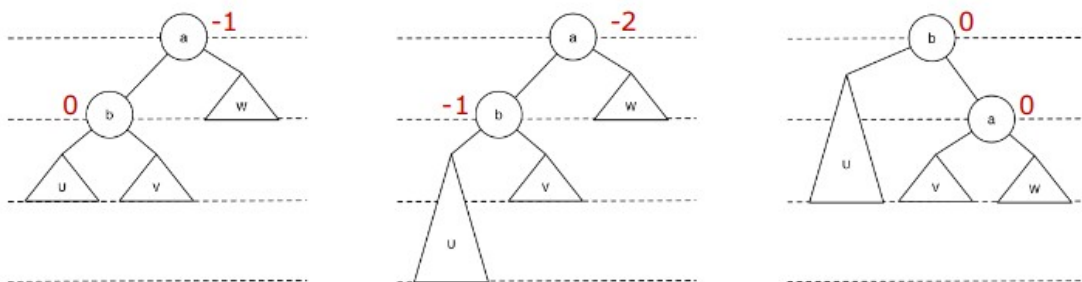


Arbre AVL

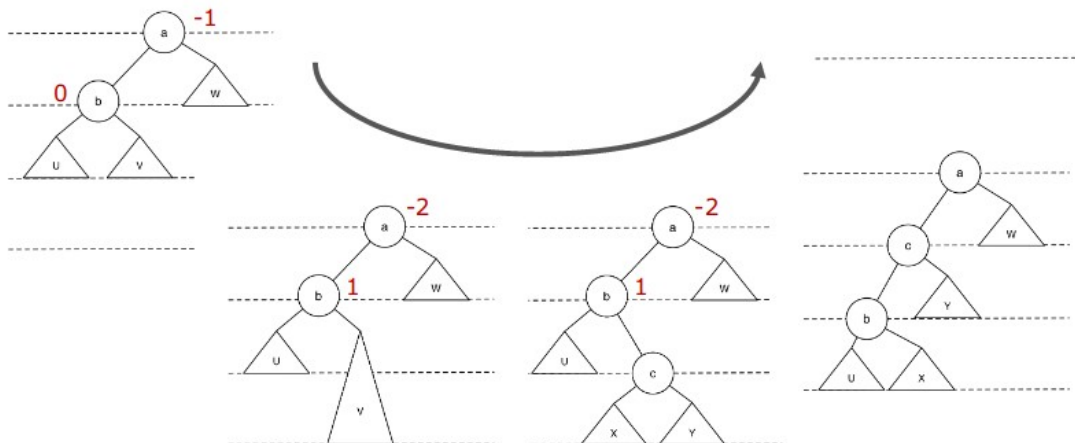
INSERTION :

AVL : insertion – cas 1.

- Cas 1: équilibre de a devient -2, et équilibre de b (fils gauche) devient -1
- Une rotation droite en a suffit.

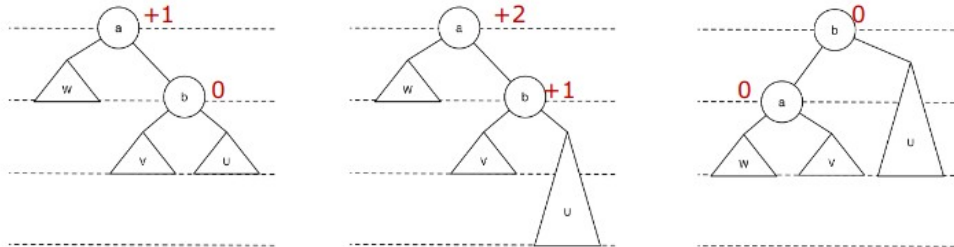
**AVL : insertion – cas 2.**

- Cas 2: équilibre de a devient -2, et équilibre de b (fils gauche) devient 1
- Une double rotation gauche-droite en a est nécessaire:
 - Rotation gauche en b (== SAG(a))
 - Rotation droite en a



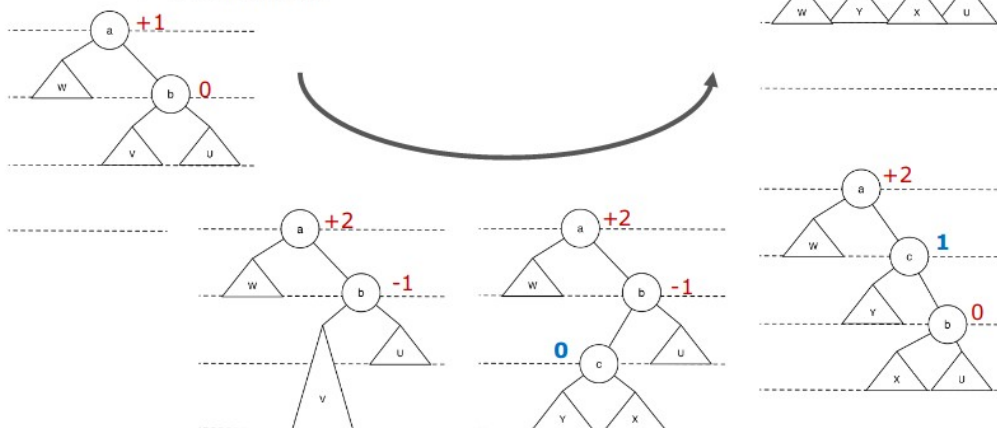
AVL : insertion – cas 1 inverse.

- Cas 1 inverse: équilibre de a devient +2, et équilibre de b (fils gauche) devient +1
- Une rotation gauche en a suffit.



AVL : insertion – cas 2 inverse.

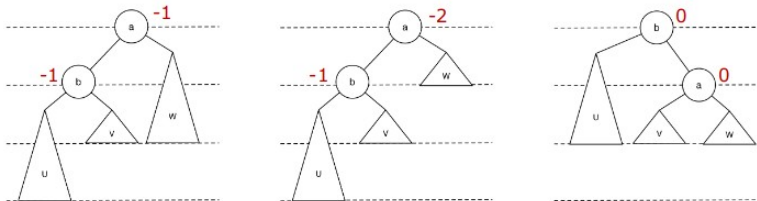
- Cas 2 inverse: équilibre de a devient +2, et équilibre de b devient -1
- Une double rotation droite-gauche en a est nécessaire:
 - Rotation droite en b (== SAD(a))
 - Rotation gauche en a



SUPPRESSION :

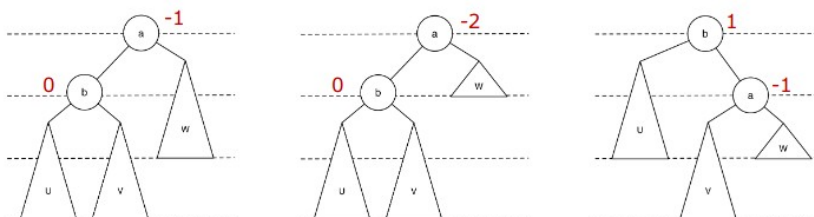
AVL : suppression – cas 1.

- Cas 1: équilibre de a devient -2, et équilibre de b (fils gauche) est -1
- Une rotation droite en a suffit.



AVL : suppression – cas 2.

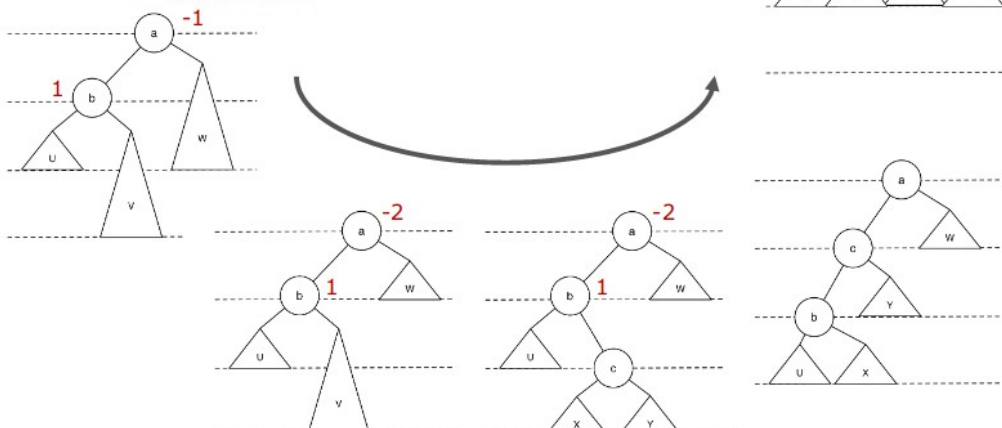
- Cas 1: équilibre de a devient -2, et équilibre de b (fils gauche) est 0
- Une rotation droite en a suffit.



Les cas inverses sont obtenus par symétrie

AVL : suppression – cas 3.

- Cas 2: équilibre de a devient -2, et équilibre de b (fils gauche) est 1
- Une double rotation gauche-droite en a est nécessaire:
 - Rotation gauche en b (== SAG(a))
 - Rotation droite en a

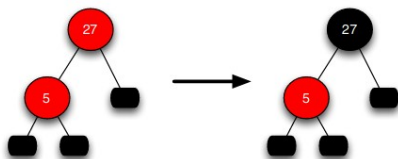


Arbre ARN : INSERTION

- Étape 1 : insertion classique dans un ABR
 - Le nouveau nœud est rouge -> règle 3 vérifiée
- Étape 2 : règle 2 peut ne plus être vérifiée
 - Si le père du nouveau nœud est rouge
 - faire des rotations
 - 3 cas possibles :
 - le père est la racine
 - le frère du père est rouge
 - le frère du père est noir

ARN – insertion – cas 1

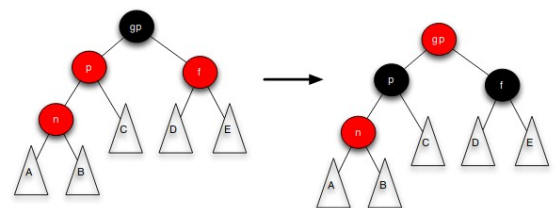
- Cas 1 : le père est la racine
 - Le père devient noir



- Seul cas où la hauteur noire augmente
 - pour tous les chemins !

ARN – insertion – cas 2

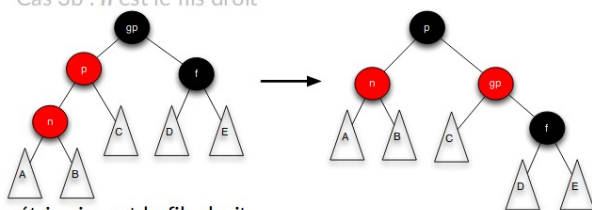
- Cas 2 : le frère f du père p est rouge
 - Le père et son frère deviennent noirs
 - Le grand père gp devient rouge



- gp et son père peuvent être rouges

ARN – insertion – cas 3

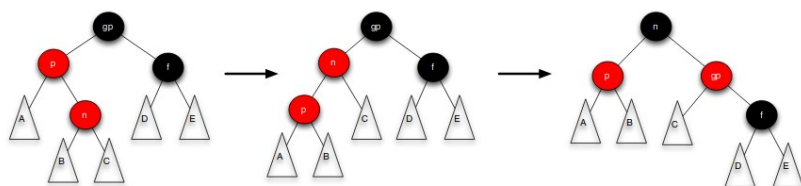
- Cas 3 : le frère f du père p est noir
 - Cas 3a : n est le fils gauche
 - rotation droite sur gp , gp devient rouge
 - p devient noir
 - Cas 3b : n est le fils droit



- Symétrie si p est le fils droit

ARN – insertion – cas 3

- Cas 3 : le frère f du père p est noir
 - Cas 3a : n est le fils gauche
 - Cas 3b : n est le fils droit
 - double rotation gauche droite sur p
 - gp devient rouge, n devient noir



ARN – insertion - recap

- Cas 1 : le père est la racine
 - le père devient noir
- Cas 2 : le frère f du père p est rouge
 - le père et son frère deviennent noirs
 - le grand père gp devient rouge
- Cas 3 : le frère f du père p est noir
 - Cas 3a : n est le fils gauche
 - rotation droite sur gp , gp devient rouge
 - p devient noir
 - Cas 3b : n est le fils droit
 - double rotation gauche droite sur p
 - gp devient rouge, n devient noir

SUPPRESSION :

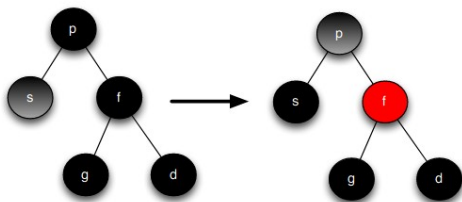
- On considère que le nœud **s** à supprimer porte une couleur noire supplémentaire
 - S'il est **rouge**, il devient **noir**
 - S'il est **noir**, il devient **doublement noir**
 - Il faut supprimer le nœud (doublement) noir
- Plusieurs cas
 - Cas 1 : **s** est la racine de l'arbre
 - Cas 2 : le frère **f** de **s** est noir
 - Cas 3 : le frère **f** de **s** est rouge

ARN - suppression

- Cas 1 : **s** est la racine de l'arbre
 - s** devient simplement noir
 - Toutes les contraintes sont alors respectées

ARN - suppression

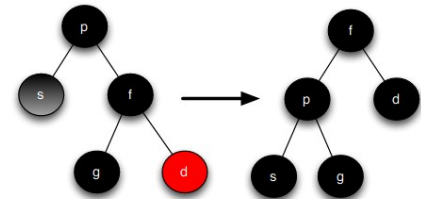
- Cas 2 : le frère **f** de **s** est noir
 - Cas 2a : les fils de **f** sont noirs
 - s** devient simplement noir, **f** devient rouge
 - p** devient noir s'il était rouge, doublement noir s'il était noir



- Symétrie si **s** est le fils droit de **p**

ARN - suppression

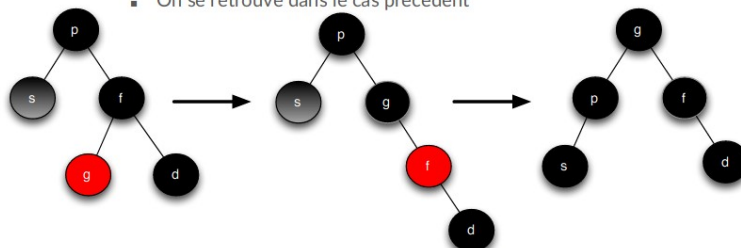
- Cas 2 : le frère **f** de **s** est noir
 - Cas 2b : le fils droit **d** de **f** est rouge
 - rotation gauche sur **p**
 - f** prend la couleur de **p**
 - s**, **p** et **d** deviennent noirs



- Symétrie si **s** est le fils droit de **p**

ARN - suppression

- Cas 2 : le frère **f** de **s** est noir
 - Cas 2c : le fils droit **d** de **f** est noir, **g** est rouge
 - rotation droite sur **f**, et **f** devient rouge, **g** devient noir
 - On se retrouve dans le cas précédent

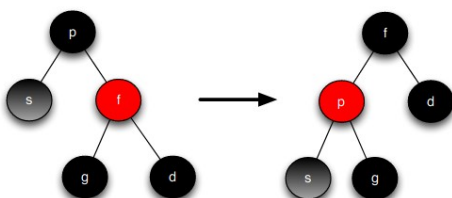


- Symétrie si **s** est le fils droit de **p**

58

ARN - suppression

- Cas 3 : le frère **f** de **s** est rouge
 - rotation gauche sur **p**
 - p** devient rouge, **f** devient noir
 - on revient au cas 2



- Symétrie si **s** est le fils droit de **p**

ARN – suppression - recap

- Cas 1 : **s** est la racine de l'arbre
 - s** devient simplement noir
- Cas 2 : le frère **f** de **s** est noir
 - Cas 2a : les fils de **f** sont noirs
 - s** devient noir, **f** devient rouge
 - p** devient noir si rouge, doublement noir si noir
 - Cas 2b : le fils droit **d** de **f** est rouge
 - rotation gauche sur **p**
 - f** prend la couleur de **p**, **s**, **p** et **d** deviennent noirs
 - Cas 2c : le fils droit **d** de **f** est noir, **g** est rouge
 - rotation droite sur **f**, et **f** devient rouge
 - on se retrouve dans le cas précédent (2b)
- Cas 3 : le frère **f** de **s** est rouge
 - rotation gauche sur **p**
 - p** devient rouge, **f** devient noir
 - on revient au cas 2