Ricettario disequazioni II grado

Dato un polinomio di II grado ax^2+bx+c con $a>0$, le disequazioni hanno le seguenti soluzioni

Se $\Delta>0$: x_1, x_2 soluzioni ($x_1 < x_2$)

$ax^2+bx+c>0$	$\rightsquigarrow$	$x<x_1 \;\vee\; x>x_2$	esterne
$ax^2+bx+c\geq 0$	$\rightsquigarrow$	$x\leq x_1 \;\vee\; x\geq x_2$	$+ \;\; - \;\; +$
$ax^2+bx+c<0$	$\rightsquigarrow$	$x_1<x<x_2$	Interne
$ax^2+bx+c\leq 0$	$\rightsquigarrow$	$x_1\leq x\leq x_2$	$+ \;\; - \;\; +$

Se $\Delta=0$: Ho solo $\bar{x}$ soluzione unica e vale che

$$ax^2+bx+c = a(x-\bar{x})^2$$

$ax^2+bx+c>0$	$\rightsquigarrow$	$\forall x\in\mathbb{R}$ con $x\neq\bar{x}$
$ax^2+bx+c\geq 0$	$\rightsquigarrow$	$\forall x\in\mathbb{R}$
$ax^2+bx+c<0$	$\rightsquigarrow$	$\nexists x\in\mathbb{R}$ (MAI)
$ax^2+bx+c\leq 0$	$\rightsquigarrow$	Solo $x=\bar{x}$

Se $\Delta<0$: Non ho soluzioni e (vedi lezioni precedenti)

$ax^2+bx+c>0$	$\rightsquigarrow$	$\forall x\in\mathbb{R}$	Sempre
$ax^2+bx+c\geq 0$	$\rightsquigarrow$	$\forall x\in\mathbb{R}$	Sempre
$ax^2+bx+c<0$	$\rightsquigarrow$	$\nexists x\in\mathbb{R}$	(Mai)
$ax^2+bx+c\leq 0$	$\rightsquigarrow$	$\nexists x\in\mathbb{R}$	(Mai)

Pag 1107 n 358

$(x+1)^3 - 5(x+1) > 2$

$x^3 + 1 + 3x^2 + 3x - 5x - 5 - 2 > 0$

$x^3 + 3x^2 - 2x - 6 > 0$

$x^2(x+3) - 2(x+3) > 0$

$(x+3)(x^2-2) > 0$ ⇝ Da qui ricettario + grafico dei segni

f_1: $x+3>0$ ⇝ $x > -3$

f_2: $\underbrace{x^2-2}>0$ ⇝ ricette ⇝ $x<-\sqrt{2} \vee x>\sqrt{2}$

$x^2-2=0$

$x_1=-\sqrt{2}$, $x_2=\sqrt{2}$

		-3		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	
f_1	−	0	+		+		+
f_2	+		+	0	−	0	+
	−		+		−		+

Sol. $-3<x<-\sqrt{2} \vee x>\sqrt{2}$

$(-3;-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2};+\infty)$

371

$[x^2(3x-1)-9(3x-1)]$

$(4-x^2)(x^2+9)(3x^3-x^2-27x+9)>0$

$(4-x^2)(x^2+9)(x^2-9)(3x-1)>0$

f_1: $4-x^2>0 \xrightarrow{\cdot(-1)}$ ⇝ $x^2-4<0$ ⇝ ricette $-2<x<2$

$x^2-4=0$, $x_1=-2$, $x_2=2$

f_2: $x^2+9>0$ $\Delta=-4\cdot 9=-36$ ⇝ ricette $\forall x\in\mathbb{R}$

f_3: $x^2-9>0$ $x^2-9=0$ ⇝ ricette $x<-3 \vee x>3$

$x_1=-3$ $x_2=3$

f_4: $3x-1>0$ $x>\frac{1}{3}$

		-3		-2		$1/3$		2		3	
f_1	−		−	0	+		+	0	−		−
f_2	+		+		+		+		+		+
f_3	+	0	−		−		−		−	0	+
f_4	−		−		−		+		+		+
	+		−		+		−		+		−

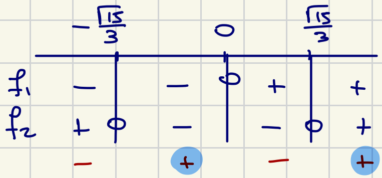
⇝ $x<-3 \vee -2<x<1/3 \vee 2<x<3$

$(-\infty;-3) \cup (-2;1/3) \cup (2;3)$

583 $\begin{cases} 3x^5 > 5x^3 \\ \dfrac{4x^2+11x+6}{6-5x} \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{\sqrt{15}}{3} < x < 0 \quad \vee \quad x > \frac{\sqrt{15}}{3} \\ -2 \leq x \leq -\frac{3}{4} \quad \vee \quad x > \frac{6}{5} \end{cases}$

(I) $3x^5 - 5x^3 > 0$

$x^3(3x^2-5) > 0$



$\leadsto$ $-\frac{\sqrt{15}}{3} < x < 0$ $\vee$ $x > \frac{\sqrt{15}}{3}$

$f_1 > 0 \qquad x^3 > 0 \leadsto x > 0$

$f_2 > 0 \qquad 3x^2 - 5 > 0$

$\Delta = -4(3)(-5) = 60$ $\leadsto$ ricette

$x_1/x_2 = \frac{\pm\sqrt{60}}{6} = \pm\frac{2\sqrt{15}}{6}$

$x_1 = -\frac{\sqrt{15}}{3}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{15}}{3}$

$x < -\frac{\sqrt{15}}{3}$ $\vee$ $x > \frac{\sqrt{15}}{3}$

altro modo {

$3x^2 = 5$

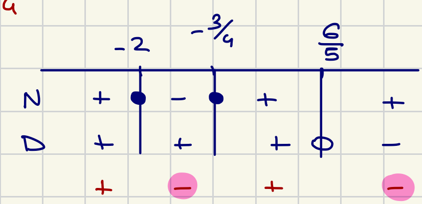
$x^2 = \frac{5}{3}$

$x = \pm\frac{\sqrt{15}}{3}$

(II) N: $4x^2 + 11x + 6 \geq 0$ $\quad \Delta = 121 - 96 = 25 \quad \sqrt{\Delta} = 5$

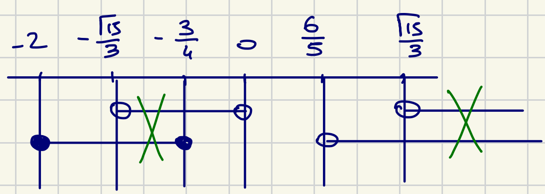
La soluzione più piccola è quella che ottenete scegliendo $-$ ← $x_1/x_2 = \frac{-11 \pm 5}{8}$ $\begin{matrix} - \nearrow -2 \\ + \searrow -\frac{3}{4} \end{matrix}$ $\leadsto$ ricette $x \leq -2 \;\vee\; x \geq -\frac{3}{4}$

D: $6 - 5x > 0 \leadsto x < \frac{6}{5}$



Faccio il sistema

$\begin{cases} -\frac{\sqrt{15}}{3} < x < 0 \quad \vee \quad x > \frac{\sqrt{15}}{3} \\ -2 \leq x \leq -\frac{3}{4} \quad \vee \quad x > \frac{6}{5} \end{cases}$



$\leadsto$ $\boxed{-\frac{\sqrt{15}}{3} < x \leq -\frac{3}{4} \;\vee\; x > \frac{\sqrt{15}}{3}}$ Soluzione

$\frac{\sqrt{15}}{3} > \frac{6}{5} \leadsto \frac{15}{9} > \frac{36}{25}$

474 w numero $2w + w^{-1} < 3$ risolvi:

$$2w + \frac{1}{w} < 3 \rightsquigarrow \frac{2w^2 - 3w + 1}{w} < 0$$

N: $2w^2 - 3w + 1 > 0$ $\Delta = 9 - 8 = 1$ $\sqrt{\Delta} = 1$ ⇝ ricette

$$w_1/w_2 = \frac{3 \pm 1}{4} \begin{cases} - \ \frac{1}{2} \\ + \ 1 \end{cases}$$

$w < \frac{1}{2} \vee w > 1$

D: $w > 0$

		0		$\frac{1}{2}$		1	
N	+		+	0	−	0	+
D	−	0	+		+		+
	−		+		−		+

⇝ $w < 0 \vee \frac{1}{2} < w < 1$

277 x = tempo di imbiancamento (o imbiancature) di Corrado di un appartamento
$x - 2$ = " " Marco "
$2x - 4$ = " " Annarita "

Tempo in ore

Insieme impiegano meno di 8 ore per completare l'imbiancamento
Quanto tempo impiega Marco se lavora da solo?

Bisogna stare attenti: La velocità con cui Corrado imbianca è:

$$V_C = \frac{1}{x}$$

1 appartamento

in x ore

$v \cdot t = s$

ore App.

In maniera simile $V_M = \frac{1}{x-2}$ $V_A = \frac{1}{2x-4}$

A questo punto, la velocità dei 3 insieme è la somma delle 3 velocità

$$\Rightarrow V_{TOT} = V_C + V_M + V_A = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2x-4}$$

udm $\left(\frac{\text{appart}}{\text{ore}}\right)$

So che $V_{TOT} \cdot 8h \geq 1$ appart.

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{\underset{2(x-2)}{2x-4}} \right) \cdot 8 \geq 1$$

$$\frac{2x-4+2x+x}{\cancel{2}x(x-2)} \cdot \cancel{8}4 \geq 1$$

$$\frac{20x-16}{x(x-2)} - 1 \geq 0 \leadsto \frac{20x-16-x^2+2x}{x(x-2)} \geq 0$$

$$\frac{x^2-22x+16}{x(x-2)} \leq 0$$

Sol: $0 < x \leq 11-\sqrt{105}$ $\vee$ $2 < x \leq 11+\sqrt{105}$

Al massimo x può essere $11+\sqrt{105}$. Marco impiega $x-2$ ore al max, cioè $9+\sqrt{105}$ ore

$$19 = 9+\sqrt{100} < 9+\sqrt{105} < 9+\sqrt{121} = 20$$

$\leadsto$ Arrotondando: Tempo di Marco $\approx$ 19 ore