

# Velocità di fuga e Buchi neri

Question: Se sparo un proiettile verticalmente verso lo spazio, che velocità deve avere per non tornare mai più indietro?

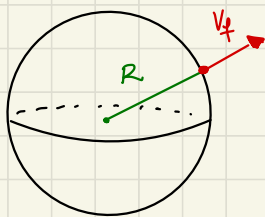
Def: La Velocità di fuga è la minima velocità con cui un proiettile deve essere sparato dalla superficie di un pianeta affinché se ne allontani senza più tornare indietro.  
la indichiamo con  $v_f$

Prop: la velocità di fuga da un pianeta di massa  $M$  e raggio  $R$  è:

$$v_f^2 = \frac{2GM}{R}$$

Dim:

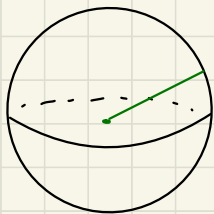
(1)



- (1) Il proiettile è sparato con velocità  $v_f$   
(2) Il proiettile si trova all'infinito, cioè se ne è andato per sempre

Scrivo le due energie, all'inizio e alla fine

(2)



Proiettile è all'infinito, si muove talmente lento che lo suppongo fermo

$$E_1 = K_{\text{pianeta}} + K_{\text{proiettile}} + U_1$$
$$= 0 + \frac{1}{2} m v_f^2 + \left( -G \frac{mM}{R} \right)$$

$$E_2 = K_{\text{pianeta}} + K_{\text{proiettile}} + U_2$$

$$= 0 + 0 + 0 \quad \left[ \text{sono a distanze infinite} \right]$$

Dato che supponiamo conservazione dell'energia si ha  $E_1 = E_2$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - G \frac{mM}{R} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = \frac{2GM}{R}$$

Oss. Ogni velocità superiore a  $v_f$  fa allontanare all'infinito il proiettile

Oss Leonardo S.: La velocità di fuga della Terra è:

$$v_{f,T}^2 = \frac{2GM_T}{R_T} \quad \rightarrow \quad v_{f,T} \approx 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Def. La velocità della luce  $c$  è la velocità con cui si muove la luce e vale all'incirca

$$c = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Oss. La velocità della luce è la massima velocità raggiungibile e in particolare vorrà dunque che, se  $v$  è positiva

$$c + v = c$$

↳ Non è un uguale che si può trattare con le regole matematiche

Def. Un Buco Nero è un corpo tale per cui la velocità di fuga è maggiore della velocità della luce

Oss. Se qualcosa entra in un buco nero, non può più uscirne

Oss. Dato che la velocità di fuga  $v_f \geq c$  si ha la relazione

$$c^2 \leq v_f^2 = \frac{2GM}{R}$$

e si ottiene la seguente relazione:  $R \leq \frac{2GM}{c^2}$

Per rendere il Sole un buco nero, il suo raggio deve diventare

$$R \leq \frac{2GM_s}{c^2} \approx$$

Che è molto piccolo (Mettici sta ridendo, non so perché)