Optimum keresés

MATLAB fgv-ek használatával

Elmélet:

[illegible]:

(1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad \min\{f(x)\} = ?$

$f'(x) = 0 \to$ megoldás x^* szélsőértékpont

$f''(x^*) > 0$ – minimum (konvex)

$f''(x^*) < 0$ – maximum pont (konkáv)

inflexiós pont (változik a konkavitás)

← nyeregpont →

fgv. deriv. + növekszik – csökken

② Egyszerűen többváltozós fgv-ek

$$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

$$\min_{\underline{x}} \{ f(\underbrace{\underline{x}}_{\text{vektor}}) \} = ?$$

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

parciális deriváltak

stacionárius pont (vektoriális pont)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_1} &= 0 \\ &\ldots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} &= 0 \end{aligned}\right\} \underline{x}^*$$

min keresés deriv. – folytonos fgv. kell legyen

véges deriváltak Hess mátrix (szimmetrikus mátrix)

$$\text{Hess} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right) \\ \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right) & \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_2} \end{pmatrix}$$

$n \times n$

max v. min?

⟺ behelyettesítjük az x^*

⟺ pozitív v. nem pozitív definit

pl.

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{array}{l} 8 > 0 \\ 16 - 3 > 0 \end{array} \text{ pozitív definit}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 50 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{array}{l} 8 > 0 \\ 8 \cdot 2 - 50 < 0 \end{array} \text{ nem pozitív definit}$$

Mindig minimumot keresünk

max keresés → fgv $\cdot (-1)$ → min keresés

MATLAB

numerikusan keres!

fgv. → fg, kezdőpont → x_0

$$x_{min} = fminsearch(fg, x_0, \cancel{options})$$

← nem kötelező megadni — lehetőség módosítani

több változó

$fg = @(x) \ldots$

$x_0 \to n \times 1$

$f(x,y) = x^2 + y^2$

$f = @(x,y)\ x^2 + y^2$

→ önmagában nem hiba de fminsearch-nek nem fog menni

$f = @(z)\, z(1)^2 + z(2)^2$

→ ez más OK vektorban (x,y)

(nem korlátos minimalizálás van)

$$x_{min} = fminbnd(fg, a, b, options)$$

CSAK 1 változós

$x_{min} \in [a,b]$

Ezek a fgv-ek lokális minimumot keresnek NEM globálist.

Mindig van maximális lépésszám, precizitás

```
o = optimset(o, 'MaxIter', 1e3)      10^3
 —||—      (o, 'TolX', 1e-5)         10^-5
 —||—      (o, 'TolFun', 1e-7)
 —||—      (o, 'Display', 'iter') — kiír iteratív lépéseket
```

→ algoritmus opció

Feladatok

(Először ábra, megkeresni a minimumot, és feltesszük – jó-e a pontot)

① $f(x) = 3x^2 + 5x - 7$

a.) min $\quad x_0 = 9$

b.) min $\quad x_0 \in [-7, -2]$

max $\quad x_0 \in [-7, -2]$

② $f(x) = 3x^2 + 2y^2 - 2xy - 3x + 8$

min = ? $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^{(0)} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}$ $\quad$ (meshgrid, mesh, plot3)

③ $f(x, y) = x \cdot e^{-x^2 - y^2}$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a.) min

b.) max

(-3 : 0.1 : 3)

④ $f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 - 3x_3^2 + 5x_2 \cdot x_3 - 7x_1 + 8$