Gradient strategii

Gradient strategii

- Dotychczas rozpatrywaliśmy metody akcji-wartości.
  - Zakładaliśmy, że agent najpierw szacuję wartość funkcji Q a dopiero później, na podstawie tego oszacowania wybiera odpowiednią akcję, np. za pomocą strategii ϵ-zachłannej.
- Rozpatrzmy sytuację w której chcemy aby agent uczył się optymalnych zachowań bezpośrednio, z pominięciem szacowania funkcji wartości.

Gradient strategii

- Dotychczas rozpatrywaliśmy metody akcji-wartości.
  - Zakładaliśmy, że agent najpierw szacuję wartość funkcji Q a dopiero później, na podstawie tego oszacowania wybiera odpowiednią akcję, np. za pomocą strategii ϵ-zachłannej.
- Rozpatrzmy sytuację w której chcemy aby agent uczył się optymalnych zachowań bezpośrednio, z pominięciem szacowania funkcji wartości.
- Umożliwia to uczenie agenta nawet w sytuacji w której:
  - Optymalna strategia jest **stochastyczna**
  - Przestrzeń akcji jest **ciągła**

Gradient strategii

- Ponadto w wielu przypadkach okazuje się, że aproksymacja strategii $\hat{\pi}(a|s,w)$ jest po prostu dużo efektywniejsza niż aproksymacja funkcji wartości $\hat{Q}(s,a,\theta)$
  - W przypadku złożonych problemów, gdzie przestrzeń akcji jest duża, metoda gradientu strategii zbiega znacznie szybciej.

Przykład

- https://www.youtube.com/watch?v=_wjPEMkPJkM

Strategia Softmax

- W przypadku gdy przestrzeń akcji a jest dyskretna intuicyjnym sposobem definiowania strategii jest:

$$\pi(a'|s) = \frac{e^{h(s,a',w)}}{\sum_{a \in A(s)} e^{h(s,a,w)}}$$

gdzie miara **preferencji** $h(s, a, w) \in \mathbb{R}$ jest parametryzacją każdej dopuszczalnej pary stan akcja.

- Funkcja h może przyjmować różne postaci:
  - W najprostszym przypadku może to być po prostu kombinacja liniowa wektora cech reprezentującego parę stan-akcja:

$$h(s, a, w) = x(s, a)^{\top} w$$

  - albo dowolna inna bardziej złożona metoda aproksymacji (np. **sieć neuronowa**).

Optymalizacja strategii

- Wiedząc jak możemy parametryzować strategię $\pi(a|s)$ w jaki sposób powinniśmy wyznaczyć jej optymalną wartość?
- Naszym celem jest znalezienie wag w, które zapewnią najlepsze oszacowanie $\pi(a|s,w)$.
- Aby tego dokonać musimy wprowadzić miarę jakości oszacowania $J(w)$.
  - Dla przypadków epizodycznych: $J(w) = V_{\pi_w}(s_0)$ (wartość stanu początkowego)
  - Dla przypadków ciągłych: $J(w) = \sum_s d_{\pi_w}(s) V_{\pi_w}(s)$ (przeciętna wartość stanu)
  - Lub: $J(w) = \sum_s d_{\pi_w}(s) \sum_a \pi_w(s|a) R(s,a,s')$ (przeciętna nagroda)

Optymalizacja strategii

- Wtedy jedyne co nam pozostaje to zastosowanie odpowiedniego znajdującego lokalne maksimum funkcji $J(w)$:

$$\Delta w = \alpha \nabla_w J(w)$$

- Wyrażanie $\nabla_w J(w)$ nazywamy **gradientem strategii**:

$$\nabla_w J(w) = \begin{cases} \dfrac{\partial J(w)}{\partial w_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial J(w)}{\partial w_n} \end{cases}$$

:

Twierdzenie o Gradiencie Strategii

- Zakładając, że funkcja strategii jest różniczkowalna i znamy jej gradient $\nabla_w \pi_w(a|s)$ możemy wyznaczyć:

$$\nabla_w \pi_w(a|s) = \pi_w(a|s) \frac{\nabla_w \pi_w(a|s)}{\pi_w(a|s)} = \pi_w(a|s) \nabla_w \log \pi_w(a|s)$$

- I wtedy funkcję wyniku (score function):

$$\nabla_w \log \pi_w(a|s)$$

Twierdzenie o Gradiencie Strategii

Twierdzenie :

Dla dowolnej różniczkowalnej strategii $\pi_w(a|s)$ i dowolnej funkcji celu J gradient strategii jest równy:

$$\nabla_w J(w) = \mathbb{E}_{\pi_w}[\nabla_w \log \pi_w(a|s)\, Q^{\pi_w}(s,a)]$$

Monte Carlo Policy Gradient (REINFORCE)

1. Zainicjuj algorytm wybierając dowolną strategię $\pi(\cdot \mid \cdot, w)$ parametryzowaną przez wagi w i krok uaktualnienia $\alpha > 0$.
2. W każdej iteracji k:
   - Wygeneruj epizod na podstawie strategii $\pi(\cdot \mid \cdot, w)$: $\mathrm{s}_0, \mathrm{a}_0, \mathrm{r}_1, \dots, s_{T-1}, a_{T-1}, r_T$.
   - Przyjmij wartość skumulowanej przyszłej nagrody $R = 0$
   - Dla każdego $\mathrm{t} = \mathrm{T}-1, \mathrm{T}-2, \dots, 1, 0$:
     - Przypisz nową wartość $R = \beta R + r_{t+1}$
     - Uaktualnij wagi w: $w \leftarrow w + \alpha \beta^t \nabla_w \log \pi\,(a_t | s_t, w) R$

Monte Carlo Policy Gradient (REINFORCE)

- Algorytm REINFORCE nadal ma jednak zasadniczą wadę. Jako metoda Monte Carlo ma bardzo wysoką wariancję.
- Jak ją obniżyć?

Monte Carlo Policy Gradient (REINFORCE)

- Algorytm REINFORCE nadal ma jednak zasadniczą wadę. Jako metoda Monte Carlo ma bardzo wysoką wariancję.
- Jak ją obniżyć?
- Intuicyjną metodą jest wykorzystanie funkcji bazowej (**baseline function**) $b(s)$.
- Wtedy uaktualnienie wag w wygląda następująco:

$$\mathrm{A}(s,a) = R \; - b(s)$$
$$w \leftarrow w + \alpha\beta^t \nabla_w \log \pi \left(a_t | s_t, w\right) \mathrm{A}(s,a)$$

- Funkcje $\mathrm{A}(s)$ nazywamy funkcją korzyści (**advantage function**)
- Aby nie zaburzać wyników, taka funkcja musi być niezależna od akcji a. Naturalnym kandydatem jest **aproksymata funkcji wartości stanu** $\hat{v}(s,\theta)$.

Monte Carlo Policy Gradient z funkcja bazową (REINFORCE)

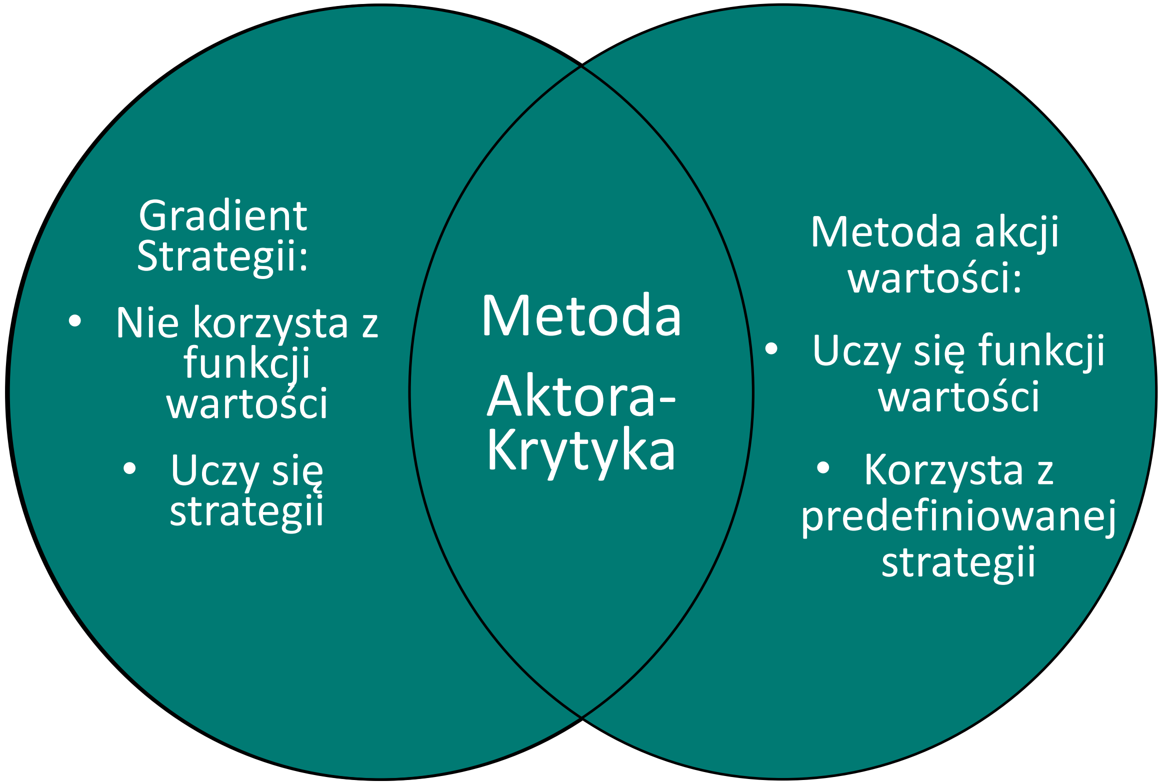
1. Zainicjuj algorytm wybierając dowolną strategię $\pi(\cdot \mid \cdot, w)$ parametryzowaną przez wagi w, aproksymację funkcji wartości $\hat{v}(s, \theta)$ parametryzowaną przez wagi θ i kroki uaktualnienia $\alpha^w, \alpha^\theta > 0$.
2. W każdej iteracji k:
   - Wygeneruj epizod na podstawie strategii $\pi(\cdot \mid \cdot, w)$: $\mathrm{s}_0, \mathrm{a}_0, \mathrm{r}_1, \dots, s_{T-1}, a_{T-1}, r_T$.
   - Przyjmij wartość skumulowanej przyszłej nagrody $R = 0$
   - Dla każdego $\mathrm{t} = \mathrm{T} - 1, \mathrm{T} - 2, \dots, 1, 0$:
     - Przypisz nową wartość $R = \beta R + r_{t+1}$
     - Wyznacz wielkość korzyści $\mathrm{A}(s, a)$: $\mathrm{A}(s, a) = R - \hat{v}(s, \theta)$
     - Uaktualnij wagi θ: $\theta \leftarrow \theta + \alpha^\theta \nabla_\theta \hat{v}(s, \theta) \mathrm{A}(s, a)$
     - Uaktualnij wagi w: $w \leftarrow w + \alpha^w \beta^t \nabla_w \log \pi\,(a_t | s_t, w) \mathrm{A}(s, a)$

Gradient strategii

- Pomimo redukcji wariancji jest to nadal algorytm Monte Carlo.
- Czy jest możliwe wykorzystanie gradientu strategii w przypadku uczenia różnicowego?

Metoda Aktora-Krytyka

- W takim wypadku musimy wprowadzić odpowiednią metodę hybrydową



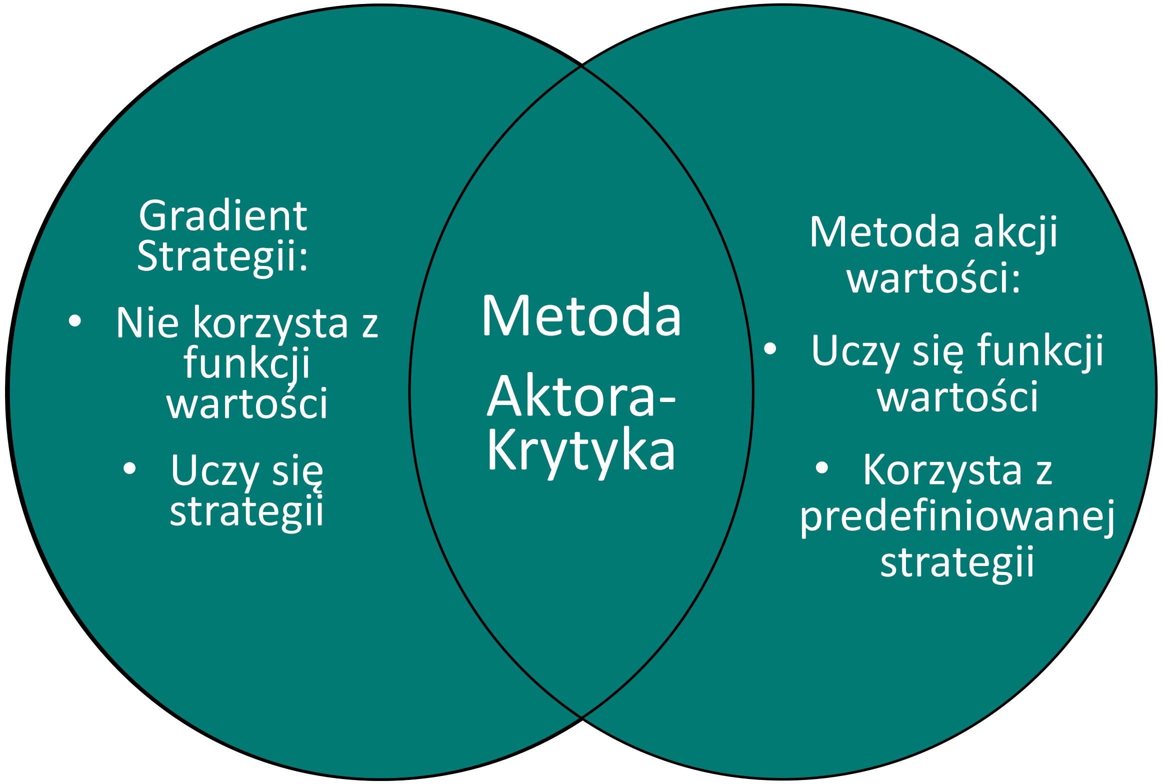
Metoda Aktora-Krytyka

- W takim wypadku musimy wprowadzić odpowiednią metodę hybrydową
- **Krytyk** szacuje wartość funkcji wartości akcji:

$$Q(s,a) \approx \hat{Q}(s,a,\theta)$$

- **Aktor** uaktualnia strategię w kierunku sugerowanym przez krytyka:

$$\Delta w = \alpha \nabla_w \log \pi(a|s,w) \hat{Q}(s,a,\theta)$$



Metoda Aktora-Krytyka

1. Zainicjuj algorytm wybierając dowolną strategię $\pi(\cdot \mid \cdot, w)$ parametryzowaną przez wagi w, aproksymację funkcji wartości $\hat{Q}(s, a, \theta)$ parametryzowaną przez wagi θ i kroki uaktualnienia $\alpha^w, \alpha^\theta > 0$.
2. W każdej iteracji k:
   - Wyznacz akcję A za pomocą strategii $\pi(\cdot \mid \cdot, w)$
   - Podejmij akcję A i zaobserwuj nagrodę R i stan S'
   - Wyznacz akcję A' za pomocą strategii $\pi(\cdot \mid \cdot, w)$
   - Wyznacz wielkość przyrostu δ: $\delta = R + \beta\hat{Q}(S', A', \theta) - \hat{Q}(S, A, \theta)$
     - Uaktualnij wagi θ: $\theta \leftarrow \theta + \alpha^\theta \nabla_\theta \hat{Q}(S, A, \theta)\delta$
     - Uaktualnij wagi w: $w \leftarrow w + \alpha^w \beta^t \nabla_w \log \pi\,(a_t \mid s_t, w)\hat{Q}(S, A, \theta)$

Metoda Aktora-Krytyka

- W przypadku metody aktora-krytyka podążamy za przybliżonym gradientem:
$$\nabla_w J(w) \approx \mathbb{E}_{\pi_w}\left[\nabla_w \log \pi_w(a|s)\, \hat{Q}\,(s, a, \theta)\right]$$
- W oczywisty sposób wprowadza to obciążenie do modelu, przez co agent może nie znaleźć optymalnego rozwiązania.
- Okazuje się jednak, że spełnienie dwóch prostych warunków gwarantuje że rozwiązanie będzie dokładne:

Metoda Aktora-Krytyka

- Gdy aproksymacja funkcji wartości jest **kompatybilna** ze strategią:
$$\nabla_\theta \hat{Q}\,(s, a, \theta) = \nabla_w \log \pi_w(a|s)$$
- Gdy aproksymacja funkcji wartości minimalizuje błąd średniokwadratowy:
$$MSE = \mathbb{E}_{\pi_w}[(\hat{Q}\,(s, a, \theta) - Q^{\pi_w}(s, a))^2]$$
- Wtedy gradient będzie dokładny:
$$\nabla_w J(w) = \mathbb{E}_{\pi_w}[\nabla_w \log \pi_w(a|s)\, Q^{\pi_w}(s, a)]$$

Na mocy twierdzenia o aproksymacji funkcji kompatybilnych (compatible function approximation theorem).

Metoda Aktora-Krytyka

- Jak ustaliliśmy poprzednio wykorzystanie funkcji korzyści zmniejsza wariancje i znacznie poprawia proces uczenia.
- Jak zastosować ją w przypadku uczenia różnicowego?
- Najprostszy sposób:

$$\mathrm{A}(s,a) = \hat{Q}\,(s,a,\theta) \; - \hat{v}\,(s,\psi)$$

Metoda Aktora-Krytyka

- Jak ustaliliśmy poprzednio wykorzystanie funkcji korzyści zmniejsza wariancje i znacznie poprawia proces uczenia.
- Jak zastosować ją w przypadku uczenia różnicowego?
- Najprostszy sposób:

$$\mathrm{A}(s,a) = \hat{Q}\,(s,a,\theta)\; - \hat{v}\,(s,\psi)$$

- W takim przypadku konieczna jest jednak aproksymacja trzech funkcji: $\pi(a|s,w), \hat{Q}\,(s,a,\theta)\,, \hat{v}\,(s,\psi)$.
- Okazuje się, że da się ten proces znacznie ułatwić.

Metoda Aktora-Krytyka

- Dla rzeczywistej funkcji wartości v_{π_w} błąd uczenia różnicowego $\delta_{\pi_w} = r + \beta v_{\pi_w}(s') - v_{\pi_w}(s)$ jest nieobciążonym estymatorem funkcji przewagi:
$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{\pi_w}\left[\delta_{\pi_w}|s,a\right] &= \mathbb{E}_{\pi_w}\left[r + \beta v_{\pi_w}(s')|s,a\right] - v_{\pi_w}(s)\\ &= Q_{\pi_w}(s,a) - v_{\pi_w}(s)\\ &= \mathrm{A}(s,a)\end{aligned}$$
- Dzięki temu możemy wykorzystać błąd uczenia różnicowego do uaktualniania gradientu strategii i aproksymować tylko jedną funkcję krytyka $\hat{v}\,(s,\psi)$.

Advantage Actor-Critic (A2C)

1. Zainicjuj algorytm wybierając dowolną strategię $\pi(\cdot\,|\,\cdot, w)$ parametryzowaną przez wagi w, aproksymację funkcji wartości $\hat{v}\ (s, \psi)$ parametryzowaną przez wagi ψ i kroki uaktualnienia $\alpha^w, \alpha^\psi > 0$.
2. W każdej iteracji k:
   - Wyznacz akcję A za pomocą strategii $\pi(\ \cdot\,|\,\cdot, w)$
   - Podejmij akcję A i zaobserwuj nagrodę R i stan S'
   - Wyznacz wielkość korzyści $\mathrm{A}(s, a)$: $\mathrm{A}(s, a) = R + \beta\hat{Q}(S', A', \theta) - \hat{Q}(S, A, \theta)$
     - Uaktualnij wagi θ: $\theta\ \leftarrow \theta + \alpha^\theta \nabla_\theta \hat{Q}(S, A, \theta)\mathrm{A}(s, a)$
     - Uaktualnij wagi w: $w \leftarrow w + \alpha^w \beta^t \nabla_w \log \pi\ (a_t|s_t, w)\ \mathrm{A}(s, a)$

Gradient strategii w przypadku ciągłej przestrzeni akcji

- W przypadkach dyskretnych definiowaliśmy aproksymowaną strategia $\pi(a|s)$ jako rozkład prawdopodobieństwa. Analogicznie musimy postąpić w tym wypadku, przyjmując jednak, że rozkład, którego szukamy jest ciągły.
- Musimy jednak przyjąć a priori do jakiej rodziny rozkładów należy strategia $\pi(a|s)$.
- Najpopularniejszym założeniem jest przyjęcie, że $\pi(a|s)$ jest zmienną o rozkładzie normalnym.

Gradient strategii w przypadku ciągłej przestrzeni akcji

- Wtedy $\pi(a|s)$ możemy przedstawić jako:

$$\pi(a|s) = \frac{1}{\sigma(s;\theta_\sigma)\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left(a - \mu(s;\theta_\mu)\right)^2}{2\sigma(s;\theta_\sigma)^2}\right)$$

Gdzie średnia $\mu: \mathcal{S} \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ i odchylenie standardowe $\sigma: \mathcal{S} \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^+$ są aproksymowanymi funkcjami parametryzowanymi odpowiednio przez $\theta_\mu, \theta_\sigma$

Przykład

Mountain Car

https://en.wikipedia.org/wiki/Mountain_car_problem