igual a cero sobre la superficie.

CONDUCTORES EN EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO

Decimos que un conductor está en equilibrio electrostático cuando dentro de un conductor no existe ningun movimiento neto de carga. Un conductor en equilibrio electrostático tiene las siguientes propiedades:

1. En el interior del conductor el campo eléctrico es 0, si el conductor es sólido o hueco.
2. Si un conductor aislado tiene carga, ésta reside en su superficie.
3. El campo eléctrico justo fuera de un conductor con carga es perpendicular a la superficie del conductor y tiene una magnitud σ/ε_0 donde σ es la densidad de carga superficial en ese punto.
4. En un conductor de forma irregular, la densidad de carga superficial es máxima en aquellos puntos donde el radio de curvatura de la superficie es el menor.

Escaneado con CamScanner



Como observamos en la figura, debido al campo electrico externo, los electrones libres del conductor se aculeran hacia la izquierda, generaundo un plano negativo en la superficie de la izquierda, y uno positivo en la superficie de la derecha.

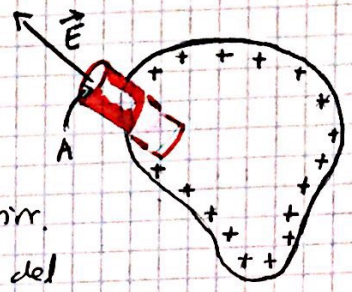
Esto genera un campo eléctrico adicional en el interior del conductor que se opone al campo eléctrico externo. Conforme se mueven los electrones, la densidad de carga superficial aumenta hasta que la magnitud del campo interno es igual al del campo externo. Esto resulta en un campo eléctrico cero en el interior del conductor.

Para el segunto apartado imaginemos un conductor de forma arbitraria. Dibujemos una superficie gaussiana en el interior del mismo, que puede acercarse a la superficie del conductor tanto como desee. Como acabamos de ver, el campo electrico es 0 en cualquier punto del interior del conductor cuando se encuentra en equilibrio electrostático. En cumplimiento de la condición 4 de la aplicación de la ley de Gauss, el flujo neto que pasa a través de una superficie gaussiana es 0, el campo eléctrico debe ser 0 en todos los puntos de la superficie gaussiana. Debido a que no puede existir ninguna carga neta en el interior de una superficie gausiana, cualquier carga neta deberá residir sobre su superficie.

Para verificar la tercera propiedad, podemos utilizar la ley de Gauss. Para empezar, nótese que si el vector de campo $\vec{E}$ tuviera algún componente paralelo a la superficie del conductor, los electrones libres estarían sujetos a una fuerza electrica y se moverían a lo largo de la superficie, ergo no estaría en equilibrio, por ende, el vector del campo debe ser perpendicular a la superficie.

Escaneado con CamScanner

Imaginemos la siguiente figura:



Sea la superficie gaussiana el cilindro, que queda parte de él fuera del conductor y la parte restante en el interior. El campo es perpendicular a la superficie del conductor si partimos de la condición de que se encuentra en equilibrio electrostático. Por tanto, también hemos satisfecho la condición 3 de la aplicación de la ley de Gauss en lo que se refiere a la parte curva de la superficie gaussiana cilíndrica: no existe flujo a través de la superficie gaussiana ya que $\vec{E}$ es paralelo a la superficie. A través de la cara plana del cilindro en el interior del conductor no existe flujo porque $\vec{E}=0$, con ello se satisface la condición 4. Por esto, el flujo neto a través de la superficie gaussiana corresponde al flujo a través de la cara plana en la parte exterior al conductor, donde el campo es perpendicular a la superficie gaussiana. Si para esta cara utilizamos las condiciones 1 y 2, el flujo es igual a $E \cdot A$. Al aplicarla, la ley de Gauss para esta superficie es:

$$\Phi_E = \oint E\,dA = EA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

Se obtiene que $q_{in} = \sigma A$, y si resolvemos para E obtenemos el campo eléctrico justo afuera de un conductor con carga

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Escaneado con CamScanner

TEMA 3. POTENCIAL ELÉCTRICO

DIFERENCIA DE POTENCIAL Y POTENCIAL ELÉCTRICO

La ley de Coulomb describe una fuerza conservativa entre cargas, esto es, si se traslada la carga de prueba por algún agente externo al campo, el trabajo consumido por el campo en la carga es igual al trabajo invertido por el agente externo, pero con signo negativo.

Para un desplazamiento infinitesimal $\vec{ds}$ de una carga puntual q_0 inmersa en un campo electrico

$$\vec{F}\cdot\vec{ds} = q_0\cdot\vec{E}\cdot\vec{ds}$$

La energía potencial del sistema carga campo cambia en una cantidad:

$$dU = -q_0\vec{E}\cdot\vec{ds}$$

Para el desplazamiento finito de la carga desde A a B, el cambio de energía es

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_0\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{ds}$$

Y debido a que la fuerza q_0E es conservativa, la integral de linea no depende de la trayectoria de A a B.

Definimos potencial electrico como una cantidad física que solo depende de la distribución de carga

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}, \quad V = \frac{U}{q_0}$$

Por tanto la integral de linea para el potencial electrico es:

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{ds}$$

Escaneado con CamScanner

Si un agente externo trasladase una carga de prueba sin modificar la energía cinética de ésta, el agente realiza un trabajo que modifica la energía potencial del sistema

$$W = \Delta U$$

El trabajo consumido por un agente externo al desplazar una carga q a través de un campo eléctrico con velocidad constante es

$$W = q\Delta V$$

Según el SI el voltio (V) es:

$$1V = 1J/C$$

La unidad del SI para el campo eléctrico es:

$$1N/C = 1V/m$$

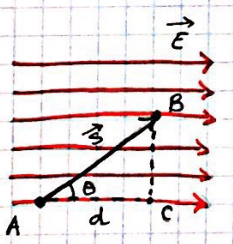
Importante:

→ El campo eléctrico es una medida de relación de cambio en función de la posición del potencial eléctrico.

→ El electrón volt (eV), se define como la energía ~~potencial~~ sistema carga-campo gana o pierde cuando se desplaza una carga de magnitud e a causa de la diferencia de potencial de 1 V.

$$1\ eV = 1'60 \cdot 10^{-19}\ CV = 1'60 \cdot 10^{-19}\ J$$

DIFERENCIAS DE POTENCIAL EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME



$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\int_A^B d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\vec{s}$$

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0\ \vec{E}\cdot\vec{s}$$

De aquí podemos concluir que:

→ Las líneas del campo eléctrico siempre apuntan en dirección en que disminuye el potencial. $V_A > V_B$, $\Delta V = -\vec{E}\cdot\vec{s}$

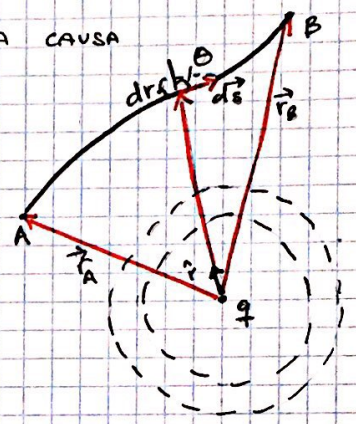
→ Para una carga q positiva, el U es negativa. Debido a eso, un sistema consistente de una carga positiva y un campo eléctrico pierde energía potencial cuando la carga se mueve en dirección al campo.

Escaneado con CamScanner

→ Si una carga prueba positiva en reposo es liberada en este campo eléctrico, experimenta una fuerza eléctrica $\vec{F} = q_0 \vec{E}$. En consecuencia se acelerará, adquiriendo energía cinética. Conforme esta partícula con carga adquiere energía cinética, el sistema carga-campo pierde una cantidad igual de energía potencial. (Propiedad de un campo conservativo).

→ De la ecuación anterior $q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{s}$ obtenemos que, a cualquier superficie formada por una distribución de carga continua de puntos con el mismo potencial la denominamos superficie equipotencial.

POTENCIAL ELÉCTRICO Y ENERGÍA POTENCIAL A CAUSA DE CARGAS PUNTUALES



Como sabemos $\vec{E} = (kq/r^2)\hat{r}$, por tanto la cantidad $\vec{E} \cdot \vec{ds}$ puede expresarse como

$$\vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} \cdot \vec{ds}$$

Por tanto tenemos $\hat{r} \cdot \vec{ds} = 1 \cdot ds \cdot \cos\theta$, además tenemos que $ds \cdot \cos\theta$ es la proyección de $\vec{ds}$ sobre $\hat{r}$, por eso, podemos expresarlo como $ds \cdot \cos\theta = dr$. De aquí decimos que cualquier desplazamiento $\vec{ds}$ a lo largo de la trayectoria de A a B produce un cambio dr en la magnitud de $\hat{r}$. Con estas sustituciones tenemos

$$\vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{kq}{r^2} dr \quad \text{y por tanto}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -kq \int_A^B \frac{1}{r^2} dr = kq \frac{1}{r} \Big|_{r_A}^{r_B}$$

$$\underset{A \to B}{\Delta V} = kq \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

Escaneado con CamScanner

Comúnmente se elige la referencia del potencial eléctrico de una carga puntual, de forma que $V=0$ en $r_A = \infty$. Así, tenemos que

$$V = K\frac{q}{r}$$

Para un grupo de cargas puntuales, puede expresar el potencial eléctrico total en P como

$$V = K\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Sean dos cargas q_1 y q_2 separadas a una distancia r_{12}, ela energía potencial se define como

$$U = K_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

- Si $q_1 \cdot q_2 > 0$, se necesita de agente externo para poder juntarlas.

Si el sistema consiste en más de 2 cargas, se suman los términos algebráicamente. Sea un sistema de 3 cargas

$$U = K_e\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

OBTENCIÓN DEL VALOR DEL CAMPO ELÉCTRICO A TRAVÉS DEL POTENCIAL ELÉCTRICO

Como sabemos de una de las ecuaciones anteriores

$$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot\vec{ds}$$

Que si aplicamos un diferencial a cada una de las partes queda

$$dV = -\vec{E}\cdot\vec{ds}$$

Si el campo eléctrico tiene sólo una componente E_x, en tal caso $\vec{E}\cdot\vec{ds} = Edx$. Por tanto, la ecuación se convierte en

$$dV = -Edx$$

Escaneado con CamScanner

Cuando una carga prueba se somete a un desplazamiento $\vec{ds}$ a lo largo de una superficie equipotencial, $dV=0$, y por la ecuación

$$dV = -E\cdot\vec{ds}$$

llegamos a la conclusión de que para superficies equipotenciales $\vec{E}$ debe ser perpendicular al desplazamiento a lo largo de la superficie equipotencial.

Corolario: Las superficies equipotenciales siempre deben ser perpendiculares a las líneas del campo eléctrico que pasan a través de ellas.

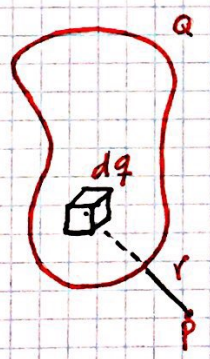
Para una distribución de carga, se origina un campo eléctrico de simetría esférica. En este caso $\vec{E}\cdot\vec{ds} = E_r\cdot dr$, se puede expresar como

$$dV = -E_r\cdot dr \longrightarrow E_r = -\frac{dV}{dr}$$

Esta fórmula aplicada en función de las tres coordenadas espaciales, quedan como las derivadas parciales de $V(x,y,z)$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

POTENCIAL ELÉCTRICO DEBIDO A DISTRIBUCIONES DE CARGAS CONTINUAS



Para una distribución de carga consolida, sea un elemento de carga dq, y trate a ese elemento como una carga puntual. El potencial eléctrico dV debido a dq es

$$dV = K\frac{dq}{r}$$

de lo que tenemos

$$V = K\int\frac{dq}{r}$$

El potencial eléctrico en P sería 0 cuando la distancia r sea infinita.

Escaneado con CamScanner

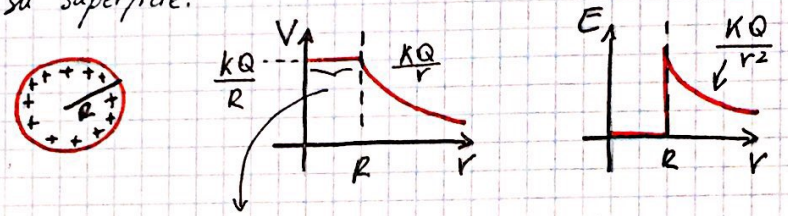
POTENCIAL ELÉCTRICO A CAUSA DE UN CONDUCTOR CON CARGA

Examinemos dos puntos A y B sobre la superficie de un conductor con carga, $\vec{E}$ siempre es perpendicular al desplazamiento $\vec{ds}$; por tanto, $\vec{E}\cdot\vec{ds}=0$. Concluimos que

$$\Delta V_{A\to B} = -\int_A^B \vec{E}\,\vec{ds} = 0$$

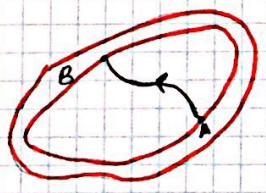
Por tanto, el potencial eléctrico es constante en cualquier punto de la superficie de un conductor con carga en equilibrio.

Debido al valor constante del potencial, no requiere ningún trabajo para mover una carga de prueba del interior de un conductor con carga a su superficie.



Superficie equipotencial ($\Delta V=0$)

Sea un conductor de forma arbitraria con una cavidad como se muestra en la siguiente figura.



Como ya sabemos, la diferencia de potencial en la superficie de un conductor con carga es 0.

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{ds} = 0$$

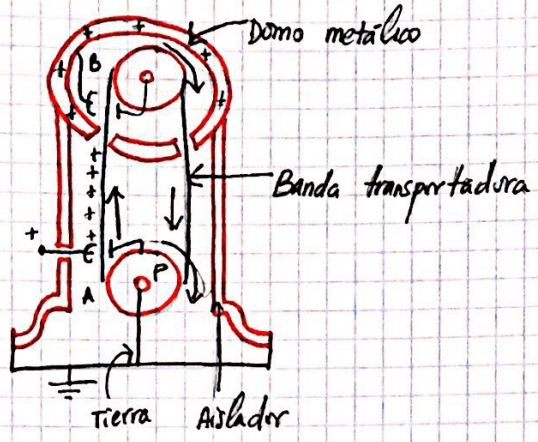
Y como $\vec{E}\cdot\vec{ds}$ cubre todas las trayectorias posibles de A a B, quiere decir que no existe campo eléctrico en el interior de la concavidad.

Corolario: Una cavidad rodeada por paredes conductoras es una región libre de campo eléctrico, siempre y cuando no existan cargas en el interior de la misma.

Escaneado con CamScanner

APLICACIONES DE LA ELECTROSTÁTICA

- Generador Van de Graff



Rober J. Van de Graaff (1901-1967)

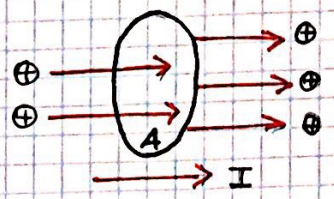
Cuando un conductor con carga se pone en contacto con ~~con~~ el interior de un conductor hueco, toda la carga del conductor con carga se transfiere al conductor hueco. En principio, la carga en el conductor hueco y su potencial pueden incrementarse sin límite mediante la repetición del proceso.

Escaneado con CamScanner

TEMA 4. CORRIENTE Y RESISTENCIA

La corriente es la proporción a la cual circula la carga a través de esta superficie. Si ΔQ es la cantidad de carga que pasa a través de esta superficie en un intervalo de tiempo Δt, la corriente promedio es:

$$I_{prom} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



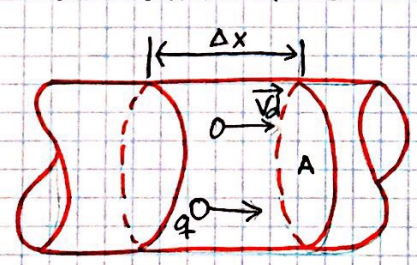
cantidad de carga que pasa por A por unidad de tiempo.

Si la proporción a la que circula la carga varía en el tiempo, entonces, la corriente también varía. Se define de la corriente instantánea I como el límite diferencial de la corriente promedio:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad , \quad 1A = 1\,C/s$$

Es una regla convencional asignar a la corriente la misma dirección que la del flujo de la carga positiva, es decir, la ~~corriente~~ dirección de la corriente es la opuesta a la dirección del flujo de los electrones. Nos referimos a una carga en movimiento (positiva o negativa) como un portador de carga movil.

MODELO MICROSCÓPICO DE LA CORRIENTE



Observando la figura obtenemos que:

$\Delta Q = (n A \Delta x)\, q$, donde n el número de portadores de carga, y q es la carga de cada portador.

Si los portadores se desplazan a una velocidad $\vec{v}_d$ en la dirección de x en un intervalo de tiempo Δt es $\Delta x = v_d \Delta t$. Sea Δt el intervalo de tiempo necesario para que las cargas en el cilindro se muevan por un desplazamiento cuya magnitud sea igual que la longitud del cilindro. Por tanto,

$$\Delta Q = (n A \cdot v_d \cdot \Delta t)\, q$$

Escaneado con CamScanner

Si dividimos ambas partes entre Δt tenemos:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n A v_d \Delta t\, q}{\Delta t} \longrightarrow I_{prom} = n A \cdot v_d \cdot q$$

v_d se conoce como rapidez de arrastre.

RESISTENCIA

La densidad de corriente J en el conductor se define como la corriente por unidad de área. Dado que la corriente es $I = nqv_d A$, la densidad de corriente es

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

Tan pronto como se mantiene una diferencia de potencial a través del conductor se establece una densidad de corriente y un campo eléctrico. En algunos materiales, la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico.

$$J = \sigma E$$

Donde σ se conoce como conductividad del conductor. Los materiales que obedecen esta ecuación, siguen la ley de Ohm.

A lo largo de un segmento de alambre, sabemos:

$$\Delta V = E \cdot l \quad (\text{lo mismo que } \Delta V = -E \cdot d)$$

Tenemos entonces que

$$J = \sigma E = \sigma \left(\frac{\Delta V}{l}\right)$$

Ya que $J = I/A$, la diferencia de potencial a través del alambre es

$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A}\right) I = RI$$

$$\Delta V_{A \to B} = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{ds} = E \int_A^B dx = E \cdot l$$

Escaneado con CamScanner

Resistores:

- Resistencia de material aglomerado, que contiene carbono.
- Resistencia bobinada, que consiste en una bobina de alambre.

Resistividad (Recíproco de conductividad):

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad , \quad \sigma = \text{conductividad}$$

ρ está en ohms-metros ($\Omega \cdot m$). Como $R = l/\sigma A$:

$$R = \rho l / A$$

RESISTENCIA Y TEMPERATURA

La resistividad de un conductor varía prácticamente de manera lineal con la temperatura, de acuerdo con la expresión

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

donde ρ es la resistividad a cierta temperatura y T_0 normalmente denota una temperatura de 20°C. α es el coeficiente de temperatura de resistividad. Podemos denotar α como

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \begin{array}{l} \longrightarrow \rho - \rho_0 \\ \longrightarrow T - T_0 \end{array}$$

Ya que la resistencia es proporcional a la resistividad

$$R = R_0 (1 + \alpha (T - T_0))$$

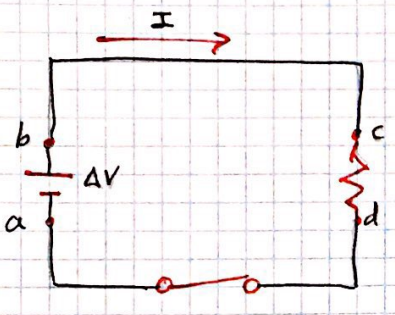
Escaneado con CamScanner

SUPERCONDUCTORES

Existe una clase de metales y compuestos cuya resistencia disminuye hasta cero cuando llegan a una cierta temperatura T_c, conocida como temperatura crítica.

Cuando la temperatura es T_c o inferior, la resistividad súbitamente cae hasta cero. Fue descubierto en 1911 por el físico Holandés Heike Kamerlingh - Onnes (1853-1926).
Mediciones recientes han demostrado que la resistividad de los superconductores por debajo de sus valores T_c son inferiores a $4 \cdot 10^{-25}\ \Omega \cdot m$.

POTENCIA ELÉCTRICA



Excepto que se diga lo contrario, nos encontraremos con circuitos ideales.

Imaginemos la trayectoria de una carga Q positiva en la misma dirección que la I desde el punto a y que regrese al punto a.

Conforme la carga se mueve de a a b, la energía potencial eléctrica del sistema aumenta en una cantidad $Q\Delta V$, en tanto que la energía potencial química de la batería se reduce (en la misma cantidad). Sin embargo, conforme la carga se mueve de c a d a través del resistor el sistema pierde esta energía potencial durante las colisiones de los electrones con los átomos del resistor. La energía se transforma en energía interna dentro del resistor (calor). Cuando, la carga regresa al punto a, el resultado neto es que parte de la energía química de la batería ha sido entregada al resistor.
Consideremos ahora la rapidez con la cual el sistema pierde energía eléctrica conforme la carga Q pasa a través del resistor:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

Definimos potencia a la rapidez a la cual se entrega energía al resistor

$$P = I\Delta V$$

Escaneado con CamScanner

Se deduce este resultado si consideramos una batería que entrega energía a un resistor. Sin embargo, la ecuación puede utilizarse para calcular la potencia entregada por ~~cualquier~~ una fuente de voltaje a cualquier dispositivo que tenga una corriente I, y esté sujeto a una diferencia de potencial ΔV entre sus terminales.

Como sabemos que $\Delta V = IR$, podemos ampliar la ecuación de la potencia:

$$P = I\Delta V = I^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}$$

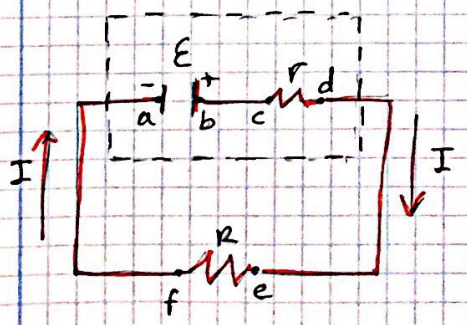
La unidad del SI para la potencia es el watt (C^2/Ω)

TEMA 5. CIRCUITOS DE CORRIENTE DIRECTA

FUERZA ELECTROMOTRIZ

Cuando en un circuito particular, la diferencia de potencial es constante (entre las terminales de la batería), así como la magnitud de la corriente y su dirección, se llama corriente directa. A la batería se la conoce como fuente electromotriz, o más comunmente, fuente de fem. (Aunque se llame fuente de fuerza electromotriz, la fuente describe una diferencia de potencial en volts.) La fem $\mathcal{E}$ de una batería es el voltaje máximo posible que ésta puede suministrar entre sus terminales.

Cuando existe una diferencia de potencial entre 2 puntos, la fuente mueve las cargas del potencial más reducido al más elevado. La terminal positiva de la batería se encuentra a un potencial más alto que la negativa. Puesto que una batería está hecha de materia, existe una resistencia al flujo de las cargas dentro de la misma. Esta resistencia recibe el nombre de resistencia interna r.



$\Delta V = V_d - V_a$,

$$\boxed{\Delta V = \mathcal{E} - I \cdot r}$$

$\mathcal{E}$, voltaje en el circuito abierto ($I = 0$).

Escaneado con CamScanner

Y como la diferencia de potencial de la resistencia de carga R es $\Delta V = IR$, que sustituyéndolo por la ecuación anterior tenemos

$$IR = \mathcal{E} - Ir \rightarrow \mathcal{E} = IR + Ir = I(R+r)$$

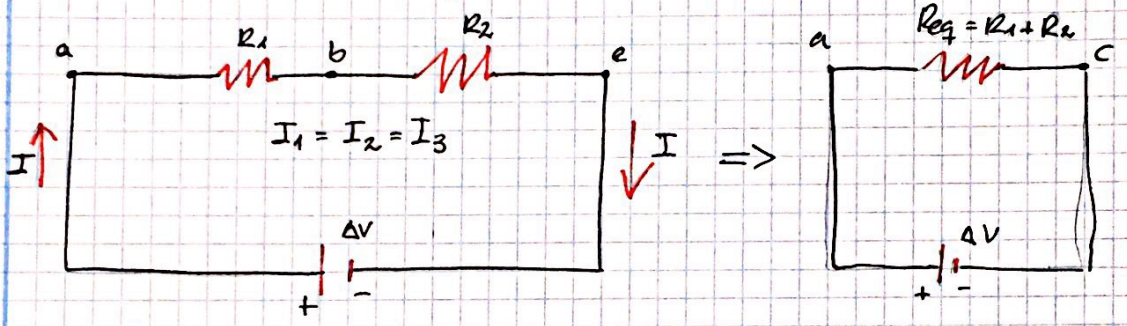
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

También si multiplicamos por I la anterior ecuación:

$$I\mathcal{E} = I^2R + I^2r$$

Indica que la potencial total de salida $I\mathcal{E}$ es entregada a la resistencia de carga externa con un valor I^2R y a la resistencia interna con un valor I^2r.

RESISTORES EN SERIE Y PARALELO



$$\Delta V = I_1R_1 + I_2R_2 = IR_{eq}$$

De lo que podemos obtener:

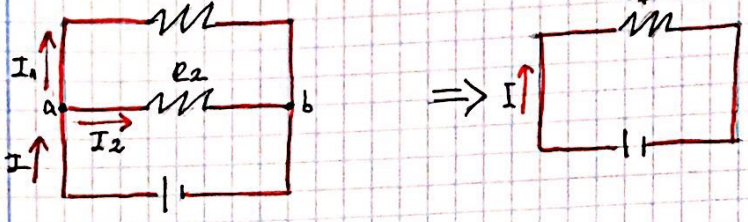
$$\Delta V = IR_{eq} = R_1I_1 + I_2R_2 \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

Por tanto

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Escaneado con CamScanner

$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$ $\qquad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



Las resistencias se encuentran al mismo potencial, en el punto a las cargas se dividen en dos, y debido a la conservación de la carga eléctrica:

$$I = I_1 + I_2$$

La corriente en la resistencia equivalente es:

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

$I = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} + \dots$, llegamos a la conclusión que:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

LEYES DE KIRCHOFF

1. Ley de la unión: En cualquier unión, la suma de las corrientes debe ser igual a cero.

$$\sum_{\text{unión}} I = 0$$

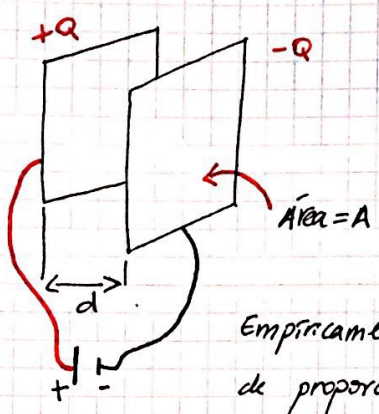
2. La ley de la espira. La suma de las diferencias de potencial a través de todos los elementos alrededor de cualquier espira de un circuito cerrado debe ser igual a 0:

$$\sum_{\substack{\text{espira} \\ \text{cerrada}}} \Delta V = 0$$

Escaneado con CamScanner

TEMA 6. CAPACITANCIA Y MATERIALES DIELÉCTRICOS

DEFINICIÓN DE CAPACITANCIA.



La combinación de 2 conductores se conoce como capacitor. Los conductores son las placas. Si los conductores llevan una carga de igual magnitud y signo opuesto existe una diferencia de potencial ΔV entre ellos.

Empíricamente se ha demostrado que $Q \propto \Delta V$. La constante de proporcionalidad depende de la forma y separación de los conductores. Esta relación se escribe como $Q = C\Delta V$.

Se define la capacitancia de la siguiente manera:

- La capacitancia C de un ~~conductor~~ capacitor se define como la relación de la magnitud de la carga en cualquiera de los conductores a la magnitud de ΔV entre dichos conductores:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad F$$

La unidad del SI para la capacitancia es el farad,

$$1F = 1 C/V.$$

¿Qué ocurre?

- Los electrones en la terminal negativa avanzan hacia la placa, dejando esta negativa.
- Los electrones en la otra placa se desplazan hacia la terminal positiva, dejando la placa positiva.
- Ambas cargadas, positiva y negativamente, generan una ~~campo eléctrico~~ ΔV idéntica a la existente entre las terminales de la batería.

NOTA: Para que los electrones se muevan cuando el capacitor no está cargado, la batería genera un campo eléctrico cuando el circuito se cierra, generando así el movimiento de los mismos.

Escaneado con CamScanner

CALCULO DE CAPACITANCIA

Imaginemos 2 conductores, esféricos, con cargas de la misma magnitud pero de signo opuesto, una de los conductores tiene radio 'a' y el otro tiene radio infinito (pero concéntrico con la otra ~~esf~~ conductor). Como sabemos, el potencial electrico para un conductor esférico es

$V = K\frac{Q}{a}$, mientras que para el infinitamente grande, $V=0$.

Por tanto, tenemos que la capacitancia de una esfera con carga y aislada es:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{KQ/a} = \frac{a}{K} = 4\pi\varepsilon_0 \cdot a$$

esto significa que la capacitancia es proporcional a su radio e independiente tanto de la carga como de la ΔV.

Capacitor de placas paralelas:

Imaginemos la ilustración de la página anterior, la densidad de carga superficial de cada placa es $\sigma = Q/A$. Si las placas están muy juntas (en comparación con su longitud y ancho), se puede suponer que el campo electrico es uniforme entre las placas y 0 en cualquier otra parte. El valor del campo eléctrico es:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

Ya que el campo entre las placas es uniformes, podemos suponer la magnitud de la diferencia de potencial como:

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

Al sustituirlo en ecuación anterior obtenemos:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\varepsilon_0 A}$$

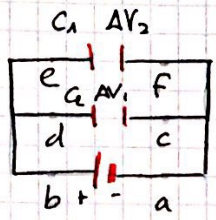
$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

Escaneado con CamScanner

La capacitancia de un capacitor de placas paralelas es proporcional al área de sus placas e inversamente proporcional a la separación entre ellas.

COMBINACIONES DE CAPACITORES

- Combinación en paralelo:



$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$, por tanto $C_{eq} = C_1 + C_2$.

Sean las cargas máximas en los 2 capacitores:

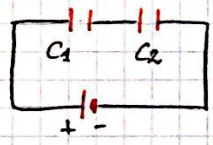
$Q_{tot} = Q_1 + Q_2$.

$$C_{eq} = \frac{Q_{tot}}{\Delta V} \Rightarrow Q_{tot} = C_{eq}\,\Delta V \Rightarrow C_{eq}\,\Delta V = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

$C_{eq} = C_1 + C_2$ (combinación en paralelo)

$$C_{eq} = \sum_{i=1} C_i$$

- Combinación en serie:



Las cargas primero pasan por C_2, y cuando se encuentre en carga máxima, estos pasan a C_1, por tanto, se transfieren cargas equivalentes entre ambas tal que:

$$Q = Q_1 = Q_2.$$

Sin embargo, la diferencia de potencial a través de la combinación se divide tal que:

$$\Delta V_{tot} = \Delta V_1 + \Delta V_2.$$

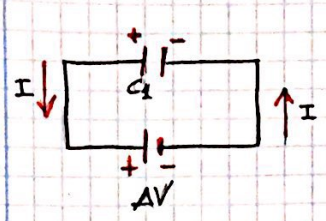
$\Delta V_{tot} = \dfrac{Q}{C_{eq}}$, obtenemos entonces que:

$\dfrac{Q}{C_{eq}} = \dfrac{Q_1}{C_1} + \dfrac{Q_2}{C_2}$, esto es: $\dfrac{1}{C_{eq}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1} \frac{1}{C_i}$$

Escaneado con CamScanner

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR CON CARGA



Supongamos que 'q' es la carga del capacitor en un determinado instante durante el proceso de carga.

En ese momento la diferencia de potencial en el capacitor es $\Delta V = q/C$. Y como sabemos de temas anteriores, el trabajo necesario para transferir un incremento de carga 'dq' de la placa con carga negativa a la placa con carga positiva es:

$$dW = \Delta V \cdot dq = \frac{q}{C} dq$$

NOTA: El trabajo es positivo debido a la naturaleza de la carga.

Por tanto, el trabajo total requerido para cargar el capacitor desde $q=0$ hasta una carga final $q=Q$ es

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q \cdot dq = \frac{Q^2}{2C}$$

El trabajo invertido al cargar el capacitor se presenta como una energía potencial eléctrica almacenado en el mismo. Es posible expresar la ecuación como:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

Ahora consideremos la energía almacenada en un capacitor como si estuviera almacenada en el campo eléctrico producido entre las placas al cargar el capacitor. En el caso de un capacitor con placas paralelas, podemos expresar $\Delta V = Ed$. Además su capacitancia es $C = \varepsilon_0 A / d$. Si sustituimos estas expresiones en la ecuación anterior tenemos:

$$U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 A \cdot E^2 d$$

En vista de que el volumen ocupado por el campo eléctrico es Ad, la energía por cada unidad de volumen $u_E = U/Ad$, conocida como densidad de energía es:

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

Escaneado con CamScanner

De aquí podemos obtener que la densidad de energía en cualquier campo eléctrico en un punto dado es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico.

CAPACITORES CON MATERIAL DIELÉCTRICO

Un dieléctrico es un material no conductor. Consideremos un capacitor de placas paralelas que, sin dieléctrico, tiene una carga Q_0 y una capacitancia C_0. La diferencia de potencial en las terminales del capacitor es $\Delta V_0 = Q_0 / C_0$. Si midiesemos con un voltímetro la diferencia de potencial cuando el capacitor contiene un dieléctrico y cuando no, observamos que cuando se inserta un dieléctrico el voltaje entre las placas disminuye en ΔV. Los voltajes con o sin dieléctrico están relacionados mediante el factor K:

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{K}$$

Como sabemos $\Delta V < \Delta V_0$, por tanto $K > 1$. Este factor adimensional se le conoce como constante dieléctrica. Esta constante varía de un material a otro.

Ya que la carga Q_0 se conserva, la capacitancia debe cambiar su valor:

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0 / K} = K \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

Es decir, la capacitancia aumenta en un factor KQ_0.
En el caso de un capacitor con placas paralelas donde $C_0 = \varepsilon_0 A / d$, se expresa la capacitancia cuando el capacitor está lleno de material dieléctrico como sigue:

$$C = K \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$\rightarrow$ cuanto mayor A mayor Q.
$\rightarrow$ cuanto mayor d mayor ΔV.

Para cualquier separación d conocida, el voltaje máximo que puede aplicarse a un capacitor sin causar una descarga depende de la resistencia eléctrica (campo eléctrico máximo), del dieléctrico.

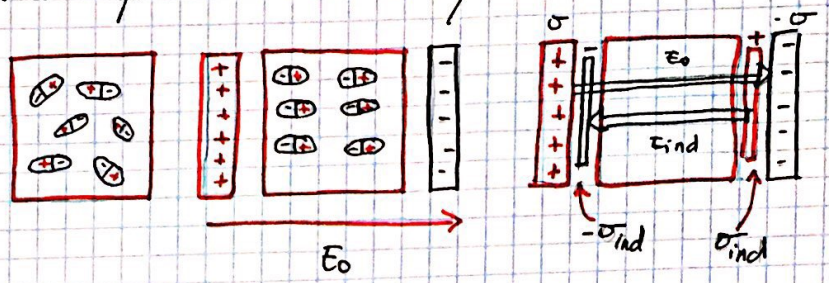
Escaneado con CamScanner

DESCRIPCIÓN ATÓMICA DE LOS MATERIALES DIELÉCTRICOS

Sea $\vec{E_0}$ el campo eléctrico que existe sin dieléctrico. el campo en presencia de un dieléctrico es:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E_0}}{K}$$

Consideremos primero un dieléctrico compuesto de moleculas polares colocadas en el campo eléctrico entre las placas de un capacitor.



Como vemos en las figuras, se han generados densidades de carga superficial inducida. Como es posible modelar estas densidades como placas paralelas. Podemos calcular un campo eléctrico neto tal que:

$$E = E_0 - E_{ind}$$

Podemos expresar la densidad de carga sobre las cargas mediante la correspondencia $E_0 = \sigma_0 / \varepsilon_0$ y $E_{ind} = \sigma_{ind} / \varepsilon_0$. En vista de que $E = E_0 / K$, podemos expresar la siguiente ecuación como:

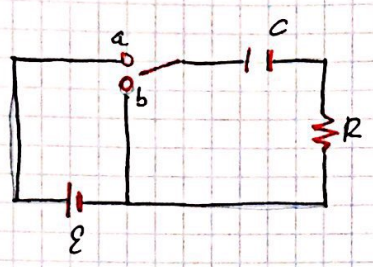
$$\frac{\sigma_0}{K\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{ind}}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma_{ind} = \left(\frac{K-1}{K}\right)\sigma_0$$

Y como $K > 1$, la ecuación indica que σ_{ind} es menor que σ_0. Si no existiese dieléctrico sería $K=1$ y $\sigma_{ind} = 0$. Si se reemplatase el dieléctrico por un conductor eléctrico, para el cual $E=0$, la ecuación anterior diría $E_0 = E_{ind}$; esto corresponde a $\sigma_{ind} = \sigma_0$. Es decir σ_{ind} es de la misma magnitud pero signo opuesto, por lo que quedaría como un campo eléctrico neto de valor 0 en el conductor.

Escaneado con CamScanner

CIRCUITOS RC.



Apliquemos la regla de la espira de Kirchoff al circuito una vez que el interruptor está en posición a. Recorriendo la espira de la figura en el sentido de las manecillas del reloj

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0$$

Donde $\frac{q}{C}$ es la diferencia de potencial aplicada al capacitor y IR la diferencia de potencial aplicada al resistor. El capacitor se recorre de la placa positiva a la negativa, esto representa una disminución del potencial. Observemos que q e I son valores instantáneos que dependen del tiempo conforme el capacitor se carga.

En el instante en que se cierra el interruptor ($t=0$), la carga del capacitor es igual a 0: ~~la diferencia de potencial entre los terminales~~

$$I_i = \frac{\varepsilon}{R} \quad (\text{corriente en } t=0)$$

En este momento, la diferencia de potencial aplicado por la batería aparece por completo en el resistor. Después, cuando el capacitor alcanza su carga máxima Q, las cargas dejan de fluir, la corriente en el circuito es igual a 0, y la diferencia de potencial aparece aplicada en el capacitor. Al sustituir $I=0$ obtenemos:

$$Q = C\varepsilon \quad (\text{carga máxima})$$

La corriente es igual a la relación de cambio en el tiempo de la carga en las placas del capacitor. Por tanto:

$$I = \frac{dq}{dt}, \qquad \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

Resolvemos la ecuación:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\varepsilon}{RC} - \frac{q}{RC} = \frac{q - C\varepsilon}{RC}, \qquad \frac{dq}{q - \varepsilon \cdot C} = -\frac{1}{RC}\,dt$$

Integramos:

$$\int_0^q \frac{dq}{q - \varepsilon \cdot C} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-\varepsilon \cdot C}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Escaneado con CamScanner

A partir de la definición de logaritmos naturales:

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

Podemos encontrar la corriente de carga diferenciado respecto al tiempo. Utilizando $I = dq/dt$, encontramos que:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

Observamos:

- En $t=0$, carga del capacitor es 0
- En $t \to \infty$, carga se acerca al valor máximo $C \cdot \mathcal{E}$
- En $t=0$, corriente con valor máximo $I_i = \mathcal{E}/R$
- En $t \to \infty$, la corriente se acerca a 0.

La cantidad RC se llama constante de tiempo τ en el circuito:

$$\tau = RC$$

$$[\tau] = [RC] = \left[\left(\frac{\Delta V}{I}\right)\left(\frac{Q}{\Delta V}\right)\right] = \left[\frac{Q}{Q/\Delta t}\right] = [\Delta t] = T$$

Descarga de un capacitor:

Si el interruptor se mueve hacia 'b' en $t=0$, el capacitor comienza a descargarse a través del resistor.

El circuito ahora está ausente de la batería, por tanto la ecuación de la espira adecuada para el circuito es:

$$-\frac{q}{C} - IR = 0$$

Cuando sustituimos $I = dq/dt$, se convierte en:

$$-\frac{q}{C} - \frac{dq}{dt}R = 0 \rightarrow \frac{q}{C} = -R\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

Al integrar esta ecuación en $q = Q$, $t=0$ obtenemos:

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \rightarrow \ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Escaneado con CamScanner

Que apartir de la definición de logaritmos naturales obtenemos:

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

Al diferenciar esta ecuación respecto al tiempo se obtiene la corriente instantánea como función del tiempo:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/RC}$$

donde $I_i = Q/RC$ es la corriente inicial. El signo negativo indica que, conforme el capacitor se descarga, la dirección de la corriente es opuesta a su dirección cuando el capacitor se estaba cargando.

Escaneado con CamScanner

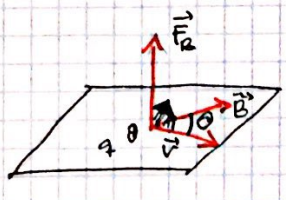
TEMA 7. CAMPOS MAGNÉTICOS

CAMPOS Y FUERZAS MAGNÉTICAS

Es posible definir un campo magnético $\vec{B}$ en algún punto en el espacio en función de la fuerza magnética $\vec{F}_B$ que ejerce el campo sobre una partícula con carga que se mueve con una velocidad $\vec{v}$, misma que se identifica como el objeto de prueba.

La fuerza magnética se describe como:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad ; \quad F_B = |q| v B \operatorname{sen} \theta$$



De aquí obtenemos 3 conclusiones:

- El vector fuerza magnética actúa sólo con una partícula con carga cuando ésta está en movimiento.
- El vector fuerza magnética actúa perpendicularmente al campo magnético.
- La fuerza magnética asociada con un campo magnético estable no efectúa trabajo cuando se desplaza una partícula, debido a que la fuerza es perpendicular al campo.

En base a este enunciado, concluimos que la energía cinética de una partícula con carga no varía a lo largo de un campo magnético. Esto es, el campo magnético puede modificar su dirección pero no puede cambiar su rapidez ni energía cinética. ($E_c = \frac{1}{2}mv^2$)

La unidad del SI del campo magnético es:

$$1T = \frac{N}{C \cdot ms^{-1}}$$

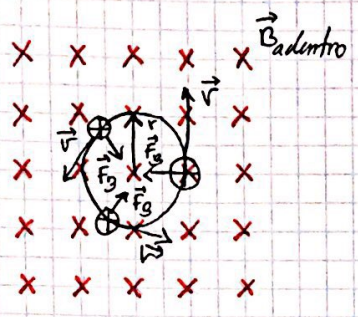
Dado que $1A = C \cdot s^{-1}$

$$1T = \frac{N}{A \cdot m}$$

Escaneado con CamScanner

MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA CON CARGA EN UN CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

Imaginemos la siguiente situación:



Podemos ver que, la velocidad inicial es perpendicular al campo, y como efecto el campo ejera una fuerza perpendicular al mismo, haciendo que la partícula siempre se encuentre perpendicular a $\vec{F}_B$, la partícula ~~ejercita~~ una trayectoria circular.

Podemos comprobarlo haciendo el truco de la mano, teniendo en cuenta que la velocidad inicial es perpendicular al campo. (vector inicial).

Si usamos el modelo de una partícula bajo una fuerza neta para escribir la segunda ley de Newton tenemos:

$$\sum F = F_B = ma$$

Ya que la partícula se mueve en círculo, también se representa como una partícula en movimiento circular uniforme y se sustituye la aceleración con la aceleración centrípeta:

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$r = \frac{mv^2}{qvB} = \frac{mv}{qB}$, es el radio de una trayectoria circular, proporcional a la cantidad de movimiento lineal mv e inversamente proporcional a la magnitud de la carga sobre la partícula y a la magnitud del campo eléctrico. La rapidez angular de la partícula es:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

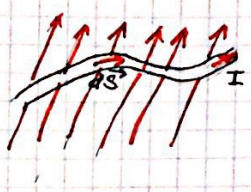
Y el periodo de movimiento:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

La rapidez angular ω se denomina ciclotrón.

Escaneado con CamScanner

FUERZA MAGNÉTICA QUE ACTÚA SOBRE UN CAMPO CONDUCTOR QUE TRANSPORTA CORRIENTE



La fuerza magnética que se ejerce sobre una carga q en movimiento, con una velocidad de arrastre $\vec{v}_d$, es igual $q\vec{v}_d \times \vec{B}$. Para encontrar la fuerza total de que se ejerce sobre una carga a través del segmento tenemos que el segmento es ΔL, multiplicado por el nº de cargas que pasan, $n \cdot \Delta L$, en definitiva tenemos:

$$\vec{F}_B = (q\vec{v}_d \times \vec{B})\, nAL$$

Y como sabemos de temas anteriores $I = nqv_d \cdot A$.

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Siendo $\vec{L}$ el vector de un segmento recto del alambre en dirección de I y magnitud L del segmento.

Para calcular, el segmento de una forma arbitraria de sección transversal al campo, $\vec{F}_B$ sobre una superficie de segmento $\vec{ds}$:

$$d\vec{F}_B = I\, d\vec{s} \times \vec{B}$$

Integramos la ecuación para obtener $\vec{F}_B$:

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

Escaneado con CamScanner

EL EFECTO HALL

Cuando se coloca un conductor de corriente en un campo magnético, se genera una diferencia de potencial perpendicular tanto a la corriente como al campo magnético.

Como sabemos $\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B}$, al desviar los electrones hacia arriba del conductor, deja una carga positiva en la parte inferior. Esto genera un campo eléctrico en el conductor y se incrementa hasta que la fuerza eléctrica ~~que queda~~ en los portadores que quedan en el conductor equilibran la fuerza magnética que actúa sobre los portadores. Cuando se alcanza el equilibrio, los electrones ya no son desviados hacia arriba. Esta diferencia de potencial es conocida como voltaje Hall ΔV_H.
Cuando las fuerzas se encuentran en equilibrio vemos que:

$$F_B = F_{E_H} \; ; \quad q v_d B = q E_H$$

Por lo que obtenemos la primera relación magnetismo-electricismo:

$$v_d B = E_H$$

si d es el ancho del conductor, Δ_H es:

$$\Delta V_H = E_H \cdot d = v_d B \cdot d$$

En consecuencia, el voltaje Hall da un valor de la rapidez de arrastre de los portadores de carga una vez conocidos los valores de d y B.
Podemos expresar la velocidad de arrastre como:

$$v_d = \frac{I}{nAq}$$

Donde A es el área transversal del conductor. Reemplazando en las ecuaciones anteriores obtenemos:

$$\Delta V_H = \frac{IBd}{nqA}$$

ancho largo

Y como $A = t \cdot d$;

$$\Delta V_H = \frac{IB}{nqt} = \frac{IB}{R_H t}$$, donde $R_H = nq$ es el

coeficiente Hall utilizado para medir la magnitud de un $\vec{B}$ desconocido.

Escaneado con CamScanner

LEY DE BIOT - SAVART

De los experimentos de Biot y Savart sacaron las siguientes conclusiones:

-> El vector $d\vec{B}$ es perpendicular tanto a $d\vec{s}$ como el vector unitario $\hat{r}$, dirigido desde $d\vec{s}$ a P.

-> La magnitud $d\vec{B}$ es inversamente proporcional a la corriente y a la magnitud ds del elemento de longitud $d\vec{s}$.

-> La magnitud $d\vec{B}$ es inversamente proporcional al ~~radio~~ r^2, donde r es la distancia de $d\vec{s}$ a P.

-> La magnitud $d\vec{B}$ es proporcional a $\operatorname{sen}\theta$, donde θ es el angulo entre los vectores $d\vec{s}$ y $\hat{r}$.

Estas observaciones dan resultado en una expresión matemática conocida hoy en día como la ley de Biot - Savart:

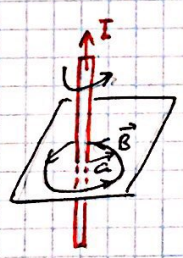
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

donde μ_0 es la constante de permeabilidad del espacio libre:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot m/A.$$

Integramos la ecuación anterior:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



La magnitud $\vec{B}$ es constante en cualquiera de los circulos de radio a y está dada por la siguiente ecuación:

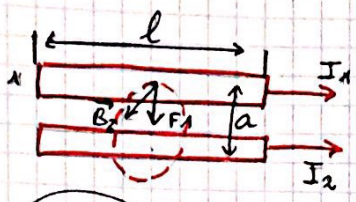
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Que es la continuación de la integral anterior:

$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\operatorname{sen}\theta_1 - \operatorname{sen}\theta_2) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Escaneado con CamScanner

FUERZA MAGNÉTICA ENTRE 2 CONDUCTORES PARALELOS

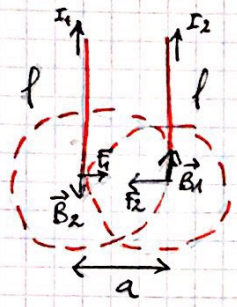


Como podemos observar la fuerza que ejerce un conductor sobre otro viene dado por:

Esto viene de antes, donde $F = I\vec{L} \times \vec{B}$, pero como son perp. tenemos $F_B = ILB \sin 90 = ILB$

$$F_1 = I_1 l B_2 = I_1 l \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} l$$

F_2 es de igual magnitud y de dirección opuesta a $\vec{F}_1$. En consecuencia, conductores paralelos que llevan corrientes en una misma dirección se atraen, y conductores paralelos que llevan corrientes en direcciones opuestas se repelen.



Recordemos que I tiene el componente velocidad, así que podemos realizar el truco de la mano para calcular la dirección de la fuerza pensando en I como el vector $\vec{v}$.

Si queremos obtener $\vec{F}_B$ por unidad de longitud obtenemos:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

La fuerza entre 2 alambres paralelos es utilizada para definir el ampere:

"Cuando 2×10^{-7} N/m es la magnitud de F_B/l, y la separación entre los conductores es de 1m, se define la corriente en el alambre como 1A".

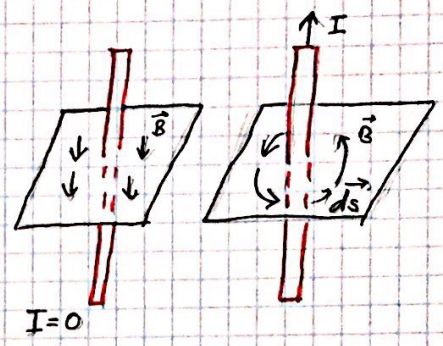
El Coulomb se define en función del ampere; cuando un conductor lleva una corriente de 1A, la cantidad de carga que fluye a través de la sección transversal del conductor durante 1s es 1C.

Escaneado con CamScanner

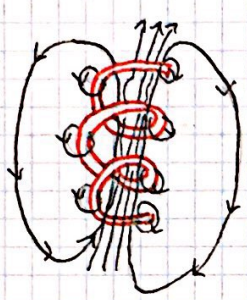
LEY DE AMPERE

La integral de línea de $\vec{B}\cdot\vec{ds}$ alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total estable que pasa a través de cualquier superficie limitada por la trayectoria cerrada.

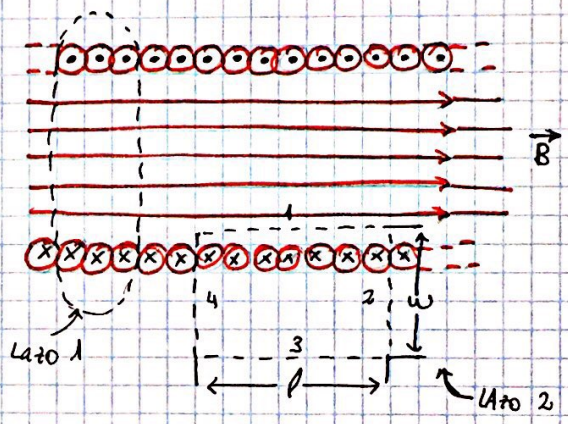
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{ds} = \mu_0 I$$



CAMPO MAGNÉTICO DE UN SOLENOIDE



Consideremos una solenoide ideal:



Alrededor del primer lazo, vemos que ésta encierra una pequeña corriente conforme las cargas del alambre se mueven ~~alrededor~~ de espira a espira a lo largo del solenoide. En consecuencia, existe un campo magnético diferente de 0 en el exterior del solenoide. Es un campo débil, con líneas de campo circulares.

Para el segundo lazo podemos aplicar la ley de Ampère:

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{ds} = \int_{\text{trayectoria } 1} \vec{B}\cdot\vec{ds} = B\int ds = Bl$$

- Para los lados 2 y 4, $B \perp ds$, $\vec{B}\vec{ds} = 0$.
- Para el lado 3, se encuentra fuera del campo $B = 0$.
- Para el lado 1, $\vec{B} \parallel \vec{ds}$, $\vec{B}\vec{ds} = Bds$.

Escaneado con CamScanner

Y como sabemos, la ley de Ampère calcula la corriente total estable que pasa a través del solenoide, en este caso Bl.

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{ds} = Bl = \mu_0 N I.$$

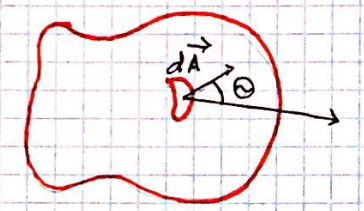
Donde N es el número de vueltas que da la espira a lo largo de l. Podemos decir que en este caso la corriente total viene dada por la corriente en cada vuelta y por el número de vueltas.

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I$$

Donde $n = N/l$ es el número de vueltas por unidad de longitud.

Si reconsideramos un toroide. El radio r con N vuelta, si r es mucho mayor que el radio a de la sección transversal del toroide, una pequeña sección del toroide se aproxima a un solenoide, para el cual $n = N/2\pi r$. En este límite, la ecuación $\cancel{\mu_0 N I}$ Bl concuerda con la ecuación $\mu_0 n I$.

LEY DE GAUSS EN EL MAGNETISMO

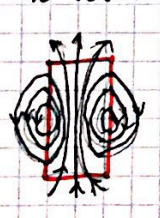


Sea $d\vec{A}$, la normal a la superficie y $\vec{B}$ un campo magnético cualquiera, se define el flujo magnético Φ_B, como es número de líneas de campo magnético que pasa a través de la superficie A.

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

Φ_B será máximo cuando $\vec{B} \parallel d\vec{A}$, y mínimo cuando $\vec{B} \perp d\vec{A}$

Como observación, imaginemos el siguiente imán:



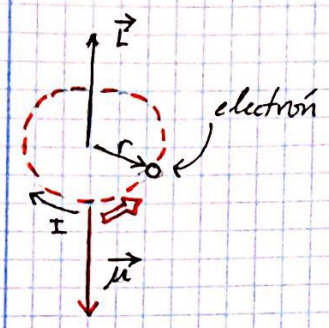
El número de líneas que entran es el mismo de las que salen, por tanto, dentro de un imán, siempre se dará $\Phi_B = 0$.

Por tanto, la ley de Gauss establece que el flujo magnético neto a través de cualquier superficie cerrada siempre es igual a 0:

$$\Phi_B = \oint \vec{B}\, d\vec{A} = 0$$

Escaneado con CamScanner

MAGNETISMO EN LA MATERIA



En el modelo clásico, se supone que un electrón se mueve con una rapidez constante v en una órbita circular de radio r alrededor del núcleo. La corriente I asociada con este electrón en órbita es igual a su carga e dividida entre el periodo T. Utilizando $T = 2\pi/\omega$ y $\omega = v/r$, tiene:

$$I = \frac{e}{T} = \frac{e\omega}{2\pi} = \frac{ev}{2\pi r}$$

La magnitud del momento magnético asociado con esta espira de corriente es $\mu = IA$, donde $A = \pi r^2$ es el área encerrada por la órbita. Por lo tanto,

$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r}\right)\pi r^2 = \frac{1}{2}evr$$

Ya que la magnitud del momento angular orbitar del electrón es $L = m_e v r$, el momento magnético puede escribirse como

$$\mu = \left(\frac{e}{2m_e}\right)L$$

Esto demuestra que el momento magnético del electrón es proporcional al momento angular orbital. Ya que el electrón tiene carga negativa, los vectores $\vec{\mu}$ y $\vec{L}$ apuntan en direcciones opuestas.

Un resultado fundamental es que el momento angular orbital es cuantizado e igual a múltiplos de $\hbar = h/2\pi = 1.05 \times 10^{-34}$ J·s.

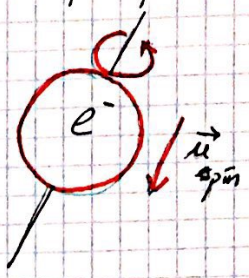
El valor diferente de 0 más pequeño del momento magnético del electrón que resulta de su movimiento orbital es

$$\mu = \sqrt{2}\,\frac{e}{2m_e}\hbar$$

Escaneado con CamScanner

Ahora conviene preguntar: ¿Por qué la mayor parte de las sustancias no son magnéticas?

El argumento principal es que en la mayoría, el momento magnético de un electrón en un átomo es cancelado por el correspondiente de otro electrón en órbita en dirección opuesta. Por tanto, el efecto magnético producido por el movimiento orbital de los electrones es cero o muy pequeño.
A parte de esto, un electrón tiene una propiedad intrínseca llamada espín que también contribuye a su momento magnético.



La magnitud del momento angular $\vec{S}$ asociada con el espín es del mismo orden de magnitud del momento angular $\vec{L}$ debido al movimiento orbital. La magnitud $\vec{S}$ según la teoría cuántica es

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$$

El momento magnético asociado con el espín de un electrón tiene el valor

$$\mu_{espín} = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Esta combinación de constantes es conocida como el magnetón de Bohr μ_B:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \ J/T$$

En átomos que contienen muchos electrones, éstos por lo general forman parejas con espines opuestos entre sí; por lo tanto, los momentos magnéticos del espín se cancelan. Sin embargo, los átomos que contienen un número impar de electrones deben tener por lo menos un electrón sin par, por lo que el espín deberá tener algún momento magnético. El momento magnético total de un átomo es la suma vectorial de los momentos magnéticos orbitales y del espín.

Escaneado con CamScanner

TEMA 8. INDUCCIÓN MAGNÉTICA

LEYES DE INDUCCIÓN DE FARADAY

Mediante una serie de experimentos, Faraday concluyó que es posible inducir una corriente eléctrica en una espira mediante un campo magnético cambiante (Φ_B no constante). Es habitual decir que una fem inducida se produce en la espira debido al campo magnético cambiante.
En general, la fem inducida es proporcional a la rapidez de cambio con el tiempo del flujo magnético a través de la espira.

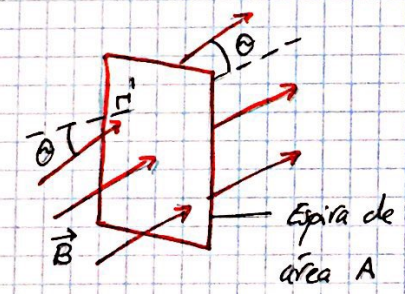
Ley de inducción de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Si imaginamos el caso de una bobina con N espiras, con la misma área, y Φ_B es el flujo magnético a través de la espira, se induce una fem en todas las espiras. Las espiras están en serie, por lo que sus fem se suman, por tanto la expresión cambia a:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Supongamos la siguiente espira:



Podemos determinar el ~~campo~~ flujo magnético como $\Phi_B = BA\cos\theta$. Por esto la fem inducida puede determinarse como:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

A partir de esta expresión podemos determinar que la fem inducida se puede formar de las siguientes formas:

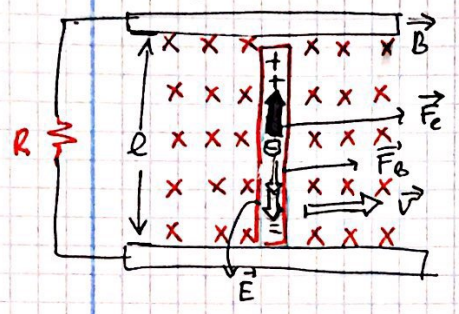
- La magnitud de $\vec{B}$ cambia con el tiempo.
- El área cambia con el tiempo.
- El angulo θ cambia con el tiempo.
- Cualquier combinación puede presentarse de lo anterior.

Escaneado con CamScanner

FEM DE MOVIMIENTO

Se describe la fem de movimiento como la fem inducida en un conductor en movimiento a través de un campo magnético constante.

Supongamos la siguiente situación:



Como sabemos de temas anteriores $F_B = -F_e$. Bajo la influencia del campo magnético los electrones se acumulan en la zona inferior del conductor, dejando la zona superior mayormente positiva, creando así un campo eléctrico, que se opone al campo magnético.

Así, las cargas se acumulan en ambos extremos hasta que la fuerza magnética qvB se equilibre con la fuerza eléctrica qE. En esta condición de equilibrio se establece:

$$qE = qvB \quad o \quad E = vB$$

El campo eléctrico que se produce en el conductor está relacionado con la diferencia de potencial a través de los extremos, de acuerdo con la correspondencia $\Delta V = El$. Entonces, para la condición de equilibrio,

$$\Delta V = El = Blv$$

En consecuencia se mantiene una diferencia de potencial entre los extremos del conductor siempre que éste se siga moviendo a través del campo magnético uniforme:

Dado que en cualquier instante el área encerrada por el circuito es lx, donde x es la posición de la barra, el flujo magnético a través de dicha área es

$$\Phi_B = Blx$$

Aplicando la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -Blv$$

La magnitud de la corriente inducida es

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Escaneado con CamScanner

Verifiquemos lo anterior. Conforme la barra se mueve a través de un campo magnético uniforme $\vec{B}$, experimenta una fuerza magnética $\vec{F}_B$ de magnitud IlB. Ya que la barra se mueve con una velocidad constante se modela como una partícula en equilibrio y la fuerza magnética debe ser igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza aplicada. A partir de la ecuación anterior y de que $F_{aplicada} \cdot F_B = IlB$, encontramos que la potencia entregada por la fuerza aplicada es igual a

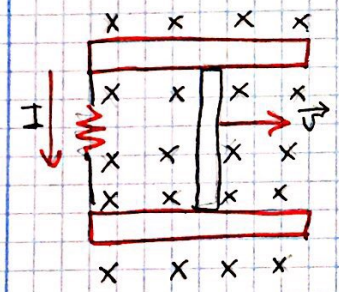
$$\mathcal{P} = F_{aplicada} \cdot v = (IlB)v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

Esta potencia entregada es igual a la rapidez a la cual se entrega energía al resistor.

LEY DE LENZ

La corriente inducida en una espira está en la dirección que crea un campo magnético que se oponga al campo de flujo magnético en el área encerrada por la espira.

Para comprender la ley de Lenz tomemos el siguiente ejemplo:

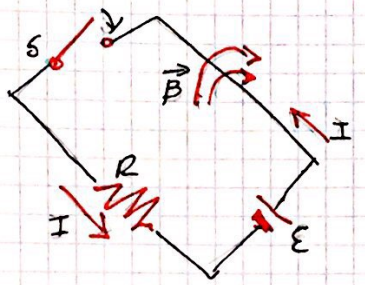


Conforme se mueve la barra hacia la derecha el flujo magnético a través del área encerrada por el circuito se incrementa con el tiempo ya que el área aumenta. La ley de Lenz establece que la corriente inducida debe estar dirigida de forma que el campo magnético que produzca se oponga al cambio en el flujo magnético externo. Ya que el flujo magnético debido a un campo magnético hacia adentro está en aumento, la corriente inducida, si ha de oponerse a este cambio, debe producir un cambio magnético hacia el exterior.

Escaneado con CamScanner

AUTOINDUCCIÓN E INDUCTANZIA

Supongamos el siguiente circuito:



Cuando cerramos el interruptor, la corriente no pasa de cero a su valor máximo, $\mathcal{E}/R$, de manera inmediata. Podemos describir este efecto aplicando la ley de Faraday. Conforme la corriente aumenta con el tiempo el flujo magnético debido a esta corriente a través de este circuito también aumenta.

Este flujo magnético creciente genera a su vez una fem inducida en el circuito tal, que se opone al creciente aumento de la fem del circuito. La dirección de la fem inducida es tal que causaría una corriente inducida en la espira, que establecería un campo magnético opuesto al cambio en el campo magnético original. Por lo tanto, el hecho de que la fem inducida se oponga a la fem de la batería es la causante de ese aumento gradual en la fem (original), en vez de ese cambio instantáneo.
Debido a la dirección de la fem inducida, ésta también es llamada fuerza contraelectromotriz. Este efecto recién explicado se llama autoinducción debido a que el flujo cambiante a través del circuito y la fem inducida resultante surge del mismo circuito. La fem $\mathcal{E}_L$ establecida en este caso se llama fem autoinducida.

Como podemos deducir de la ley de Faraday, la cual dice que la fem inducida es igual al negativo de la rapidez de cambio ~~de~~ en el tiempo del campo magnético. Este es proporcional al campo magnético que en su momento es proporcional a la corriente en el circuito. Debido a eso, una fem autoinducida siempre es proporcional a la rapidez de cambio en el tiempo de la corriente.

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{dI}{dt}$$

Donde L es una constante de proporcionalidad llamada inductancia, que depende de la geometría de la espira y de otras características físicas.

Escaneado con CamScanner

Si consideramos una bobina con espacios cerrados de N vueltas que lleva una corriente I, la ley de Faraday dice que $\mathcal{E}_L = -N\,d\Phi/dt$, Al combinar esta expresión con la justo anterior dada obtenemos:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

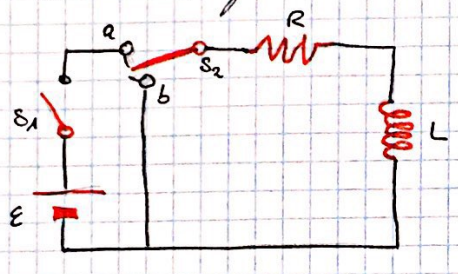
Por la ecuación de autoinducción anterior, también se puede expresar inductancia como:

$$L = -\frac{\mathcal{E}_L}{dI/dt}$$

La unidad de la inductancia es el Henry (H), el que como se puede ver de la ecuación anterior es $1H = 1V \cdot s/A$.
(1 voltio-segundo por cada ampere).

CIRCUITOS RL

Consideremos el siguiente circuito:



Si un circuito contiene una bobina, como un solenoide, la autoinductancia de ésta impide que la corriente en el circuito disminuya o aumente instantáneamente. Un elemento en el circuito con gran inductancia se le conoce como inductor y se representa como en la figura L. Dado que la inductancia en un inductor resulta en una fuerza contraelectromotriz, un inductor en un circuito se opone a los cambios en la corriente dentro de dicho circuito.
Supongamos que S_2 se conecta en a y que el interruptor S_1 se abre para $t<0$ y luego se cierra en $t=0$. La corriente en el inductor comienza a aumentar y en el inductor se induce una fuerza contraelectromotriz que se opone a la corriente creciente. Con esto en mente podemos aplicar la ley de Kirchoff:

$$\mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Escaneado con CamScanner

Una solución matemática de la ecuación representa la corriente en el circuito como una función del tiempo. Para determinar esta solución, cambiamos las variables, haciendo que $x = (\mathcal{E}/R) - I$, para que $dx = -dI$. Con estas sustituciones escribimos la ecuación de la siguiente manera:

$$x + \frac{L}{R}\frac{dx}{dt} = 0$$

Reordenando e integrando la siguiente ecuación obtenemos:

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L}t$$

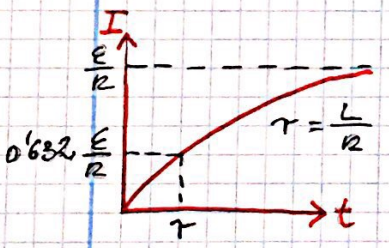
Donde x_0 es el valor de x en $t=0$. Si tomamos el antilogaritmo de este resultado, obtiene

$$x = x_0 e^{-Rt/L}$$

Porque $I=0$ en $t=0$, observe a partir de la definición de x en que $x_0 = \mathcal{E}/R$. En consecuencia, esta última expresión es equivalente a

$$\frac{\mathcal{E}}{R} - I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-Rt/L}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$



La corriente aumenta de acuerdo con una función exponencial. Si retiramos el inductor del circuito, al ser $L=0$, el término exponencial será 0 y en este caso la corriente no dependería del tiempo; la corriente aumentaría de manera instantánea.

Podemos (y debemos) escribir la ecuación como:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Donde τ es la constante de tiempo del circuito RL:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Físicamente τ es el intervalo de tiempo para que el circuito alcance $(1-e^{-1}) = 0'632 = 63'2\%$ de su valor final $\mathcal{E}/R$.

Escaneado con CamScanner

Si queremos saber la rapidez del cambio en el tiempo de la corriente, tomamos la primera derivada con el tiempo de una de las ecuaciones anteriores ($I = \mathcal{E}/R\,(1 - e^{-t/\tau})$) tenemos:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-t/\tau}$$

Esto muestra que la rapidez de cambio en el tiempo de la corriente es máximo ($\mathcal{E}/L$) es en $t=0$ y disminuye exponencialmente hasta 0 conforme t tiende a infinito.

Si del circuito descrito anteriormente conectamos a 'a' el interruptor S_1 el suficiente tiempo y alcanzamos su valor máximo, y luego movemos S_1 a 'b', el circuito sólo queda descrito por la espira derecha. Por lo tanto, la ~~esp~~ batería ha quedado eliminada del circuito $\mathcal{E}=0$. Obtenemos entonces la ecuación (según la ley de Kirchoff):

$$IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

La solución de esta ecuación diferencial queda como

$$\begin{cases} I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau} \\ I = I_i e^{-t/\tau} \end{cases}$$

Donde $I_i = \mathcal{E}/R$ es la corriente inicial en el que el interruptor se coloca en b.

Escaneado con CamScanner

ENERGÍA EN UN CAMPO MAGNÉTICO

En un circuito, parte de la energía suministrada por la batería aparece como energía interna en la resistencia del circuito en tanto que la energía restante es almacenada en el campo magnético del inductor. Si multiplicamos cada uno de los términos de la ecuación $\mathcal{E} - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$ por I, obtenemos

$$I\mathcal{E} = I^2R + LI\frac{dI}{dt}$$

Reconocemos $I\mathcal{E}$ como la rapidez a la cual la energía se suministra por la batería e I^2R como la rapidez a la cual se entrega energía al resistor, $LI(dI/dt)$ debe representar la rapidez a la cual se almacena energía en el inductor, se puede escribir la relación dU/dt con la cual se almacena energía de la forma

$$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$$

Integramos para calcular la energía total

$$U = \int dU = \int_0^I LI\,dI = L\int_0^I I\,dI$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Esta ecuación representa la energía almacenada en el campo magnético del inductor cuando la corriente es igual a L.
También es posible determinar la densidad de energía de un campo magnético. Consideremos un solenoide cuya inductancia se conoce como:

$$L = \mu_0 n^2 V$$

El campo magnético de un solenoide se proporciona por la ecuación

$$B = \mu_0 N I$$

Si sustituimos estas ecuaciones en $U = \frac{1}{2}LI^2$, obtenemos:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 V\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}V$$

Por tanto la densidad de energía por cada unidad de volumen es:

$$\mu_B = \frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Escaneado con CamScanner

TEMA 9. CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA (CA)

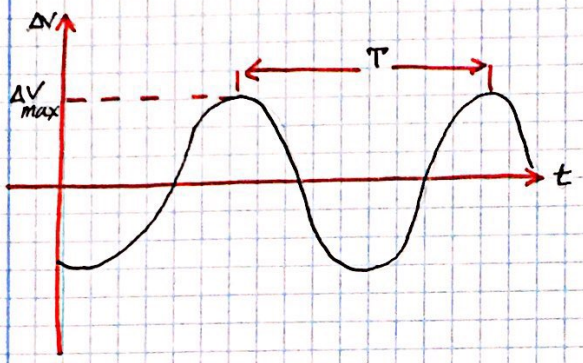
FUENTES DE CA

Un circuito de CA está formado por una fuente de energía que proporciona un voltaje alterno Δv. Este voltaje que varía con el tiempo de acuerdo con la fuente, está descrito por

$$\Delta v = \Delta V_{max} \operatorname{sen}(\omega t)$$

Donde ΔV_{max} es conocido como Amplitud de voltaje.

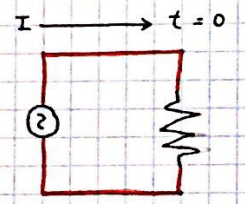
La corriente en un circuito conductor para una fuente de CA al ser senoidal, el voltaje es positivo durante la mitad del ciclo y negativo durante la otra mitad.



Podemos determinar la frecuencia angular como:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

RESISTORES EN UN CIRCUITO DE CA



Aplicando la regla de la espira de Kirchoff, en cualquier instante, la suma de los voltajes debe ser igual a 0. Por lo tanto $\Delta v + \Delta v_R = 0$.

$\Delta v - i_R R = 0$, sustituimos Δv:

$$\Delta V_{max} \operatorname{sen}(\omega t) - i_R R = 0 \longrightarrow \Delta V_{max} \operatorname{sen}(\omega t) = i_R R$$

$$i_R = \frac{\Delta V_{max}}{R} \operatorname{sen}(\omega t) = I_{max} \operatorname{sen}(\omega t)$$

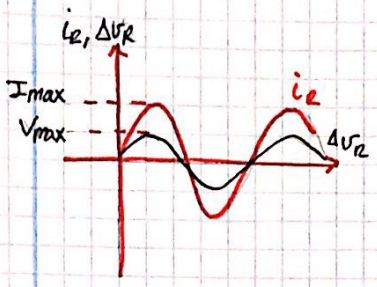
Donde I_{max} es la corriente máxima:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{R}$$

Escaneado con CamScanner

Tenemos entonces que el voltaje instantáneo a través del resistor es:

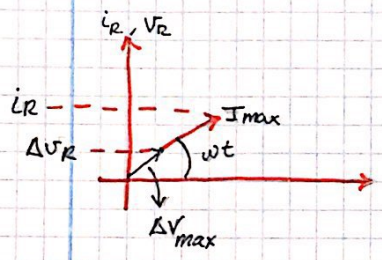
$$\Delta v_R = i_R R = I_{max} R \operatorname{sen}(\omega t)$$



La corriente y el voltaje estan sincronizados entre sí porque varían de manera idéntica con el tiempo. Porque i_R y Δv_R varían ambos como $\operatorname{sen}(\omega t)$ y alcanzan sus valores máximos al mismo tiempo, se dice que están en fase.

Por lo tanto, para un voltaje senoidal aplicado, la corriente en un resistor siempre está en fase con el voltaje en las terminales del resistor.

Para simplificar el análisis de circuitos que contienen 2 o más elementos, se usa una representación gráfica denominada diagrama de fasores. Un fasor es un vector cuya longitud es proporcional al valor máximo de la variable que representa, y que gira en sentido contrario a las manecillas del reloj con una rapidez angular igual a la frecuencia angular asociada con la variable. La proyección del fasor sobre el eje vertical representa el valor instantáneo de la cantidad que representa.



Observemos que para el circuito resistivo sencillo (el anterior), el valor promedio de la corriente en todo un ciclo es cero. Es decir, se mantiene la corriente en la dirección positiva durante el mismo tiempo y la misma magnitud que en la dirección positiva. No obstante, la dirección de la corriente no afecta al comportamiento del resistor. Sin Embargo, el aumento de temperatura producido por una corriente alterna que tiene un valor máximo I_{max} no es igual al que produce una corriente directa igual a I_{max}. Lo que se de importancia en un circuito de CA es el valor promedio, que se conoce como corriente rms. La notación rms quiere decir cuadrática media que en este caso es $I_{prom} = \sqrt{(i^2)_{prom}}$. Como i^2 varía con $\operatorname{sen}^2(\omega t)$ el valor promedio de i^2 es $1/2\, I^2_{max}$, la corriente rms es

$$I_{prom} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot I_{max}$$

Escaneado con CamScanner

Esta ecuación expresa que una corriente alterna cuyo valor máximo es 2.00 A entrega a un resistor la misma potencia que una corriente directa que tiene un valor de $(0.707)(2.00\ A) = 1.41\ A$.
Así, la potencia promedio entregada a un resistor que lleva una corriente alterna es

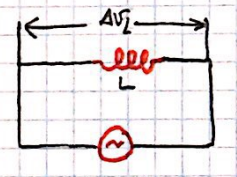
$$\mathcal{P}_{prom} = I_{prm}^2 \cdot R$$

El voltaje alterno también se explica mejor en términos de voltaje rms, y la correspondencia también es idéntica a la corriente:

$$\Delta V_{prm} = \frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot \Delta V_{max}$$

Cuando se mide un voltaje alterno de 120 V de una toma de corriente eléctrica, se trata de un voltaje rms de 120 V. Si utilizamos la ecuación anterior para calcular el voltaje max, nos encontramos con 170 V.
Un buen argumento para ~~exp~~ utilizar valores rms cuando se ~~estudia~~ analiza corrientes alternas es que los amperímetros y los voltímetros de CA están diseñados para leer valores rms. Además, con valores rms, muchas de las ecuaciones tienen la misma forma que las de corriente directa.

INDUCTORES EN UN CIRCUITO CA



$\Delta v = \Delta V_{max} \cdot sen\,(\omega t)$

$\Delta v_L = \mathcal{E}_L = -L\frac{di}{dt}$, voltaje autoinducido

Aplicando Kirchoff tenemos $\Delta v + \Delta v_L = 0$

$$\Delta v - L\frac{di_L}{dt} = 0$$

$$\Delta v = L\frac{di_L}{dt} = \Delta V_{max} \cdot sen\,(\omega t)$$

Al resolver la ecuación para di_L:

$$di_L = \frac{\Delta V_{max}}{L} sen(\omega t)\, dt$$

Integramos ésta ~~f~~ en función del tiempo:

$$i_L = \int \frac{\Delta V_{max}}{L} sen(\omega t)\, dt = \frac{\Delta V_{max}}{L} \int sen(\omega t)\, dt = -\frac{\Delta V_{max}}{\omega L} cos(\omega t)$$

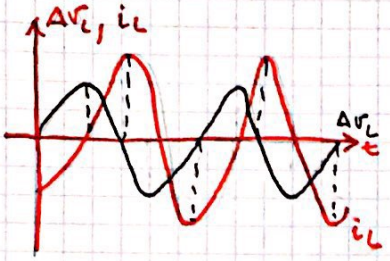
Escaneado con CamScanner

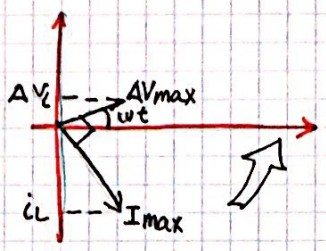
Usamos la identidad trigonométrica $\cos(\omega t) = -\operatorname{sen}(\omega t - \pi/2)$, expresamos la ecuación como:

$$i_L = \frac{\Delta V_{max}}{\omega L} \operatorname{sen}(\omega t - \pi/2)$$

Si lo comparamos, observamos que la corriente instantánea por el inductor y el voltaje instantáneo Δv_L están desfasados $\pi/2 = 90°$.

Para un voltaje aplicado senoidal, la corriente en un inductor siempre se atrasa $\pi/2$ rad respecto al voltaje en las terminales del inductor.





Por la ecuación anterior, la corriente es máxima cuando $\cos(\omega t) = \pm 1$:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{\omega L}$$

Como sabemos, en CD se define $I = V/R$, esto quiere decir que ωL debe comportarse como una resistencia y expresarse en ohms.
Ya que ωL depende de la frecuencia aplicada ω, el inductor reacciona de manera diferente, ofreciendo oposición a la corriente, para diferentes frecuencias. Por esto, ωL es la reactancia inductiva X_L:

$$X_L = \omega L$$

Por tanto, tenemos que la corriente máxima es:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{X_L}$$

La expresión para la corriente rms en un inductor viene dada por:

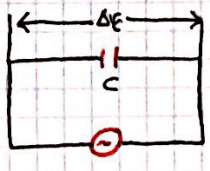
$$I_{rms} = \frac{\Delta V_{rms}}{X_L}$$

Escaneado con CamScanner

Como indica la reactancia inductiva $X_L = \omega L$, cuanto mayor ω mayor reactancia. Teniendo en cuenta la ley de Faraday: cuanto mayor es la rapidez de cambio mayor es la fuerza contraelectromotriz. La mayor fuerza contraelectromotriz se traduce en aumento de reactancia y una disminución en la corriente.

$$\Delta v_L = -L\frac{di}{dt} = -\Delta V_{max}\,\text{sen}(\omega t) = -I_{max}X_L\,\text{sen}(\omega t)$$

CAPACITORES EN UN CIRCUITO CA



$\Delta v = \Delta V_{max}\,\text{sen}(\omega t)$

Aplicando la regla de la espira de Kirchoff:

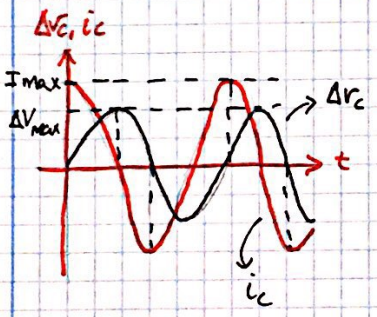
$$\Delta v + \Delta v_C = 0$$

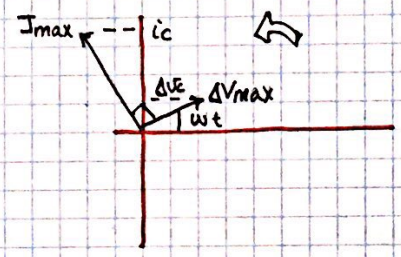
$$\Delta v - \frac{q}{C} = 0 \quad , \text{ sustituimos}$$

$$q = C\Delta V_{max}\,\text{sen}(\omega t)$$

Si derivamos la ecuación con respecto al tiempo obtenemos la corriente instantánea del circuito:

$$\frac{dq}{dt} = i_C = \omega C\Delta V_{max}(\cos \omega t)$$





Si usamos la identidad trigonométrica $\cos(\omega t) = \text{sen}(\omega t + \pi/2)$, tenemos que la ecuación de la corriente instantánea por el inductor es:

$$i_C = \omega C\Delta V_{max}\cdot\text{sen}(\omega t + \pi/2)$$

La corriente se adelanta $\pi/2$ rad $= 90°$.

Escaneado con CamScanner

Se muestra que la corriente alcanza su valor máximo cuanto es $\omega t = \pm 1$

$$I_{max} = \omega C \Delta V_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{(1/\omega C)}$$

Como en el apartado anterior, podemos decir que $1/\omega C$ actúa como una resistencia a la corriente. Puesto que la resistencia varía con la frecuencia, se le denomina reactancia capacitiva X_C:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{X_C} \quad , \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

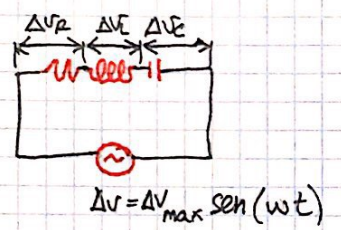
Si queremos expretar la corriente rms tenemos:

$$I_{rms} = \frac{\Delta V_{rms}}{X_C}$$

Expresamos el voltaje instantáneo en las terminales del capacitor como:

$$\Delta v_C = \Delta V_{max} \operatorname{sen}(\omega t) = I_{max} \cdot X_C \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$

CIRCUITO RLC EN SERIE



La corriente varía en:

$i = I_{max} \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \phi)$, donde ϕ es el ángulo fase, entre la corriente y el voltaje aplicado.

Primero, como los elementos están en serie, la corriente en cualquier parte del circuito debe ser la misma en cualquier instante. Es decir, la corriente de un circuito en serie de CA tiene la misma amplitud y fase en cualquier punto.

Escaneado con CamScanner

Se expresan las ~~corrientes~~ voltajes instantáneos en las terminales de 3 elementos como:

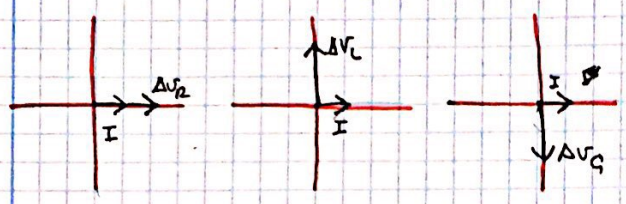
$$\Delta v_R = I_{max} \cdot R \operatorname{sen} \omega t = \Delta V_R \operatorname{sen} \omega t$$

$$\Delta v_L = I_{max} \cdot X_L \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2) = \Delta V_L \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2) = \Delta V_L \cos(\omega t)$$

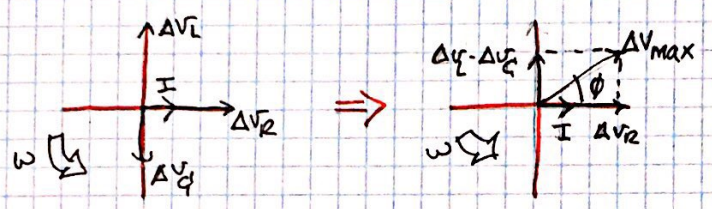
$$\Delta v_C = I_{max} \cdot X_C \operatorname{sen}(\omega t - \pi/2) = \Delta V_C \operatorname{sen}(\omega t - \pi/2) = -\Delta V_C \cos(\omega t)$$

Como sabemos $\Delta v = \Delta v_R + \Delta v_L + \Delta v_C$.

Si representamos el instante en el que la corriente es 0, obtenemos:



, por tanto



Aplicando el teorema de pitágoras:

$$\Delta V_{max} = \sqrt{\Delta V_R^2 + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2} = \sqrt{(I_{max} \cdot R)^2 + (I_{max} \cdot X_L - I_{max} X_C)^2}$$

$$\Delta V_{max} = I_{max} \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Se expresa la corriente máxima como:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$, podemos llamar

Z a la impedancia total del circuito:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\Delta V_{max}}{Z}$$

Escaneado con CamScanner

Por el triangulo rectángulo en el diagrama del fasor, el ángulo en fase ϕ entre la corriente y el voltaje es:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta V_L - \Delta V_C}{\Delta V_R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{I X_L - I X_C}{I R}\right)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

Cuand. $X_L > X_C$, el ángulo fase es positivo, por tanto la corriente se atrasa al voltaje aplicad.

Cuando $X_L < X_C$, el angulo fase es negativo, por tanto la corriente se adelanta al voltaje aplicado.

Cuando $X_L = X_C$, el angulo fase es 0 y el circuito es completamente resistivo.

POTENCIA EN UN CIRCUITO DE CA.

Para el circuito RLC ilustrado anteriormente, expresamos la potencia $\mathcal{P}$ como:

$$\mathcal{P} = i\Delta v = I_{max} \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \phi) \cdot \Delta V_{max} \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$\mathcal{P} = I_{max} \cdot V_{max} \cdot \operatorname{sen}\omega t \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \phi).$$

Debido a la dificultad de la ~~ecuación~~ función con respecto al tiempo, es más práctico calcular los valores promedio.
Usando la identidad trigonométrica $\operatorname{sen}(\omega t - \phi) = \operatorname{sen}(\omega t)\cos\phi - \operatorname{sen}\phi\cos(\omega t)$.
Tenemos la ecuación

$$\mathcal{P} = I_{max}\Delta V_{max} \cdot \operatorname{sen}^2(\omega t)\cos\phi - I_{max}\Delta V_{max}\operatorname{sen}(\omega t)\cos(\omega t)\operatorname{sen}\phi.$$

observamos que I_{max}, ΔV_{max}, ϕ y ω son todas constantes.

Escaneado con CamScanner

El tiempo promedio del primer término comprende el valor promedio de $sen^2(\omega t)$, que es $1/2$. El tiempo promedio del segundo ~~valor~~ término es 0 ya que el valor promedio de $sen(2\omega t)$ es 0. Por tanto, se expresa la potencia promedio $\mathcal{P}_{prom}$ como

$$\mathcal{P}_{prom} = \frac{1}{2} I_{max} \cdot \Delta V_{max} \cos\phi$$

Expresamos la potencia promedio en función de corriente rms y voltaje rms y tenemos:

$$\mathcal{P}_{prom} = I_{rms} \cdot \Delta V_{rms} \cdot \cos\phi .$$

Donde la cantidad $\cos\phi$ se denomina factor de potencia. Si echamos un vistazo al diagrama de fasores del circuito RLC, encontramos que entre las terminales del resistor $\Delta V_{max} \cdot \cos\phi = I_{max} \cdot R = \Delta V_R$.

Podemos expresar la potencia promedio como:

$$\mathcal{P}_{prom} = I_{rms} \cdot \Delta V_{rms} \cdot \left(\frac{I_{max} \cdot R}{\Delta V_{max}}\right), \text{ y como } \Delta V_{rms} = \frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$\mathcal{P}_{prom} = I_{rms}\left(\frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{I_{max} \cdot R}{\Delta V_{max}}\right) = I_{rms}\left(\frac{I_{max} \cdot R}{\sqrt{2}}\right)$$

Después sustituimos $I_{max} = \sqrt{2}\, I_{rms}$, nos encontramos con:

$$\mathcal{P}_{prom} = I_{rms}^2 \cdot R$$

Y por la ecuación

$$\mathcal{P}_{prom} = I_{rms} \cdot \Delta V_{rms}$$

observamos que no existen pérdidas de energía asociadas con capacitores puros e inductores puros en un circuito de CA.

Escaneado con CamScanner

RESONANCIA EN UN CIRCUITO RLC EN SERIE

Se dice que un circuito RLC en serie está en resonancia cuando la frecuencia impulsora es tal que la corriente rms tiene su valor máximo. En general, la corriente rms se puede describir como

$$I_{rms} = \frac{\Delta V_{rms}}{Z} = \frac{\Delta V_{rms}}{\sqrt{R + (X_L - X_C)^2}}$$

Puesto que la impedancia depende de la frecuencia ~~del circuito~~ de la fuente, la corriente del circuito RLC también depende de la frecuencia. Sea ω_0 la frecuencia a la cual $X_L - X_C = 0$, se le denomina frecuencia de resonancia. Para hallar ω_0, usamos la condición $X_L = X_C$.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Esta frecuencia también corresponde con la frecuencia natural de un circuito LC.

A esta frecuencia ω_0 la corriente está en fase con el voltaje aplicado.

También podemos calcular la potencia promedio como función de la frecuencia para un circuito RLC en serie.

$$\mathcal{P}_{prm} = I_{rms}^2 R = \frac{(\Delta V_{rms})^2}{Z^2} R = \frac{(\Delta V_{rms})^2 R}{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Como $X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$ y $\omega_0^2 = 1/LC$, expresamos el término $(X_L - X_C)^2$ como

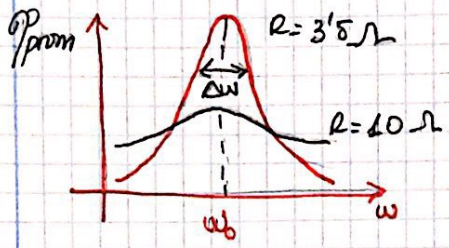
$$(X_L - X_C)^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = \frac{L^2}{\omega^2}(\omega^2 - \omega_0^2)^2$$

$$\mathcal{P}_{prom} = \frac{(\Delta V_{rms})^2 R\omega^2}{R^2\omega^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0)^2}$$

Esta expresión muestra que en resonancia, $\omega = \omega_0$, la potencia promedio es máxima y tiene el valor $(\Delta V_{rms})^2/R$

Escaneado con CamScanner

Sea esta gráfica de la potencia promedio en función de la frecuencia para dos valores R en un circuito RLC, en serie.



Cuando se reduce la ~~frecuencia~~ resistencia, la curva se hace más aplicada cerca de la frecuencia de resonancia. Esta nitidez de la curva suele describirse como factor de calidad† Q, sin dimensiones:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

Donde $\Delta\omega$ es el ancho de la curva medido entre los dos valores de ω para los cuales P_{prm} tiene la mitad de su valor máximo, llamados puntos de potencia mitad.

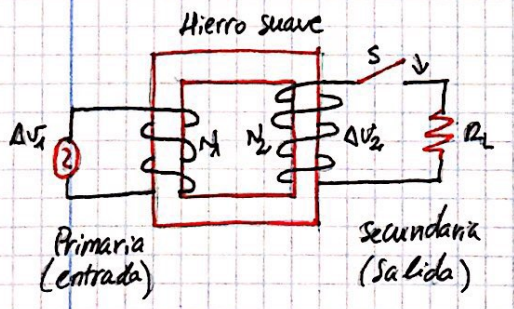
Se define $\Delta\omega = R/L$ de modo que

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

† El factor de calidad también se define como la rotación $2\pi E/\Delta E$, donde E es la energía almacenada en el sistema oscilante y ΔE es la reducción de energía por ciclo de oscilación debido a la resistencia.

EL TRANSFORMADOR Y LA TRANSMISIÓN DE ENERGÍA

En su forma más sencilla, el transformador de CA consta de dos bobinas de alambre enrolladas alrededor de un núcleo de hierro.



El propósito del núcleo de hierro es aumentar el flujo magnético a través de la bobina y proporcionar un medio por el que casi todas las líneas de campo magnético que pasan a través de una bobina lo hagan por la otra.

Escaneado con CamScanner

La ley de Faraday expresa el voltaje ΔV_1 en las terminales del circuito principal como

$$\Delta V_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Si supone que todas las líneas de campo magnético permanecen dentro del núcleo de hierro, el flujo que pasa por cada vuelta del primario es el mismo que pasa por cada vuelta del secundario:

$$\Delta V_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Como combinación de ambas ecuaciones obtenemos que:

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$

- $N_2 > N_1$, transformador elevador
- $N_2 < N_1$, transformador reductor

La potencia alimentada al circuito secundario la proporciona la corriente alterna conectada al circuito primario. En un transformador ideal sin pérdidas, la potencia $I_1 \Delta V_1$ suministrada por la fuente es igual a la potencia $I_2 \Delta V_2$ en el circuito secundario. Es decir,

$$I_1 \Delta V_1 = I_2 \Delta V_2$$

El valor de la resistencia de carga R_L determina el valor de la corriente del secundario ya que $I_2 = \Delta V_2 / R_L$. Además, la corriente del primario es $I_1 = \Delta V_1 / R_{eq}$, donde:

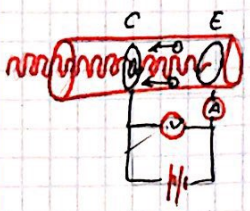
$$R_{eq} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_L$$

es la resistencia equivalente de la resistencia de carga cuando se ve desde el lado del primario.

Escaneado con CamScanner

TEMA 11. FÍSICA CUÁNTICA

EFECTO FOTOELÉCTRICO



Suministro variable de energía

Este diagrama representa un tubo de vidrio o cuarzo vacío que contiene una placa metálica E (emisor) conectada a la terminal negativa de una batería, y otra placa metálica C (colector) conectada a la terminal positiva de la batería. Cuando el tubo se encuentra en oscuridad, el amperímetro marca 0, pero cuando se ilumina la placa E mediante luz con longitud de onda apropiada, el amperímetro marca una corriente, indicando así la existencia de flujo entre el emisor y el colector. Esta corriente surge a causa del efecto fotoeléctrico, y de los fotoelectrones emitidos.

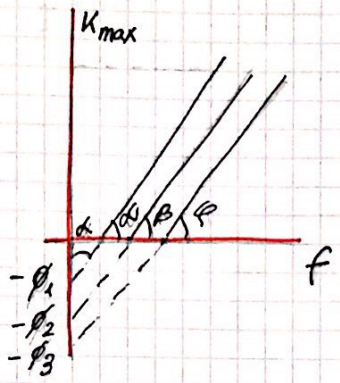
En el modelo de Einstein del efecto fotoeléctrico, un fotón de la luz incidente transfiere toda su energía hf a un electrón particular en el metal. Debido a eso, la absorción de energía por parte de los electrones no es una absorción continua, sino un proceso discontinuo en el cual la energía es entregada a los electrones en paquetes discretos (cuantos de energía).

Los electrones expulsados por la superficie del metal y que no entran en colisión con ~~los~~ otros átomos del metal antes de escapar tienen una energía cinética máxima K_{max}. De acuerdo con Einstein, la energía cinética máxima de estos electrones liberados es

$$K_{max} = hf - \phi$$

Donde ϕ se llama función trabajo, $\phi = hf_0$, donde f_0 es la frecuencia de corte.

Escaneado con CamScanner



$$m = tg\alpha = tg\beta = tg\rho$$

$$f(K_{max}) = +\phi \rightarrow f(0) = \phi \rightarrow \boxed{f(0) = f_c}$$

$$f_c = \frac{\phi}{h}, \quad f_c = \frac{c}{\lambda_c} \rightarrow \lambda_c = \frac{c}{f_c} = \frac{c}{\phi/h} = \frac{hc}{\phi}$$

Como indica la expresión, una mayor longitud de onda no indica emisión de más electrones, sino mayor energía cinética.

PROPIEDADES ONDULATORIAS DE LAS PARTÍCULAS

Louis de Broglie postuló que ya que los fotones tienen a la vez características ondulatorias y de partículas, es posible que todas las formas de materia tengan ambas propiedades.

Se expresa la cantidad de movimiento de un fotón viene dado por

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Esta ecuación muestra que la longitud de onda puede especificarse por su cantidad de movimiento.

Porque $p = mv$, la longitud de onda de De Broglie viene dada por

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

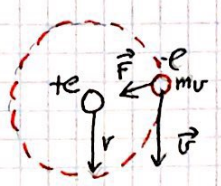
Además postuló que las partículas obedecen la relación de Einstein $E = hf$, donde E es la energía total de la partícula.

Escaneado con CamScanner

FOTONES Y ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Se necesita aceptar el modelo onda-partícula y admitir que no es posible describir la naturaleza verdadera de la luz en función de ninguna concepción clásica única.

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO



1. El electrón se mueve en órbitas circulares alrededor del protón bajo la influencia de fuerza eléctrica de atracción.

2. Solo ciertas órbitas son estables. Cuando está en alguno de estos estados estacionarios, el electrón no emite energía de radiación.

3. La radiación es emitida por el átomo cuando el electrón hace una transición de una órbita más energética a una órbita menos energética.

$$E_i - E_f = hf$$

Donde E_i es la energía del estado inicial y E_f del final.

4. El tamaño de la órbita permitida del electrón queda impuesta sobre la cantidad de movimiento angular orbital del electrón. Las orbitas permitidas son aquellas en las cuales la cantidad de movimiento angular es un múltiplo de $\hbar = h/2\pi$,

$$m_e v r = n\hbar \quad , \quad n = 1, 2, 3, 4, 5 \ldots$$

La energía total del átomo viene dada por la energía cinética del electrón y la energía potencial del sistema

$$E = K + U = \frac{1}{2} m_e v^2 - K_e \frac{e^2}{r}$$

Como el electrón es una partícula en movimiento circular uniforme, la fuerza eléctrica ke^2/r^2 ejercida sobre el electrón debe ser igual al producto de su masa y su aceleración centrípeta ($a_c = v^2/r$).

$$K_e \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{k_e e^2}{mr}$$

Escaneado con CamScanner

Lo sustituimos en la energía cinética y tenemos

$$E = \frac{1}{2} m_e \frac{k_e e^2}{m_e r} - k_e \frac{e^2}{r} = \frac{k_e e^2}{2r} - k_e \frac{e^2}{r}$$

$$E = -\frac{k_e e^2}{2r}$$

Porque la energía total es negativa, indica un sistema electrón protón unidos, es necesario adicionar al átomo energía $k_e e^2/2r$ para remover el electrón del átomo y hacer que la energía total del sistema sea igual a 0.

Radios de las órbitas permitidas:

$$v^2 = \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2} = \frac{k_e e^2}{m_e r}$$

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m k_e e^2} \quad , \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

La orbita más pequeña, llamado radio de Bohr a_0, corresponde a $n=1$ y tiene el valor

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e k_e e^2} = 0'0529 \text{ nm}$$

Al sustituir este valor en la ecuación anterior

$$r_n = n^2 (0'0529 \text{ nm})$$

obtenemos el radio para cualquier órbita.
La cuantización de los radios de la órbita conduce a la cuantización de la energía. Al sustituir $r_n = n^2 a_0$;

$$E_n = \frac{k_e e^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2} \right) , \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$E_n = -\frac{13'606 \text{ eV}}{n^2} \quad , \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

Solo estas energías son las permitidas. Para $n=1 \rightarrow E_n = -13'606$ eV y para $n = \infty \longrightarrow E_n = 0$.

Escaneado con CamScanner

Si la energía del átomo se eleva del estado fundamental a cualquier energía mayor que cero, el átomo está ionizado. La mínima energía necesaria para ionizar el átomo en su estado fundamental se conoce como energía de ionización.

La energía de ionización del hidrógeno en el estado fundamental, de acuerdo con los cálculos de Bohr, es de 13'606 eV.

Para calcular la frecuencia del fotón emitido cuando el electrón hace una transición de una órbita exterior a una interior:

$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right),$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{k_e e^2}{2a_0 h c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

Para describir un solo electrón en órbita alrededor de un núcleo fijo de carga $+Ze$ (número atómico = número de protones), la teoría de Bohr da

$$r_n = (n^2)\frac{a_0}{Z}$$

$$E_n = -\frac{k_e e^2}{2a_0}\left(\frac{Z^2}{n^2}\right), \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

Principio de correspondencia de Bohr

La física cuántica está de acuerdo con la física clásica cuando la diferencia entre los niveles cuantizados se desvanecen.
NOTA: Normalmente es para $n > 10.000$.

Escaneado con CamScanner

TEORÍA DE BANDA EN SÓLIDOS

Sean los electrones de un metal modelados como partículas con movimiento libre dentro de una caja tridimensional.

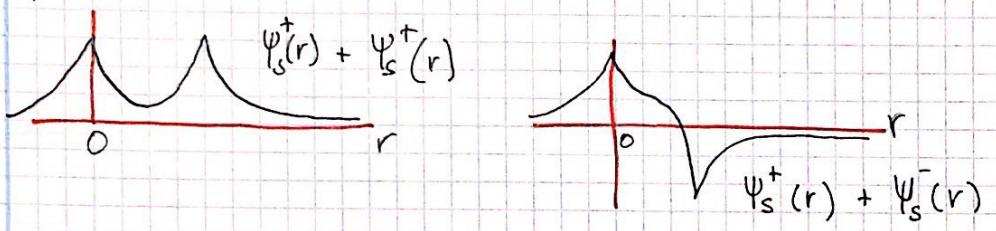
Consideremos como ejemplo un átomo que tiene un solo electrón s fuera de una capa cerrada. Las 2 funciones de onda son válidas para este átomo con número atómico Z:

$$\psi^{+}(r) = +A\, f(r)\, e^{-Zr/na_0} \qquad \psi^{-}(r) = -A\, f(r)\, e^{-Zr/na_0}$$

donde A es la constante de normalización y f(r) es una función de r que varía con el valor de n. Seleccionar cualquiera de estas funciones de onda conduce al mismo valor de $|\psi|^2$, de modo que ambas opciones son equivalentes.

NOTA: f(r) se denomina función de Laguerre.

Cuando 2 átomos se encuentran lo suficientemente cerca, estas 2 posibles combinaciones de funciones de onda representan 2 estados posibles del sistema de dos átomos.

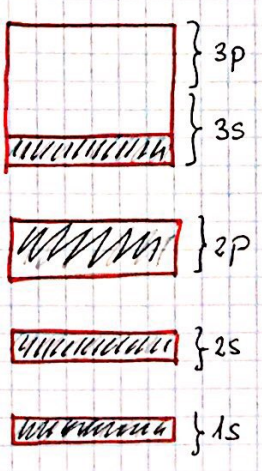


Cuando los átomos se acercan entre sí de modo que r disminuye, las nubes de electrones se traslapan y es necesario considerar el sistema de dos electrones.

Cuando un gran número de ~~electrones~~ átomos se acercan entre sí para formar un sólido, se presenta un fenómeno semejante. Las funciones de onda $\psi^{+}(r)$ y $\psi^{-}(r)$ se pueden acercar en varias combinaciones, donde cada posible combinación corresponde un nivel de energía diferente.

Escaneado con CamScanner

Si se extiende este argumento al gran número de átomos que se encuentran en los sólidos (del orden de 10^{23} átomos por cm^3), obtiene una enorme cantidad de niveles de energía con tan poco espacio entre sí que se les puede considerar una banda continua de niveles de energía.

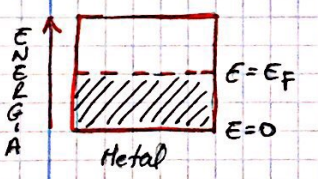


Esta ilustración muestra las bandas permitidas del sodio. Observamos que las brechas de energía, que corresponden a energías prohibidas, se presentan entre las bandas permitidas. Algunas bandas exhiben tanta dispersión de energía que existe un traslape entre bandas que aparecen de diferentes estados cuánticos (3s y 3p).
Las bandas sombreadas indican que están llenas de electrones.

Un nivel de energía en el que ~~el movimiento angular orbital~~ la cantidad de movimiento angular orbital es 'l' puede contener $2(2l+1)$ electrones. El factor 2 aparece de las dos posibles orientaciones electrónicas del espín, y el factor $2l+1$ corresponde al número de posibles orientaciones de la cantidad de movimiento angular orbital. La capacidad de cada banda para un sistema de N átomos es $2(2l+1)N$ electrones.

CONDUCCIÓN ELÉCTRICA EN METALES, AISLANTES Y SEMICONDUCTORES

1. Metales:



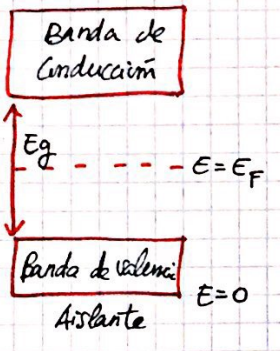
El movimiento de electrones, en respuesta a un campo eléctrico, representa un aumento en la energía del sistema (la red metálica y los electrones libres) correspondiente a la energía cinética adicional de los electrones en movimiento.

Debido a eso, cuando se aplica un campo eléctrico a un conductor, los electrones deben moverse hacia arriba, a un estado de energía más alto, disponible en un diagrama de nivel de energía.

Escaneado con CamScanner

Esta figura (la anterior ilustrada) muestra una banda semilleno en un metal a T=0 K. Porque los electrones obedecen la estadística de Fermi-Dirac, todos los niveles abajo de la energía de Fermi están llenos de electrones y todos los niveles arriba de la energía de Fermi están vacíos. La energía de Fermi se encuentra en la banda en el estado lleno más alto. A temperaturas ligeramente mayores que 0K, algunos electrones son excitados térmicamente a niveles por arriba de E_F, pero sobre todo hay poco cambio respecto al caso de 0K. No obstante, si al metal se le aplica una diferencia de potencial, los electrones que tengan energías cercanas a la energía de Fermi (E_F) requieren solo una pequeña cantidad de energía adicional del campo aplicado para alcanzar estados de energía cercanos, vacíos, por arriba de E_F. Gracias a esto los electrones de un metal que experimente un pequeño campo eléctrico aplicado están libres para moverse porque hay numerosos niveles vacíos disponibles cerca de los niveles de energía ocupados.

AISLANTE

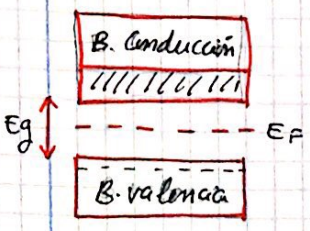


Consideremos las 2 bandas de energía más externa de un material en que la banda inferior baja está llena de electrones y la banda más alta está vacía a 0K. La banda llena más baja se denomina banda de valencia, y la banda vacía superior se conoce como banda de conducción. (La banda de conducción es la que está parcialmente llena en un metal).

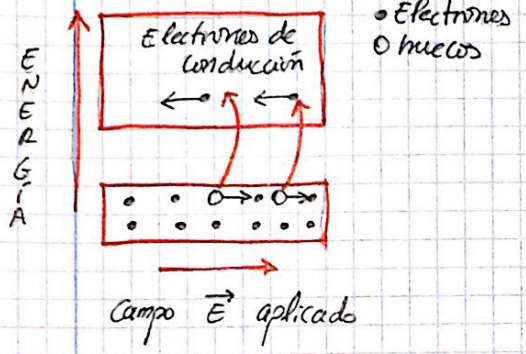
Es común llamar brecha de energía Eg del material a la separación de energía entre la bandas de valencia y de conducción. La energía de Fermi se encuentra en alguna parte entre la brecha de energía. Supongamos que un material tiene una brecha de energía relativamente grande, unos 5eV y una temperatura de 300K (27°C) $k_B T = 0'025$ eV, que es mucho menor que Eg. A estas temperaturas, la distribución de Fermi-Dirac pronostica que hay muy pocos electrones termicamente excitados dentro de la banda de ~~valencia~~ conducción. No existen estados disponibles que se encuentren cerca en energía y dentro de la cual los electrones puedan moverse hacia arriba. En consecuencia los electrones no se mueven y el material es un aislante.

Escaneado con CamScanner

SEMICONDUCTORES



Los semiconductores tienen el mismo tipo de estructura de banda que un aislante, pero la brecha de energía es mucho menor, del orden de 1eV. Porque el nivel de Fermi está situado cerca de la mitad de Eg para un semiconductor y Eg es muy pequeña, un considerable número de electrones son térmicamente excitados de la banda de valencia a la banda de conducción. Debido a que hay muchos niveles ~~de energía~~ vacíos arriba de los niveles térmicamente llenos en la banda de conducción, una pequeña diferencia de potencial aplicada puede elevar fácilmente la energía de los electrones de la banda de conducción, lo cual resulta en una corriente moderada.



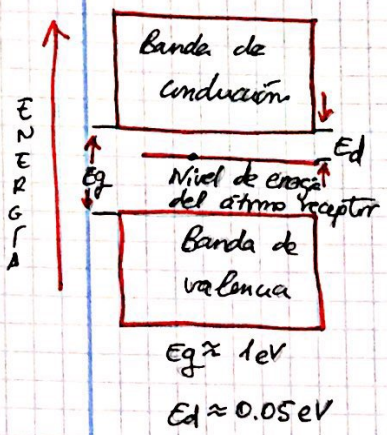
Cuando un electrón se mueve de la banda de valencia y entra en la banda de conducción, deja tras de sí un sitio vacío, llamado hueco, en la banda de valencia que de otro modo estaría llena. Este hueco actúa como portador de carga en el sentido de que un electrón ~~tem~~ libre de un lugar cercano puede entrar en el hueco. Siempre que un electrón ingrese en un hueco, deja otro hueco en el lugar que abandonó. Debido a eso, el efecto neto se puede ver como el hueco que emigra por el material en dirección opuesta a la del movimiento de los electrones. El hueco se comporta como si fuera una partícula con una carga positiva +e.

Un semiconductor puro que contiene un solo elemento o un compuesto se denomina semiconductor intrínseco. En este semiconductor existe igual nº de electrones que de ~~semiconductores~~. huecos de conducción, a estas combinaciones de cargas se le denominan par electrón-hueco.

Escaneado con CamScanner

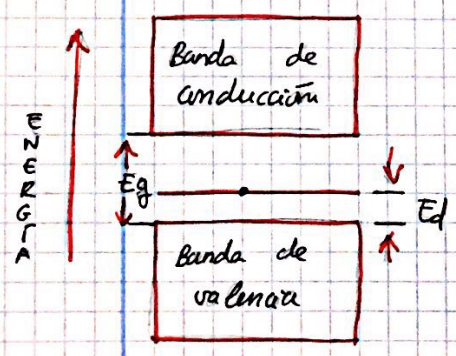
SEMICONDUCTORES QUE CONTIENEN IMPUREZAS

El proceso de agregar impurezas se denomina, adición de ~~impureza~~ impurezas, y es importante para controlar la conductividad de un semiconductor.



Pongamos un ejemplo, cuando un átomo que contiene 5 electrones en la capa exterior, como el arsénico, se agrega a un semiconductor del grupo IV, cuatro de los electrones crean enlaces covalentes con los átomos del semiconductor y un electrón queda sobrante. Este electrón extra está casi libre de su átomo padre y puede modelarse con un nivel de energía que se encuentra en la brecha de energía, apenas por debajo de la banda de conducción. Este átomo prevalente dona, en efecto, un electrón a la estructura, y por esto, se conoce como átomo donador. Porque la separación entre el nivel de energía del electrón del átomo donador y la banda de conducción es muy pequeña, es necesaria solo una pequeña excitación térmica para hacer que este electrón se mueva y entre en la banda de conducción. Los semiconductores a los que se agregan impurezas con átomos donadores se llaman semiconductores de tipo n, porque la mayoría de los portadores de carga son electrones que tienen carga negativa.

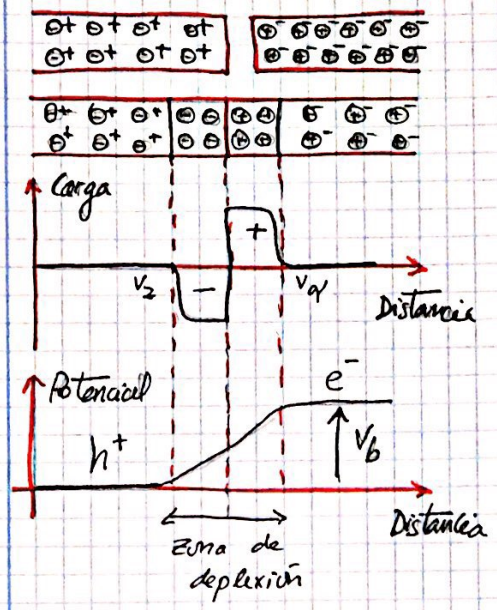
Si un semiconductor del grupo IV se hace impuro por átomos que contengan 3 electrones en su capa externa, los 3 electrones forman enlaces covalentes con átomos semiconductores vecinos, lo que deja un hueco donde estaría el cuarto enlace si ~~en~~ hubiera un electrón disponible de un átomo de impureza para formarlo.



Esta situación puede modelarse colocando un nivel de energía, justo por encima de la banda de valencia. Un electrón desde la banda de valencia tiene la energía suficiente para llenar este nivel de impureza, dejando tras de sí un hueco en la banda de valencia. Este hueco puede llevar corriente en presencia de un campo eléctrico. Porque un átomo trivalente acepta un electrón de la banda de valencia, tales impurezas se conocen como átomos aceptores. Un semiconductor en estado impuro con impurezas trivalentes (aceptores) se conoce como semiconductor de tipo p, porque la mayoría de los portadores de carga son huecos cargados positivamente.

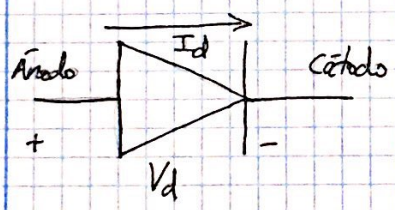
Escaneado con CamScanner

TEMA 12. DIODOS Y CIRCUITOS CON DIODOS



Cuando se unen semiconductores de tipo-p y semiconductores de tipo-n, los portadores de carga de cada uno actúan en la región de unión. Aunque cada material es eléctricamente neutro, cada uno tiene una mayor concentración de portadores de carga mayoritarios que los portadores de carga minoritarios. Por tanto, en el lado del tipo-n de la unión hay muchos más electrones libres que en el lado del tipo-p. En consecuencia, los electrones se difunden a través de la unión desde el lado del tipo-n hasta el lado del tipo-p, donde son absorbidos por la recombinación de huecos libres que abundan en la región de tipo-p. De manera similar, los agujeros se difunden desde el lado del tipo p. hacia el lado del tipo n y se combinan con electrones libres.

Diodo ideal: Dispositivo que solo permite el paso de corriente eléctrica a través de él en un sentido.



Donde $V_d = V_{ánodo} - V_{cátodo}$

- Está polarizado directamente si $V_d > 0$
- Está polarizado inversamente si $V_d < 0$

Un diodo ideal se comporta como:

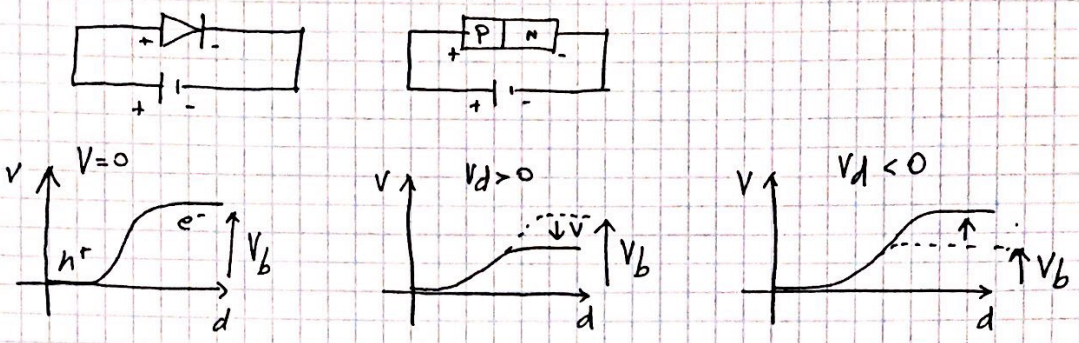
- Un conductor perfecto ($R=0$) si $V_d > 0$
- Un aislante perfecto ($R \approx \infty$) si $V_d < 0$

$V_b \begin{cases} Si \rightarrow 0'7V \\ Ge \rightarrow 0'3V \end{cases}$ es conocido como el voltaje umbral, una barrera, que indica el voltaje necesario de los electrones para pasar la barrera.

Escaneado con CamScanner

DIODO DE UNIÓN PN

Si aplicamos una diferencia de potencial externa al diodo afectará a la altura de la barrera de potencial (y anchura de la zona de deplexión)



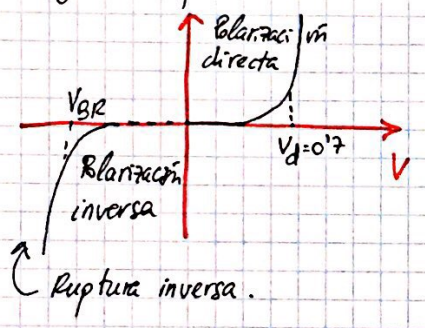
También se reduce la zona de deplexión

Tambien aumenta la zona de deplexión

En cuanto aplicamos un voltaje $V=V_b$, esa barrera de potencial desaparece, así como su zona de deplexión, por tanto hay libre movimiento de electrones a través de los semiconductores.

En la otra mano, ~~cuanto~~ cuanto $V_d<0$, mayor será la zona de deplexión, por tanto el voltaje umbral aumentará.

La gráfica quedaría como:



La corriente en polarización inversa no es exactamente 0, esto es debido a que existen movimiento de los portadores minoritarios entre los dos semiconductores, electrones en los tipo-p y huecos en los tipo-n. Esto es debido a que en polarización inversa ese V_b es mucho mayor de lo normal, por tanto, cuando se da el caso descrito, ese electrón/hueco sale disparado hacia su zona correspondiente, ~~esto~~ creando así una pequeña corriente del orden de los microamperios/nanoamperios.

La ruptura inversa descrita en la gráfica indica que existe un voltaje V_{BR} para el cual el ~~electrón/hueco~~ portador minoritario tiene tanta diferencia de potencial que es capaz de crear un efecto en cadena al llegar a su semiconductor y romper el diodo.

Escaneado con CamScanner

La corriente a través de un diodo de unión P-N se relaciona con la tensión aplicada mediante la ecuación de Shockley

$$I_d = I_s \left(e^{\frac{q_e V_D}{KT}} - 1 \right)$$

Donde I_s es la corriente inversa de saturación (μA - nA), K es la constante de Boltzmann, T la temperatura y q_e la carga del electrón (e^-).

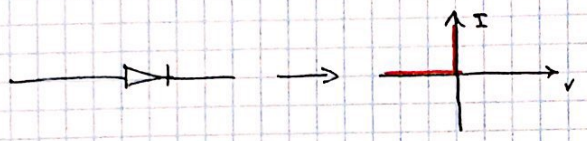
Como podemos observar

$V_d < 0 \longrightarrow I_d = -I_s$

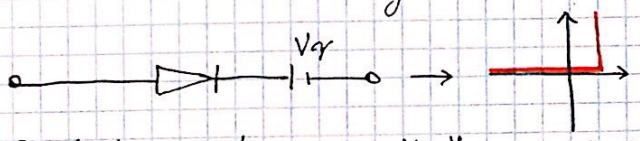
$V_d > 0'1\,V \longrightarrow I_d \simeq e^{\frac{q_e V_d}{KT}}$

Modelos equivalentes:

(i) Si utilizamos un voltaje ~~muy~~ mucho mayor que la tensión umbral podemos considerar un ~~#~~ diodo ideal.

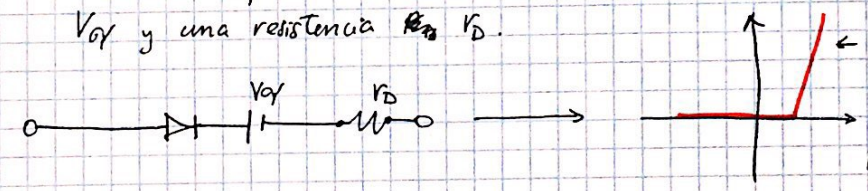


(ii) Si el voltaje de tensión es comparable a la tensión umbral, se usa un diodo ideal más un generador de tensión V_γ



Por tanto mientras que $V \geq V_\gamma$ pasará corriente a través del diodo.

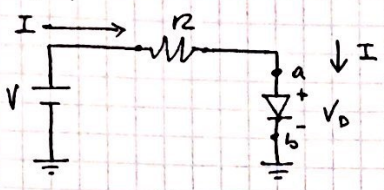
(iii) Para cálculos precisos, un diodo ideal mas un generador de tensión V_γ y una resistencia ~~Rs~~ r_D.



← Esta pendiente representa la resistencia interna del diodo.

Escaneado con CamScanner

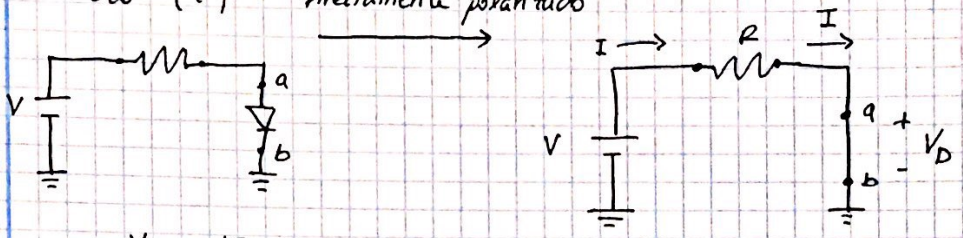
Ejemplo:



$r_d = 10\ \Omega$; $V_\gamma = 1V$

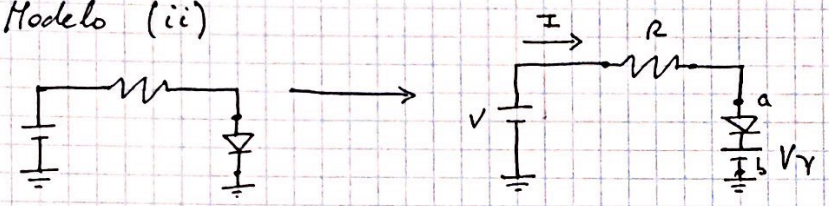
$V = 12\ V$; $R = 100\ \Omega$

Modelo (i) Directamente polarizado



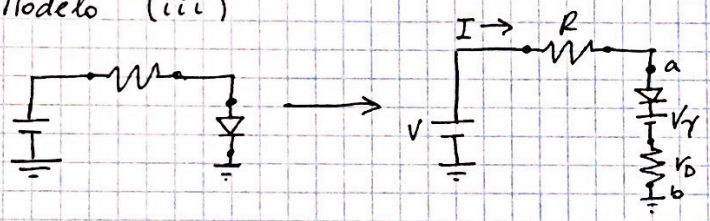
$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{100} = 0'12\ A \ ; \ V_R = IR = 12V \ ; \ V_D = 0$$

Modelo (ii)



$$V - IR - V_\gamma = 0 \ ; \ I = \frac{V - V_\gamma}{R} = 0'11\ A \ ; \ V_R = 11V \ ; \ V_D = 1V$$

Modelo (iii)

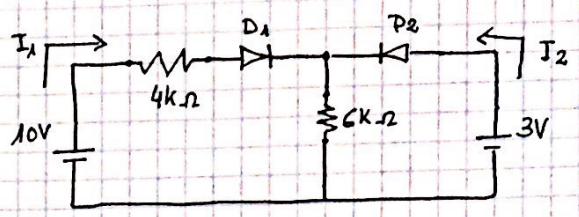


$$V - IR - V_\gamma - Ir_D = 0 \rightarrow I = \frac{V - V_\gamma}{R + r_d} = 0'10\ A$$

$$V_R = 10V \ ; \ V_D = I \cdot r_D + V_\gamma = 2V$$

Escaneado con CamScanner

Ejemplo 4

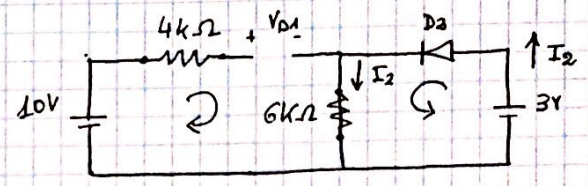


- A priori, no tenemos porqué saber en qué estado se encuentran los diodos, lo que hacemos es elegir un estado, y demostrar que están bien ambos estados (supuestos).

- Supongamos que D_1 está en corte ($V_{D1} < 0$) y D_2 conduce ($I_2 > 0$)

$\longrightarrow I_1 = 0$

$V_{D2} = 0$



Aplicamos Kirchoff a ambas mallas y obtenemos:

$3V - 6 \cdot I_2 = 0 \longrightarrow I_2 = \frac{3}{6} = 0'5 \text{ mA} > 0$ NOTA: Usamos mA porque tenemos kΩ

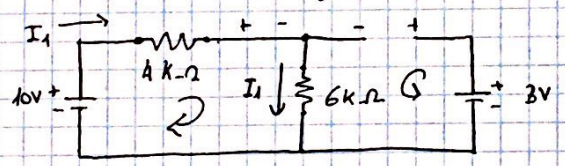
$10 - \cancel{4I}^{0} - V_{D1} - 6I_2 = 0 \Rightarrow 10 - V_{D1} - 3 = 0 \rightarrow 7V = V_{D1} > 0$

Mi suposición inicial no es válida ($V_{D1} < 0$), hay que probar otra.

- Supongamos que D_1 conduce ($I_1 > 0$) y D_2 está en corte ($V_{D2} < 0$)

$\longrightarrow I_2 = 0$

$V_{D1} = 0$



Aplicamos Kirchoff a ambas mallas y obtenemos:

$\longrightarrow$ ~~$10 - 4 \cdot 10^3 \cdot I_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{10}{4 \cdot 10^3} = 0'25 \text{ mA}$~~

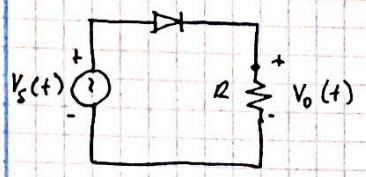
$$\left.\begin{array}{l} 10 - 4 \cdot 10^3 \cdot I_1 - 6 \cdot 10^3 \cdot I_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{10}{10 \cdot 10^3} = 1 \text{ mA} > 0 \\ 3V - V_{D2} - 6K \cdot I_1 = 0 \rightarrow 3V - 6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = V_{D2} \rightarrow V_{D2} = -3V < 0 \end{array}\right\}$$

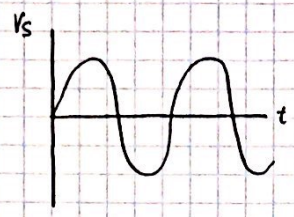
Se satisfacen ambas condiciones. Las suposiciones son correctas.

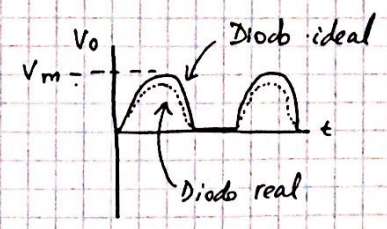
Escaneado con CamScanner

RECTIFICACIÓN

- Rectificador de media onda:







$V_m \, sen(\omega t)$

Voltaje de la fuente CA $\rightarrow$ $V_m \, sen(\omega t) = V_s(t)$

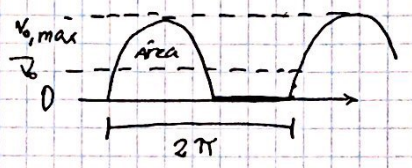
Voltaje máximo en la carga $\rightarrow$ $V_{o,max} = V_{s,max} - V_F$ $\quad (V_F = V_\gamma)$

Voltaje mínimo en la carga $\rightarrow$ $V_{o,min} = 0$

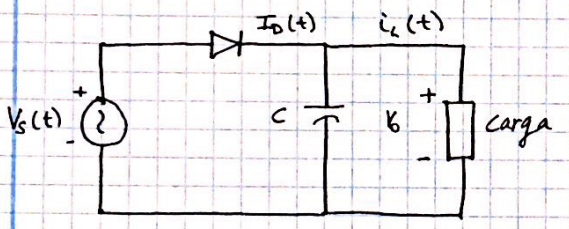
Oscilación de la tensión de salida $\longrightarrow$ $\Delta V_o = V_{o,max} - \cancel{V_{o,min}}^{\,0}$

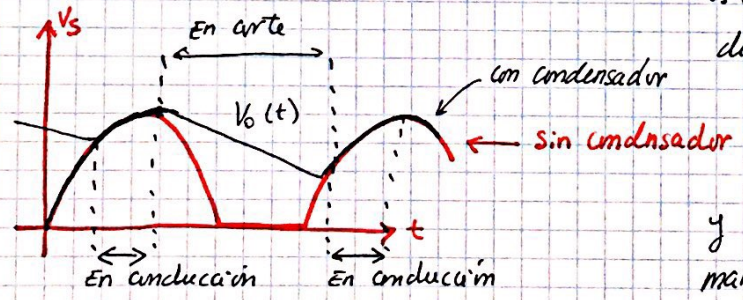
Valor promedio del voltaje de salida de media onda

$$\overline{V_o} = \frac{1}{T_o}\int_0^{T_o} V_o(t)\,dt = \frac{V_{o,max}}{\pi}$$



- Rectificador de media onda con condensador de filtrado:

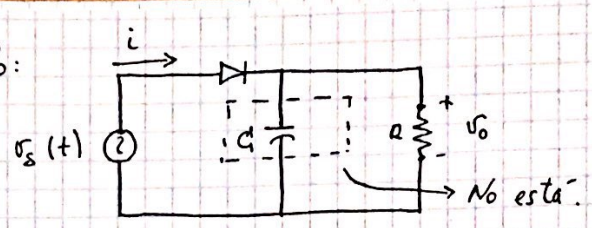




- Un poco después de que V_s haya alcanzado su voltaje máximo, el voltaje en el condensador es algo mayor, por tanto, el diodo se polariza inversamente, eso hace que se comporte como un interruptor cerrado, y el voltaje irá decreciendo de manera continua hasta que el voltaje del condensador alcance un voltaje menor al de $V_s(t)$.

Escaneado con CamScanner

Ejemplo:



- $V_{s,rpms} = 12V$; $\frac{1}{T_0} = 50\,Hz$
- $R = 100\,\Omega$; $V_\gamma = 1V$
- ¿ $\overline{V}_0$, $\overline{I}_0$?

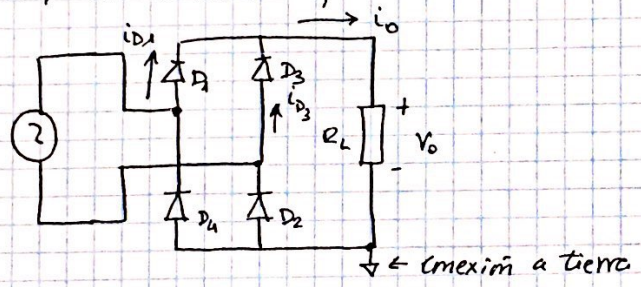
$V_{s,max} = V_{s,rpms} \cdot \sqrt{2} = 12 \cdot \sqrt{2} = 16'97\,V \approx 17V$

$V_{o,max} = V_{s,max} - V_\gamma$;

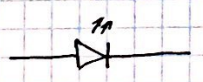
$\overline{V}_0 = \frac{V_{o,max}}{\pi} = 5.1\,V$; $\overline{I}_0 = \frac{\overline{V}_0}{R} = 51\,mA$

$\Delta V_0 = V_{o,max} - \cancel{V_{o,min}}^{\,0} = V_{o,max} \approx 16V$

- Rectificador de onda completa

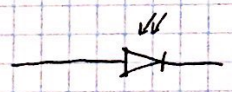


- Diodo LED:



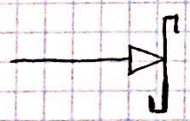
, se pueden usar los modelos de diodos, lo que cambia realmente es V_γ (del orden de 2V). Solo funciona en polarización directa.

- Fotodiodo:



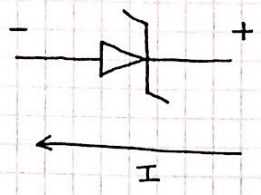
, igual que el diodo LED pero solo funciona en polarización inversa.

- Diodo Schottky:



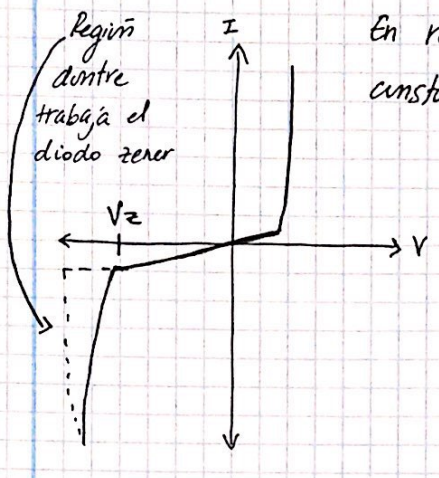
Escaneado con CamScanner

- Diodos Zener:



Es un dispositivo diseñado para trabajar en la región de ruptura inversa.

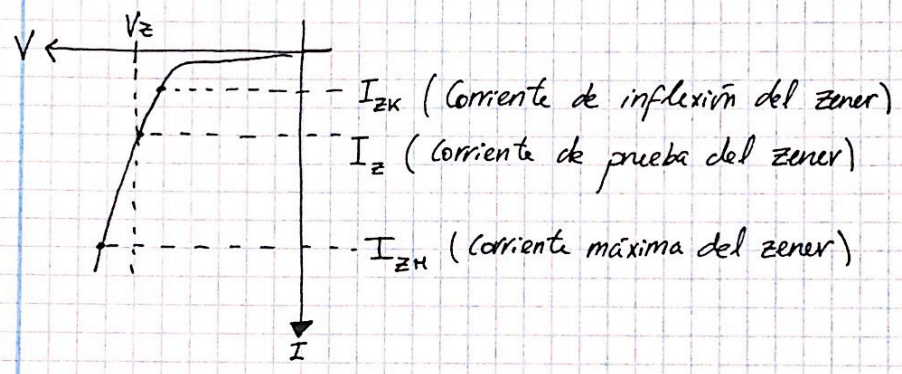
El voltaje de ruptura ($V_{BR} = V_Z$) se ajusta con el nivel de dopado.



En ruptura inversa el voltaje se mantiene casi constante aún cuando la corriente cambie drásticamente.

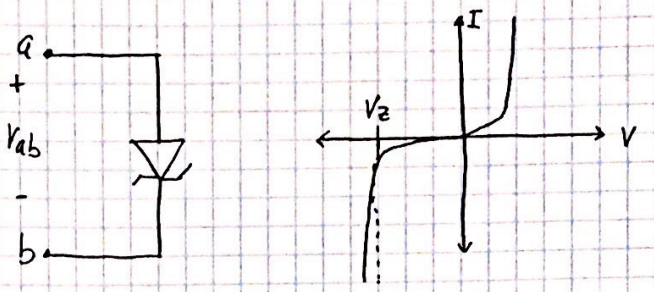
lo importante de este diodo es que puede trabajar con corrientes muy altas (negativas) sin que el potencial varía (Pequeñas diferencias de potencial). Es decir, puede absorver un rango muy amplio de corriente, sin que apenas el potencial entre sus terminales varíe.

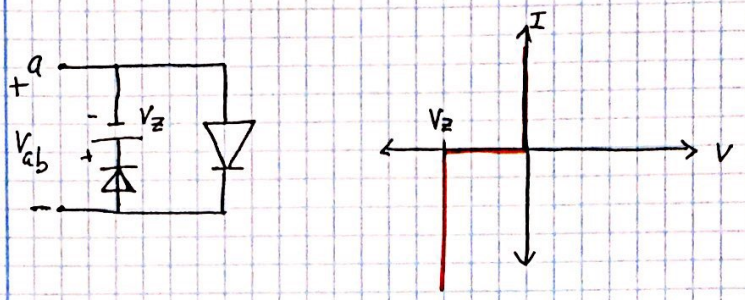
Si ampliamos la gráfica:

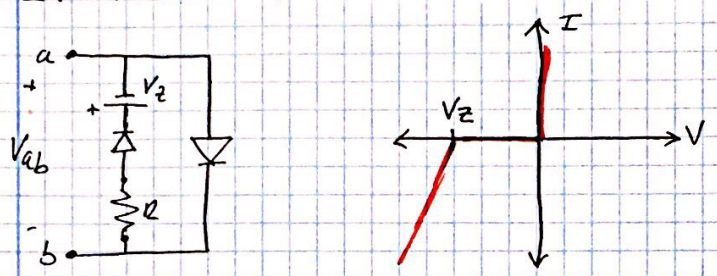


Escaneado con CamScanner

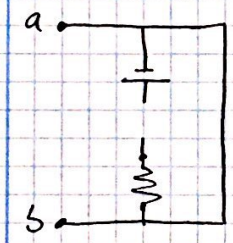
Ejemplo 6: A partir de un diodo ideal, formar un diodo que actúe de la misma forma que un diodo zener. Sea $V_{ab} = -V_z$



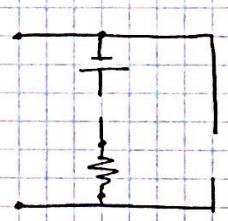




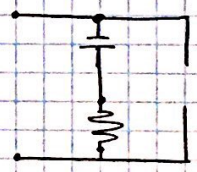
Si $V_{ab} > 0$



Si $0 > V_{ab} > -V_z$



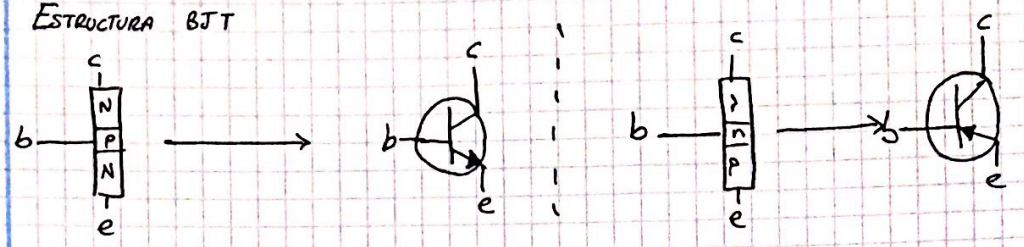
Si $V_{ab} > V_z$



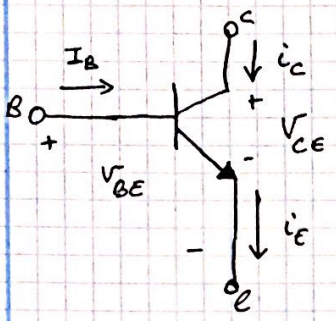
Escaneado con CamScanner

TEMA 13. TRANSISTORES BIPOLARES (BJT)

ESTRUCTURA BJT



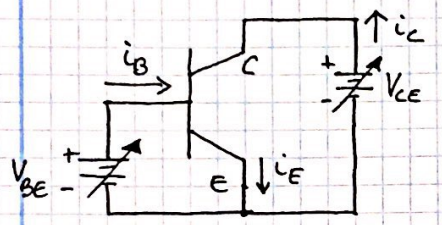
Nos centraremos en los bJT - npn



Ecuaciones del dispositivo:

$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE}$

$I_E = I_C + I_B$

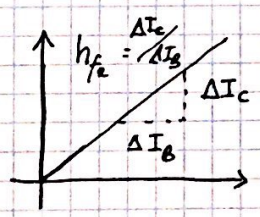


REGIÓN ACTIVA

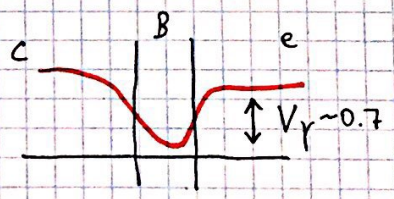
- Unión base-emisor directamente polarizada $\longrightarrow V_{BE} \sim 0.7V$
- Unión base-colector inversamente polarizada $\longrightarrow V_{CE} > V_{BE}$

Esta región se utiliza como amplificador de corriente:

$I_C = \beta I_B$, donde β es la ganancia en corriente, puede ser un valor muy grande, pero variable (5 - 500).

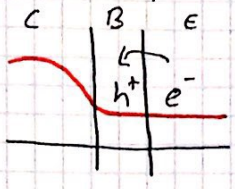


$h_{fe} = \beta$

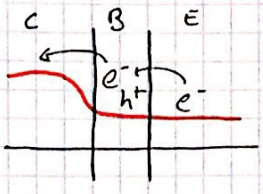


Escaneado con CamScanner

Cuando aplicamos un voltaje $V_{BE} \sim 0.7$ tenemos:



se encuentran al mismo potencial, y empieza a pasar corriente. Pero como podemos ver, en C existe mayor potencial que en B, por tanto



Pasan alrededor del 99% de los electrones, esto es debido al escaso dopaje de B.

Parametro bipolar $\alpha = I_C / I_E$

Cantidad de carga del E que llega al C. Suele ser del orden de 0.99, esto es, el C proporciona la mayor parte de corriente al E.

REGIÓN DE CORTE

- Unión base-emisor inversamente polarizada
- Unión base-colector inversamente polarizada

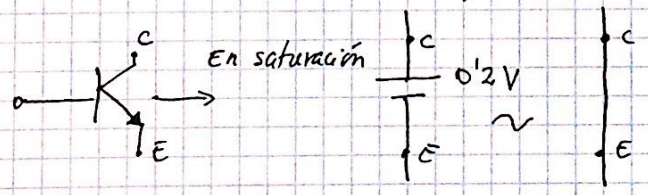
Así, $I_B \sim 0$, $I_C \sim 0$, $I_E \sim 0$

Entre el colector y el emisor se puede modelar como un interruptor abierto.

REGIÓN DE SATURACIÓN

- Unión base-emisor directamente polarizada $\longrightarrow V_{BE} \sim 0.7V$
- Unión base-colector directamente polarizada $\longrightarrow 0 < V_{BE}^{C} < 0.5V$

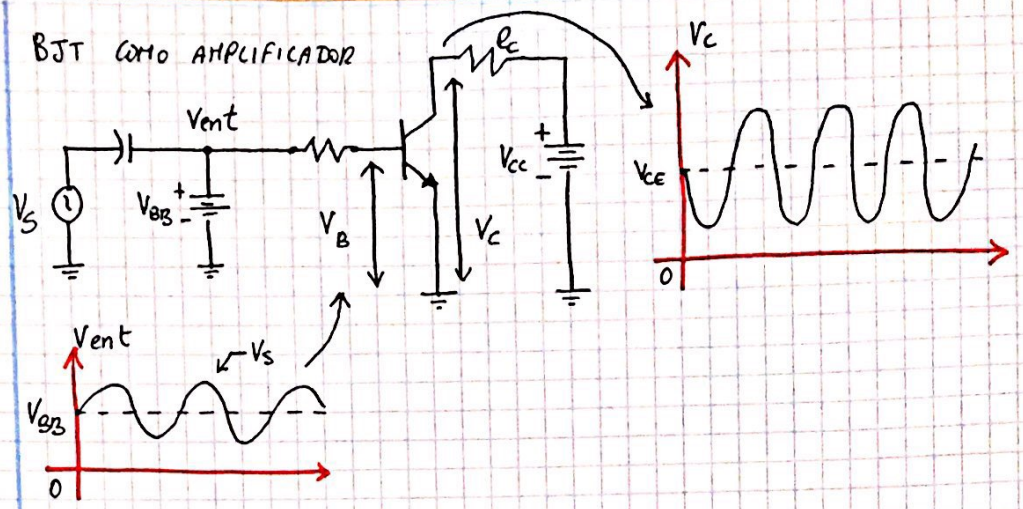
- Corrientes dependientes del circuito externo (Ya no es amplificador).
- I_C alcanza su máximo independientemente de I_B



- Se suele modelar V_{CE} (sat) ~ 0.2 V

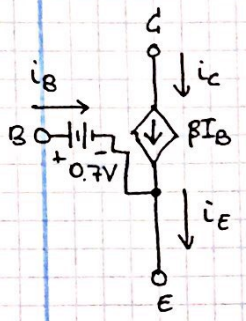
Escaneado con CamScanner

BJT COMO AMPLIFICADOR



El voltaje de entrada alterno produce una corriente alterna en la base del BJT, lo cual produce una corriente alterna en el colector mucho más grande. La corriente alterna en el colector produce un voltaje de ca a través de R_C, produciéndose así una reproducción amplificada, pero invertida, del voltaje de entrada de ca en la región activa de operación.

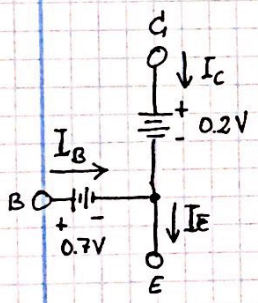
MODELOS DE GRAN SEÑAL: REGIÓN ACTIVA



Fuente controlada por corriente, modula la dependencia de I_C con I_B.

$I_B > 0$; $V_{CE} > 0.2\,V$

MODELOS DE GRAN SEÑAL: REGIÓN DE SATURACIÓN

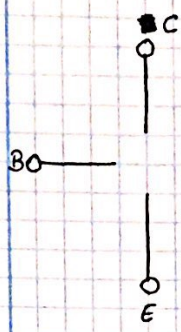


Como vimos anteriormente, para que nos encontremos en región de saturación $V_{CE} = V_{CE}(sat) < 0.5\,V$. Por tanto, suponiendo $V_{CE} = 0.2\,V$ nos aseguramos que lo esté.

$I_B > 0$; $\beta I_B > I_C > 0$

Escaneado con CamScanner

MODELOS DE GRAN SEÑAL: REGIÓN DE CORTE



No entra corriente en el dispositivo, luego modelamos el circuito como circuito abierto.

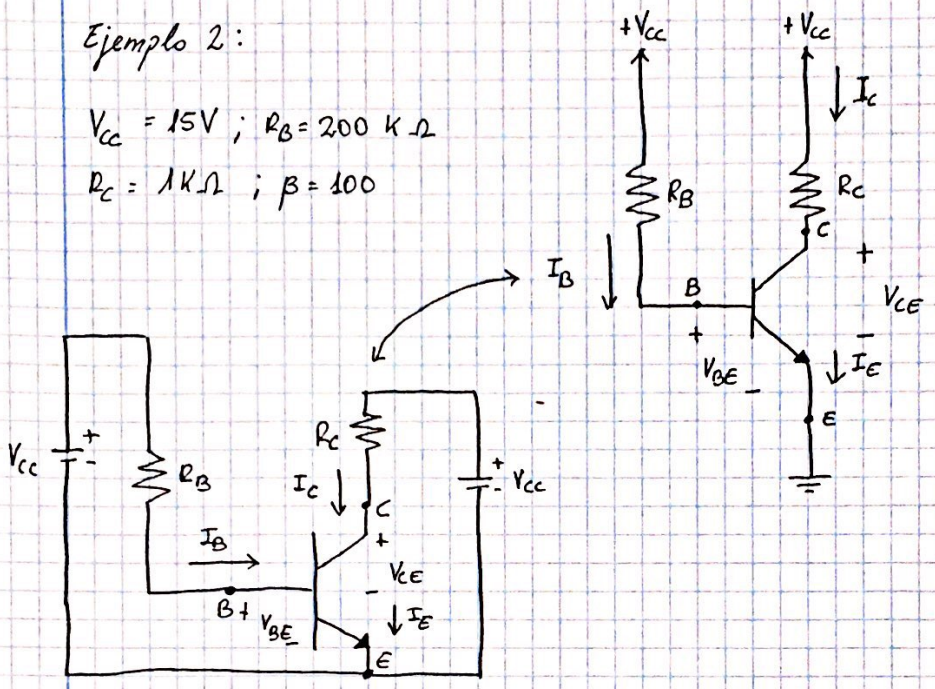
Condiciones de aplicación del modelo:

$V_{BE} < 0.5V$; $V_{BC} < 0.5V$

Ejemplo 2:

$V_{CC} = 15V$; $R_B = 200\ K\Omega$

$R_C = 1K\Omega$; $\beta = 100$



i) Supongo R. de corte:

Condiciones $\begin{cases} V_{BE} < 0.5V \\ V_{BC} < 0.5V \end{cases}$

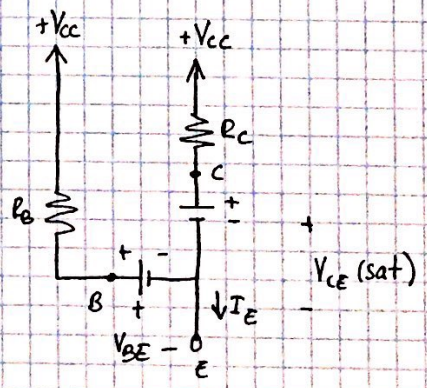
Aplico 2ª Regla de Kirchoff:

$V_{CC} - V_{BE} = 0 \Rightarrow V_{CC} = V_{BE} \equiv 15V$

Por tanto la suposición R. de corte no es correcta.

ii) Supongo saturación:

Condiciones $\begin{cases} V_{BE} \sim 0.7V \\ 0 < V_{CE} < 0.5V \end{cases}$ $\begin{cases} I_B > 0 \\ \beta I_B > I_C > 0 \end{cases}$



Aplicamos 2ª Regla de Kirchoff a la malla de entrada:

$V_{CC} - I_B R_B - V_{BE} = 0 \Longrightarrow I_B = \dfrac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B}$

$I_B = \dfrac{15V - 0.7V}{200 \cdot 10^3 \Omega} = 71'5\ \mu A \longrightarrow I_B > 0$

Escaneado con CamScanner

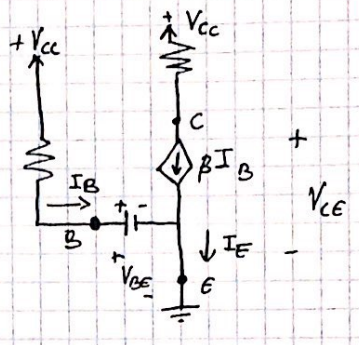
Aplico la 2ª Regla de Kirchoff a la malla de salida:

$$V_{CC} - I_C R_C - V_{CE} = 0 \longrightarrow I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

$$I_C = \frac{15 - 0'2V}{1000\,\Omega} = 14'8\ mA \quad ; \quad \beta I_B = 71'5\ mA$$

$I_C > \beta I_B$, por tanto no se cumple esta condición.

iii) Supongo R. Activa:



condiciones $\begin{cases} I_B > 0 \\ V_{CE} > 0.2\ V \end{cases}$

Aplicamos la 2ª Regla de Kirchoff a la malla de entrada:

$$V_{CC} - I_B \cdot R_B - V_{BE} = 0 \rightarrow I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = \frac{15 - 0'7}{200 \cdot 10^3} = 71'5\ \mu A.$$

$\beta I_B = I_C$

$100 \cdot 71'5 \cdot 10^{-6} = 7.15\ mA$

Aplicamos la 2ª Regla de Kirchoff a la malla de salida:

$$V_{CC} - V_{CE} - I_C R_C = 0 \longrightarrow V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C = 15V - 7'15V \Rightarrow$$

$$V_{CE} = 7'85\ V > 0.2\ V$$

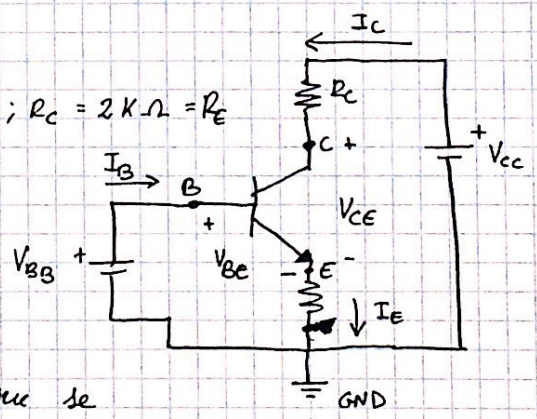
La suposición es correcta. BJT se encuentra en región activa.

Ejemplo 3:

$V_{CC} = 15V$; $V_{BB} = 5V$; $R_C = 2K\Omega = R_E$

i) $\beta = 100$

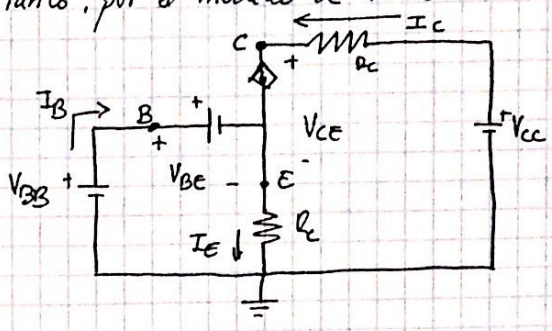
ii) $\beta = 300$



Vamos a suponer que se encuentra en R. Activa porque queremos usar como circuito polarizador de un amplificador.

Escaneado con CamScanner

Sustituimos el circuito, por tanto, por el modelo de R. Activa:



Aplicamos la 2ª Regla de Kirchoff a la maya de entrada:

$$V_{BB} - V_{BE} - I_E R_E = 0$$

$$5V - 0.7V - I_E \cdot 2 \cdot 10^3 \Omega = 0$$

$$I_E = 2.15\ mA \quad ; \quad I_E = I_B + I_C \quad ; \quad I_C = \beta I_B$$

$$I_E = I_B + \beta I_B = I_B(\beta + 1) \rightarrow I_B = \frac{I_E}{\beta + 1}$$

Aplicamos 2ª Regla de Kirchoff a la maya de entrada:

$$V_{CC} - I_C R_C - V_{CE} - I_E R_E = 0$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C - I_E R_E$$

β	I_B	I_C	V_{CE}
100	21.3 μA	2.13 mA	6.44 V
300	7.14 μA	2.14 mA	6.42 V

Como podemos observar, los valores de salida de este circuito son prácticamente idéntica. Es decir, el valor ~~de β es pra~~ de este circuito es prácticamente independiente de β.

POTENCIA DISIPADA POR EL BJT

Como $I_C \gg I_B$ y $I_C \approx I_E$, la potencia disipada por el transistor viene dada por $P \approx V_{CE} \cdot I_C$

Escaneado con CamScanner

BJT como conmutador

- En corte, la unión BE no está polarizada en directa
  $I_C \sim 0$, $I_B \sim 0$, $I_E \sim 0$
  Actúa como un interruptor cerrado.

- En saturación, la unión BE y BC están polarizadas en directa, e I_B es suficientemente grande para que I_C alcance su valor máximo de saturación.

Aunque una caída de potencial a través de un transistor, V_{CE}, es de unas pocas decimas de voltio, se puede aproximar a un interruptor cerrado.

Tenemos entonces que en corte:

$$V_{CE}(\text{corte}) = V_{CC}$$

En saturación:

$$R_C I_C(sat) = V_{CC} - V_{CE}(sat)$$

$$V_{CC} \gg V_{CE}(sat) \Longrightarrow I_C(sat) \approx \frac{V_{CC}}{R_C}$$

El valor mínimo de I_B para producir saturación es

$$I_B^{min} = I_C(sat) / \beta$$

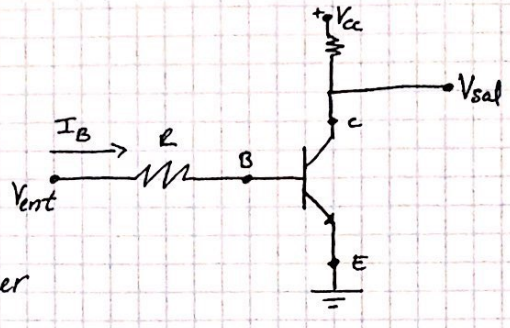
Normalmente $I_B > I_{B,min}$ para garantizar saturación.

Escaneado con CamScanner

Ejemplo 5.

$\beta = 200$; $R = 1k\Omega$;

$V_{cc} = 10\ V$



Del dibujo podemos obtener

$V_E = 0$; $V_c = V_{sal} \Longrightarrow V_{CE} = V_{sal}$.

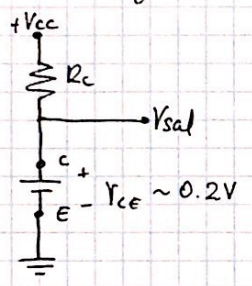
Esto es debido a que el emisor está conectado a tierra, por lo tanto, $V_{CE} = V_{sal} - V_E = V_{sal} - 0 \equiv V_{sal}$.

a) Cuando sea $V_{ent} = 0 \xrightarrow{I_B = 0} V_B = 0$; $V_{BE} = 0$

Como $V_{BE} = 0$, el BJT está en corte.

$V_{CE} = V_{sal} = V_{cc} = 10V$

b) Imponemos saturación sustituyendo el BJT por su modelo en esta región.



Aplicamos la 2ª Regla de Kirchoff:

$V_{cc} - I_c R_c - V_{CE,sat} = 0 \Longrightarrow$

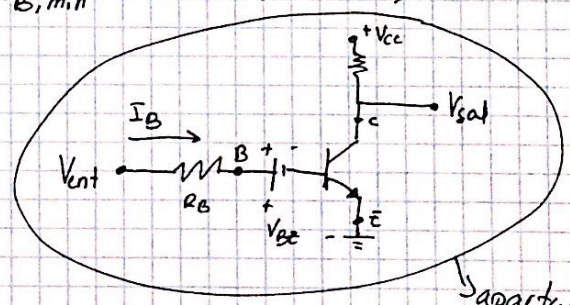
$\Longrightarrow I_c = \dfrac{V_{cc} - V_{CE,sat}}{R_c} \simeq \dfrac{V_{cc}}{R_c} = 10\ mA$

$I_{c,sat} = 10\ mA$

El valor mínimo para producir saturación

$I_{B,min} = I_{c,sat} / \beta \rightarrow I_{B,min} = 10mA / 200 = 50\mu A \Longrightarrow$

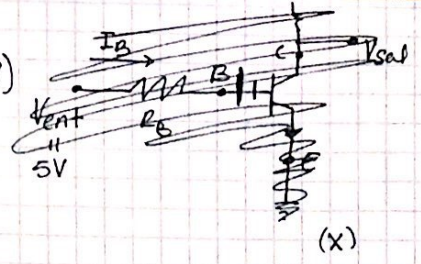
$\Longrightarrow I_B > 50\mu A$



apartado c)

Escaneado con CamScanner

c)



(X)

Aplicamos 2ª Ley de Kirchoff a la malla de entrada:

$$V_{ENT} - I_B R_B - V_{BE} = 0$$

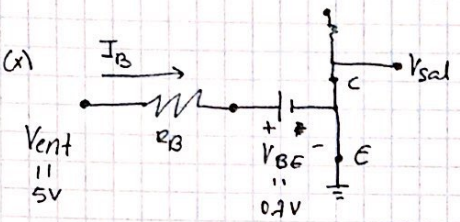
$$I_B = \frac{V_{ENT} - V_{BE}}{R_B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_{ENT} - V_{BE}}{R_B} > 50\,\mu A \Rightarrow R_B < \frac{V_{ENT} - V_{BE}}{50\,\mu A}$$

$$R_B < \frac{5V - 0.7V}{50\,\mu A} \equiv 86\ K\Omega$$

Luego el valor máximo de R_B con estas condiciones que permite al transistor estar saturado es $R_{B,max} \equiv 86\,K\Omega$

(x)



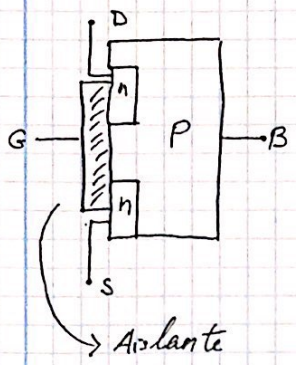
Escaneado con CamScanner

TEMA 14. TRANSISTORES DE EFECTO CAMPO

Nota. Introducción:

Son transistores unipolares, a diferencia de los bipolares, que su corriente era debida tanto a electrones como a huecos. Sin embargo, la corriente en los unipolares es debido a electrones o a huecos, pero no a ambos.

- MOSFET de acumulación de canal n.



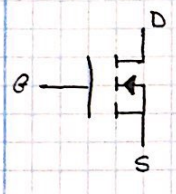
S: Fuente

D: Drenador

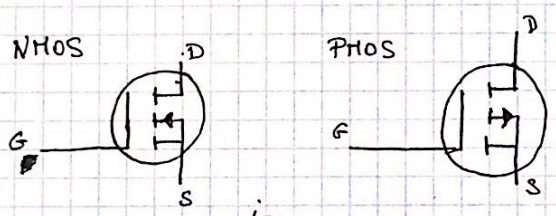
G: Puerta

B: Sustrato

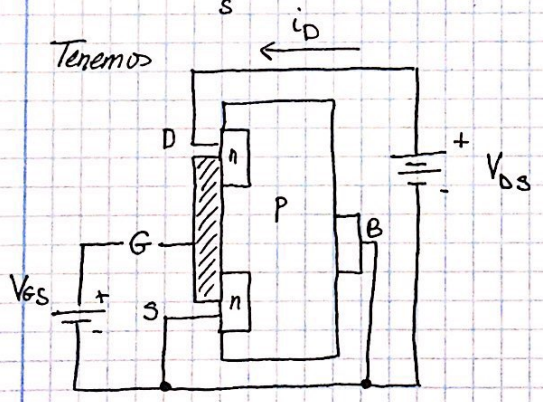
Dado que tenemos un aislante en la puerta, suponemos que a priori la corriente en G es 0.



Como observamos, la fuente (S) está conectada al sustrato (B). En un principio se encuentran al mismo potencial.



Tenemos

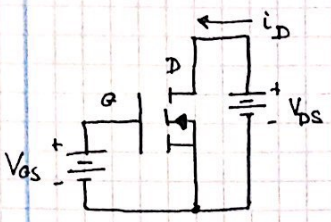


V_{GS} : Voltaje en la puerta respecto a la fuente.

V_{DS} : Voltaje en el drenador respecto a la fuente.

Escaneado con CamScanner

Funcionamiento del MOSFET: Región de corte.

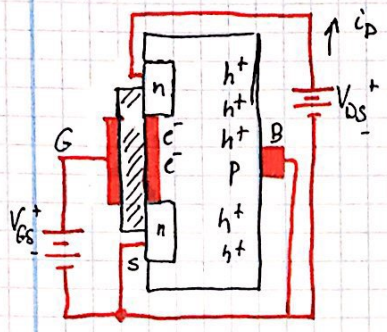


Supongamos un $V_{GS} < V_{to}$. Como vimos anteriormente V_{to} hace referencia a la tensión umbral.

Si $V_{GS} < V_{to}$ la unión pn entre el drenador y el sustrato está polarizada en inversa, $i_D = 0$.

Región de corte:
Conmutador en 'off'.

Región óhmica



Si aplicamos un voltaje $V_{GS} > V_{to}$, al ser el potencial en la puerta positivo, repelerá los huecos del sustrato y atraerá los electrones que se encuentren libres, eso generará un canal n por los que podrán pasar los electrones.

En región óhmica para valores pequeños de V_{DS}:

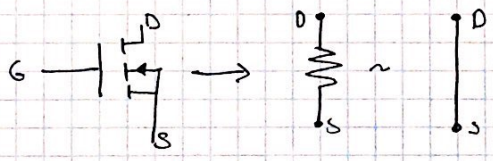
- $i_D \propto V_{DS}$
- $i_D \propto (V_{GS} - V_{to})$

Entre el drenador y la fuente, el NMOS se comporta como una resistencia que disminuye al aumentar V_{GS} (resistencia controlada por tensión)

$$R_{DS(ON)} = \frac{V_{DS}}{i_D}$$

Un NMOS está en Región óhmica si:

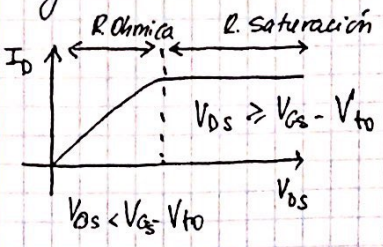
$V_{DS} < V_{GS} - V_{to}$, $V_{GS} > V_{to}$

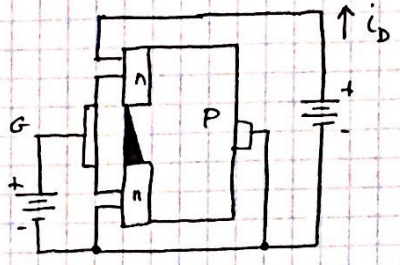


$$i_D = K\left[2(V_{GS} - V_{to})V_{DS} - V_{DS}^2\right]$$

Escaneado con CamScanner

Región de Saturación





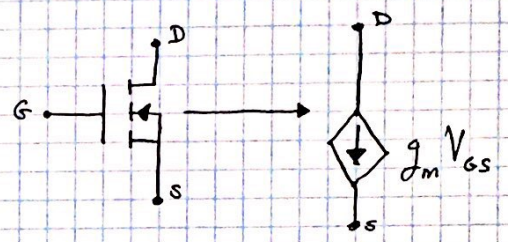
Esto quiere decir, que existe un punto (cuando $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{to}$) en el que debido al potencial en D impide el aumento de la corriente. Por tanto, la región de saturación, independientemente de cuánto se aumente el voltaje, la corriente permanece constante.

Por tanto:

- Es una fuente de corriente controlada por tensión
- Se puede usar el MOSFET como amplificador

$V_{DS} > V_{GS} - V_{to}$ y $V_{GS} > V_{to}$

$i_D = K(V_{GS} - V_{to})^2$



Ejemplo:

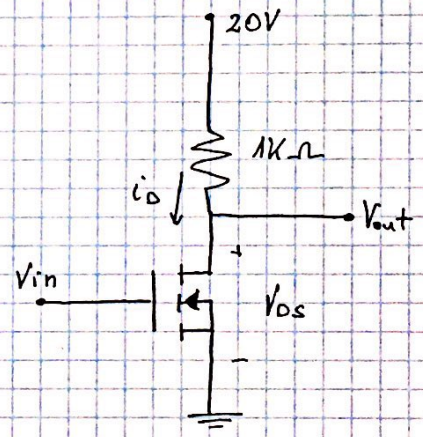
Datos:

$V_{to} = 2V$; $R_{DS}(ON) = 6\Omega$

$V_{out} = V_{DS}$ (Debido a que $V_S = 0$)

$V_S = 0$ (Si está conectada a tierra)

$V_{in} = V_G = V_{GS}$ (Debido a que $V_S = 0$)



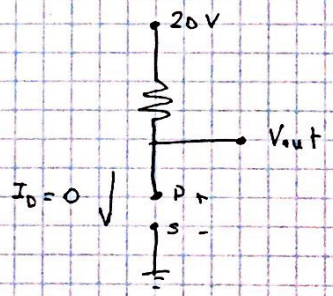
a) $V_{in} = 0 \Longrightarrow V_{GS} = 0 < V_{to}$

Estamos en R. Corte.

Aplicamos 2 Regla de Kirchoff:

$20V - V_{DS} = 0 \rightarrow 20V = V_{DS}$

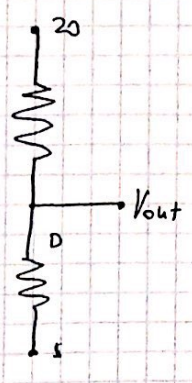
$V_{DS} = V_{out} = 20V$



Escaneado con CamScanner

b) $V_{in} = V_{GS} = 4'5\ V \Longrightarrow V_{GS} > V_{to}$. No está en corte

Supongamos R. ~~[illegible]~~ Óhmica



$$V_{DS} = V_{out} = 20V \frac{R_{DS}}{R_{DS} + 1K\Omega} = 20 \frac{6}{1006} = 0'12\ V$$

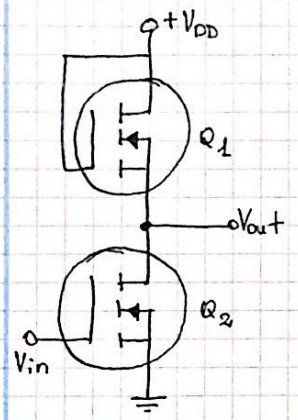
$$V_{DS} < V_{GS} - V_{out}$$

Se cumplen las condiciones de R. óhmica.

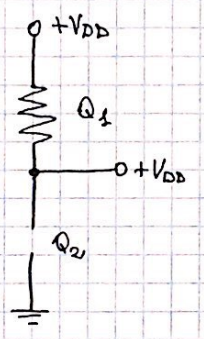
Como podemos ver, cuando se encuentra en R. óhmica, la tensión de salida es prácticamente nula, sin embargo, cuando se encuentra en R. corte la tensión de salida es máxima. Esto es similar a una puerta lógica not.

(cuando $V_{GS} > to$ y $V_{DS} < V_{GS} - Vto$, $V_{out} = 0$ y cuando $V_{GS} < to$, $V_{out} = 1$).

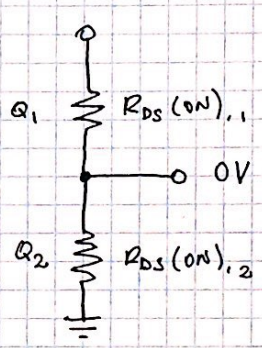
Ejemplo: Inversor con carga activa



$V_{in} = 0$



$V_{in} = +V_{DD}$



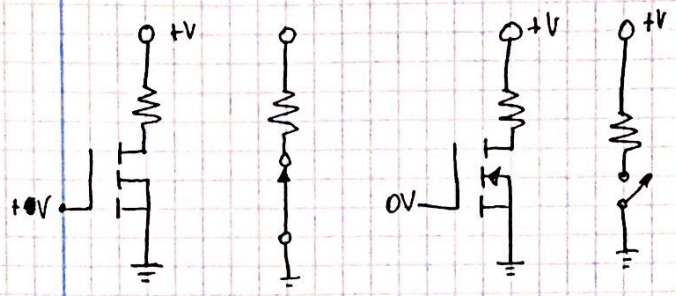
Para $R_{DS}(ON)_{,1} > R_{DS}(ON)_{,2}$

Escaneado con CamScanner

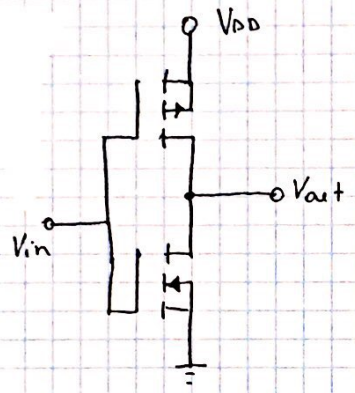
MOSFET como Conmutador

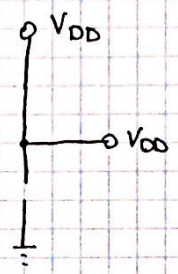
→ $V_{GS} < V_{to}$, R. Corte (OFF)

→ $V_{GS} > V_{to}$; $V_{DS} < V_{GS} - V_{to}$, R. Óhmica (ON)



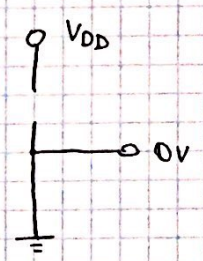
Circuitos lógicos CMOS : Inversor (NOT)





$V_{GS} < V_{to}$

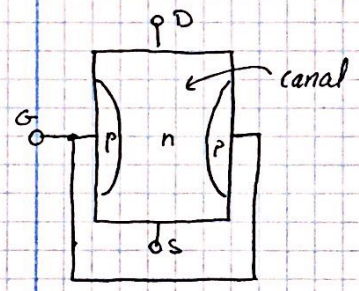
$V_{DS} > V_{GS} - V_{to}$

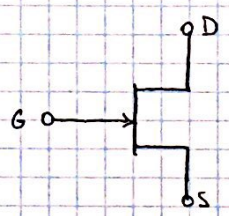


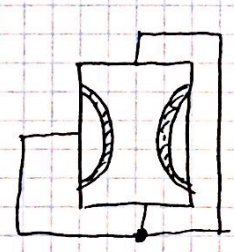
$V_{GS} \not> V_{to}$

$V_{DS} < V_{GS} - V_{to}$

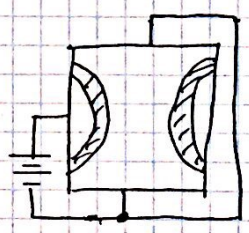
JFET (Transistor de Efecto Campo de Unión)



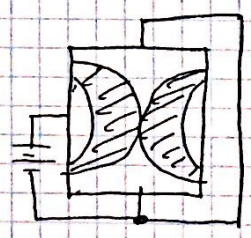




Polarización es 0 y la zona de deplexión es delgada. Existe un canal de baja resistencia entre D y S.



$0 > V_{GS} > V_{to}$



$V_{GS} < V_{to}$

$V_{GS} < 0$.

Escaneado con CamScanner