

TP d'Algo/Complexité/Calculabilité

CIMBE Pierre-Alexandre
LAGNIEZ Jean-Marc
LESNYAK Viktor
RAFIK Ahmed

November 1, 2013

1 Partie théorique

1.1 Partie algorithmique

1.2 Partie complexité

1.3 Partie calculabilité

1.3.1 Exercice 7

1. Comment énumérer les couples d'entiers?
2. Donner les fonctions de codage et de décodage $f_1 \rightarrow x$ et $f_2 \rightarrow y$
3. Montrer que l'on peut coder les triplets. Généraliser aux k-uplets.
4. Pensez-vous que l'on peut coder les éléments de l'intervalle $[0,1]$. Justifier.

1. Soit $(x,y) \in \mathbb{N} * \mathbb{N}$, alors faire $x + y$ et trié par ordre lexicographique
2. La fonction de codage est :

$$z = \frac{(x+y)(x+y+1)}{2} + y$$

Pour les fonction de décodage, posons t tel que

$$t = x + y$$

La fonction de décodage de y est:

$$z = \frac{t(t+1)}{2} + y$$

$$y = z - \frac{t(t+1)}{2}$$

La fonction de décodage de x est:

$$x = t - y$$

$$x = -z + t + \frac{t(t+1)}{2}$$

$$x = -z + \frac{t(t+3)}{2}$$

3. Pour coder les triplets, il suffit de coder deux entier et coder le résultat et le dernier entier.

$$h(x, y, z) = c(x, c(y, z))$$

On peut repeter se raisonnement pour les k-uplets, ainsi on a

$$k(x_1, x_2 \dots x_k) = c(x_1, c(x_2, \dots c(x_{k-1}, x_k)))$$

4. On ne peut pas coder les éléments de l'intervalle $[0,1]$ car l'ensemble n'est pas dénombrable. On utilise la diagonal de cantor sur cette ensemble. Supposons que l'on puisse numeroter $\mathbb{N} \rightarrow [0,1]$ et on en définie la suite S telle que tout éléments de $[0,1]$ soit élément de la suite S. Et on définie un réel r tel que la partie entière est égal à 0 et que chaque décimal en position n est égal à $sn(n)^1 + 1$ si $sn(n)$ est différent de 9 et $sn(n)-1$ si $sn(n)$ est égal à 9.

Par construction, r n'est pas dans S sinon on aurait un Sn tel que

$$Sn(n) = r(n) = Sn(n) + 1$$

ou

$$Sn(n) = r(n) = Sn(n) - 1$$

C'est absurbe, ainsi ce n'est pas dénombrable.

1.3.2 Exercice 8

¹la nème décimal du nème élément de S