



Examen de Statistique descriptive 1

Classe : AS1

Enseignant : M. FAYE

Année académique : 2023 / 2024

Durée : 3h

Exercice 1 (0,75*4 points)

1. Soit X une variable quantitative ayant n observations $(x_1; \dots; x_n)$ de moyenne arithmétique \bar{x} et de variance σ_x^2 . Déterminer la moyenne et la variance de la variable $Y (y_1; \dots; y_n)$ dans les deux cas suivants :
 - i. $y_i = a + x_i; a \in \mathbb{R}$
 - ii. $y_i = bx_i; b \in \mathbb{R}$
2. Soit X une variable quantitative telle que $x_1 = 1$ et $x_{i+1} = x_i + 1$ pour tout $i=1; \dots; n-1$. Calculer la moyenne et la variance de X .

Exercice 2 (1*3 points)

Soient x_1, \dots, x_n les observations d'une variable statistique quantitative X . On suppose que les x_i ne sont pas toutes nulles.

1. Montrer que l'écart-moyen e est toujours inférieur ou égal à l'écart-type σ_x .
2. Montrer que l'écart-type σ_x vérifie :

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_i - x_j)^2 \right) \right)$$

3. En notant E_t l'étendue de la série, déduire de la question 2 que :

$$\sigma_x \leq E_t \sqrt{\frac{n-1}{2n}}$$

Problème (14 points)

En vue d'étudier les disparités de salaires entre hommes et femmes, un syndicat de salariés a réalisé une enquête auprès du personnel ouvrier d'un groupe industriel. Il a obtenu, pour les personnes ayant travaillé toute l'année à temps complet, les distributions de salaire annuel suivantes :

Salaire annuel	Nombre d'ouvriers	Nombre d'ouvrières
[15;35[3 145	2 664
[35;40[2 465	2 640
[40;45[4 675	2 196 5
[45;55[11 220	2 808 10
[55;65[9 180	996 10
[65;85[8 160	516
[85;105[3 655	180
TOTAL	42 500	12 000

Partie A : Analyse de la distribution des salaires et mesures de tendance centrale pour le personnel ouvrier (4,5 points)

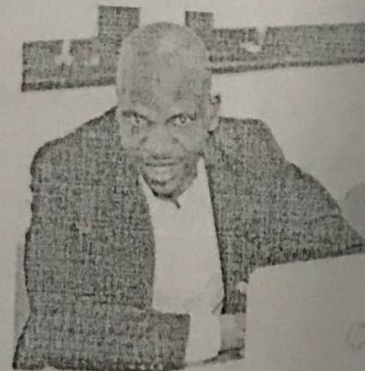
1. Déterminez pour les ouvriers, pour les ouvrières et pour l'ensemble du personnel ouvrier des deux sexes, le mode de la distribution des salaires. (0,25*3 points)
2. Déterminez graphiquement et par interpolation linéaire le salaire médian relatif aux ouvriers, aux ouvrières et au personnel ouvrier des deux sexes. (0,5*3 points)
3. Calculez le salaire moyen pour les ouvriers, pour les ouvrières et pour l'ensemble du personnel ouvrier des deux sexes. (0,25*3 points)
4. Vérifiez sur les données de l'exercice la position relative du mode, de la médiane et de la moyenne arithmétique de la distribution des salaires pour les ouvriers, pour les ouvrières et pour l'ensemble du personnel ouvrier. (0,25*3 points)
5. Interpréter. (0,5 point)

Partie B : Analyse de la variabilité et de l'équité des salaires dans le personnel ouvrier (9 points)

1. Calculer la variance de la distribution des salaires pour les ouvriers et pour les ouvrières. (0,25*2 points)
2. Calculer le coefficient de variation de la distribution des salaires pour les ouvriers et pour les ouvrières. Commenter. (0,25*2 point + 0,5)

3. Rappeler la formule de la décomposition de la variance (Théorème de Huygens) et appliquer-la pour déterminer la variance de la distribution des salaires pour l'ensemble du personnel ouvrier des deux sexes. ouvrières. (0,5*2 points)
4. Calculer le coefficient d'asymétrie de Pearson pour les ouvriers, pour les ouvrières et pour l'ensemble du personnel ouvrier des deux sexes. Commenter. (0,25*3 point + 0,5)
5. Sur un même graphique, représenter la courbe de Lorenz de la distribution des salaires pour les ouvriers, pour les ouvrières et pour l'ensemble du personnel ouvrier. Commenter. (0,25*3 point + 0,5)
6. Calculer l'indice de Gini de la distribution des salaires pour les ouvriers, pour les ouvrières et pour l'ensemble du personnel ouvrier. Commenter. ouvrières. (0,5*3 points)
7. Quelle sera l'influence d'une augmentation des salaires sur l'indice (et donc sur les inégalités) dans les deux cas suivants :
 - i. Le salaire de chaque élément du personnel double ? ouvrières. (0,5 point)
 - ii. Le salaire de chaque élément du personnel augmente de 10 ? ouvrières. (0,5 point)
8. Calculer la médiane de la distribution des salaires pour les ouvriers, pour les ouvrières et pour l'ensemble du personnel ouvrier. Commenter. (0,25*3 point + 0,5)
9. Commenter les résultats et discuter des implications en termes d'égalité salariale entre hommes et femmes au sein du groupe industriel. 1 point

« Lorsque vous mangez un fruit, souvenez-vous de celui qui a planté l'arbre. »
Proverbe vietnamien



Dr. Souleymane DIAKITE