Pag 933 n255

$$\frac{x+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{2+x^2}{\sqrt{5}+1} = -\sqrt{5}\cdot\frac{x^2-x+1}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$4 = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$

$(\sqrt{5}-1)\cdot(\sqrt{5}+1) = 5-1 = 4$

$$\frac{(\sqrt{5}+1)(x+\sqrt{5}) - (2+x^2)(\sqrt{5}-1)}{\cancel{4}} = \frac{-\sqrt{5}(x^2-x+1)+9}{\cancel{4}}$$

$$\cancel{\sqrt{5}x} + x + 5 + \cancel{\sqrt{5}} - \cancel{2\sqrt{5}} - \cancel{\sqrt{5}x^2} + 2 + x^2 = -\cancel{\sqrt{5}x^2} + \cancel{\sqrt{5}x} - \cancel{\sqrt{5}} + 9$$

$x^2 + x - 2 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac =$
$= 1^2 - 4\cdot 1(-2) = 9$

$\sqrt{\Delta} = 3$

$$x_1/x_2 = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1\pm 3}{2} \begin{cases} + & 1 \\ & -2 \end{cases}$$

269 $N = 10a+b$

$a \in \{1, \_ 9\}$
$b \in \{0, \_ 9\}$

$b = a+2$
$ab + 22 = N$

È un sistema: $\begin{cases} b = a+2 \\ ab + 22 = 10a+b \end{cases}$ ⇝ sostituzione

$a(a+2) + 22 = 10a + a + 2$
$a^2 + 2a + 22 = 11a + 2$
$a^2 - 9a + 20 = 0$
$(a-4)(a-5) = 0$ ⇝ $a = 4$ ⇝ $b = 4+2 = 6$ $N = 46$
⇝ $a = 5$ ⇝ $b = 5+2 = 7$ $N = 57$

272 3 num. pari consecutivi $2n$ $2n+2$ $2n+4$ MetH

$$[2n + (2n+2) + (2n+4)]^2 - (2n)^2 - (2n+2)^2 - (2n+4)^2 = 592$$

$$[6n+6]^2 - 4n^2 - (4n^2+4+8n) - (4n^2+16+16n) = 592$$

$$36n^2 + 36 + 72n - 4n^2 - 4n^2 - 4 - 8n - 4n^2 - 16 - 16n = 592$$

$$24n^2 + 48n - 576 = 0$$
$$12n^2 + 24n - 288 = 0$$
$$6n^2 + 12n - 144 = 0$$
$$n^2 + 2n - 24 = 0$$
$$(n+6)(n-4) = 0 \rightsquigarrow n = 4 \rightsquigarrow 8, 10, 12$$
$$n = -6 \rightsquigarrow \text{Non accett.}$$

Met. G $\quad 2k-2, \ 2k, \ 2k+2$

$$[(2k-2) + 2k + (2k+2)]^2 - [(2k-2)^2 + (2k)^2 + (2k+2)^2] = 592$$

$$(6k)^2 - [4k^2 + 4 - \cancel{8k} + 4k^2 + 4k^2 + 4 + \cancel{8k}] = 592$$

$$36k^2 - 12k^2 - 8 = 592$$

$$24k^2 = 600 \rightsquigarrow k^2 = \frac{600}{24} = \frac{100}{4} = 25 \rightsquigarrow k = \pm 5$$

$\rightsquigarrow k = -5$ non accettabile

$\quad k = 5 \rightsquigarrow 8, 10, 12$

Relazioni tra coefficienti e soluzioni di eq. di II grado

Fatto. Si possono mettere in relazione le soluzioni di una eq. di II grado con i coefficienti a, b, c.
Data $ax^2+bx+c=0$ con soluzioni x_1, x_2 vale che

- $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ — Somma soluzioni
- $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$ — Prodotto soluzioni
- $x_1 - x_2 = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{a}$ Brutta — Sottrazione soluzioni
- $x_1^2 + x_2^2 = \left(-\dfrac{b}{a}\right)^2 - 2\dfrac{c}{a}$ — Somma dei quadrati delle sol.
- $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = -\dfrac{b}{c}$ — Somma dei reciproci

Dimostrazione: $x_1/x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

x_1 è quello col $+$
x_2 è quello col $-$

- $x_1 + x_2 = \dfrac{-b+\cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a} + \dfrac{-b-\cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a} = -\dfrac{2b}{2a} = -\dfrac{b}{a}$

Under the carpet (Utc): Non dovrebbe esserci un valore assoluto? $(\sqrt{\Delta})^2 = |\Delta|$?

- $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \dfrac{\overbrace{-b-\sqrt{\Delta}}^{-(b+\sqrt{\Delta})}}{2a} = \dfrac{-\left((\sqrt{\Delta})^2 - b^2\right)}{4a^2} \boxed{=} \dfrac{-(\cancel{b^2} - 4ac - \cancel{b^2})}{4a^2}$

se l'eq. ha soluzione Allora $\Delta \geq 0$ e $|\Delta| = \Delta$

$$= \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

- $x_1 - x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} - \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{a}$

- $x_1^2 + x_2^2 =$ (Idea: sfrutto la mia conoscenza di x_1+x_2, $x_1 x_2$)

$$= (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 \quad = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a}$$

▷ $$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2+x_1}{x_1x_2} = \frac{-b/a}{c/a} = -\frac{b}{c}$$

□

Spicy, ma non troppo:

▷ $$\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{x_1^3+x_2^3}{(x_1x_2)^3} = \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\frac{c}{a}\left(-\frac{b}{a}\right)}{\left(\frac{c}{a}\right)^3}$$

▷ $$x_1^3 + x_2^3 = (x_1+x_2)^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$$
$$= (x_1+x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1+x_2)$$

Oss: Sono certo di poter scrivere sempre una quantità simmetrica (uguale se inverto x_1 con x_2) come combinazione delle 2 quantità
$$e_1 = x_1+x_2$$
$$e_2 = x_1x_2$$
Deriva dal "Teorema fondamentale delle funzioni razionali simmetriche".

Def: Una eq. parametrica è una eq. in cui oltre che a comparire l'incognita, compare anche uno o più parametri

Esempio: $x^2 + kx + 1 = 0$ $\quad k$ è un parametro

Oss: A seconda del valore del parametro l'eq. ha comportamenti diversi

740: Eq. parametrica $(k-1)x^2 + 2kx - (3-k) = 0$ $\quad k \neq 1$

Determina k in modo che
a) Le soluzioni sono reali e distinte

⇝ Impongo $\Delta > 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2k)^2 - 4(k-1)[-(3-k)] > 0$$

$$4k^2 + (4k-4)(3-k) > 0$$

$$\cancel{4k^2} + 12k - \cancel{4k^2} - 12 + 4k > 0$$

$$16k - 12 > 0 \rightsquigarrow k > \frac{3}{4}$$

b) somma sol $= -8 \rightsquigarrow -\frac{b}{a} = -8$

$$-\frac{2k}{k-1} = -8 \rightsquigarrow 2k = 8k - 8 \rightsquigarrow 6k = 8 \rightsquigarrow k = \frac{4}{3}$$

c) Prodotto sol $= 5 \rightsquigarrow \frac{c}{a} = 5$

$$\frac{-(3-k)}{k-1} = 5 \rightsquigarrow -3 + k = 5k - 5 \rightsquigarrow 4k = 2 \rightsquigarrow k = \frac{1}{2}$$

Dobbiamo confrontare i risultati con l'esistenza delle radici reali:

Nel caso b) $k = \frac{4}{3}$ accettabile

" " c) $k = \frac{1}{2}$ NON accettabile