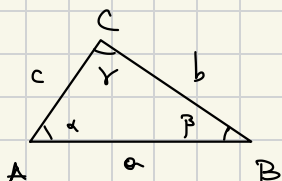


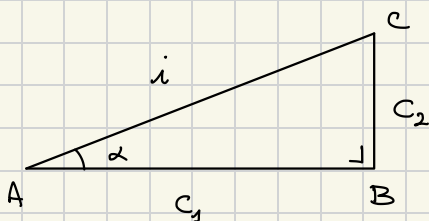
Trigonometria

Goal: Dimostrare che date 3 informazioni di un triangolo (info triang = 3 lati e 3 angoli), riesco a trovare tutte le altre informazioni



Ho tre cose tra $\{a, b, c, \alpha, \beta, \gamma\}$ e trovo le altre 3. (se sono i 3 angoli ho solo la proporzione)

Teorema I superiore sui triangoli rettangoli: Dato triangolo rettangolo

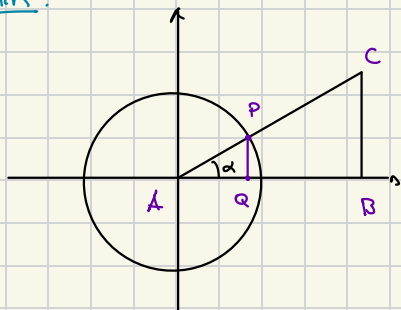


$$c_1 = i \cdot \cos \alpha$$

$$c_2 = i \cdot \sin \alpha$$

$$\leadsto (c_1 \operatorname{tg} \alpha = c_2)$$

Dim:



I triangoli $\hat{A}PQ$ e $\hat{A}BC$ sono simili (tutti gli angoli uguali)

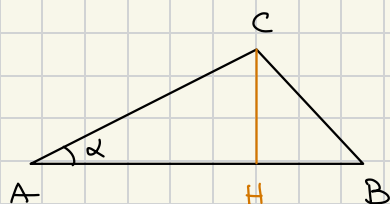
Se sono simili hanno i lati in proporzione

$$\frac{AC}{AP} = \frac{AB}{AQ} \leadsto \text{sostituisco i nomi}$$

$$\frac{i}{1} = \frac{c_1}{\cos \alpha} \leadsto i \cdot \cos \alpha = c_1$$

Per $i \cdot \sin \alpha = c_2$ è lo stesso

Proposizione: (Formula per il calcolo dell'area di un triangolo)



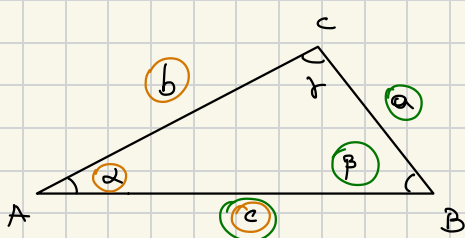
$$\text{Area}(ABC) = AB \cdot AC \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}$$

In generale

$$\text{Area Triangolo} = \text{lat}_1 \cdot \text{lat}_2 \cdot \sin(\text{ang comp.}) \cdot \frac{1}{2}$$

Dim: Calcolo l'area: $\text{Area} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2}$

Teorema del seno: In un triangolo qualsiasi vale che



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

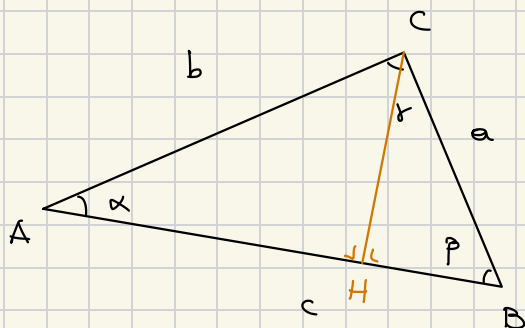
Dim: Calcolo l'area del triangolo ABC

Usando b, c, α : $\text{Area} = \frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$

Usando a, c, β : $\text{Area} = \frac{a \cdot c \cdot \sin \beta}{2}$

L'area è sempre la solite e dunque $\frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin \beta}{2}$
riordinando $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$

Teorema del coseno (o di Carnot): È la generalizzazione del Teorema di Pitagore. Vale che



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

Dim: $CH = b \cdot \sin \alpha$
 $AH = b \cdot \cos \alpha$
 $HB = c - b \cos \alpha \quad (AB - AH)$

Obiettivo: voglio ricavare il valore di a in funzione delle altre cose.

Scrivo il teorema di Pitagore per $\triangle CHB$

$$CH^2 + HB^2 = BC^2$$

$$b^2 \sin^2 \alpha + (c - b \cos \alpha)^2 = a^2$$

$$b^2 \sin^2 \alpha + c^2 + b^2 \cos^2 \alpha - 2bc \cos \alpha = a^2$$

$$b^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = b^2$$

$$b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha = a^2$$

che è quello che stavo cercando

□