

Settimana: 1

Argomenti:

Materia: Matematica

Classe: 5C

Data: 15/09/25

## Studio di funzione

$f(x) = \ln(2x+1)$   $\rightarrow$  Rappresenta la coordinata y

(1)  $\text{Dom}(f) = \text{"argomento log} > 0 \text{"}$

$$2x+1 > 0 \quad \Rightarrow \quad x > -\frac{1}{2}$$

$$\text{Dom}(f) = \left\{ x > -\frac{1}{2} \right\}$$

$\Rightarrow$  La funzione ha senso solo se  $x > -\frac{1}{2}$

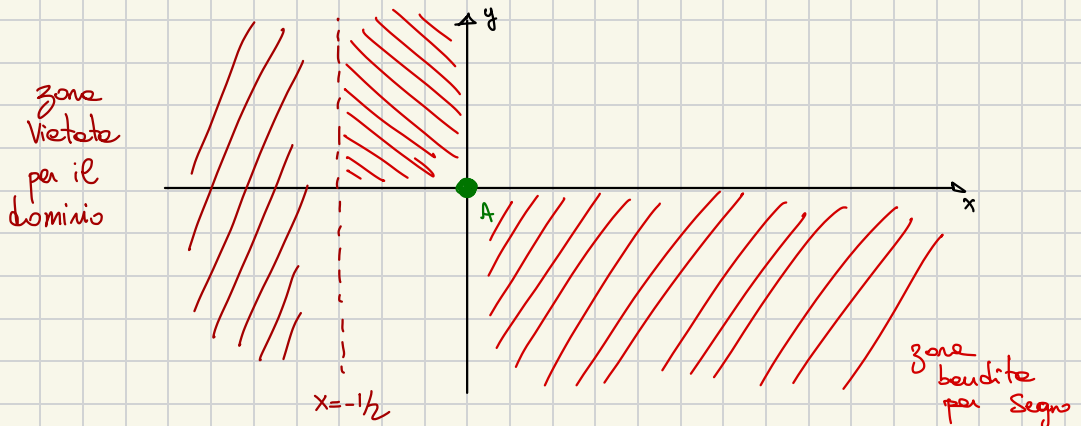
$f: \left\{ x > -\frac{1}{2} \right\} \longrightarrow \mathbb{R}$  ] Scrittura formale di una funzione

## Ricetta:

- 1) Dominio
- 2) Intersezione con assi
- 3) Segno della  $f_x$

$\downarrow$

Disegno



(2) Int con assi:

Asse x:  $\begin{cases} y = \ln(2x+1) \\ y = 0 \end{cases}$

$\ln(2x+1) = 0$   
 $\downarrow$   
 $2x+1 = 1 \implies 2x = 0 \implies x = 0$

$\ln(\pm)$   
" Non sbarrare i log, mi sento male

La funzione interseca asse x nel punto  $A(0,0)$

Asse y:  $\begin{cases} y = \ln(2x+1) \\ x = 0 \end{cases}$

$\implies y = 0$

(3) Segno:  $f(x) \geq 0$

Per i valori della soluzione de troviamo il grafico della funzione stare SOPRA l'asse x

$$\begin{aligned} \ln(2x+1) &\geq 0 \\ \ln(2x+1) &\geq \ln(1) \\ 2x+1 &\geq 1 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Oss: Le zone possono cambiare solo quando il grafico passa per i punti trovati nel pto (2) delle ricette.

$$g(x) = \frac{(x^2-1) \log_3(x^3+x^2+x+1) \cdot 2^{x+1}}{2x}$$

(1) Domínio

$x \neq 0$

$$x^3+x^2+x+1 > 0 \implies x^2(x+1) + (x+1) > 0$$
$$(x+1)(x^2+1) > 0$$

$$\begin{aligned} x+1 &> 0 \implies x > -1 \\ x^2+1 &> 0 \implies \forall x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

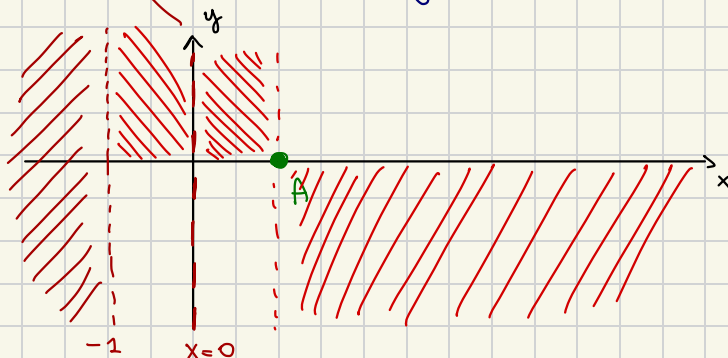
-	0	+
+		+
-	-1	+

$\implies$  Sol:  $x > -1$

$\text{Dom}(g) = \{ x > -1; x \neq 0 \}$

La linea  
del grafico,  
NON può  
passare  
sopra  
 $x=0$

$$g: \text{Dom}(g) \rightarrow \mathbb{R}$$



(2) Asse y:  $\begin{cases} x=0 \\ y = \frac{(x^2-1) \log_3[(x^2+1)(x+1)] \cdot 2^{x+1}}{2x} \end{cases}$  → Impossibile perché  $x=0$  NON è nel dominio

Asse x:  $y=0$

$$\frac{(x^2-1) \cdot \log_3[(x^2+1)(x+1)] \cdot 2^{x+1}}{2x} = 0$$

Uno dei 3 fattori deve essere 0.

(1)  $x^2-1=0 \Rightarrow x = \pm 1$

A (1,0)

B (-1,0) ← Non Acc. x non può essere -1

(2)  $\log_3(x^3+x^2+x+1) = \log_3(1)$

$x^3+x^2+x+1 = 1$

$x(x^2+x+1) = 0 \Rightarrow x=0$

Non Accettabile per Domini

$\Rightarrow x^2+x+1=0 \quad \Delta = b^2-4ac = -3$

$\hookrightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$  Non c'è soluzione

(3)  $2^{x+1} = 0$

Impossibile: Gli esponenziali sono sempre positivi

$\Rightarrow$  Finito a casa

Pag 1363 n. 116

$$f(x) = \frac{\ln |3^x - 9|}{1 - e^{x^2 - 6x}}$$

(1) Domínio:  $\begin{cases} 1 - e^{x^2 - 6x} \neq 0 \\ |3^x - 9| > 0 \end{cases}$

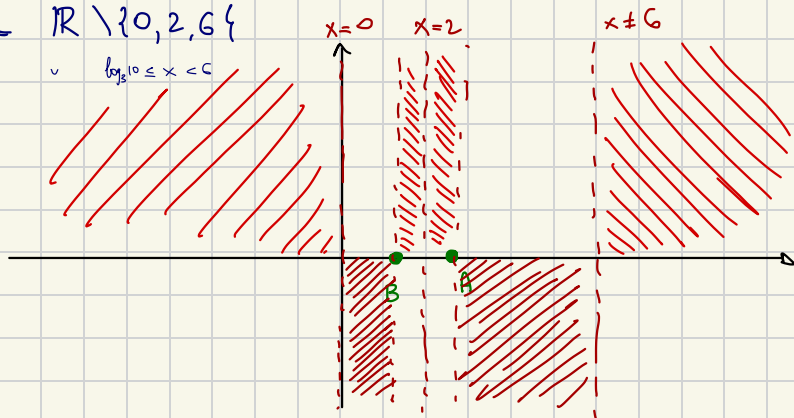
i)  $e^{x^2 - 6x} \neq 1 = e^0 \rightsquigarrow x^2 - 6x \neq 0 \quad x(x-6) \neq 0$   
 $x \neq 0$   
 $x \neq 6$

ii)  $|3^x - 9| > 0 \rightsquigarrow$  Val. absoluto sempre  $\geq 0$ . Dev. imporre solo  $3^x - 9 \neq 0 \rightsquigarrow x \neq 2$   
 $\rightarrow 3^x \neq 9 = 3^2 \rightarrow$

$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0, 2, 6\}$

$0 < x \leq \log_3 8$

$\vee \log_3 10 \leq x < 6$



2) Int assi Asse y. niente da fare perche  $x \neq 0$  dominio

Asse x  $\begin{cases} y=0 \\ \frac{\ln |3^x - 9|}{1 - e^{x^2 - 6x}} = 0 \end{cases} \rightsquigarrow \ln |3^x - 9| = 0 = \ln(1)$

$\rightsquigarrow |3^x - 9| = 1$

Caso a:  $3^x - 9 \geq 0$

$x \geq 2$

$$3^x - 9 = 1$$

$$3^x = 10$$

$$x = \log_3 10$$

Verifico che la soluzione sta nel caso a.

E va bene!

$$2 = \log_3 9 < \log_3 10$$

$$A(\log_3 10; 0)$$

Caso b:  $3^x - 9 \leq 0$

$x \leq 2$

$$-(3^x - 9) = 1$$

$$-3^x + 9 = 1$$

$$3^x = 8$$

$$x = \log_3 8$$

Va bene  $B(\log_3 8; 0)$

3) Segno:  $\frac{\ln |3^x - 9|}{1 - e^{x^2 - 6x}} \geq 0$

$$N \geq 0 \quad \ln |3^x - 9| \geq 0 = \ln(1)$$

$$|3^x - 9| \geq 1$$

Caso a:  $x \geq 2$

$$3^x - 9 \geq 1$$

$$3^x \geq 10 \quad x \geq \log_3 10$$

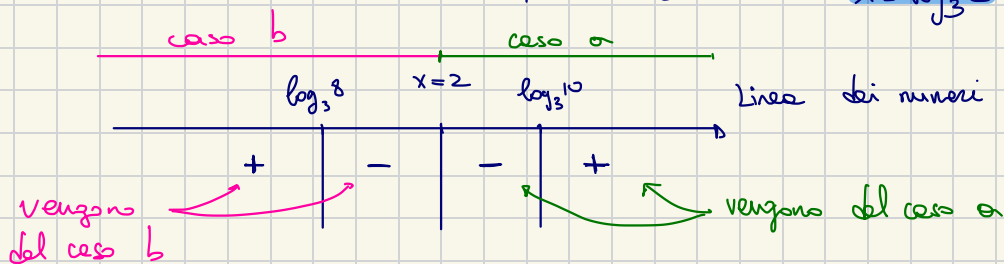
Caso b:  $x \leq 2$

$$-(3^x - 9) \geq 1$$

$$-3^x + 9 \geq 1$$

$$3^x \leq 8$$

$$x \leq \log_3 8$$



$$D > 0 \quad 1 - e^{x^2 - 6x} > 0$$

$$e^{x^2 - 6x} < 1 = e^0$$

$$x^2 - 6x < 0$$

$$x(x-6) < 0$$

$$x = 0, 6$$

Sol:  $0 < x < 6$

Grat. segni num e denum:



$$0 < x \leq \log_3 8$$

$$\vee \log_3 10 \leq x < 6$$

Goniometria:

$$f(x) = \sin^2(3x) + 7 \sin(3x) \cos(3x) - 3$$

Ricetta senza disegno  
oppure col disegno nel  
periodo

o) Periodo: (domani)

1) Dom(f):  $\mathbb{R}$

2) Int assi:  $x = 0$

$$f(0) = 0 + 0 - 3 = -3$$

$$A = (0, -3)$$

$$y = 0$$

$$\sin^2(3x) + 7 \sin(3x) \cos(3x) - 3 = 0$$

$$3x = t$$

$$\sin^2(t) + 7 \sin(t) \cos(t) - 3 = 0$$

Eq. omogenee di II grado

Lo porto al grado  
2 con Rel. fond.  
 $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

Componiamo sin e cos  
esattamente al grado 2 in  
ogni pezzo

$$\text{ms } \sin^2(t) + 7 \sin(t) \cos(t) - 3 \sin^2(t) - 3 \cos^2(t) = 0$$

$$2 \sin^2 t - 7 \sin t \cos t + 3 \cos^2 t = 0 \quad \leadsto \text{Divido tutto per } \cos^2(t) \quad [\text{Attenzione de } \cos(t) \text{ non sia } 0]$$

$$2 \tan^2(t) - 7 \tan(t) + 3 = 0 \quad \tan(t) = z$$

$$2z^2 - 7z + 3 = 0$$

$$z_1/z_2 = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} \quad \begin{cases} \frac{7+5}{4} = 3 \\ \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$(1) \tan(t) = 3 \quad \leadsto t = \arctan(3) + k\pi$$

$$\leadsto 3x = \arctan(3) + k\pi \quad \leadsto x = \frac{\arctan(3)}{3} + \frac{k}{3}\pi$$

$$(2) \tan(t) = \frac{1}{2} \quad \leadsto \dots \leadsto x = \frac{\arctan(\frac{1}{2})}{3} + \frac{k}{3}\pi$$

Pag 1368 n 211

$$f(x) = \arcsin\left(\log_2 \frac{x-1}{x}\right)$$

$$(1) \text{Dom}(f): \quad \boxed{\frac{x-1}{x} > 0}$$

$$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$[0; \pi]$$

$$\sin(\alpha) = x \quad \leftrightarrow \quad \arcsin x = \alpha$$

$$\cos(\alpha) = x \quad \leftrightarrow \quad \arccos x = \alpha$$

$$\tan(\alpha) = x \quad \leftrightarrow \quad \arctan x = \alpha$$

Dato che  $-1 \leq \sin(\alpha) \leq 1$ , nel nostro caso  $\sin \alpha = \log_2 \frac{x-1}{x}$

$$\Rightarrow -1 \leq \log_2 \frac{x-1}{x} \leq 1$$

Remind: L'argomento di arcsin e di arccos deve essere compreso tra -1 e 1

$$\boxed{-1 \leq \log_2 \frac{x-1}{x}}$$

$$\boxed{\log_2 \frac{x-1}{x} \leq 1}$$

$$(I) \frac{x-1}{x} > 0 \rightsquigarrow \begin{matrix} N: x > 1 \\ D: x > 0 \end{matrix}$$

$$x < 0 \vee x > 1$$

$$(II) \log_2 \frac{x-1}{x} \geq -1 \rightsquigarrow \log_2 \frac{x-1}{x} \geq \log_2 2^{-1} = \log_2 \frac{1}{2} \rightsquigarrow \text{iniettività}$$

$$\frac{x-1}{x} \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x-2-x}{2x} \geq 0$$

$$\frac{x-2}{2x} \geq 0$$

$$N: x \geq 2$$

$$D: x > 0$$

$$x < 0 \vee x \geq 2$$

$$(III) \log_2 \frac{x-1}{x} \leq 1 \rightsquigarrow \log_2 \frac{x-1}{x} \leq \log_2 2$$

$$\frac{x-1}{x} \leq 2$$

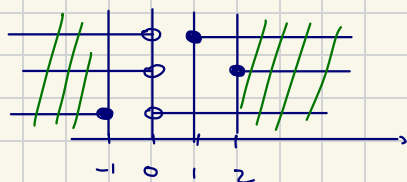
$$\frac{x-1-2x}{x} \leq 0$$

$$\frac{x+1}{x} \geq 0$$

$$N: x \geq -1$$

$$D: x > 0$$

$$x \leq -1 \vee x > 0$$



$$\text{Dom}(f) = \{x \leq -1 \vee x \geq 2\}$$

(2) Int assi: Asse y:  $x=0$  Imp per dominio

nell'intervallo  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

Asse x:  $y=0$   $\arcsin\left(\log_2 \frac{x-1}{x}\right) = 0 \quad (\leftrightarrow \sin(0) = \log_2 \frac{x-1}{x})$

$$\log_2 \frac{x-1}{x} = 0$$

$$\log_2 \frac{x-1}{x} = \log_2 1 \rightsquigarrow \frac{x-1}{x} = 1 \rightsquigarrow \frac{x-1-x}{x} = 0$$

$$\rightsquigarrow \frac{1}{x} = 0 \quad \text{Impossibile}$$



Def. Dati due insiemi  $A, B$  (non vuoti), una funzione

$$f: A \longrightarrow B$$

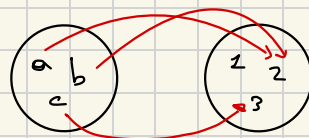
è una relazione che associa a ogni elemento di  $A$  uno e un solo el. di  $B$ .

$A$  viene detto Dominio della funzione

$B$  " " Codominio

Esempio:  $f: \{a, b, c\} \longrightarrow \{1, 2, 3\}$  ed è definita da

$$f(a) = 2, \quad f(b) = 2, \quad f(c) = 3$$



Esempio:  $g: [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}; \quad g(x) = 3x + 1$

Def. Data una funzione  $f: A \longrightarrow B$ , l'immagine di  $f$  che denotiamo con  $\text{Im}(f)$  sono tutti gli elementi di  $B$  che sono raggiunti da un qualche elemento di  $A$  tramite  $f$

$$\text{Im}(f) = \{b \in B \mid \exists a \in A \text{ t.c. } f(a) = b\}$$

↑  
appartiene  
Esiste  
Tale che

Esempio. Date  $f$  e  $g$  di sopra:  $\triangleright \text{Im}(f) = \{2, 3\}$   
 $\triangleright \text{Im}(g) = [1, 4]$

Esempio:  $\text{Im}(\sin) = [-1, 1]$   
 $\text{Im}(\cos) = [-1, 1]$