

Diseguazioni di II grado:

Esempi:

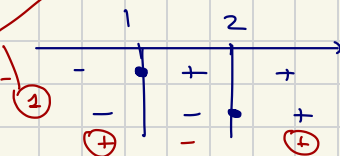
$$x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

$$(x-1)(x-2) \geq 0$$

$$f_1 \geq 0 \quad x \geq 1$$

$$f_2 \geq 0 \quad x \geq 2$$

$$\Delta = 9 - 8 = 1 \quad x_1/x_2 = \frac{3 \pm 1}{2}$$



$$\leadsto x \leq 1 \quad \vee \quad x \geq 2$$

$$\triangleright x^2 - 5x + 1 < 0$$

Non riesco a scomporlo facilmente, però so calcolare le soluzioni!

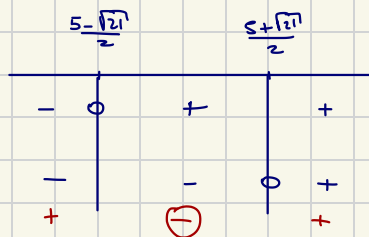
$$\Delta = 25 - 4 = 21 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{21} \quad x_1/x_2 = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

\leadsto Dunque la scomposizione è:

$$\left(x - \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right) \left(x - \frac{5-\sqrt{21}}{2}\right) < 0$$

$$f_1 > 0 \quad x > \frac{5+\sqrt{21}}{2}$$

$$f_2 > 0 \quad x > \frac{5-\sqrt{21}}{2}$$



$$\boxed{\frac{5-\sqrt{21}}{2} < x < \frac{5+\sqrt{21}}{2}}$$

Proposizione (Scomposizione di Cortesio): Dato un polinomio di II grado,

$$ax^2 + bx + c$$

Tale che $\Delta \geq 0$, allora il polinomio si può scomporre come

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

con x_1/x_2 soluzioni

Dim. $\Delta \geq 0$ serve per far sì che le soluzioni esistano. Ora verifico che le due scritture coincidono:

$$a(x-x_1)(x-x_2) = a(x^2 - \underbrace{x_1x - x_2x}_{(x_1+x_2)x} + x_1x_2)$$
$$= a[x^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2]$$

$$\begin{matrix} x_1+x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} \end{matrix} \Rightarrow a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right] = ax^2 + bx + c$$

Esempio: Scomporre: $2x^2 + 3x - 2$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 \quad \sqrt{\Delta} = 5 \quad x_{1/2} = \frac{-3 \pm 5}{4} \begin{matrix} + \frac{1}{2} \\ - 2 \end{matrix}$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+2) \left[= (2x-1)(x+2) \right]$$

Si può fare con il trinomio molto sp.

$$2x^2 + 3x - 2 = 2x^2 + 4x - x - 2 = 2x(x+2) - (x+2) = (2x-1)(x+2)$$