

Settimana: 12

Argomenti

Materia: Matematica

Classe: 5C

Data: 9/12/25

Pag 1673 n°40

$$f(x) = \frac{4x-4}{x}$$

$$g(x) = \ln(x+3)$$

Trova punti con
1) Stesse ascisse
2) Tangenti: parallele

Calcolo $f'(x)$ e $g'(x)$ e le
metto uguali. Troverò l'ascisse in
cui le due tangenti sono parallele

$$f'(x) = \frac{4 \cdot x - (4x-4) \cdot 1}{x^2} = \frac{4}{x^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{x+3}$$

$$f'(x) = g'(x) \leadsto \frac{4}{x^2} = \frac{1}{x+3}$$

$$4x+12 = x^2$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6$$

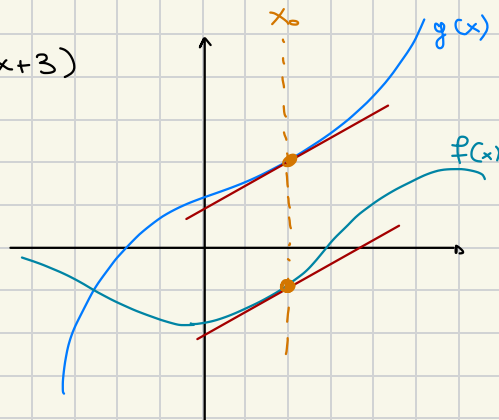
$$x = -2$$

$$A = (6; f(6)) = (6; \frac{10}{3})$$

$$C = (6; g(6)) = (6; \ln(9))$$

$$B = (-2; f(-2)) = (-2; +6)$$

$$D = (-2; g(-2)) = (-2; 0)$$



Rappresentiamo le due funzioni e le tangenti:

$$f(x) = \frac{4x-4}{x} = 4 - \frac{4}{x}$$

1) Dom f : $\{x \neq 0\}$ $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

2) Int assi: $x=0$ no per Dom f
 $y=0 \Rightarrow \frac{4}{x} = 4 \Rightarrow x=1$
 $E=(1;0)$

3) Segno: $\frac{4x-4}{x} \geq 0$ N: $x \geq 1$ D: $x > 0$ $x < 0 \vee x \geq 1$

4) Limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 - \frac{4}{x} = 4$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} 4 - \frac{4}{x} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} 4 - \frac{4}{x} = +\infty$

$$g(x) = \ln(x+3)$$

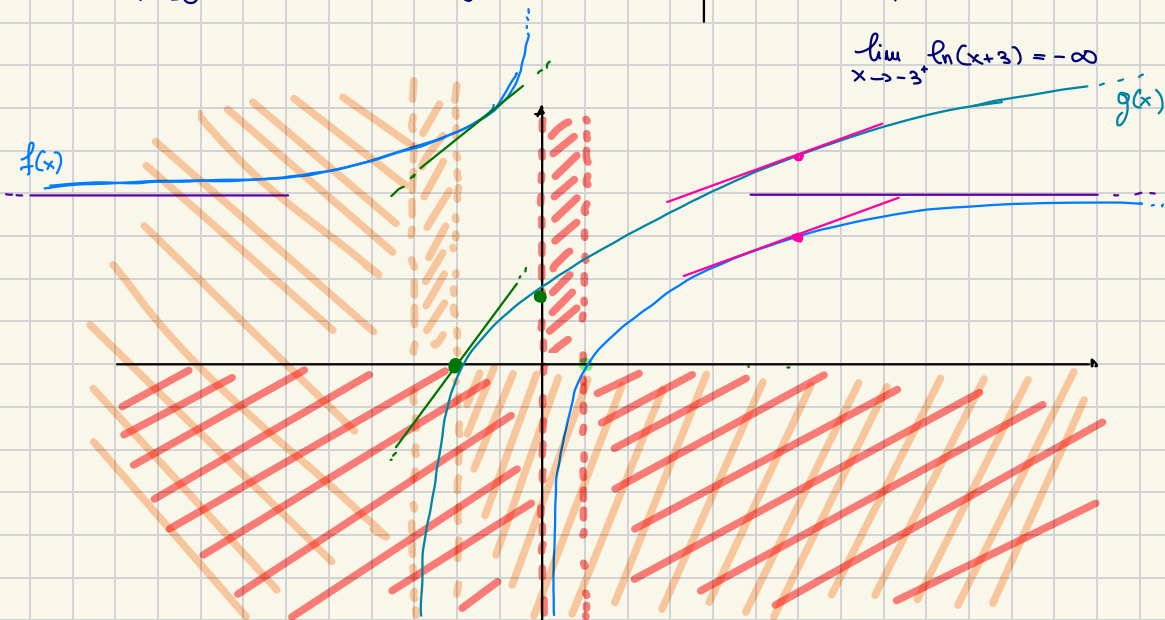
1) Dom (g) : $x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$
 $g: (-3; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

2) Int: $x=0 \Rightarrow y=\ln(3) \Rightarrow F=(0; \ln(3))$
 $y=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow G=(-2; 0)$

3) Segno: $\ln(x+3) \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 1$
 $x \geq -2$

4) Limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x+3) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -3^+} \ln(x+3) = -\infty$
 $\bar{g}(x)$



Pag 1643 n°2

$$f(x) = ax^3 + x^2 + bx + c$$

a, b, c = ?

Passo per

$$A = (0; 2)$$

$$B = (1; -1)$$

Nel pts B il coeff delle tg è -4

a, b, c numeri

$$f'(x) = 3ax^2 + 2x + b$$

Gi metto 1 e fa -4

$$\begin{cases} 2 = 0 + 0 + 0 + c \\ -1 = a + 1 + b + c \\ -4 = 3a + 2 + b \end{cases}$$

A

B

$$\begin{cases} c = 2 \\ a + b = -4 \\ 3a + b = -6 \end{cases} \uparrow -$$

$$2a = -2$$

$$a = -1$$

$$b = -3$$

$$f(x) = -x^3 + x^2 - 3x + 2$$

Pag 1648 n°31

$$f(x) = \ln \frac{ax^2}{x^2 + b}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= -\ln(3) \\ f'(2) &= 1/3 \end{aligned}$$

Ricavo a, b e calcolo $f''(1)$

$$\begin{cases} -\ln(3) = \ln\left(\frac{a}{1+b}\right) \\ \frac{1}{3} = \frac{2b}{4+b} \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{ax^2}{x^2+b}} \cdot \frac{2ax(x^2+b) - ax^2(2x)}{(x^2+b)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2ax^3 + 2abx - 2ax^3}{ax^2(x^2+b)}$$

se $a \neq 0$
 $x \neq 0$

$$\ln(3^{-1}) = \ln\left(\frac{a}{1+b}\right)$$

$$4+b = 3b \Rightarrow b = 2$$

$$f'(x) = \frac{2b}{x(x^2+b)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow$$

$$\boxed{a=1}$$

$$b=2$$

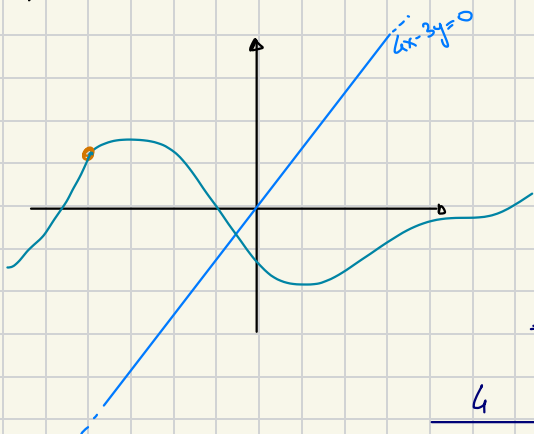
$$f(x) = \ln \frac{x^2}{x^2+2}$$

$$f'(x) = \frac{4}{x(x^2+2)}$$

$$f''(x) = \frac{0 - 4[1(x^2+2) + x(2x)]}{[x(x^2+2)]^2}$$

$$f''(1) = \frac{-4(3+2)}{[1(3)]^2} = -\frac{20}{9}$$

b) Trova $A \in \text{Graf}(f(x))$ in cui la tg in A è parallela a $4x-3y=0$



Impongo che la tg, cioè la derivata, sia uguale al coeff. ang di $4x-3y=0$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{4}{3} \text{ e ricavo } x$$

$$\frac{4}{x(x^2+2)} = \frac{4}{3} \Rightarrow x(x^2+2) = 3$$

$$x^3 + 2x - 3 = 0 \quad x=1 \text{ è soluzione}$$

$$(x-1)(x^2+x+3) = 0$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\boxed{x=1}$$

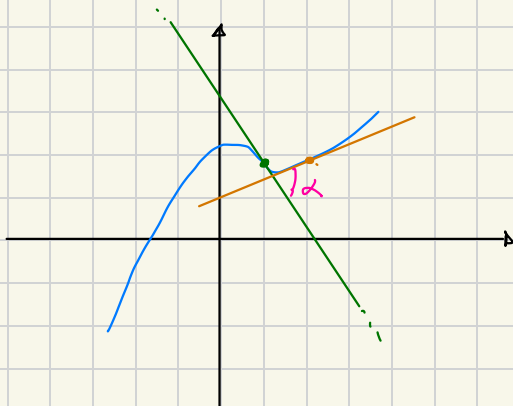
$$x^2+x+3=0$$

$$\Delta = 1 - 12 = -11 \text{ IMPOSSIBILE}$$

Il punto della tg con coeff $\frac{4}{3}$ è $A = (1; f(1))$
 $A = (1; -\ln(3))$

Sia B il punto di $f(x)$ con $x=2$

Trova tg α con α angolo formato dalle rette tg alla funzione nei punti A e B



Formule per la tg dell'angolo formato da due rette.

Siano $y = m_1 x + q_1$
 $y = m_2 x + q_2$ le due rette.

Valore di

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}}$$

Un coeff. angolare ce lo abbiamo: $\frac{4}{3}$

Per l'altro è sufficiente calcolare $f'(2)$

$$f'(2) = \frac{4}{2(4+2)} = \frac{4}{2(6)} = \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{9}{13}$$

Es. Utilile: $\lim_{x \rightarrow -1^+} - \frac{\ln(-5x-4)}{x^2+4x+3}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

Idea: Riporto $-5x-4 = t+1$
 $-5x = t+5$
 $x = -\frac{t+5}{5}$

$$t \rightarrow 0$$

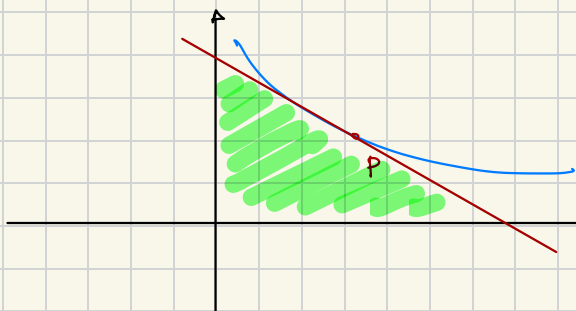
$$x \rightarrow -1$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} - \frac{\ln(t+1)}{\left(-\frac{t+5}{5}\right)^2 + 4\left(-\frac{t+5}{5}\right) + 3} = \lim_{t \rightarrow 0^+} - \frac{[\ln(1+t)] \cdot 25}{t^2 + 25 - 10t - 20t - 100 + 75}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} - \frac{25 \ln(1+t)}{t(t-30)} \xrightarrow{\rightarrow 1} = \frac{5}{6}$$

Pag 1649 n 90

$$f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x^2}$$



- 1) Asint. orig $x=2$
- 2) Passa per $P=(1; -1)$
- 3) la retta tg in P forme con gli assi conta un triangolo di Area $\frac{9}{4}$

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2+bx+c}{x^2} &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} \right) &= 2 \\ \Rightarrow \boxed{a=2} \end{aligned}$$

$$2) -1 = \frac{2+b+c}{1} \Rightarrow \boxed{b+c=-3}$$

$$3) f'(x) = \frac{(4x+b)(x^2) - (2x^2+bx+c)2x}{x^4}$$

$$f'(1) = \frac{(4+b) - (2+b+c) \cdot 2}{1^4} = -b-2c$$

$$f(x) = \frac{2x^2+bx+c}{x^2}$$

$$\boxed{b=-c-3}$$

Retta

$$y+1 = (-b-2c)(x-1)$$

$$y=0 \rightsquigarrow 1-b-2c = x(-b-2c)$$

$$\boxed{x = \frac{1-b-2c}{-b-2c}} = \frac{1+c+3-2c}{c+3-2c} =$$

$$= \frac{4-c}{3-c}$$

$$x=0 \rightsquigarrow \boxed{y = 1+b+2c-1}$$

$$= c-4$$

Area

$$\boxed{\left| \frac{c-4}{c-3} \right| \cdot \frac{|c-4|}{2} = \frac{9}{4}}$$

$$2(c-4)^2 = 9|c-3|$$

$$c \geq 3$$

$$2c^2 + 32 - 16c = 9c - 27$$

$$2c^2 - 25c + 59 = 0$$

$$\Delta = 625 - 472 = 128 + 25 = 153$$

$$0 \leq c \leq 3$$

$$2c^2 + 32 - 16c = -9c + 27$$

$$2c^2 - 7c + 5 = 0$$

$$\Delta = 49 - 40 = 9$$

$$c_{1/2} = \frac{7 \pm 3}{4} \quad \begin{matrix} 10/4 \\ \swarrow \searrow \\ \textcircled{1} \end{matrix}$$