Razionalizzazione. Riscrivere frazioni in modo equivalente per non avere radicali al denominatore

Frase chiave: NO ai radicali al denominatore (più difficili)

Come posso riscrivere $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \underbrace{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Metodo 1: Data una frazione del tipo $\frac{1}{\sqrt{a}}$ → C.E. $a \neq 0$, la posso razionalizzare, cioè "elimino" la radice dal denominatore moltiplicandola per $1 = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ e facendo i prodotti tra numeratori e denominatori

Esempi:

$$\frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{83}} = \frac{1}{\sqrt{83}} \frac{\sqrt{83}}{\sqrt{83}} = \frac{\sqrt{83}}{83}$$

$$\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{7}{\sqrt{7}} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\cancel{7}\sqrt{7}}{\cancel{7}} = \sqrt{7}$$

$$\frac{(\sqrt{7})^{\cancel{2}}}{\cancel{\sqrt{7}}}$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{7}} = \frac{3}{\sqrt[3]{7}} \cdot \frac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{3\sqrt[3]{7^2}}{7}$$

Metodo 2: Data $\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ con $m < n$, $a \neq 0$ la razionalizziamo moltiplicando per $\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}$

Esempio: $\frac{1}{\sqrt[5]{3}} = \frac{1}{\sqrt[5]{3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{3^4}}{\sqrt[5]{3^4}} = \frac{\sqrt[5]{3^4}}{3}$

$$\frac{7\sqrt[7]{3^5}}{\sqrt[8]{6^{11}}} \overset{\text{Porto fuori}}{=} \frac{7\sqrt[7]{3^5}}{6\sqrt[8]{6^3}} \cdot \frac{\sqrt[8]{6^5}}{\sqrt[8]{6^5}} = \frac{7\sqrt[7]{3^5}\cdot\sqrt[8]{6^5}}{6\cdot 6}$$

$$\sqrt[8]{6^8}\cdot\sqrt[8]{6^3}$$

$$= \frac{7}{36}\sqrt[56]{(3^5)^8\cdot(6^5)^7} =$$

$$= \frac{7}{36}\sqrt[56]{3^{40}\cdot 2^{35}\cdot 3^{35}} = \frac{7}{36}\sqrt[56]{2^{35}\cdot 3^{75}}$$

$$= \frac{7}{\cancel{36}_{12}}\cdot\cancel{3}^{1}\sqrt[56]{2^{25}\cdot 3^{19}} = \frac{7}{12}\sqrt[56]{2^{25}\cdot 3^{19}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

Metodo 3: Se ho una frazione del tipo $\frac{1}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$, per razionalizzare moltiplico per $\frac{\sqrt{a}\mp\sqrt{b}}{\sqrt{a}\mp\sqrt{b}}$

Prendo il segno opposto per ottenere le diff di quadrati

Esempio: $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{4}$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{28}-\sqrt{12}}\cdot\frac{\sqrt{28}+\sqrt{12}}{\sqrt{28}+\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5}\,(2\sqrt{7}+2\sqrt{3})}{16} = \frac{\cancel{2}\sqrt{5}\,(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{\cancel{16}\,8}$$

$$= \frac{\sqrt{5}\,(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{8}$$

Esercizio:

$$\triangleright \quad \frac{1}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}} \cdot \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-5} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\cancel{2}+\cancel{3}+2\sqrt{6}-\cancel{5}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})\sqrt{6}}{12}$$

$$\triangleright \quad \frac{1}{3-\sqrt{3}} \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{6}$$

$$\triangleright \quad \frac{1}{2\sqrt{3}+5\sqrt{5}} \cdot \frac{2\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{2\sqrt{3}-5\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{12-125} = -\frac{2\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{113}$$