Cours de Mathematique sur les matrices

Mendy Fatnassi

10 décembre 2020

Table des matières

Chapitre 1 : Generalite

Dans un vecteur colonne ou on stock un nombre fini de valeur pouvant etre indicé par une variable entiere de type X(x1,x2,x3) ou l'on stock 3 valeurs indicé par i $\in 1, 2, 3$.
$Onpeuxstockerdesvaleursindicpar2parametre \mathrm{Y}_{i,j}$ avec i,j des entier , on utilise alors des tableau a double entrée (2 dimension) appele matrice .
Une matrice A de type (m,n)=(ligne,colonne) a coeficient dans R est une famille $(a_{i,j})$ avec 1$\leq i, j \leq n$.
$L'ensembledesmatieresreelesdetype(m, n)estnotMm, n(R)$.
$\underline{Matricecolonne} : estdutypeMm, 1(R)$
$\underline{Matriceligne} : estdutypeM1, n(R)$

Chapitre 2 : Somme matriciel

On peux effectuer la somme de 2 matrices que si elle sont de meme type (m1,n1)=(m2,n2) en effectuant la somme case par case.
exemple :
MatA=(1,2,-3 ;4,5,6) et MatB=(3,2,1 ;-5,2,-2)
MatC=MatA+MatB = (1+3,2+2,-3+1 ;4-5,5+2,6-2)=(4,4,-2 ;-1,7,4)

Chapitre 3 : Produit matriciel

On peux multiplier une matrice par un scalaire λ.
$\underline{exemple}$:
$si\lambda = 3etMatA = (4,1;7,-2)$.
$3 \times MatA = (12,3;21,-6)$

$SiunematriceMatAalememenombrendelignesqu'unematriceMatBadecolonnesmalorsonpeuxeffectuerlaprodui$
$MatB$.
$plusprecisementsiA \in Mm,n(R)etB \in Mn,p(R)alorsAB \in Mm,p(R)$.
$\underline{exemple}$:
$MatA = (1,2;-1,0;1,3;-2,-1)(4lignes,2colonnes)$
$MatB = (1,2,-1,0;0,3,-2,1;0,0,2,1)(3lignes,4colonnes)$

MatC=MatA $\times MatB = (-2,-1;-7,-5;0,7)$
$1erligne : (1x1+2x(-1)+(-1)x1+0x(-2)) = -2et(1x2+2x0+(-1)x3+0x(-1)) = -1$
$etainsidesuitepourremplirlerestedelamatriceC$.

produit_matriciel.png

$Leproduitdematricen'e$

$Sionmultiplieunematricecolonne A \in Mm, 1(R) parunematriceligne B \in M1, nonobtientalors AB \in$
$Mm, n(R).$
$Sionmultiplieunematricecarr(3, 3)M3, 3(R)parunematricecolonnea3composanteM3, 1onobtientunen$
$M3, 1(R).$

Chapitre 4 : Matrice carre

Une matrice carre de taille n est du type M n,n avec n $\in NetestnotMm(R)$.

4.1 Matrice Identité

Une matrice identité est une matrice carré avec des 1 sur ca diagonal et les autres coef sont a 0. Elle est noté In .
La matrice In est commutative avec les autres matrice carré de taille n . A.In=In.A .Multiplie par In revient a multiplier par 1 (on ne fait rien)
Si la diagonale a des coeficients autre que 1 il s'agit d'une matrice diagonale.Les matrices diagonale de meme taille commutent entre elles .

4.2 Transposé

Dans certaine cas on a besoins de permuter les lignes et les colonnes on effectue alors une transposition.
La transposé d'une matrice se note $MatA^t$.
<u>exemple</u> :
MatA = (1,2,3 ;4,5,6) ca transposé est $MatA^t = (1,4;2,5;3,6)$

Chapitre 5 : Resolution de systeme d'equation

Lorsqu'on a un systeme a 3 equations et 3 inconnus (x,y,z) on peux utiliser des regles pour trouver une (des) solution de l'equation.
Regles , on a le droit de :
-Permuter 2 lignes
-Multiplier une equation par un réel non-nul
-Ajouter un multiple reel d'une equation a une autres

Chapitre 6 : Inversion de matrice

Dans certain cas une matrice carré A $\in M_n(R)estinversible, danscecslamatriceinersedeAestnotA^{-1}.$
$OnaalorsA\times A^{-1} = In.Quandlesystemeaexactement1solution, l'egalitmatricielleAX = Vaexactemment1solution.$
$Danscecaslamatriceestinversibleetl'onpeutmultiplierles2membresparA^{-1}, cequidonne:$

$A^{-1}AX = A^{-1}V \Rightarrow InX = A^{-1}V \Rightarrow X = A^{-1}V.sil'onsaitcalculerA^{-1}ontrouvedirectementX.$

$Pouriverserilexisterdifferentesmethode:$
$-Laformuletheorique"classique"reposesurlederterminantmaisdemandbeaucoupd'operation.$
$-LamethodedupivotdeGauss: CelaconsisteajuxtaposerlesmatricesAetIn, onappliquelepivotdegaucheadroiteetl'$