Jonas Bilal
Robin Vogt
12.06.2020

Systemtheorie und Regelungstechnik
Übungsblatt 5

Aufgabe 1

a + b + c)

Wir betrachten im Folgenden Verzögerungsglieder zweiter Ordnung der Form

$$T^2\ddot{y}(t) + 2dT\dot{y}(t) + y(t) = K \cdot u(t) \tag{1}$$

Diese zählen zu den zusammengesetzten, linearen Übertragungsgliedern. Um die DGL in Regelungsnormalform zu bringen, teilen wir durch T^2 und erhalten somit DGL der Form

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0 y = b_0 u \tag{2}$$

Mit den Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} b_0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

lassen sich alle Systeme eindeutig beschreiben.

I. $\ddot{y} + 2\dot{y} + y = u$

$\ddot{y} + 2\dot{y} + y = u$
$T = 1$
$d = 1$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

II. $\ddot{y} + y = u - \dot{y}$

$\ddot{y} + \dot{y} + y = u$
$T = 1$
$d = \frac{1}{2}$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

III. $2\ddot{y} + 8\dot{y} = 2u - 2y$

$\ddot{y} + 4\dot{y} + y = u$
$T = 1$
$d = 2$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

IV. $4\ddot{y} + 2\dot{y} = u - y$

$4\ddot{y} + 2\dot{y} + y = u$
$T = 2$
$d = \frac{1}{2}$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

d)

Diese Ausgangstrajektorie nennt man Sprungantwort.

e)

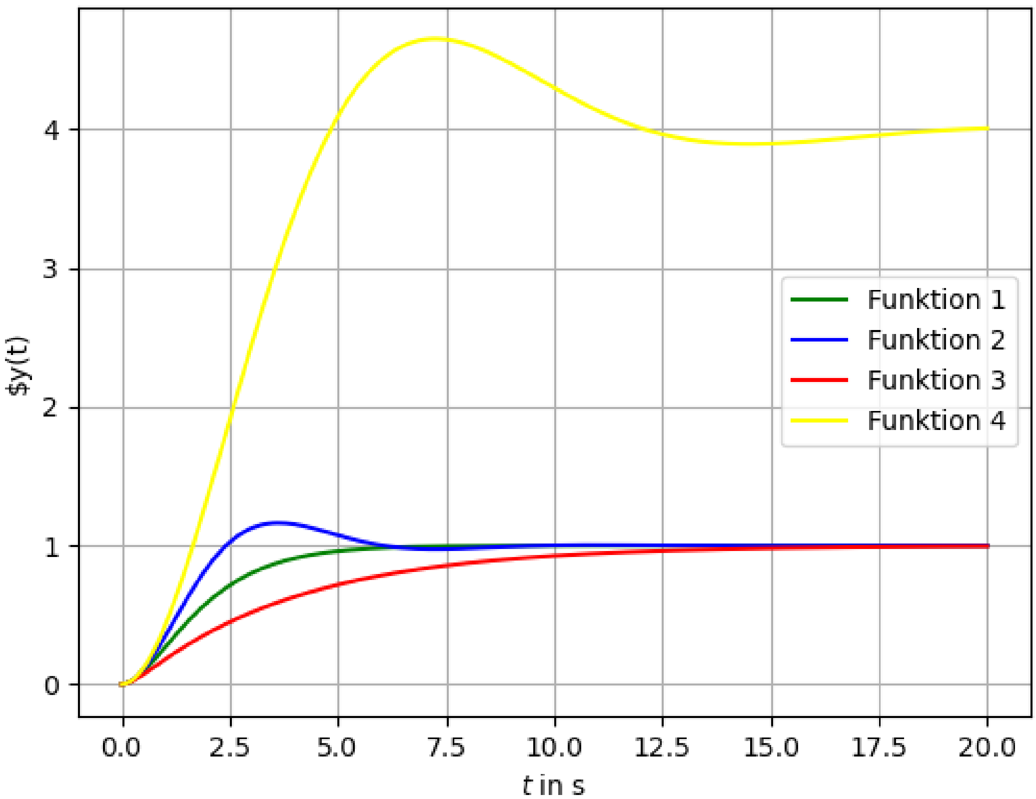

Abbildung 1: Sprungantworten der Verzögerungsglieder zweiter Ordnung

f)

Die Dämpfung bestimmt im Wesentlichen die Überschwinghöhe h_{max} und die Einschwingzeit $t_{settling}$ der Sprungantwort. Je geringer die Dämpfung, desto größer die Überschwingung und länger die Einschwingzeit. Sehr starke Dämpfung führt zum Kriechfall und damit zu keiner Schwingung, was ebenfalls eine Erhöhung der Einschwingzeit zur Folge hat. Negative Dämpfung führt zu Resonanz und macht damit das System instabil.

g)

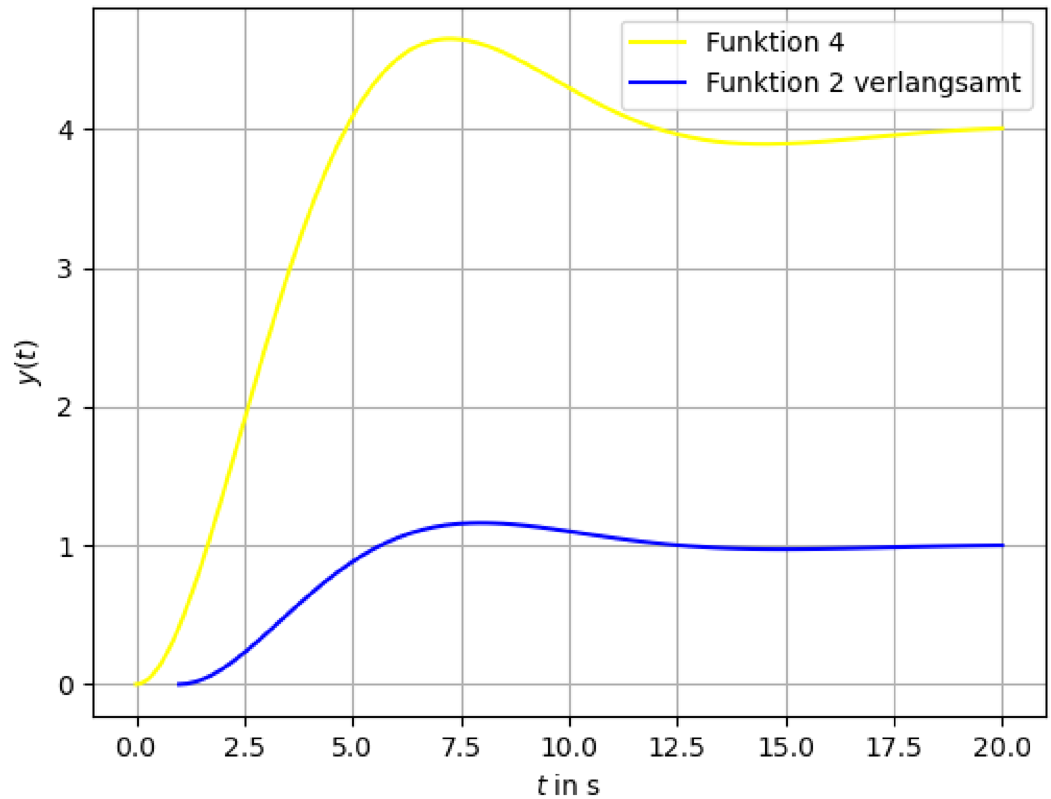

Abbildung 2: Verlangsamte Sprungantwort von System 2 in Vergleich zu System 4

h)

Die Zeitkonstante T wirkt sich auf die Anstiegszeit t_{rise} und die Schwingfrequenz der Sprungantwort aus. Eine höhere Zeitkonstante sorgt für eine längere Anstiegszeit und niedrigere Schwingfrequenz.

Aufgabe 2

b)

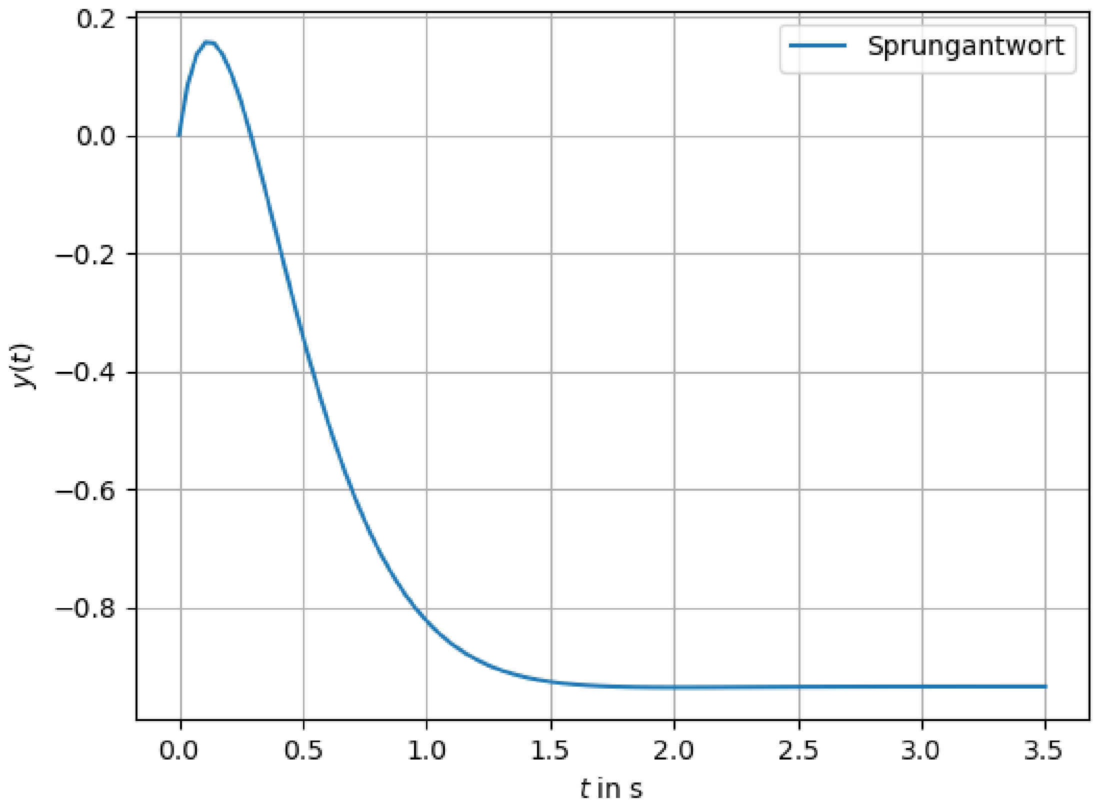

Abbildung 3: Sprungantwort

$t_{settling} = 1.3787878787878787$ s

c)

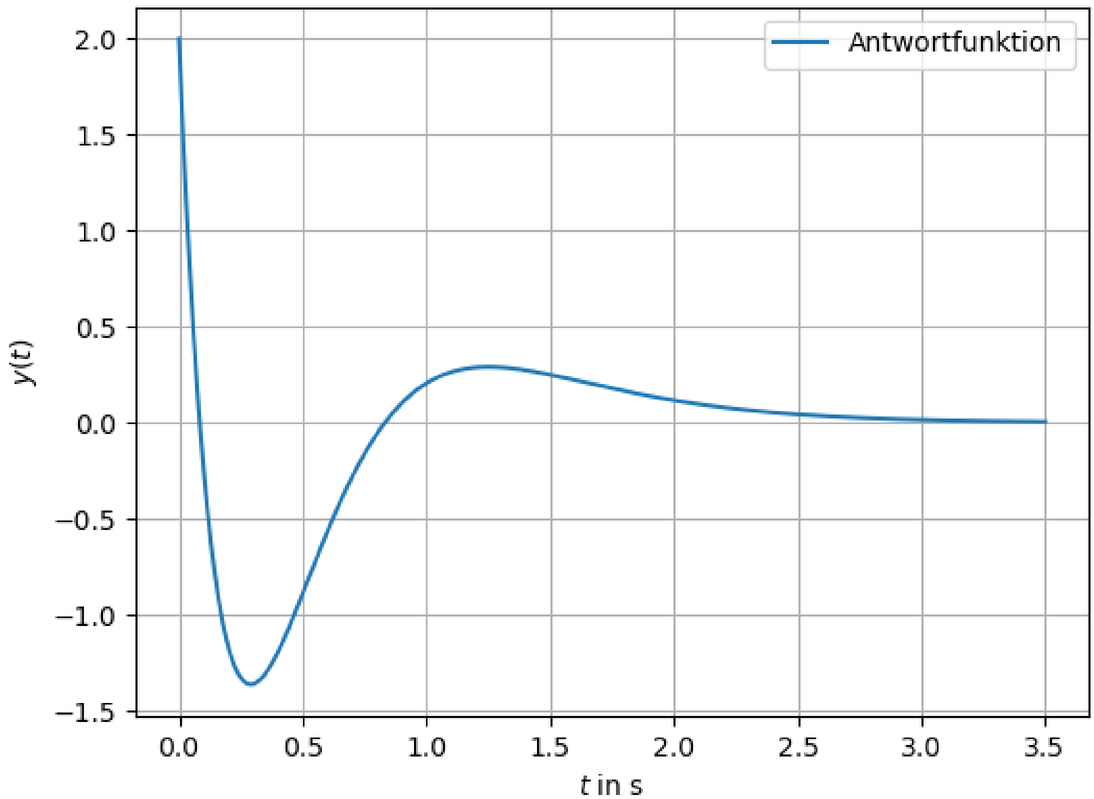

Abbildung 4: Antwortfunktion

d)

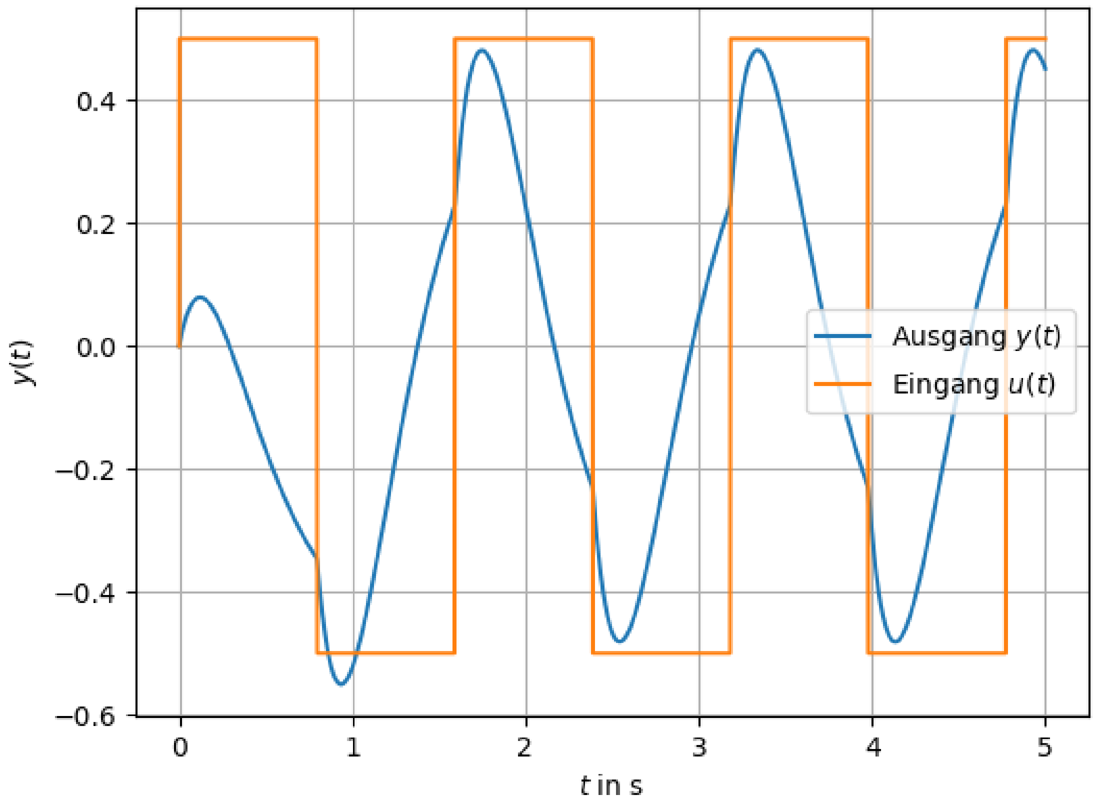

Abbildung 5: Systemantwort für $f = 0.1$ Hz

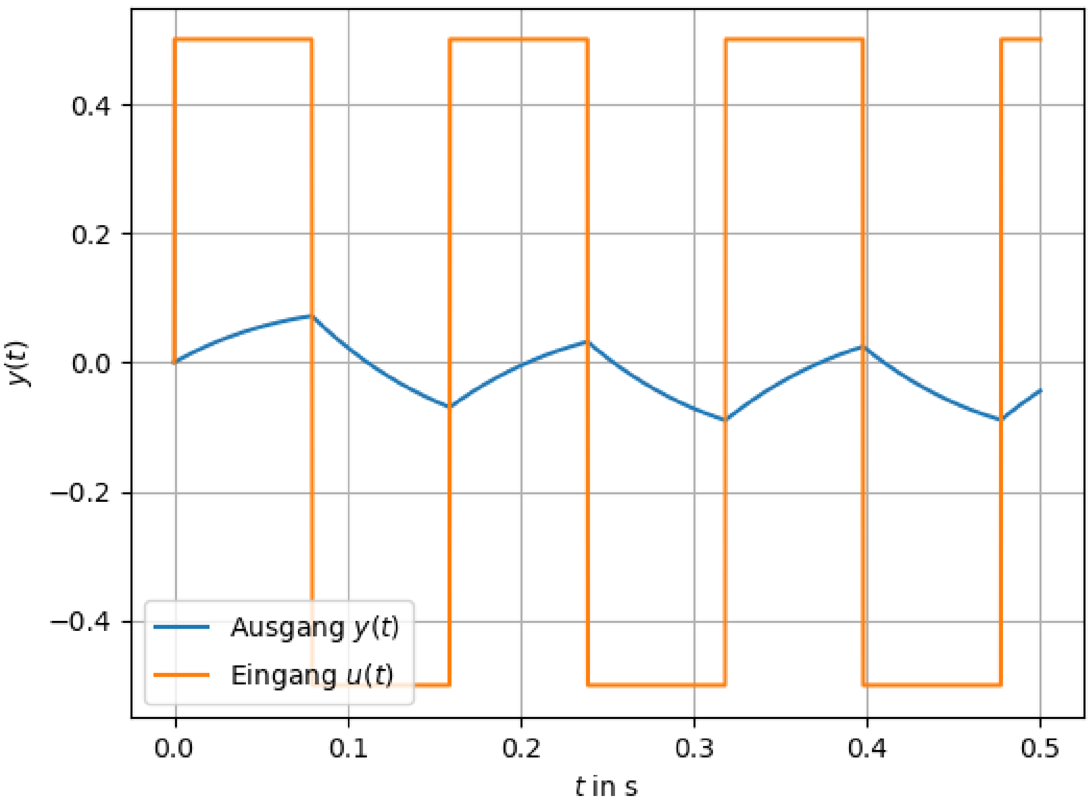

Abbildung 6: Systemantwort für $f = 1$ Hz

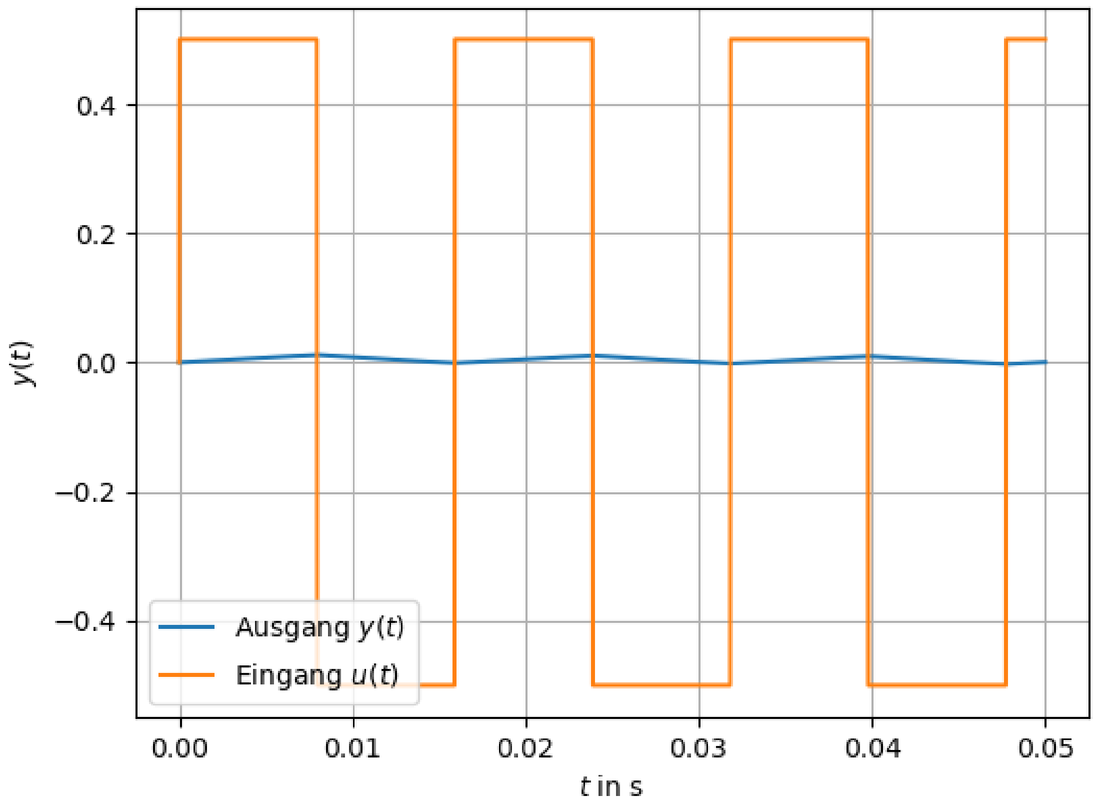

Abbildung 7: Systemantwort für $f = 10$ Hz

Aufgabe 3

a)

Mit A $= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ und $p_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$ ergibt sich das charakteristische Polynom als

$$p_A(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 2 \tag{3}$$

b)

Die beiden Polstellen liegen bei $\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -2$

c)

Da alle Polstellen negativ sind, ist das System zustandsstabil.

d)

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$