Bases Numéricas
e
Conversões de Bases

SINAL ANALÓGICO

- **O sinal analógico varia continuamente ao longo de uma faixa de valores proporcionalmente em relação a outra variável temporal.**

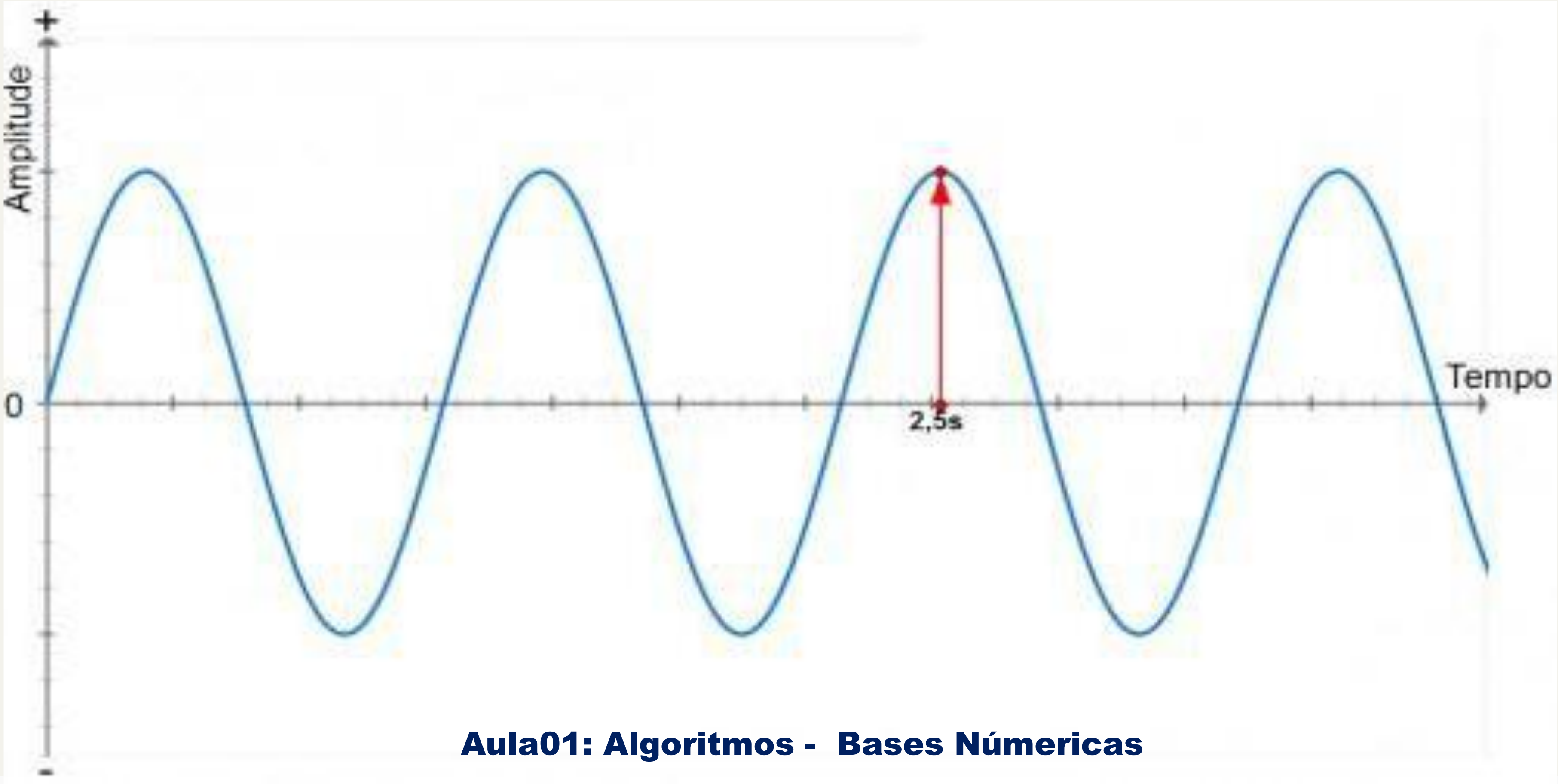
- **Ex:**

  a) **O velocímetro de um carro marca a velocidade de <u>50km/h</u> quando é aplicada uma tensão em seus terminais de <u>5,0V</u> e**

  b) **o velocímetro marca <u>73km/h</u> quando é aplicada uma tensão de <u>7,3V</u> em seus terminais.**

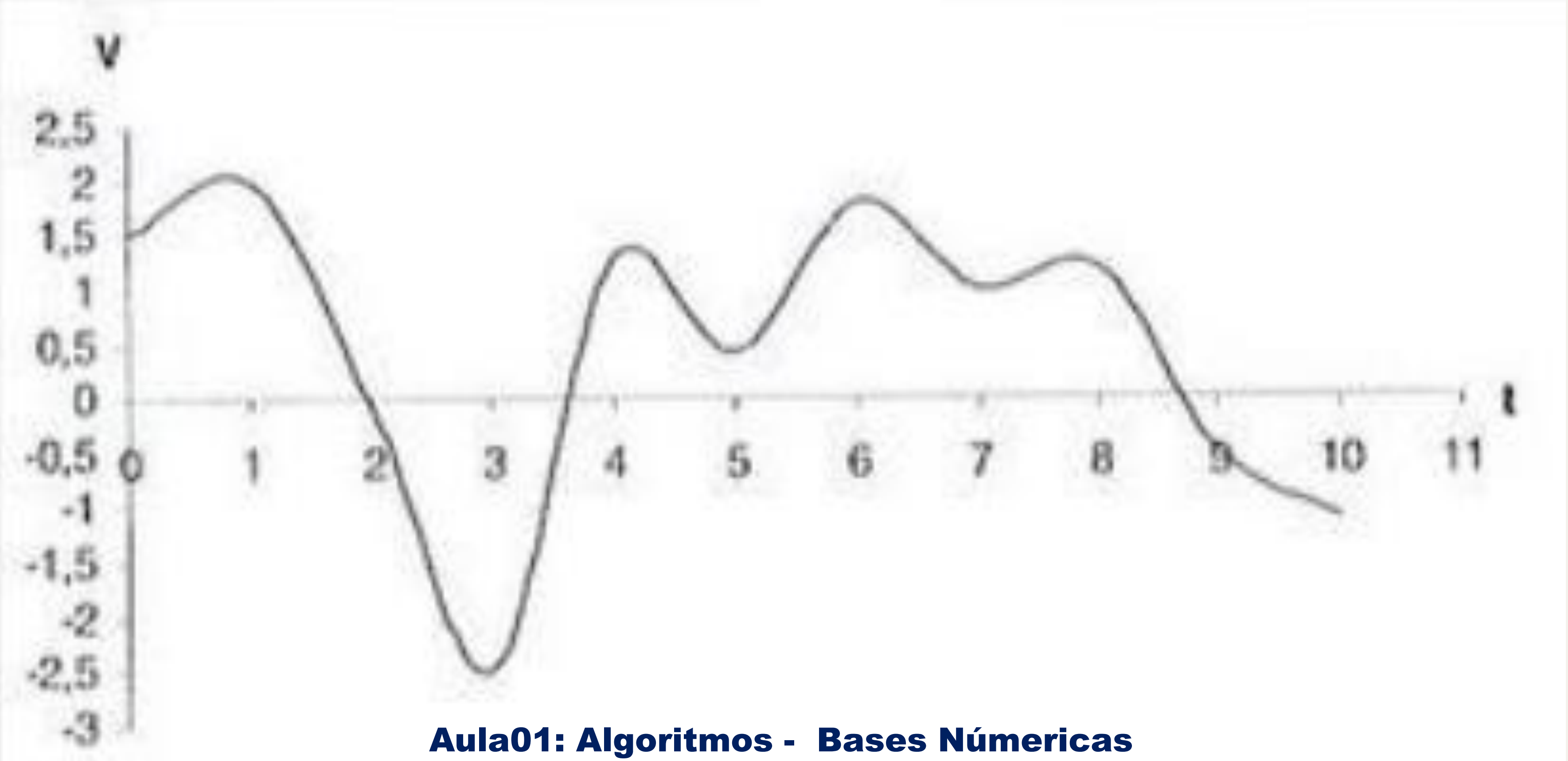
SINAL ANALÓGICO

- **Circuitos analógicos** utilizam no seu funcionamento grandezas **continuamente variáveis**.
- **Circuito Analógico = Variáveis contínua variação do tempo**



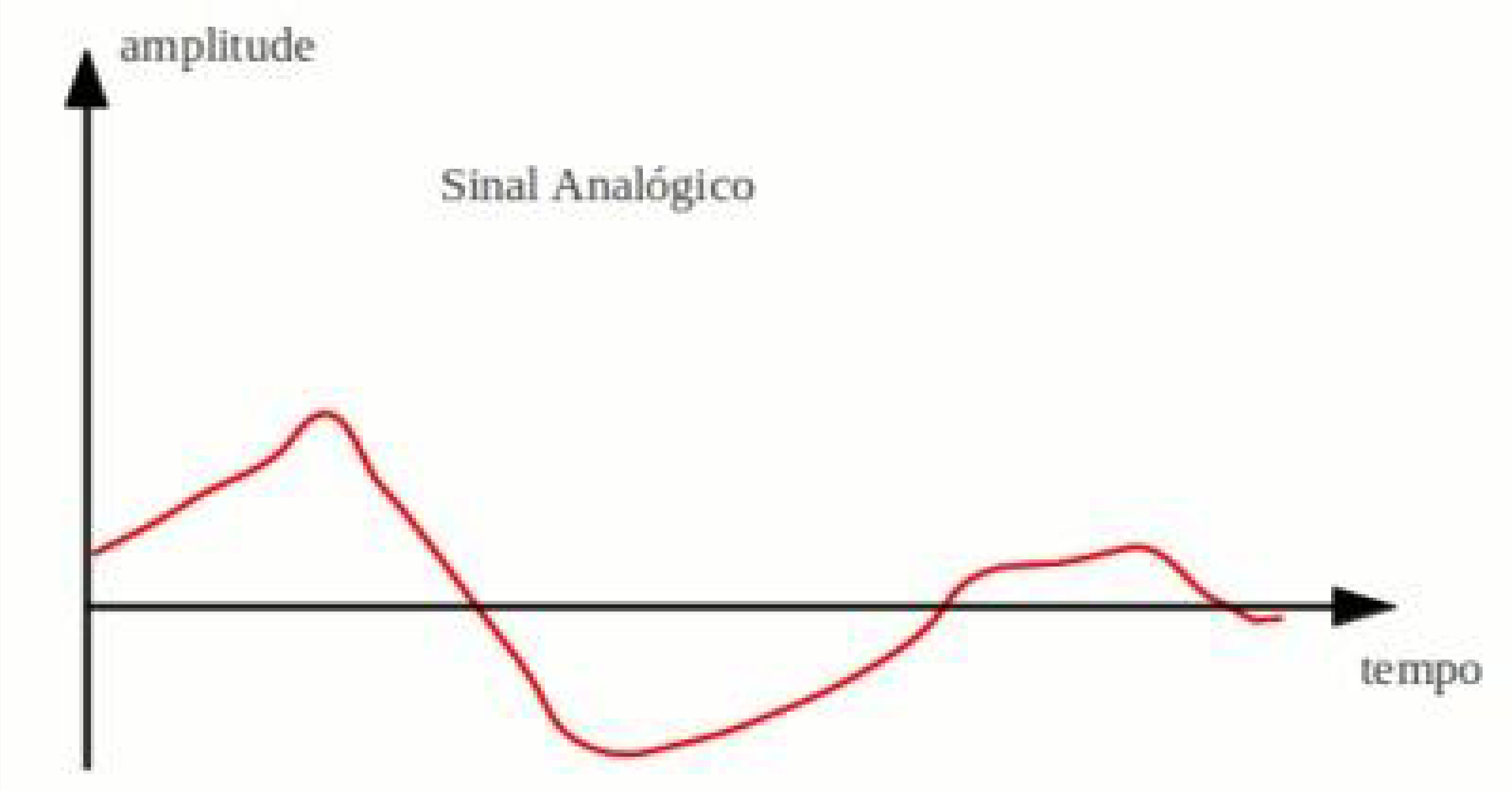
SINAL ANALÓGICO

- **Sistemas analógicos** consistem, basicamente, na representação de grandezas estimuladas pela recepção de sinais em forma de ondas.
- **Sinal Analógica = contínuo**



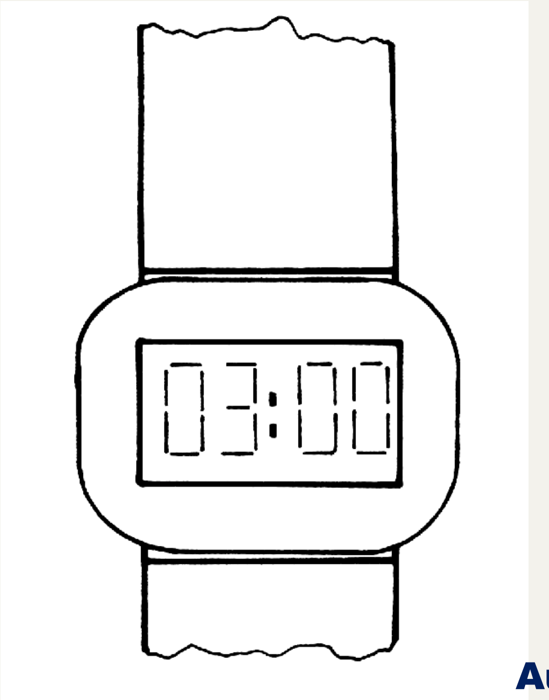
SINAL ANALÓGICO

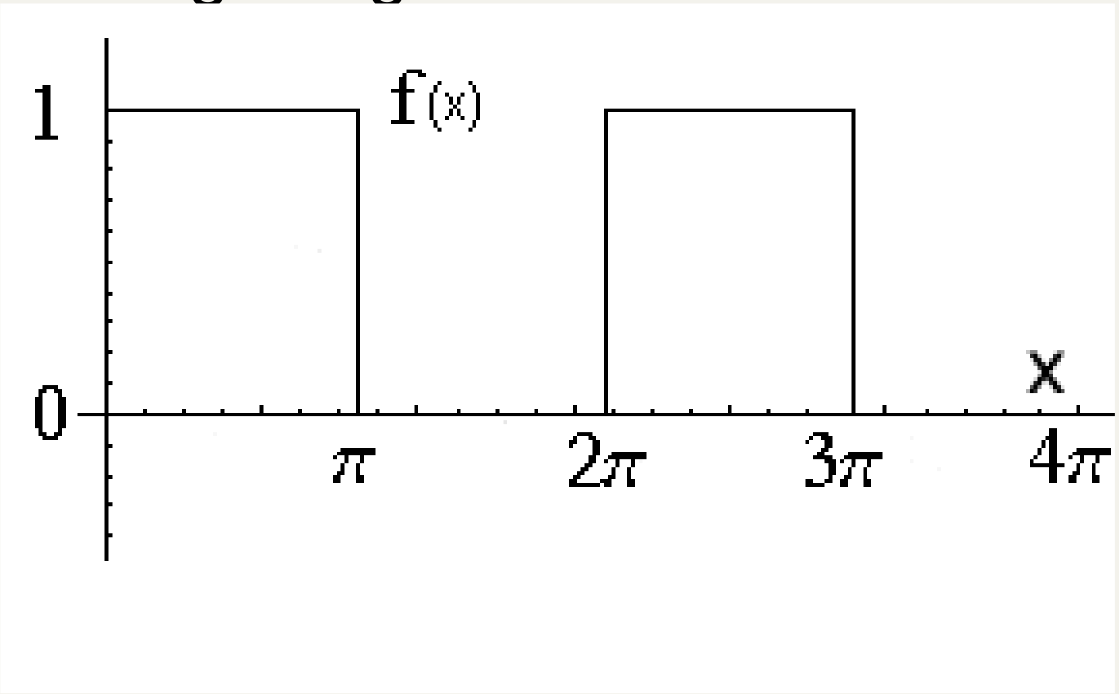
- **Sistemas analógicos** consistem, basicamente, na representação de grandezas estimuladas pela recepção de sinais em forma de ondas.



CIRCUITOS DIGITAIS

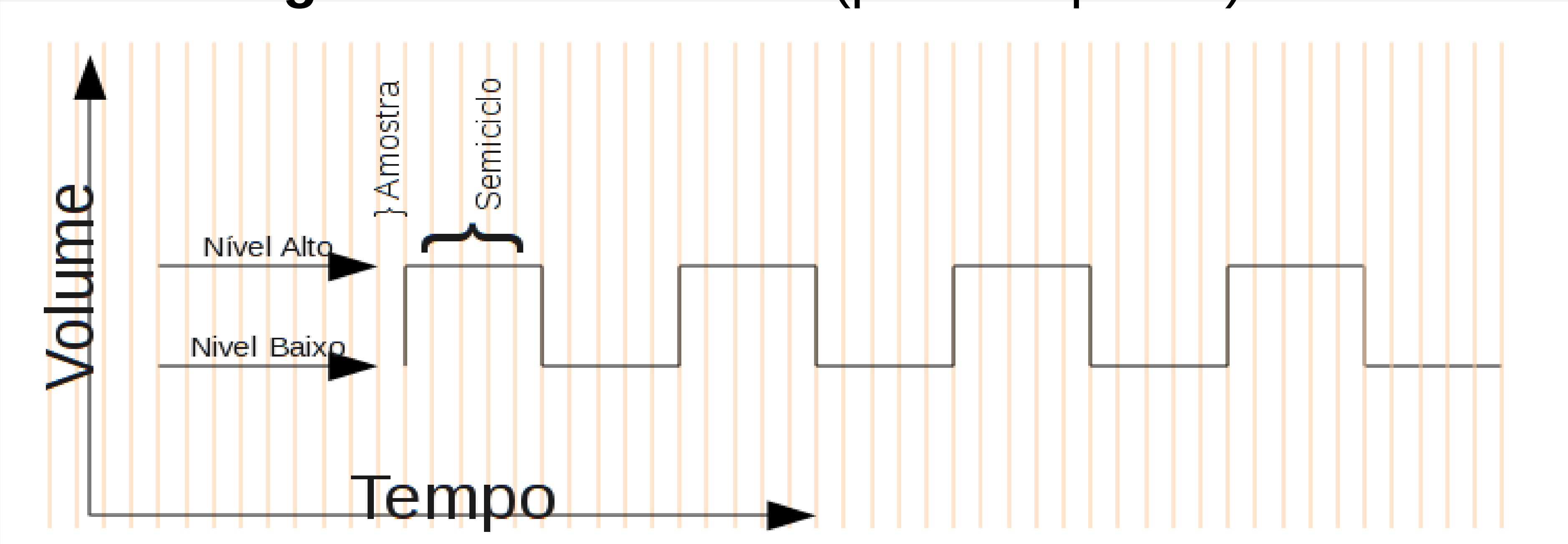
- O **sinal digital** varia discretamente (passo a passo).
- Não existe variação contínua, mas em degraus, em saltos ao decorrer do tempo.
- Ex: Mostrador de um relógio digital.





CIRCUITOS DIGITAIS

- Nos sistema digitais o sinal é feito por pulsos que geram um gráfico com formatos retangulares em períodos,
- **Circuito Digital =** Variáveis fixas em períodos de tempo
- **Sinal digital =** Sinal discreta (passo a passo)



COMPARAÇÃO ENTRE CIRCUITOS ANALOGICOS E DIGITAIS

- Outro exemplo, seria você estar **subindo** uma **rampa ou escada.**

- **Subindo uma rampa,** você está a cada instante em movimento para cima**. (Sistema Analógico)**

- Já na **escada** não, você, em cada instante está em um degrau**. (Sistema Digital)**
- **circuito analógico** tem suas **variáveis em contínua (variação no tempo), e**
- **circuito digital** possui suas **variáveis fixas** em períodos de tempo

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

a) Todos nós, quando ouvimos pronunciar a palavra **números**, automaticamente a associamos ao **sistema decimal** com o qual estamos acostumados a operar.

b) Este sistema está fundamentado em certas regras que são base para qualquer outro.

c) Vamos, portanto, estudar estas regras e aplicá-las aos sistemas de numeração

c.1) **binária**, c.2) **octal** e c.3) **hexadecimal.**

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

a) Estes sistemas são utilizados em Computadores digitais, circuitos lógicos em geral e no processamento de informações dos mais variados tipos.

b) O número decimal 573 pode ser também representado da seguinte forma:

573 = 500 + 70 + 3

ou

$$573 = 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

Representação do dado

Bit	b	2 estados: 0 e 1	
Byte	B	8 bits	
Quilobyte	KB	1.024 bytes	2^{10} = ~ 1.024
Megabyte	MB	1.024 Kb	2^{20} = ~ 1.048.576
Gigabyte	GB	1.024 Mb	2^{30} = ~ 1.073.741.824
Terabyte	TB	1.024 Gb	2^{40} = ~1.099.511.627.776

Notação Posicional

A notação posicional determina o valor de um número em função da posição e do valor de cada algarismo dentro do número

Base Decimal (10)

✓ **Algarimos que variam entre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9**

✓ Exemplo 01: 1 3 0 3$_{(10)}$

$3 \times 10^0 = 3 \times 1 = 3$

$0 \times 10^1 = 0 \times 10 = 0$

$3 \times 10^2 = 3 \times 100 = 300$

$1 \times 10^3 = 1 \times 1000 = 1000$

Exemplo 02 :7986 $_{(10)}$

$7986 = 7x10^3+9x10^2+8x10^1+6x10^0$

Notação Posicional

Genericamente, um sistema qualquer de numeração posicional é expresso por:

$N = (d_{(n-1)}\ d_{(n-2)}\ \ d_{(n-3)}\ \ \ldots\ d_1\ d_0\ )b$

<u>onde:</u>

- ✓ **d – algarismo dentro do número**
- ✓ **n-1, n-2, ..., 1, 0 – indicam a posição de cada algarismo**
- ✓ **b – indica a base de numeração**
- ✓ **n – indica o número de dígitos inteiros**

Notação Posicional

O valor do número pode ser obtido por:

$$N = dn_{-1} \times b^{n-1} + dn_{-2} \times b^{n-2} + \ldots + d_1 \times b^1 + d_0 \times b^0$$

Assim, o número 3748 na base 10 pode ser expresso por:

$$3 * 10^3 + 7 * 10^2 + 4 * 10^1 + 8 * 10^0$$

$$3000 + 700 + 40 + 8$$

Representação da Informação

- <u>**Humanos:**</u> **Sistema Decimal.**

- <u>**Computadores:**</u> **sistema binário.**

- <u>**Sistema binário**</u>**, bit, byte, ...**

- O computador (máquina eletrônica), só consegue processar 2 informações:
  - ✓ **a <u>presença</u> (1 = ligado) ou**
  - ✓ **a <u>ausência</u> (0 = desligado) de energia.**

- **Os dígitos 0 e 1** são os únicos elementos do sistema de numeração de **base 2 (sistema binário).**

Representação da Informação

- **BIT (BInary digiT)**

- O bit (dígito binário) é utilizado para representar todos os tipos de caracteres usados pelos computadores.

Números com Sinal e Números sem Sinal

- **Base 10:**
  - $2543_{(10)}=2\times10^3+5\times10^2+4\times10^1+3\times10^0{}_{(10)}$
- **Base 2:**
  - $1011_{(2)}=1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=11_{(10)}$
- **Representação no Z80 (8 bits)**

0 0 0 0 1 0 1 1

Bit Mais Significativo (MSB)

Bit Menos Significativo (LSB)

Faixa de números sem sinal para 8 bits: 0 a 256-1=255

- $0000\ 0000_{(2)} = 0_{(10)}$
- $0000\ 0001_{(2)} = 1_{(10)}$
- $0000\ 0010_{(2)} = 2_{(10)}$
- ...
- $1111\ 1100_{(2)} = 252_{(10)}$
- $1111\ 1101_{(2)} = 253_{(10)}$
- $1111\ 1110_{(2)} = 254_{(10)}$
- $1111\ 1111_{(2)} = 255_{(10)}$

Representação do dado

QTDE. DE CARACTERES

Caracteres alfabéticos maiúsculos	26
Caracteres alfabéticos minúsculos	26
Algarismos	10
Sinais de pontuação e outros símbolos	32
Caracteres de controle	24
Total	118

Representação do dado

Bits	Combinações	Símbolos
2	2^2	4
3	2^3	8
4	2^4	16
5	2^5	32
6	2^6	64
7	2^7	128
8	2^8	256
9	2^9	512
10	2^{10}	1.024 ~= 1K

Representação do dado

- **BYTE (BInary TErm)**

- **Um byte é formado pela combinação de 8 bits**

1Byte = 8 bits

- **Em um byte podemos ter 256 combinações diferentes:** $2^8 = 256$

Representação do dado

- Todas as letras, números e caracteres são codificados pelos equipamentos através dos bytes que os representam, permitindo a comunicação entre o usuário e a máquina.

- **Exemplos**

Letra A = 01000001

Letra B = 01000010

Número 0 = 00110000

Número 1 = 00110001

Base Binária (2)

- Neste sistema, os dígitos binários representam os coeficientes das potências de base 2.

- **2 algarimos (0 e 1) , (F e V), etc**

- **O dígito binário equivale ao bit**

- **Abaixo temos algumas potências de 2**

2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Seqüência Binária

	A B C D		A B C D
0	0 0 0 0	8	1 0 0 0
1	0 0 0 1	9	1 0 0 1
2	0 0 1 0	10	1 0 1 0
3	0 0 1 1	11	1 0 1 1
4	0 1 0 0	12	1 1 0 0
5	0 1 0 1	13	1 1 0 1
6	0 1 1 0	14	1 1 1 0
7	0 1 1 1	15	1 1 1 1

C = 2 ^ N
C = Nro de combinações
2 = Base binária
N = Nro de variavéis

C = 2 ^ 4 = 16

C = 2 ^ 3 = 8

Sistema de Numeração Octal

- **Base 8 (Octal)**

- Neste sistema a base é 8, e os dígitos são **0,1,2,...7**

- Há uma relação especial entre o sistema octal e o sistema binário que reside no fato de que três dígitos binários representarem **oito (2^3)** números distintos.

- Esta relação permite efetuar conversões entre estes sistemas de forma quase imediata como veremos adiante.

Seqüência Binária

	X Y Z
0	0 0 0
1	0 0 1
2	0 1 0
3	0 1 1
4	1 0 0
5	1 0 1
6	1 1 0
7	1 1 1

C = 2 ^ N
C = Nro de combinações DIFERENTES
2 = Base binária
N = Nro de variavéis

C = 2 ^ 3 = 8

Z = Var x 2 ^ 0 = 1
Y = Var x 2 ^ 1 = 2
X = var x 2 ^ 2 = 4

Base Hexadecimal (16)

Em bases superiores a 10, usam-se letras para representar os dígitos

HEXA (6 letras)

A = 10, D = 13,
B = 11, E = 14 e
C = 12, F =15

Decimal (10 Algarimos)
que variam entre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

Sistema Hexadecimal

C = 2 ^ N
C = Nro de combinações
2 = Base binária
N = Nro de variavéis

C = 2 ^ 4 = 16

	R S T U		R S T U
0	0 0 0 0	8	1 0 0 0
1	0 0 0 1	9	1 0 0 1
2	0 0 1 0	**A**=10	1 0 1 0
3	0 0 1 1	**B**=11	1 0 1 1
4	0 1 0 0	**C**=12	1 1 0 0
5	0 1 0 1	**D**=13	1 1 0 1
6	0 1 1 0	**E**=14	1 1 1 0
7	0 1 1 1	**F**=15	1 1 1 1

Base Hexadecimal (16)

- $2DB_{16}$

  $(2 \times 16^2) + (D \times 16^1) + (B \times 16^0) =$

  $(2 \times 256) + (13 \times 16) + (11 \times 1) =$

  $512 + 208 + 11 = 731_{10}$

Conversão de Base 2 para Base 16

Base 2 -> Base 16

$2^4 = 16$

❑Exemplo 19: Converter 110111010_2 para Hexadecimal

✓Solução:

✓ 4 dígitos binários equivalem a um dígito hexadecimal

$$0001.1011.1010_2$$

$$1 \quad B \quad A_{16}$$

Contagem Numérica

Base 10			Base 2	Base N	
(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)			(0,1)	(0,1,2,..,N-1)	
0	9	99	0	0	20
1	10	100	1	1	21
2	11	101	10	2	22
3	12	102	11	...	...
4	(...)	...	100	N-1	2(N-1)
5	19		101	10	30
6	20		110	11	31
7	21		111	(...)	...
8	(...)		...	1(N-1)	

Tabela de Bases Numéricas (1/2)

Binário Base 2	Octal Base 8	Decimal Base 10	Hexadecimal Base 16
0000	0	0	0
0001	1	1	1
0010	2	2	2
0011	3	3	3
0100	4	4	4
0101	5	5	5
0110	6	6	6
0111	7	7	7

Tabela de Bases Numéricas (2/2)

Binário	Octal	Decimal	Hexadecimal
Base 2	Base 8	Base 10	Base 16
1000	10	8	8
1001	11	9	9
1010	12	10	A
1011	13	11	B
1100	14	12	C
1101	15	13	D
1110	16	14	E
1111	17	15	F

Conversão binário para decimal

- Notamos, que de maneira geral, a regra básica de formação de um número consiste no somatório de cada dígito multiplicado por uma potência da base relacionada à posição daquele dígito.

- O algarismo menos significativo (base elevada a zero = 1) localiza-se à direita,

- os mais significativos(maiores potências da base) ficam à esquerda.

Conversão binário para decimal

- Por exemplo, o número **19_{10} (o subscrito indica a base)** é representado pela seqüência de dígitos binários:

- **Exemplo 04:**

$$10011_2 = 1x2^4 + 0x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$$

- **Exemplo 05:**

$$10011_2 = 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = 19_{10}$$

- Na prática, cada dígito binário recebe a denominação de **bit (binary digital digit),** conjuntos de 4 bits são chamados nibble e de 8 bits denominam-se byte.

Conversão decimal para binário

- Considere-se a divisão inteira de N por 2. Dado que cada divisão desloca o ponto decimal uma posição para a esquerda temos:

$$\frac{N}{2} = \frac{...x_8 x_4 x_2 x_1}{2} = x_8 x_4 x_2 + \text{resto } x_1$$

- O dígito menos significativo x_1 corresponde ao resto da divisão inteira e o quociente corresponde a um novo número N' = ...$x_8x_4x_2$, onde x_2 passa a ser o algarismo menos significativo.

Conversão decimal para binário

- Aplicando divisões sucessivas e considerando o resto, obtém-se a seqüência de digitos binários que representam o número N no sistema binário.

- **Exemplo 06:**

19 |2

LSB 1 9|2

1 4|2

Só Pega o resto

0 2|2

0 1|2

1 0

MSB

$19_{10} = 10011_2$

Conversão decimal para binário

- **Exemplo 07:**

30 | 2

LSB 0 15 | 2

1 7 | 2

1 3 | 2

1 1 | 2

1 0

Só Pega o resto

MSB

$30_{10} = 11110_2$

Conversão do sistema Octal para o decimal

- Utilizamos o conceito básico de formação de um número já explicado.
- **Exemplo 08:** Converter 345_8 em decimal.
  - ✓ $\mathbf{345_8 = 3x8^2 + 4x8^1 + 5x8^0}$
  - ✓ $\mathbf{345_8 = 192 + 32 + 5 = 229_{10}}$
- **Exemplo 09:** Converter 477_8 em decimal.
  - ✓ $\mathbf{477_8 = 4x8^2 + 7x8^1 + 7x8^0}$
  - ✓ $\mathbf{477_8 = 256 + 56 + 7 = 319_{10}}$
- **Exemplo 10:**
  - ✓ 727_8

    $(7 \times 8^2) + (2 \times 8^1) + (7 \times 8^0) =$

    $(7 \times 64) + (2 \times 8) + (7 \times 1) =$

    $448 + 16 + 7 = 471_{10}$

Conversão do sistema Decimal para o Octal

- O processo é análogo ao da conversão base 10 para base 2, ou seja, empregar divisões sucessivas pela base.
  - **Exemplo 11:** **Converter 90_{10} para octal.**

```
        90|8
LSB    2 11|8
Só        3 1|8
Pega        1 0
 o
resto        MSB
```

$90_{10} = 132_8$

  - **Exemplo 12:** **Converter 128_{10} para octal.**

```
        128|8
LSB      0 16|8
Só          0 2|8
Pega          2 0
 o
resto          MSB
```

$128_{10} = 200_8$

Conversão do sistema Octal para binário

- Para realizar a conversão basta converter cada dígito octal no seu correspondente binário. Isto se deve à relação anteriormente mencionada.

- **Exemplo 13.** **Converter 77_8 em binário.**

$$\underbrace{7}_{111}\underbrace{7}_{111} = \therefore 77_8 = 111111_2$$

- **Exemplo 14.** **Converter 123_8 em binário**

$$\underbrace{1}_{001}\ \underbrace{2}_{010}\ \underbrace{3}_{011} = \therefore 123_8 = 1010011_2$$

Conversão de Base 2 para Base 8

Base 2 -> Base 8

$2^3 = 8$

- Utiliza-se o processo inverso do anterior.
- Separamos o número binário em grupos de 3 bits à partir da direita.
- Depois, convertemos cada grupo de bits para o sistema octal.

- **Exemplo 15:** **Converter 110111010 para Octal**

  - ✓ **Solução:**
  - ✓ **3 dígitos binários equivalem a um dígito octal**

$110.111.010_2$

$6 \quad 7 \quad 2_8$

Seqüência Binária

	X Y
0	0 0
1	0 1
2	1 0
3	1 1

C = 2 ^ N
C = Nro de combinações DIFERENTES
2 = Base binária
N = Nro de variavéis

C = 2 ^ 2 = 4

Conversão do sistema Binário para o Octal

- **Exemplo 16:** Converter 1110010_2 em octal
  - $1110010_2 = 001\ 110\ 010 = 162_8$

    $\cancel{0x2}$^2 + 1x2^1 + $\cancel{0x2}$^0

- **Exemplo 17:** Converter 10001_2 em octal.
  - $10001_2 = 010\ 001 = 21_8$

- **Exemplo 18:** Converter 1110100_2 em octal.
  - $1110100_2 = 001\ 110\ 100 = 164_8$

LE01: Conversão

- <u>**Converter os números Números binários em decimal.**</u>
  - – Lembrando que 0 zero à esquerda de um número é um algarismo mais significativo:

1.a) 001110_2

1.b) 1110_2

1.c) 101100_2

1.d) 11001_2

1.e) 101010_2

1.f) 101010_2

LE02-Converter os seguintes sistemas númericos

1) Base 2 -> Base 8

1.a) 11011_2, 1.b) 1110110_2, 1.c) 111000_2

2) Base 2 -> Base 16

2.a) 11011_2, 2.b) 1110110_2 , 2.c) 111000_2

3) Base 8 -> Base 2

3.a) 123_8, 3.b) 400_8 3.c) 724_8

4) Base 16 -> Base 2

4.a) ABC_{16} 4.b) 1001_{16} 4.a) 115_{16}

Conversão entre Bases 8 para 16

Usa-se a base 2 como intermediária

- ❑ **Exemplo 20. Converter da base 8 para base 16**
  - ✓ **Solução**
  - ✓ **base 8 (C = 2^3) -> base 2 -> base 16 (C = 2^4)**

1) 752_8 -> $111\ 101\ 010_2$

2) $1\ 1110\ 1010_2$ -> $1EA_{16}$

Conversão entre Bases 16 para 8

Usa-se a base 2 como intermediária

- **Exemplo 21. Converter da base 16 para base 8**
  - ✓ **Solução**
  - ✓ **base 16 (C = 2^4) -> base 2 -> base 8 (C = 2^3)**

1) $A0C5_{16}$ -> 1010 0000 1100 0101_2

2) 1 010 000 011 000 101_2 -> 120305_8

Base B para Base 10

A conversão de uma base qualquer para a base 10 é feita usando a fórmula vista anteriormente

$$N = (d_{(n-1)}\ d_{(n-2)}\ \ d_{(n-3)}\ \ \ldots\ d_1\ d_0\ )b$$

Conversão da Base 10 para uma Base B Qualquer

Dividir o número pela base B

Enquanto o quociente for diferente de zero:

-Dividir Quociente pela base B

-Extrair o resto como algarismo e colocar à esquerda do anterior

Repetir

Quando quociente for igual a zero, parar

Bibliografia

1) MONTEIRO, M. A. Introdução à organização de computadores. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

2) PARTHAMI, Behrooz, Arquitetura de Computadores de Micropossadores a Supercomputadores. Editora Mc Graw-Hill

3) TANENBAUM, A. S. Organização estruturada de computadores. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

4) HENNESSY, John L.; Patterson, David A.; Organização e Projeto de Computadores – 3ª Edição 2005; ED Campus.