Vorlesung Systemtheorie und Regelungstechnik I (SR1) Albert-Ludwigs-Universität Freiburg – Sommersemester 2020

Übungsblatt 8: Laplacetransformation und Übertragungsfunktion (zu Kapitel 6)

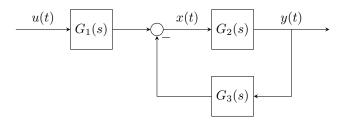
Prof. Dr. Moritz Diehl, Jochem De Schutter

Die folgende Tabelle beinhaltet einige Funktionen und ihre Laplacetransformierten, hierbei gilt f(t) = 0 für t < 0.

- 1. Beweisen Sie die oben angegebenen Laplacetransformationen der folgenden Funktionen indem Sie explizit eine vollständige Laplacetransformation durchführen. (1.5 P.)
 - (a) $f(t) = \delta(t)$
 - (b) $f(t) = e^{-at}$
 - (c) $f(t) = \cos(\omega t)$ TIPP: $\cos(\omega t) = \frac{1}{2} \left(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} \right)$
- 2. Wie lauten die Zeitfunktionen f(t) von folgenden Laplacetransformierten? Verwenden Sie die oben angegebene Tabelle und die im Skript beschriebenen Eigenschaften der Laplacetransformation. Nehmen Sie an, dass die entstehenden Zeitfunktionen kausal sind, d.h. das f(t) = 0 für t < 0 gilt. (1,5 P.)
 - (a) $F(s) = \frac{4}{s}$
 - (b) $F(s) = \frac{3}{s^2+9}$

(c) $F(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$ Hinweis: Substituieren Sie geschickt, sodass Sie eine einfache Rücktransformation aus der Tabelle ablesen können.

- 3. Die Impulsantwort eines Systems sei $g(t)=2t+\sin(\omega t)$, wobei $\omega>0$ ein bekannter Parameter ist. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion G(s) des Systems. Wie lautet die Eingangs-Ausgangs-Differentialgleichung des Systems?
- 4. Betrachten Sie folgendes System (2 P.)



wobei $G_1(s)=\frac{s+1}{s^2-2s+3}, G_2(s)=\frac{2}{s^2+4}$ und $G_3(s)=\frac{1}{s+2}$ gegeben sind.

- (a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$.
- (b) Wie hoch ist der Grad des Systems? Wie hoch der relative Grad?
- 5. Gegeben ist die E/A-Differentialgleichung $2\ddot{y} + 10\dot{y} + 12y = 4\dot{u} + 2u$. (2 P.)
 - (a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion.
 - (b) Berechnen Sie die Pol- und Nullstellen der Übertragungsfunktion.
 - (c) Ist das System BIBO-stabil?
- 6. Betrachten Sie das System $\dot{x} = Ax + Bu$, y = Cx + Du mit $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ und $D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$. (2 P.)

1

(a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des Systems.

Tipp:
$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$
.

(b) Wie lautet die Eingangs-Ausgangs-Differentialgleichung des Systems?