Pag 825 n 85

a) $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$ $\qquad g(x) = \frac{1}{1+tg^2 x}$

Quando c'è $tg^2 x$, sviluppandola potrebbe comparire la rel fondamentale

Trasformare in funzioni lineari:

$$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}} \qquad \boxed{f(x) = \frac{1-\cos x}{2}}$$

$$g(x) = \frac{1}{1+tg^2 x} = \frac{1}{1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{1}{\frac{\boxed{\cos^2 x + \sin^2 x} = 1}{\cos^2 x}} = \cos^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$= 1 - 2\sin^2 x$$
$$= 2\cos^2 x - 1 \quad \rightsquigarrow \quad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\boxed{g(x) = \frac{1+\cos 2x}{2}}$$

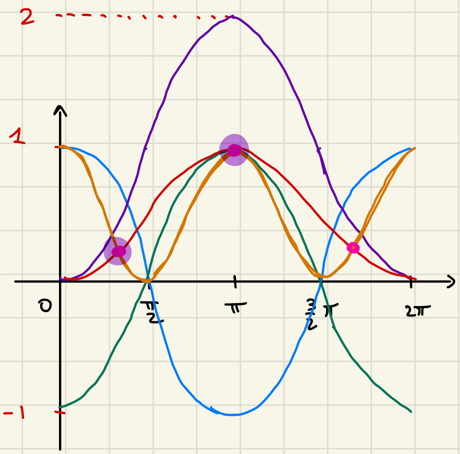
$$\frac{1}{1+tg^2(x)} = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

Se ricordo da dove viene g.

2) $f(x) = \frac{1-\cos x}{2}$ $\qquad g(x) = \frac{1+\cos 2x}{2}$

$Dom f = \mathbb{R}$ $\qquad Dom\, g = \mathbb{R}$ (!) $\setminus \{\frac{\pi}{2}+k\pi\}$

$T_f = 2\pi$ $\qquad T_g = \pi$



$\cos(x)$

$-\cos(x)$ Il $-$ davanti ribalta rispetto a $y=0$ il disegno

$1-\cos(x)$ Alzo di 1 tutto il disegno

$\frac{1-\cos(x)}{2}$ Riscalo per metà ogni pto

$\frac{1+\cos(2x)}{2}$ come sopra provate per step

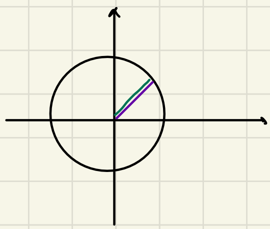
c) Trova intersezioni tra i due grafici:

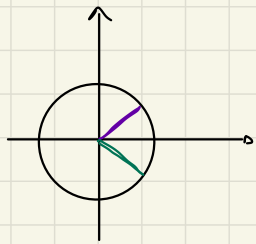
Per trovare i pti di intersezione si pone l'uguaglianza tra le due fz

$f(x) = g(x)$ $\qquad \frac{\cancel{1} - \cos x}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{1} + \cos(2x)}{\cancel{2}}$ $\qquad \begin{cases} f(x) = \frac{1-\cos x}{2} \\ g(x) = \frac{1+\cos 2x}{2} \end{cases}$

$-\cos(x) = \cos(2x)$ $\qquad$ Form ang assoc: $-\cos(x) = \cos(x+\pi)$

$\cos(x+\pi) = \cos(2x)$





$x+\pi = 2x$

$x = \pi$ $+ 2k\pi$

$x+\pi = -2x$

$3x = -\pi$

$x = -\frac{\pi}{3}$ $\left(+\frac{2}{3}k\pi\right)$

Il terzo punto tra $(0, 2\pi)$ si trova con la periodicità.

d) Trovare quando le funzioni assumono il loro valore massimo.

Graficamente il massimo è raggiunto quando $x=\pi$ (si vede)

$f(x) = \frac{1-\cos x}{2}$ al più $\frac{1-(-1)}{2}$ poiché $\cos x \in [-1,1]$

$\Rightarrow$ Massimo di f è $\frac{2}{2} = 1$ ottenuto quando $\cos x = -1$
cioè quando $x = \pi$

$g(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$ al più vale $\frac{1+1}{2}$ poiché $\cos(2x) \in [-1,1]$

$\Rightarrow$ Max di g è $\frac{2}{2} = 1$ ottenuto quando $\cos(2x) = 1$
cioè quando $2x = 0, 2\pi, \ldots$ $\Rightarrow$ $x = 0, \pi, 2\pi \ldots$