Lab 6.)

Python analitikus megoldásad

(5.) $f(x,y) = x \cdot e^{-x^2-y^2}$

Van min és max.

a.) Sélsőérték pontok megkat.

b.) min v. max?

Megoldás

a) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = (1-2x^2)e^{-(x^2+y^2)}$

$e^{-x^2-y^2} > 0 \quad \forall x,y \in \mathbb{R}$

$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = -2xy \cdot e^{-(x^2+y^2)}$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0\\ \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}1-2x^2 = 0\\ -2xy = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \begin{array}{l}x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}\\ y_{1,2} = 0\end{array}$$

Pontok $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$

b.) Hess m.

$$Hess = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix} =$$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = (4x^3-6x) \cdot e^{-x^2-y^2}$

$d_1 = (4x^3-6x)e^{-x^2-y^2}$

$d_2 = 4(3x^2-y^2-2x^4-2x^2y^2)e^{-x^2-y^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = (4xy^2-2x)e^{-x^2-y^2}$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = (4x^2-2y)e^{-x^2-y^2}$

Pontok tesztelése $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$

P

$d_1 \Rightarrow -4 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 - 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{6}{\sqrt{2}} < 0$

$d_2 \rightarrow 3 \cdot \frac{1}{2} - 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 > 0 \rightarrow$ max pont

(2) van korlát.

Hf. (1) Nézzük át a feladatokat

(2) Boltzman

Lsd folyamatos hűtés módszere

Min keresés korlátos → módosított Monte Carlo

Boltzman:

Ha jó elfogadom, ha nem jó ne felejtsd el. Elfogadható, de az véletlenszerű. (Az elfogadás véletlen szerű).

az R is lehet rand.

probabilisztikus fgv.

elfogad rossz lépést, de nem szabad divergens legyen

$f(x,y)$

T_0 - hőmérséklet, az elején nagy

→ $\left.\begin{matrix} x_0 \\ y_0 \end{matrix}\right\}$ kezdő pont

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \text{módosító elem}$$

x-re

y-ra

kör $\begin{cases} R\, \text{rand}(1) \cdot \cos(\text{rand}(1) \cdot 2\pi) \\ R \cdot \text{rand}(1) \cdot \sin(\text{rand}(1) \cdot 2\pi) \end{cases}$

négyzet $\begin{cases} R \cdot (\text{rand}(1) \cdot 2 - 1) \\ R \cdot (\text{rand}(1) \cdot 2 - 1) \end{cases}$

A jót mindig elfogadom

A rossz elfogadása:

f-értékei fgv

$$P = e^{-\frac{\Delta f}{kT}}$$

$k = 0{,}1$ v. $0{,}2$

$\Delta f = f(x_t, y_t) - f(x_0, y_0)$ - fgv. változás

$P \overset{?}{>} \text{rand}(1)$

ha P nagyobb mint rand(1) elfogadom

$\boxed{\text{hűtés elfogadáskor: } T = \frac{T_0}{i+1}}$

Hf. Boltzman

Jó pont → zöld

utólag elf. pont → piros

X_0, Y_0

ginput.