

Aufgabe 1

Sei $u = 1, K = 2$.

$$5\dot{y} + y = 2 \quad (1)$$

Aufgabe 2

a)

$$i_1(t) + i_2(t) + i_C(t) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{v_E(t)}{R_1} + \frac{v_C(t)}{R_2} + C\dot{v}_C(t) = 0 \quad (3)$$

$$\dot{v}_C(t) = -\frac{1}{R_2 C} v_C(t) - \frac{1}{R_1 C} v_E(t) \quad (4)$$

Jetzt noch in die Standardform, also $v_c(t) := x(t), v_E(t) := u(t)$:

$$f(x, u) = \dot{x}_C(t) = -\frac{1}{R_2 C} x(t) - \frac{1}{R_1 C} u(t) \quad (5)$$

b)

Aus der Elektronik ist bekannt, das gilt:

$$y(t) = y(0) - \frac{1}{R_2 C} \int_0^t u_E(\tau) d\tau \quad (6)$$

$$v_c(t) = v_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c(\tau) d\tau \quad (7)$$

Mit

$$i_c(t) = -(i_1(t) + i_2(t)) = -\left(\frac{v_E(t)}{R_1} + \frac{v_C(t)}{R_2}\right) \text{ und } u(t) = v_E(t), x(t) = v_c(t) \quad (8)$$

folgt:

$$y(t) = y(0) - \frac{1}{C} \int_0^t \frac{u(\tau)}{R_1} + \frac{x(\tau)}{R_2} d\tau \quad (9)$$

$$y = g(x, u) = Cx + Du$$

$$V_A = V_c \Rightarrow C = 1, D = 0$$

$$\Rightarrow y = x$$

c)

1/1

Das System ist linear, weil die DGL linear ist (man kann zeigen, dass eine DGL linear ist, wenn jeder Summand linear ist). Davon abgesehen, sind die Bauteile lineare Bauteile. Zeitinvarianz: $\partial_t f = 0$, also zeitinvariant.

d)

0,5/1

$$\dot{y}(t) + \frac{1}{R_2 C} y(t) = \frac{-1}{R_1 C} u(t) \quad (10)$$

e)

0,5/1

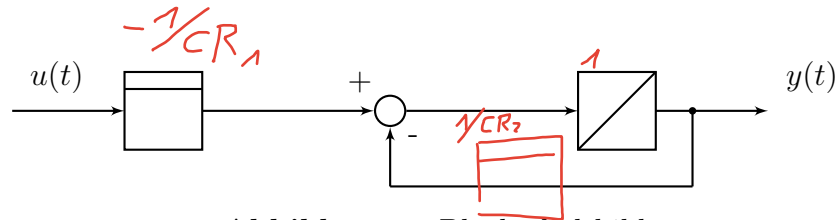


Abbildung 1: Blockschaltbild

f)

Um ein Verzögerungsglied erster Ordnung.

1/1

g) + h)

2/2

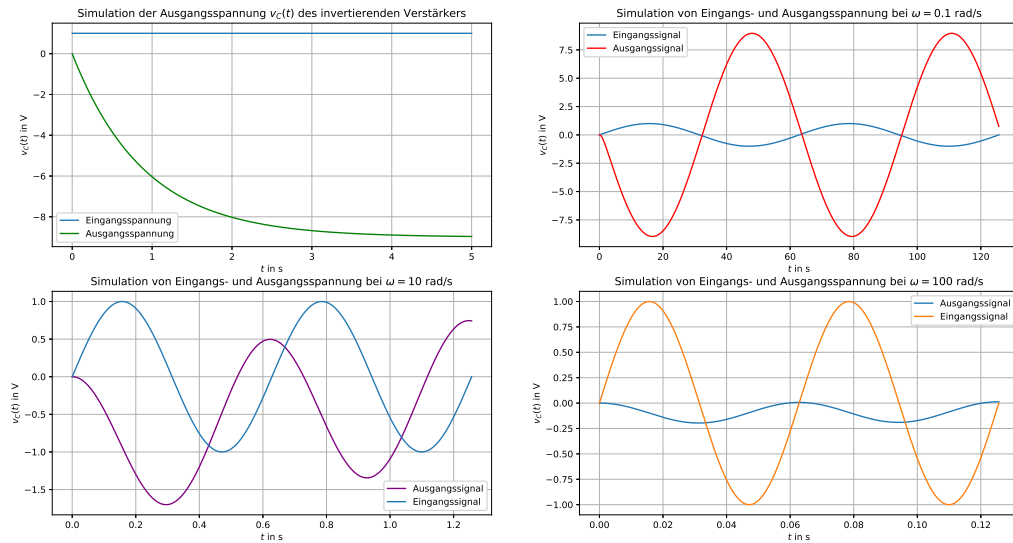


Abbildung 2: Ein- und Ausgänge bei Gleich und Wechselssignalen

In den Plots 3 bis 4 ist deutlich zu erkennen, dass die Verstärkung mit größerer Frequenz geringer wird und das Signal eine Phasenverschiebung um bis zu $\frac{\pi}{2}$ erleidet. Je größere die Frequenz, desto mehr wird das Signal also abgeschwächt. Man hat also einen Tiefpass.

9.5/10