Korlátos optimum keresés

szigorú egyenlőség típusú korlátok - szigorú korlátok

$$\min_{\underline{x}} \{ f(\underline{x}),\ x \in \mathbb{R}^n \ /\ \underbrace{g_i(x) = 0;\ i = \overline{1,p}}\ ,$$
$$\underbrace{h_j(x) \leq 0;\ j = \overline{1,q}}\ \}$$

egyenlőtlenség típusú korlátok – nem szigorú

__szigorú__

↳ Lagrange fv $\mathcal{L}(\underline{x}, \lambda) = f(\underline{x}) + \underline{\lambda}^T \cdot \underline{g}(x)$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0, & i = \overline{1,n} \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_j} = 0, & j = \overline{1,p} \end{cases}$$

$n+p$ egyenlet

__Nem szigorú__

↳ KKT

Ha van szigorú korlát megold.

↳ Ha teljesíti a nemszigorú korlátot akkor végeztünk

Amit nem teljesítenek → Lagrange fg → újraoldjuk

__MATLAB fgv.__

korlátos min. keresés

$$x_{min} = \text{fmincon}(fg, \underbrace{x_0}_{n \times 1}, \underbrace{A, B}_{\text{egyenlőtlenség}}, \underbrace{Aeq, Beq}_{\text{egyenlőség}}, \underbrace{LB, UB}_{\text{alsó, felső korlátok}}, @NonLcon, \text{options})$$

lineáris korlátok — nem lin. korlátok — optimset

egyenlőtlenség: $A \cdot X \leq B$

egyenlőség: $Aeq \cdot X = Beq$

alsó, felső korlátok: $LB \leq X \leq UB$

NonLcon.m

fg = @(x)

- de lehet vektor

üres A=[]; B=[], ha nem kell adni

```
function [ce, ceq] = NonLcon(x)
    ce = .... ; % <= 0
    ceq = ... ; % = 0
```

Pl.

LB, UB csak akkor, ha az összes változónak megyan adva az alsó és felső határa !

$$f(x) = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$f = @(x)\ x(1) \cdot x(2) \cdot x(3)$$

$$x_0 = \mathrm{rand}(3,1)$$

(Matematikailag $\frac{-\infty}{+\infty}$)

$$\left\{\begin{array}{l}
x_1 \geq 7 \iff -x_1 \leq -7 \\
x_2 + 3x_3 \leq 2 \\
x_2^2 - x_3 + 6 = x_1 \\
x_1 \cdot x_2 - 3x_3 = 2 \\
2 \cdot x_1 + x_2 \geq 5 \iff -2x_1 - x_2 \leq -5 \\
x_3 \leq 9 \\
x_2 \geq 2 \\
x_1 \cdot \log(x_2) \geq 7 \\
x_1 + 3x_2 = 5 \cdot x_3
\end{array}\right.$$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} LB = [\,] \\ UB = [\,] \end{array}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \underbrace{\begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -5 \\ 9 \\ -2 \end{pmatrix}}_{B}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \end{pmatrix}}_{Aeq} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \underbrace{(0)}_{Beq}$$

NonLcon.m ≤ 0 kell legyen ce

```
function [ce, ceq] = NonLcon(x)
  ce = -X(1)·log(X(2))+7;    % ≤0 formára hozva
  ceq1 = X(2)^2 - X(3) - X(1)+6;   % =0 formában
  ceq2 = X(1)·X(2) - 3X(3) - 2;   % =0 formában
```

Feladatok ÁBRÁZOLNI MINDEN VÁLTOZATOT ← MESHGRID, MESH, CONTOUR

① $f(x,y) = 3x^2 + 6y^2 - 2xy - 3x + 6$

a.) k.p. $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ → fminsearch

b.) –||– → fmincon $\quad x^2 + y^2 \leq 5$; $\quad x \geq 0;\ y \leq 0$

② $f(x,y) = -xy$

a.) fminsearch $\quad x_p = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

MaxIter => 4

b.) $y + x \cdot e^{x} = 0 \leftarrow$ fmincon

③ $f(x,y) = 10(x-3{,}5)^2 + 20(y-4)^2$

a.) fminsearch

b.) fmincon

$x_p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ v. random

Korlátok
$$\begin{cases} x+y \le 6 \\ x-y \le 1 \\ 2x+y \ge 6 \\ \frac{1}{2}x - y \ge -4 \\ x \ge 1 \end{cases}$$

__Feladatok megoldása__

① b.)

$x^2+y^2 \le 5$

$x \ge 0;\ y \le 0$

$-x \le 0$

$y \le 0$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ ? \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} 0 \\ ? \end{pmatrix} \rightarrow LB = [\,] \quad UB = [\,]$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{B}$$

3.) b.)

$$\begin{cases} x+y \le 6 \\ x-y \le 1 \\ 2x+y \ge 6 \Rightarrow -2x-y \le -6 \\ \frac{1}{2}x - y \ge -4 \Rightarrow -\frac{1}{2}x + y \le 4 \\ x \ge 1 \Rightarrow -x \le -1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ ? \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \Rightarrow LB = [\,] \quad UB = [\,]$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$