

ECOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ECONOMIQUE

ENSAE de Dakar

Classes AS1/ISEPI, Année Académique 2023-2024

EXAMEN DE STATISTIQUE DESCRIPTIVE II

Durée : 3 heures (documents non autorisés)

Barème sur 30 points :

Concision et présentation de la copie 1 point

Tous les résultats seront donnés par leur valeur approchée arrondie à 10^{-4}

EXERCICE N°1 (07 points)

On s'intéresse à la distribution conjointe de deux variables qui correspondent à deux questions posées à un échantillon de la population dakaroise lors d'une enquête sur le sentiment d'insécurité.

- Avez-vous parfois peur à votre domicile ? (réponses possibles : oui ou non)
- Avez-vous été :
 - Victime d'une agression ?
 - Pas victime d'une agression mais témoins de destruction dans votre quartier ?
 - Pas victime d'une agression ni de destructions mais témoins d'une agression ?
 - Ni victime d'une agression, ni témoins de destructions ou d'une agression ?

On notera X la variable correspondant aux réponses à la première question et Y la variable correspondant aux réponses à la seconde question. Le tableau de contingence sur l'échantillon interrogé est le suivant :

$X \backslash Y$	Victime	Destruction dans quartier	Témoin d'agression	Rien
Apeurés	816	1 468	163	1 632
Non apeurés	5 083	12 015	1 848	27 727

1. Entre ces deux distributions :

- Distribution de Y conditionnellement à X .
- Distribution X conditionnellement à Y .

laquelle permet de déterminer si les personnes apeurées ont plus souvent été victimes d'agressions que les personnes non apeurées ? Déterminer cette distribution.

2. D'après les résultats de la question précédente, les personnes apeurées ont-elles été plus souvent victimes d'agressions que les personnes non apeurées ? Justifier votre réponse.

3. Dresser le tableau des effectifs théoriques d'indépendance. Calculer le khi-deux χ^2 et le C de Cramer. Interpréter les résultats.

4. Déterminer la paire de modalités qui contribue le plus au χ^2 . Interpréter ce résultat.

EXERCICE N°2 (10 points)

Des expériences ont été effectuées concernant la distance de freinage sur route mouillée : en fonction de la vitesse de la voiture au moment du freinage, on a mesuré la distance nécessaire pour l'arrêt du véhicule.

Les expériences, répétées 100 fois, ont été reportées dans le tableau ci-dessous. Pour alléger la taille du tableau, seule une partie du tableau et divers calculs associés sont reproduits.

Exp Numéro	Vitesse	Distance	Vitesse ²	Distance ²	Vitesse×Distance	Vitesse ² ×Distance	Vitesse ⁴
1	102	137	10 404	18 769	13 974	1 425 348	108 243 216
2	42	20	1 764	400	840	35 280	3 111 696
3	73	71	5 329	5 041	5 183	378 359	28 398 241
4	8	3	64	9	24	192	4 096
5	62	53	3 844	2 809	3 286	203 732	14 776 336
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
98	120	185	14 400	34 225	22 200	2 664 000	207 360 000
99	134	227	17 956	51 529	30 418	4 076 012	322 417 936
100	20	9	400	81	180	3 600	160 000
Total	7 759	10 461	801 509	1 850 311	1 185 352	141 928×10 ³	10 900×10 ⁶

1. Quelle est la population étudiée ? Quelle est sa taille ?

2. Quelles sont les variables étudiées ? Quelles sont leurs natures ?

3. Laquelle des deux régressions :

- régression de la vitesse en la distance de freinage

$$v = ad + b$$

- régression de la distance de freinage en la vitesse

$$d = a'v + b'$$

vous paraît être d'intérêt dans ce problème ?

4. Pour la régression choisie à la question précédente, calculer le coefficient de corrélation linéaire. Commenter sa valeur.

5. On s'intéresse à présent, à la régression de la distance de freinage en la vitesse au carré ($Vitesse^2$). Pour cette régression, calculer le coefficient de régression linéaire. Commenter sa valeur en la comparant à celle trouvée à la question précédente.
6. Déterminer l'équation de la droite de régression de la distance de freinage en la vitesse au carré. En déduire la relation obtenue entre la vitesse et la distance de freinage.
7. Quelle est la distance de freinage pour une vitesse de 100 km/h ?
8. Représenter le nuage de points des deux variables étudiées, tracer la courbe de la relation trouvée à la question 6. On fera apparaître quelques points de construction.

EXERCICE N°3 (6 points)

Foa, Rothbaum, Riggs et Murdock (1991) ont réalisé une étude qui évalue 4 types différents de thérapies appliquées à des victimes d'agression. Les sujets du groupe « Thérapie anti-stress » (14 sujets) ont reçu des instructions sur la manière de faire face au stress. Les sujets du groupe « Exposition prolongée » (10 sujets) ont repassé les événements de façon répétée dans leur tête. Les sujets du groupe « Guidance de soutien » (11 sujets) ont appris une technique générale de résolution de problèmes. Enfin, le groupe « Témoin liste d'attente » (10 sujets) n'a reçu aucune thérapie. Les données figurent ci-dessous, la variable dépendante étant l'estimation de la gravité à une série de symptômes.

Thérapie anti-stress	Exposition prolongée	Guidance de soutien	Témoin
3 ; 13 ; 13 ; 8 ; 11 ; 9 ; 12 ; 7 ; 16 ; 15 ; 18 ; 12 ; 8 ; 10	18 ; 6 ; 21 ; 34 ; 26 ; 11 ; 2 ; 5 ; 5 ; 26	24 ; 14 ; 21 ; 5 ; 17 ; 17 ; 23 ; 19 ; 7 ; 27 ; 25	12 ; 30 ; 27 ; 20 ; 17 ; 23 ; 13 ; 28 ; 12 ; 13

1. Calculer l'estimation de la gravité moyenne de chaque type de thérapie.
2. Calculer de deux manières différentes l'estimation de la gravité moyennes de toutes les victimes.
3. Calculer la variance et l'écart-type des estimations de gravité des victimes pour chaque type de thérapie.
4. Calculer la variance et l'écart-type de l'estimation de la gravité de toutes les victimes.
5. Calculer la moyenne des variances pour chaque type de thérapie et la variance des moyennes de l'estimation de gravité de chaque type de thérapie. Que constatez-vous ?
6. Calculer le rapport entre la variance des moyennes de l'estimation de gravité et la variance totale. Cela représente la part de la variance ou variabilité expliquée par l'hétérogénéité entre les différents types de thérapie. Que peut-on conclure ?

EXERCICE N°4 (06 points)

A partir des informations ci-dessous, nous voulons apprécier l'évolution du volume (quantité) des importations.

Tableau : Importations par produits (valeurs en milliards de FCFA, Indice 100 année précédente)

Produits	Année 0		Année 1		Année 2		Année 3	
	Valeurs	Indice de prix	Valeurs	Indice de prix	Valeurs	Indice de prix	Valeurs	Indice de prix
	V_0^h	$i(p)_{0/-1}^h$	V_1^h	$i(p)_{1/0}^h$	V_2^h	$i(p)_{2/1}^h$	V_3^h	$i(p)_{3/2}^h$
Agriculture	44	106	56	105	62	104	75	103
IAA	56	107	68	106	75	105	80	104
Energie	25	106	30	104	37	103	38	102
Biens intermédiaires	170	105	190	103	210	102	240	103
Biens d'équipements	160	109	185	103	210	106	250	108
Biens de consommation	81	110	95	105	105	104	118	103
Transports	62	102	88	103	100	105	105	105
Services	50	108	65	103	80	100	88	98

1. Calculer l'indice des prix des importations pour l'année 3 base 100 l'année 0 selon une formule de Laspeyres
2. Calculer l'indice de volume (quantité) correspondant et donner un commentaire des résultats.

Et si vous ne pouvez travailler avec amour mais seulement avec dégoût, il vaut mieux quitter votre travail et vous asseoir à la porte du temple et recevoir l'aumône de ceux qui travaillent dans la joie.

Car si vous faites le pain avec indifférence, vous faites un pain amer qui n'apaise qu'à moitié la faim de l'homme.

Khalil Gibran