ECOLE NATIONALE DE STATISTIQUE ET D'ANALYSE ECONOMIQUE (ENSAE), DAKAR

Travaux dirigés d'Analyse 3
ISEP2 - 2023-2024
TD 2

Exercice 1. Résoudre les systèmes différentiels suivants :

$$(S_1):\begin{cases} x'(t) = -2x(t) - \frac{5}{2}y(t), \quad t \geq 0 \\ y'(t) = 10x(t) - 2y(t), \quad t \geq 0 \\ x(0) = y(0) = 3 \end{cases} \qquad (S_2):\begin{cases} 2x'(t) + x(t) - 2y(t) = 8\sin(2t), \quad t \geq 0 \\ x'(t) - 2y'(t) + 5x(t) - 10y(t) = 0, \quad t \geq 0 \\ x(0) = y(0) = 0. \end{cases}$$

$$(S_3):\begin{cases} x'(t) = y(t) + t \\ y'(t) = x(t) - t^2 \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases} \qquad (S_4):\begin{cases} x'(t) = -x(t) - y(t) + 1 \\ y'(t) = 2x(t) + y(t) - 1 \\ x(0) = 0, \quad y(0) = 1 \end{cases}$$

$$(S_5):\begin{cases} x'(t) = -x(t) + y(t) \\ y'(t) = -x(t) - y(t) \end{cases} \qquad (S_6):\begin{cases} x'(t) = x(t) - y(t) \\ y'(t) = 2x(t) - y(t) \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre les systèmes différentiels suivants :

$$(S_1):\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + 4z(t), \quad t \geq 0 \\ y'(t) = 3x(t) - 4y(t) + 12z(t) \\ z'(t) = x(t) - 2y(t) + 5z(t) \\ x(0) = a_1, y(0) = a_2, z(0) = a_3 \end{cases} \qquad (S_2):\begin{cases} x'(t) = 7x(t) + y(t) + 4z(t) \\ y'(t) = -x(t) - 7y(t) - 4z(t) \\ z'(t) = -6x(t) + 6y(t) \end{cases}$$

$$(S_3):\begin{cases} x'(t) = y(t) - z(t) \\ y'(t) = z(t) - x(t) \\ z'(t) = x(t) - y(t) \end{cases} \qquad (S_4):\begin{cases} x'(t) = -y(t) - z(t) \\ y'(t) = x(t) - z(t) \\ z'(t) = x(t) + y(t) \end{cases}$$

$$(S_5):\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) + 1 \\ y'(t) = -3x(t) - 3y(t) + z(t) - e^t \\ z'(t) = 2x(t) + 2y(t) - z(t) + 2e^t \\ x(0) = 1, \quad y(0) = -1 \text{ et } z(0) = 1 \end{cases} \qquad (S_6):\begin{cases} x'(t) = -3x(t) + 2y(t) - z(t) \\ y'(t) = -y(t) + t + 1 \\ z'(t) = 2x(t) - z(t) + 2t + 2 \end{cases}$$

$$(S_7):\begin{cases} x'(t) = 3x(t) + y(t) + 3t \\ y'(t) = -4x(t) - y(t) + t - 3 \\ z'(t) = 4x(t) - 8y(t) + 2z(t). \end{cases} \qquad (S_8):\begin{cases} x'(t) = -4x(t) + y(t) + z(t) + 1 \\ y'(t) = x(t) - y(t) - 2z(t) + t \\ z'(t) = -2x(t) + y(t) - z(t) + t^2 \end{cases}$$

$$(S_9):\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 6y(t) - 3z(t) + \cos t \\ y'(t) = -x(t) - 5y(t) - 2z(t) - \cos t + \sin t \\ z'(t) = 5x(t) + 6y(t) - 4z(t) + \cos t. \end{cases} \qquad (S_{10}):\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 2z(t) + e^t, \quad t \geq 0 \\ y'(t) = 3x(t) + 8y(t) + 3z(t) + e^t \\ z'(t) = 3x(t) + 2y(t) + 5z(t) + e^{2t} \\ x(0) = a_1, y(0) = a_2, z(0) = a_3 \end{cases}$$

Exercice 3. Intégrer les systèmes différentiels $Y' = AY$ dans les cas suivants :

$$A_1 = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -10 & 6 & 8 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 10 & -5 & 7 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$