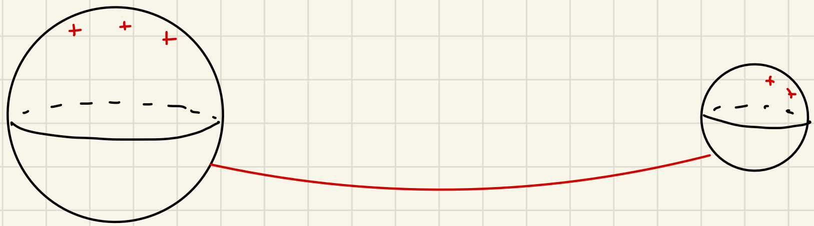
Due sfere conduttrici collegate



Conduttrice: Carica q_1
raggio r_1

Conduttrice: carica q_2
raggio r_2

Messe in modo che le cariche non interagiscono.
Attacco i due conduttori e mi chiedo come le cariche interagiscono

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} \qquad\qquad V_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

Attaccandoli diventa un conduttore unico e quindi deve valere che

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{q_1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0} r_1} = \frac{q_2}{\cancel{4\pi\varepsilon_0} r_2} \rightsquigarrow \frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2}$$

Chiamo $Q = q_1 + q_2$ che è la carica totale del conduttore fatto dalle due palle e ricavo q_1 e q_2 in funzione di Q e dei raggi

$$\begin{cases} Q = q_1 + q_2 \\ \dfrac{q_1}{r_1} = \dfrac{q_2}{r_2} \end{cases}$$

Incognite q_1 e q_2

$$\begin{cases} (Q = q_1 + q_2) \cdot r_1 \\ q_1 r_2 = q_2 r_1 \end{cases} \downarrow -$$

$$Q r_1 - q_1 r_2 = q_1 r_1$$

$$\boxed{q_1 = \frac{Q r_1}{r_1 + r_2}}$$

e per simmetria

$$\boxed{q_2 = \frac{Q r_2}{r_1 + r_2}}$$

Dato che q_1 è dirett. prop. a r_1
q_2 è dirett prop a r_2

la sfera più grossa si riempie di più carica. Per scrupolo calcoliamo anche la densità superficiali di carica

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2} = \frac{Q \cancel{r_1}}{4\pi r_1^{\cancel{2}} (r_1+r_2)} = \frac{Q}{4\pi r_1 (r_1+r_2)}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2} = \ldots = \frac{Q}{4\pi r_2 (r_1+r_2)}$$

Es 28: $q_1^{in} = 1{,}75 \cdot 10^{-9}\, C$ $\quad$ $q_2^{in} = 0$

$r_1 = 2{,}62$ cm $\quad$ $r_2 = 4{,}18$ cm

σ_1 e σ_2 dopo il collegamento.

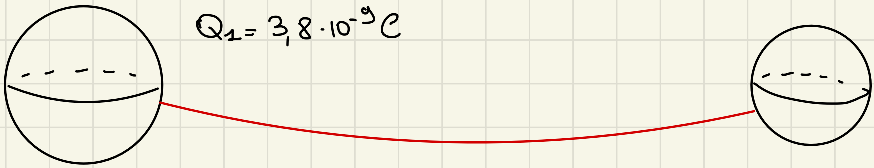
Basta osservare $Q = q_1^{in} + q_2^{in} = q_1^{in}$ e usare le formule appena trovate

$$\sigma_1 = \frac{Q}{4\pi r_1 (r_1+r_2)} \approx \ldots$$

Es 32

$r_1 = 12$ cm $\quad$ $r_2 = 18$ cm

$Q_1 = 3{,}8 \cdot 10^{-9}\, C$ $\quad$ $Q_2 = -8{,}15\, nC$



$q_1 = ?$ $\quad$ $q_2 = ?$

Quando attacco le due sfere la carica totale diventa $Q_1+Q_2=Q$

$$q_1 = \frac{Q r_1}{r_1 + r_2} \approx \dots \qquad q_2 = \frac{Q r_2}{r_1+r_2} \approx \dots$$

Capacità elettrostatica

Remind: Vale che $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ se ho una sfera conduttrice

Quello che accade è che il potenziale e la carica sono direttamente proporzionali.

Questo fatto è vero in generale e dunque ha senso definire la costante di proporzionalità.

Def: Dato un conduttore, la carica e il suo potenziale sono dirett. proporzionali e la costante di proporzionalità si chiama capacità. In formule

$$\text{Capacità} \leftarrow C = \frac{Q}{V_0}$$

$Q \to$ carica nel conduttore

$V_0 \to$ Potenziale del conduttore

$$[C] = \frac{[Q]}{[V_0]} = \frac{C}{V} = F$$

$\rightsquigarrow$ Farad (in onore di Faraday)

Oss: In una sfera conduttrice $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ dunque la capacità C vale

$$\frac{Q}{V} = \boxed{4\pi\varepsilon_0 R = C}$$