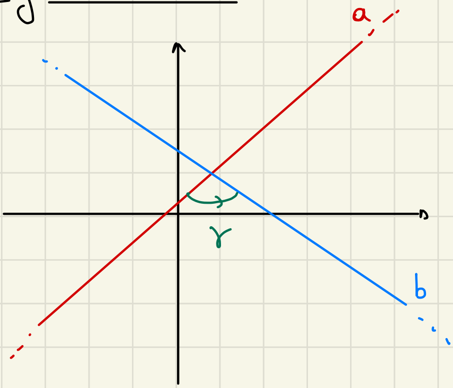
Pag 829 n 95



$m_a = 2$ $\quad$ $m = m_b$

$m_b = -2$ $\quad$ $m' = m_a$

$\sin\gamma = ?$

$$\boxed{\tan\gamma = \frac{m - m'}{1 + mm'}}$$

$$\tan\gamma = \frac{-2-2}{1+2(-2)} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

elevo al $\square$

$$\begin{cases} \dfrac{\sin\gamma}{\cos\gamma} = \dfrac{4}{3} \\ \sin^2\gamma + \cos^2\gamma = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sin^2\gamma = \dfrac{16}{9}\cos^2\gamma \\ \dfrac{16}{9}\cos^2\gamma + \cos^2\gamma = 1 \end{cases}$$

$$\rightsquigarrow \cos^2\gamma\left(\frac{16}{9} + 1\right) = 1 \quad \rightsquigarrow \cos^2\gamma\left(\frac{25}{9}\right) = 1$$

$$\rightsquigarrow \cos^2\gamma = \frac{9}{25} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\cos\gamma = \frac{3}{5}}$$

Sostituisco sopra e ottengo $\boxed{\sin\gamma = \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5} = \frac{4}{5}}$

Es 97: $\quad y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \qquad y = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

- Sono la stessa funzione
- Dominio, Im, periodo.

Uso la formula della somma del seno e spero che esca la cosa giusta.

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = 2\left[\sin x \cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\cos x\right]$$

$$= 2\left[\sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cos x\right]$$

$$= \sqrt{3}\sin x + \cos x$$

Per le info sulla funzione, prendo la più facile:

$y = 2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = f(x)$ $\quad$ Dom $= \mathbb{R}$

$\mathrm{Im}\left(\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right) = [-1; 1]$

$\mathrm{Im}(f(x)) = [-2; 2]$ (Moltiplico per 2)

<u>Periodo</u> di $f(x)$: 2π poiché lo shift di $\frac{\pi}{6}$ non altera il periodo

$\square$

<u>Dom Roberto</u>: Quanto vale il periodo di $g(x) = \sin(2x)$?

Se vado al doppio della velocità, ci metto la metà del tempo

$$T_g = \frac{1}{2}\cdot T_{\sin(x)} = \frac{1}{2}\cdot 2\pi = \pi$$

<u>Es 100</u>: Dimostra che $\quad \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \operatorname{arctg}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$

<u>Oss 1 Ettore</u>: Dovrò usare la tg

<u>Oss 2 Carlos</u>: l'interno del RHS ricorda la tg della somma

Parto da RHS $\quad \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)\right) = \frac{x+y}{1-xy}$

$$\operatorname{tg}\left(\underbrace{\operatorname{arctg} x}_{\alpha} + \underbrace{\operatorname{arctg} y}_{\beta}\right) = \frac{\overbrace{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x)}^{x} + \overbrace{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} y)}^{y}}{1 - \underbrace{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x)}_{x}\,\underbrace{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} y)}_{y}} = \frac{x+y}{1-xy}$$

Dato che tg è ~~bigettive~~ Injective e vale che

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y) = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}\right)$$

$\Rightarrow$ Sono uguali le cose dentro e ho dimostrato la tesi. ◻

Def: Un'equazione goniometrica è una equazione in cui compare un'incognita in almeno una funzione goniometrica
Una disequazione goniometrica è una disequazione in cui compare un'incognita in almeno una fz goniometrica

Da pag 854 in poi:

n 14: $\sin x - 1 = 0$

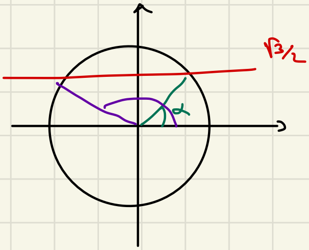
$\sin x = 1$ $\qquad x = \frac{\pi}{2}$ è soluzione $\rightarrow$ È soluzione, ma ce ne è una nuova ogni volta che sommo un multiplo intero del periodo

$\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}+2\pi$, $\frac{\pi}{2}+4\pi$, $\frac{\pi}{2}-2\pi$, ... $\qquad \boxed{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}}$

Warning: Le soluzioni sono "quasi sempre" infinite. Ricordarsi di sommare i multipli interi del periodo

n 16: $\sin x = \cos\frac{\pi}{6}$

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \boxed{x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}}$



$\boxed{x = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}}$

Warning: Occhio agli angoli di partenza prima di fare il periodo. Magari (quasi sempre) ce n'è più di uno.

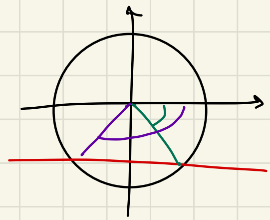
n 20: $2\sin\frac{x}{3}+\sqrt{3}=0$

arcsin(·): occhio perché vi dà unica soluzione, e sono in realtà 2

$\sin\frac{x}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \frac{x}{3}=-\frac{\pi}{3} \rightsquigarrow x=-\pi$

Quanto è il periodo di $\sin\frac{x}{3} \rightsquigarrow T=3\cdot 2\pi=6\pi$

velocità



Dunque $\boxed{x=-\pi+6k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}}$

Viola: $\frac{x}{3}=-\frac{2}{3}\pi \rightsquigarrow x=-2\pi$

$\boxed{x=-2\pi+6k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}}$

n 22: $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=0$

1) $\frac{\pi}{3}-x=0 \qquad x=\frac{\pi}{3}$

2) $\frac{\pi}{3}-x=\pi \qquad x=\frac{\pi}{3}-\pi=-\frac{2}{3}\pi$

$$\boxed{\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+2k\pi,\quad k\in\mathbb{Z} \\ x=-\frac{2}{3}\pi+2k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}\end{array}}$$

n 62: $\cos x-4=3\cos x+8$

$2\cos x=-12$

$\cos x=-6$ $\qquad$ Impossibile perché $\mathrm{Im}(\cos x)=[-1,1]$

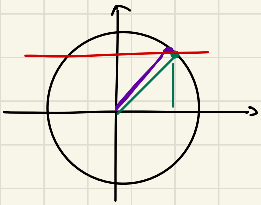
n 99: $\mathrm{tg}(3x)=3$ $\qquad$ L'angolo la cui tg è 3 si chiama arctg(3)

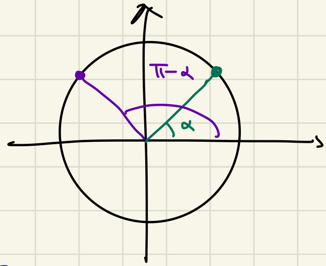
$3x=\mathrm{arctg}(3)$

$x=\frac{\mathrm{arctg}(3)}{3}$

$\boxed{x=\frac{\mathrm{arctg}(3)}{3}+k\frac{\pi}{3}\qquad k\in\mathbb{Z}}$

n 120: $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$





$3x - \frac{\pi}{4} = x + 2k\pi$

Caso in cui i due angoli coincidono

$3x - \frac{\pi}{4} = \pi - x + 2k\pi$

Caso in cui gli angoli sono uno il supplementare dell'altro

perché è il sin

non proprio

Periodo: Si deve prendere l'mcm tra i due periodi poiché vanno a velocità diverse, ma devono poi ritrovarsi nei pti giusti

Risolvo i due casi in x

$2x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \rightsquigarrow$

$$\boxed{x = \frac{\pi}{8} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}}$$

$4x = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi$

$$\boxed{x = \frac{5}{16}\pi + \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}}$$

La frase scritta è corretta, ma risolvere esercizi così risulta più lungo. Vedremo delle procedure "meccaniche" che snelliscono la situazione in ogni caso