Es 97 pag 687

$$\begin{cases} x+y(y+2) = (3+y)(y-3) \\ 1-(1-y)^2 = x-y(y-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+\cancel{y^2}+2y = \cancel{y^2}-9 \\ \cancel{1}-\cancel{y^2}-\cancel{1}+2y = x-\cancel{y^2}+4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y-9 \\ \cancel{2y} = -\cancel{2y}-9+\cancel{4y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = -9 \quad \text{Impossibile} \end{cases} \leadsto \text{Impossibile}$$

Es 101

$$\begin{cases} (2x-1)^2-(1-y)^2 = (2x+y)(2x-y) \\ \frac{1}{2}(x-4)+2y-\frac{3}{2}x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{4x^2}+\cancel{1}-4x-\cancel{y^2}-\cancel{1}+2y = \cancel{4x^2}-\cancel{y^2} \\ x-4+4y-3x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 2y \leadsto y = 2x \\ x-4+4(2x)-3x = 8 \leadsto 6x = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2\cdot 2 = 4 \\ x = 2 \end{cases} \quad P = (2,4)$$

Es 14 Pag 681 $\quad x > y$

$$x = 2y+3$$

Per trovare qualche soluzione metto valori a caso a y e trovo x

$y = 0 \leadsto x = 3$

$y = 1 \leadsto x = 5$

$y = 2 \leadsto x = 7$

$y = 11 \leadsto x = 25$

$y = 401 \leadsto x = 805$

(2) Confronto

- Scelgo una stessa quantità in funzione di tutte le incognite tranne una e la isolo in entrambe le equazioni

$$\begin{cases} 4x+2y = 2 \\ 3x-2y = 12 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

- A questo punto si confrontano le due quantità trovate (cioè si pongono uguali i membri destri delle due equazioni)

$$\begin{cases} 2y = 2-4x \\ 2y = 3x-12 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

- Risolvo l'equazione trovata e sostituisco la soluzione in una delle precedenti e la risolvo

$$2-4x = 3x-12$$
$$7x = 14$$
$$x = 2$$
$$2y = 2-4\cdot 2 = -6$$
$$\rightsquigarrow y = -3$$

$\rightsquigarrow P = (2,-3)$

Warning: Confronto è comodo quando ci sono due equazioni; con 3 o più diventa macchinoso

Es 123 pag 690

$$\begin{cases} 10x-y = 2 \\ -7x+y = -8 \end{cases}$$

Sostituzione: $\begin{cases} y = 10x-2 \\ -7x+10x-2 = -8 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -22 \\ 3x = -6 \end{cases} \rightsquigarrow x = -2$

Confronto: $\begin{cases} y = 10x-2 \\ y = 7x-8 \end{cases}$ $\rightsquigarrow$ $10x-2 = 7x-8$

$3x = -6 \rightsquigarrow x = -2$

$P = (-2,-22)$

$y = -14-8 = -22$

Esempio:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y=5 \\ z-y+12x=14 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+2x-5+z=1 \\ y=2x-5 \\ z-2x+5+12x=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+z=6 \\ 10x+z=9 \\ y=2x-5 \end{cases} \qquad \begin{cases} z=6-3x \\ z=9-10x \\ y=2x-5 \end{cases} \rightsquigarrow 6-3x=9-10x$$

$$7x=3 \rightsquigarrow \boxed{x=\frac{3}{7}}$$

$$y=2\cdot\frac{3}{7}-5=\frac{6-35}{7}=-\frac{29}{7}$$

$$\boxed{P=\left(\frac{3}{7};-\frac{29}{7};\frac{33}{7}\right)}$$

$$z=6-3\cdot\frac{3}{7}=\frac{42-9}{7}=\frac{33}{7}$$

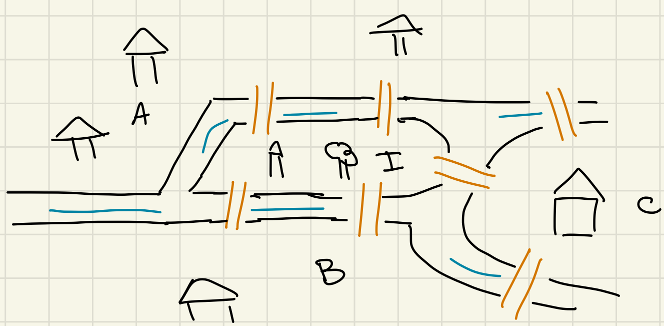
---

(3) Metodo di Riduzione o metodo di Gauss

Digressione su Gauss e amici: Questo fa $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

- Gauss la dimostra in ~~III~~ elementare
- Gauss risolve il problema dei ponti di Königsberg (Non è vero, è stato Eulero)

Königsberg: città Tedesca; un fiume, il Pregel, la attraversava

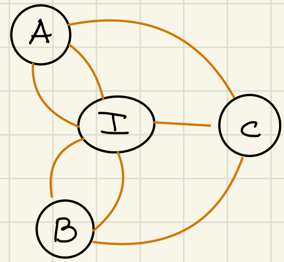


I cittadini benestanti volevano fare la passeggiata domenicale in modo che attraversassero ogni ponte una e una sola volta

<u>Domanda</u>: Provare a trovare il percorso, se esiste, di tale passeggiata

<u>Sembra</u> che sia impossibile

(1) Il disegno dei ponti equivale al disegno a destra.

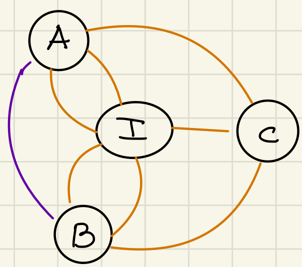


(2) Se entro in una zona, devo uscire a meno che NON sia l'ultima

(3) Per poter fare la passeggiata il numero di ponti che entra in ogni zona deve essere PARI tranne che per la zona d'inizio e la zona finale.

(4) Ma purtroppo tutte e quattro le zone hanno un numero dispari di ponti

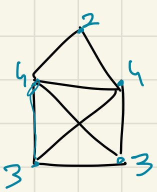
<u>Soluzione</u>:

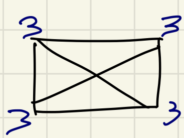


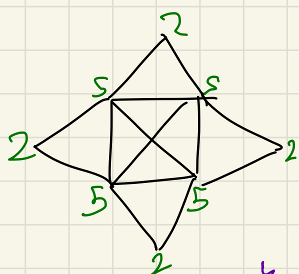
Costruisco un ponte così i benestanti sono felice

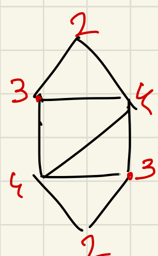
Oppure (durante la notte) faccio cascare un ponte

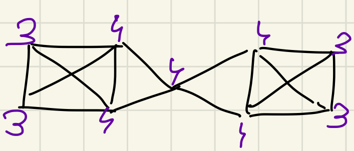
Q: Quali tra questi disegni si possono fare senza staccare la penna dal foglio?

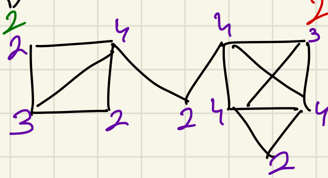












Def: Un grafo (disegno vertici e lati) è detto Euleriano se ci sono al più due vertici su cui concorrono un numero dispari di lati

Teorema: Un grafo Euleriano è disegnabile senza staccare la penna dal foglio

Dim: Vedi sopra □

Oss: Se moltiplico una delle equazioni del sistema lineare per un numero $\underbrace{\lambda}_{\text{lambda}} \neq 0$, il sistema è equivalente (stesso insieme di soluzioni) a quello di partenza

Esempio: $\begin{cases} 2x = 4y \\ x + 2y = 2 \end{cases} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \begin{cases} x = 2y \\ x + 2y = 2 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$

Oss: Se sommo o sottraggo multipli delle equazioni del sistema tra di loro, non altero le soluzioni del sistema se aggiungo il risultato alle equazioni del sistema

Esempio: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \downarrow +$ Somma $\rightsquigarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases}$

$5x + 3y = 8 \rightsquigarrow$ la posso aggiungere al sistema oppure sostituirla a una già esistente

I due sistemi scritti sopra sono equivalenti.

Combinando le due osservazioni distruggo ogni sistema lineare

- Moltiplico le due equazioni per due numeri diversi in modo che il coefficiente di una delle variabili venga uguale in modulo

$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \cdot 3 \\ 3x + 2y = 5 & \cdot 2 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} 6x + 3y = 9 \\ 6x + 4y = 10 \end{cases}$$

- Faccio la sottrazione tra le equazioni.
  Se tutto è fatto "bene" una variabile si semplifica e diventa tutto "facile"

$$\downarrow$$

$$-y = -1 \leadsto y = 1$$

- Sostituisco il risultato a quella precedente

$$\downarrow$$

$$2x + 1 = 3$$

$$\leadsto x = 1$$

$$P = (1, 1)$$

Es 151 pag 692

$$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ x + y = 16 \end{cases} \quad \downarrow +$$

$$4x = 24 \leadsto x = 6 \qquad y = 10 \qquad P = (6, 10)$$

Es 155 pag 692

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x - 2y = \frac{1}{6} \\ -2x + 8y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 12y = 1 \\ -2x + 8y = 3 \end{cases} \quad \downarrow + \qquad P = \left(-\frac{11}{2}; -1\right)$$

$$-4y = 4 \leadsto y = -1 \leadsto x = -\frac{11}{2}$$