Settimana: 12

Materia: Matematica
Classe: 5A
Data: 1/12/25

Pag 1686 n 117

$g(x)$

$g(0) = 0$ $\quad g'''(0) = 1$

$g'(0) = 0$ $\quad g^{(4)}(0) = 1$

$g''(0) = 0$ $\quad g^{(5)}(0) = 1$

Bones Chiara

Hip: $\boxed{g(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120}}$

$$g'(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{4x^3}{24} + \frac{5}{120}x^4$$

$$g''(x) = x + \frac{12x^2}{24} + \frac{20}{120}x^3$$

$$g'''(x) = 1 + \frac{24x}{24} + \frac{60}{120}x^2$$

$$g^{(4)}(x) = 1 + x$$

$$g^{(5)}(x) = 1$$

n 121

$g(x) = f(x) - f(2x)$ $\quad g'(1) = 5$

$g'(2) = 7$

Definisco $h(x) = f(x) - f(4x)$ Quanto fa $h'(1) = ?$

$$g'(x) = f'(x) - f'(2x)\cdot 2$$

$$5 = f'(1) - 2f'(2)$$

$$7 = f'(2) - 2f'(4)$$

$$\boxed{f'(1)} = 5 + 2f'(2)$$

$$\boxed{2f'(4)} = f'(2) - 7$$

$$h'(x) = f'(x) - f'(4x)\cdot 4$$

$$h'(1) = \boxed{f'(1)} - \boxed{4f'(4)}$$

$$= 5 + 2f'(2) - 2\left(f'(2) - 7\right)$$

$$= 5 + \cancel{2f'(2)} - \cancel{2f'(2)} + 14 \quad = 19$$

n 118

$$y = -4x + k$$

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 5$$

Trova k t.c. la retta è tangente alla curva.

$$f'(x) = 3x^2 - 8x$$

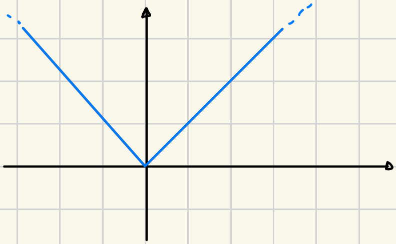
Derivata = coeff angolare dato

$$\boxed{f'(x) = -4}$$

$$-4 = 3x^2 - 8x$$

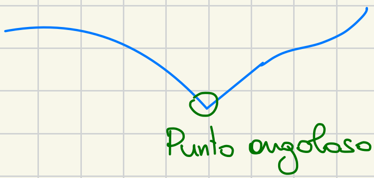
$$3x^2 - 8x + 4 = 0$$

Remind: A volte le funzioni **NON** sono derivabili



$f(x) = |x|$ Non è derivabile in $x = 0$

(1) Punto Angoloso (a)

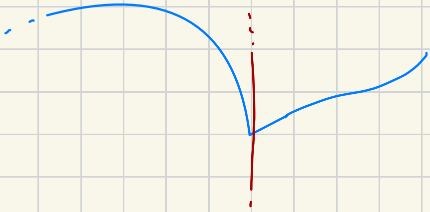


$$f'_-(x_0) = \ell$$

$$f'_+(x_0) = m$$

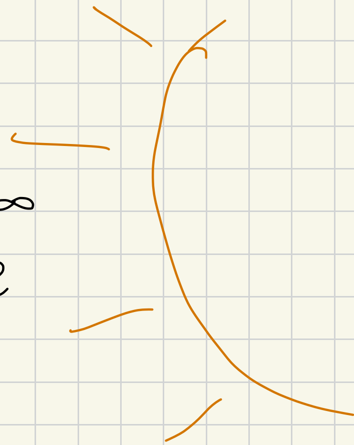
$$m \neq \ell$$

(b) Punto angoloso



$$f'_-(x_0) = \pm\infty$$

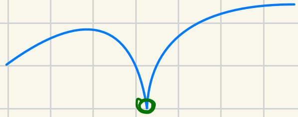
$$f'_+(x_0) = \ell$$



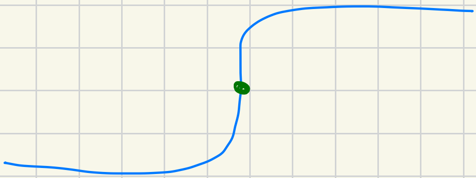
2) Cuspide (Cuore)

$$f'_-(x_0) = -\infty$$

$$f'_+(x_0) = +\infty$$



3) Flesso a tangente verticale

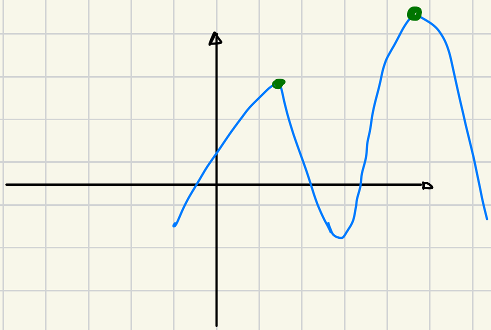


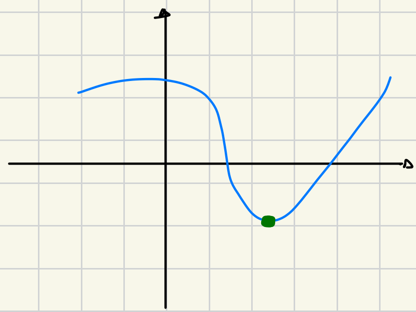
$f'_-(x_0) = +\infty$

$f'_+(x_0) = +\infty$

Def: Data $f: (a;b) \longrightarrow \mathbb{R}$, x_0 è detto punto di massimo locale se $\exists I(x_0) \subseteq (a;b)$ t.c. $f(x_0) \geq f(c)$ $\forall c \in I(x_0)$.

x_0 è detto di minimo locale se $\exists I(x_0) \subseteq (a;b)$ t.c. $f(x_0) \leq f(c)$ $\forall c \in I(x_0)$





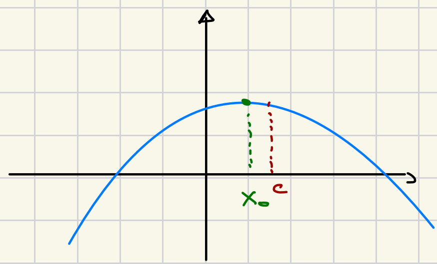
Teorema Luca Bruni (feat Fermat)

Sia $f: (a;b) \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e sia x_0 un massimo locale. Allora $f'(x_0) = 0$

Dim: So che $\forall c \in I(x_0)$ $f(x_0) \geq f(c)$. Devo dimostrare che la derivata in x_0 è 0.

Posso scrivere $c = x_0 + h$

$f(x_0) \geq f(c) = f(x_0 + h)$



$$f(x_0) \geq \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} \cdot h + f(x_0)$$

Suppongo per assurdo che $\boxed{f'(x_0) > 0}$. Allora, per il teo di permanenza del segno della fz

$$g(h) = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

$g(h) > 0$ in un intorno di 0. Ma allora ho:

$$\cancel{f(x_0)} \geq g(h) \cdot h + \cancel{f(x_0)}$$

$$g(h) \cdot h \leq 0$$

Ma questo è assurdo in quanto $g(h) > 0$ e $h > 0$

Esercizio: Sistemare il caso $f'(x_0) < 0$.

Conclusione: Dato che $\left.\begin{array}{l} f'(x_0) > 0 \\ f'(x_0) < 0 \end{array}\right\}$ Danno Assurdi $\Rightarrow f'(x_0) = 0$

$\square$

Pag 1708 n 20

$$f(x) = -\sqrt[3]{x^2} = -x^{2/3}$$

(1) Faccio la derivata classica: $f'(x) = -\frac{2}{3} x^{-1/3} = -\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

(2) Trovo i problemi $x = 0$

(3) Devo vedere "a mano" con la definizione la derivata in $x = 0$

(4) fare derivate sx e dx in 0 e vedere cosa accade

$$f'_-(0) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{-\sqrt[3]{h^2}}{h} = \lim_{h \to 0^-} -\frac{1}{h^{1/3}} = +\infty$$

$$f'_+(0) = \lim_{h \to 0^+} -\frac{1}{h^{1/3}} = -\infty$$

$\Rightarrow$ È cuspide