



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«МИРЭА – Российский технологический университет»

**РТУ МИРЭА**

---

---

## ЛЕКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### Методы обеспечения целостности информации

	<i>(наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом)</i>
Уровень	бакалавриат
	<i>(бакалавриат, магистратура, специалитет)</i>
Форма обучения	очная
	<i>(очная, очно-заочная, заочная)</i>
Направление(-я) подготовки	09.03.02 «Информационные системы и технологии»
	<i>(код(-ы) и наименование(-я))</i>
Институт	кибербезопасности и цифровых технологий (ИКБ)
	<i>(полное и краткое наименование)</i>
Кафедра	Разработка программных решений и системное программирование
	<i>(полное и краткое наименование кафедры, реализующей дисциплину (модуль))</i>
Лектор	К.т.н. Ермакова Алла Юрьевна
	<i>(сокращенно – ученая степень, ученое звание; полностью – ФИО)</i>
Используются в данной редакции с учебного года	2023/24
	<i>(учебный год цифрами)</i>
Проверено и согласовано « ____ » _____ 2023 г.	
	<i>(подпись директора Института/Филиала с расшифровкой)</i>

Москва 2023 г.

## Лекция 7. Протоколы контроля целостности. Использование контрольных цифр.

Контрольные суммы (checksums или CRC) являются более надежным способом обеспечения целостности, чем биты четности или контрольные цифры. В англоязычной литературе CRC расшифровывается двояко в зависимости от контекста: Cyclic Redundancy Code или Cyclic Redundancy Check. Под первой расшифровкой понимают циклический код, под второй – [хеш-образ](#).

**Циклические коды** основаны на полиномиальной арифметике по модулю 2 (полиномиальном делении без переноса). Вместо представления делимого (исходного сообщения, входных данных), делителя (порождающего полинома), частного (целой части) и остатка (контрольной суммы, CRC) в виде положительных целых чисел, их можно представить в виде полиномов с двоичными коэффициентами или в виде строки бит, каждый из которых является коэффициентом полинома. Например, десятичное число  $19_{10}$  в двоичной системе счисления имеет вид  $10011_2$ , что совпадает с полиномом

$$1*x^4 + 0*x^3 + 0*x^2 + 1*x^1 + 1*x^0 = x^4 + x^1 + x^0. \quad (6)$$

Значение контрольной суммы с порождающим полиномом  $G(x)$  определяется по формуле:

$$R(x) = P(x) * x^N \bmod G(x), \quad (7)$$

где  $R(x)$  - полином, представляющий значение контрольной суммы;  
 $P(x)$  - полином, представляющий входные данные;  
 $G(x)$  - порождающий полином;  
 $N$  - максимальная степень порождающего полинома.

Умножение  $x^N$  эквивалентно приписыванию N нулевых битов к входным данным. Полиномиальное деление без переноса выполняется по следующим правилам:

- при наличии у промежуточного остатка в качестве старшего бита «1», он складывается по модулю 2 (XOR, исключающее ИЛИ) с битовым представлением порождающего полинома и в частное записывается «1»;
- в противном случае выполняется сложение по модулю 2 промежуточного остатка с нулевой битовой строкой длиной N+1 и в частное записывается «0».

В следующей таблице приведены примеры определения контрольных сумм для порождающего полинома  $G(x) = x^4 + x^1 + x^0$  (делитель -  $10011_2$ ,  $19_{10}$ ;  $N = 4$ ;  $x^N = 10000_2$ ).

Таблица 1

Примеры определения контрольных сумм

Делимое $P(x)$ (входные данные)	$10111_2$ ( $23_{10}$ )	$10011_2$ ( $19_{10}$ )	$10001_2$ ( $17_{10}$ )
$P(x) * x^N$	$101110000_2$ ( $368_{10}$ )	$100110000_2$ ( $304_{10}$ )	$100010000_2$ ( $272_{10}$ )
Деление $P(x) * x^N \bmod G(x)$	$101110000$ $\underline{10011} \quad 1$ $01000$	$100110000$ $\underline{10011} \quad 1$ $00000$	$100010000$ $\underline{10011} \quad 1$ $00100$

	<u>00000</u> 0 10000 <u>10011</u> 1 00110 <u>00000</u> 0 01100 <u>00000</u> 0 1100	<u>00000</u> 0 00000 <u>00000</u> 0 00000 <u>00000</u> 0 00000 <u>00000</u> 0 0000	<u>00000</u> 0 01000 <u>00000</u> 0 10000 <u>10011</u> 1 00110 <u>00000</u> 0 0110
Частное	10100 <sub>2</sub> (20 <sub>10</sub> )	10000 <sub>2</sub> (16 <sub>10</sub> )	10010 <sub>2</sub> (18 <sub>10</sub> )
Остаток R(x) (контрольная сумма)	1100 <sub>2</sub> (12 <sub>10</sub> )	0000 <sub>2</sub> (0 <sub>10</sub> )	0110 <sub>2</sub> (6 <sub>10</sub> )
Входные данные с контрольной суммой	10111 1100 <sub>2</sub> (380 <sub>10</sub> )	10011 0000 <sub>2</sub> (304 <sub>10</sub> )	10001 0110 <sub>2</sub> (278 <sub>10</sub> )

Принимающая сторона для проверки целостности полученных данных может сделать одно из следующих равноценных действий:

- выделить входные данные, вычислить для них контрольную сумму (не забыв при этом дополнить данные N нулевыми битами) и сравнить ее с переданной;
- поделить входные данные с контрольной суммой (последняя строка табл. 2) на делитель, представляющий порождающий полином G(x). В результате должен получиться нулевой остаток.

Как было отмечено выше, использование циклических кодов является более надежным способом контроля целостности, чем биты четности. В то же время, при передаче исходного сообщения P(x) возможна такая его модификация, что контрольная сумма для него и принятого искаженного сообщения P'(x) будут совпадать. Т.е. циклические коды не лишены проблемы возникновения коллизий.

Выбор и применение на практике вида порождающего полинома определяется требованиями производительности и минимизации возникновения коллизий. В следующей таблице приведены некоторые разновидности порождающих полиномов, используемые в информационных системах.

Таблица 2

Разновидности порождающих полиномов

Название	Порождающий полином $G(x)$	Нормальное представление	Применение
CRC-1	$x + 1$	$01_{16}$	аппаратный контроль ошибок ( <a href="#">нечетный паритетный бит</a> )
CRC-4-ITU	$x^4 + x + 1$	$03_{16}$	
CRC-7	$x^7 + x^3 + 1$	$09_{16}$	системы телекоммуникации, MMC, SD
CRC-12	$x^{12} + x^{11} + x^3 + x^2 + x + 1$	$080F_{16}$	системы телекоммуникации
CRC-16-IBM	$x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$	$8005_{16}$	USB, ANSI X3.28
CRC-16-CCITT	$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$	$1021_{16}$	X.25, Bluetooth, SD, RFID
CRC-24-Radix-64	$x^{24} + x^{23} + x^{18} + x^{17} + x^{14} + x^{11} + x^{10} + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$	$864CFB_{16}$	OpenPGP
CRC-32-IEEE 802.3	$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$	$1EDC6F41_{16}$	V.42, MPEG-2, PNG
CRC-64-ISO	$x^{64} + x^4 + x^3 + x + 1$	$1B_{16}$	HDLC

Нормальное представление полинома указывается в стандартах, как правило, в шестнадцатеричном виде. При этом преобразование битовой строки полинома выполняется без учета старшего единичного бита.

Например, для CRC-12 битовая строка порождающего полинома выглядит  $1100000001111_2$ . Отбросив старший бит ( $100000001111_2$ ) и преобразовав в шестнадцатеричный вид, получаем  $080F_{16}$ .

Другой вариант использования контрольных сумм - проверка целостности хранимых файлов с целью обнаружения их искажения (например, вирусами) или подмены. В этом случае обычно применяют хеш-образы файлов, которые хранятся в защищённом месте и периодически используются для контроля целостности файлов. Хеш-образы активно применяют для проверки целостности скачиваемых файлов. В частности на многих сайтах, помимо дистрибутивов ПО, выкладываются также их контрольные хеш-образы.