Disequazioni

Def: Una **disequazione** è una disuguaglianza tra due espressioni letterali

Esempio.

$2x - 4 \le 6x$ disequazione

$x^2 + y^2 > 1$ disequazione

$3 < 2$ Per noi è disuguaglianza

Def: **Risolvere una disequazione** significa trovare tutti i valori delle incognite che rendono vera la disuguaglianza

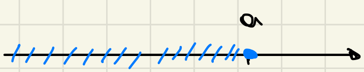
Esempio. $2x - 4 \le 6x \rightsquigarrow -4 \le 4x \quad (\cdot \frac{1}{4})$

$-1 \le x \rightsquigarrow$ Sol $x \ge -1$

Se sostituiamo un valore della x tra quelli gialli alla diseq trovo una disuguaglianza VERA

Remind: Le variabili sono chiamate **incognite** e le soluzioni sono o intervalli come (quelli visti ieri) oppure **intervalli illimitati** o una unione di questi

Intervalli illimitati:



$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$

$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$

$(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le a\}$

$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$

Come si risolvono operativamente le disequazioni?

Applicando i principi di equivalenza come per le equazioni stando attenti alle proprietà di cambio di segno della disuguaglianza visti in L3

Oss: Applicando i principi di equivalenza la disequazione che si ottiene è equivalente a quella di partenza, cioè ha le stesse soluzioni

Es 81 pag 574

$$y + 7(2-y) < 3(3y+1) - y$$

$y + 14 - 7y < 9y + 3 - y$ $\rightsquigarrow$ Porto a dx le y (con un po' di furbizia)

$11 < 14y \rightsquigarrow y > \frac{11}{14}$

Es 93 pag 574

$$(x-1)^3 - [\overbrace{(x+2)(x-2)^2}^{(x+2)(x-2)(x-2)}_{(x^2-4)(x-2)} - x^2] > -1+3x$$

$$\cancel{x^3} - \cancel{1} - 3\cancel{x^2} + \cancel{3x} - [\cancel{x^3} - \cancel{2x^2} - 4x + 8 - \cancel{x^2}] > -\cancel{1} + \cancel{3x}$$

$4x - 8 > 0 \rightsquigarrow 4x > 8 \rightsquigarrow x > 2$

Es 133 pag 576

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$a = -\frac{1}{2} \quad b = x$

$$\frac{\overbrace{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2}^{x^2+\frac{1}{9}-\frac{2}{3}x}}{3} + \frac{1}{4}\overbrace{\left(-x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)}^{\frac{1}{4}-x^2} - \frac{x^2-2}{12} < -\frac{2}{9}x$$

$$\frac{x^2}{3} + \frac{1}{27} - \cancel{\frac{2}{9}x} + \frac{1}{16} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^2-2}{12} < -\cancel{\frac{2}{9}x}$$

$$\frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{12} < -\frac{1}{27} - \frac{1}{16} - \frac{2}{12}$$

$\frac{4x^2 - 3x^2 - x^2}{12} < -\frac{1}{27} - \frac{1}{16} - \frac{1}{6} \rightsquigarrow 0 <$ qualcosa di negativo

IMPOSSIBILE

Def: Una Disequazione di I grado è una disequazione in una incognita che è equivalente a

$$ax \underbrace{\substack{\geq \\ > \\ \leq \\ <}}_{\text{una della famiglia}} b \qquad \text{con} \quad a \neq 0 \qquad a,b \in \mathbb{R}$$

Def: Un sistema di disequazioni è un insieme di disequazioni nella stessa incognita. Si indica con il seguente simbolo

Parentesi graffe $\longrightarrow$ $\begin{cases} \text{diseq}_1 \\ \text{diseq}_2 \\ \text{diseq}_3 \\ \vdots \end{cases}$ Esempio $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3x^2 + x + 7 < 3 \end{cases}$

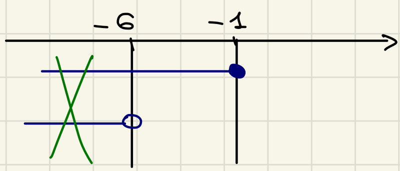
Risolvere un sistema di disequazioni significa trovare tutte le soluzioni comuni a tutte le disequazioni presenti

Esempio: $\begin{cases} 2x+1 \leq -1 \\ -3x-7 > 11 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} 2x \leq -2 \\ -3x > 18 \end{cases}$

$\rightsquigarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \boxed{<} -6 \end{cases}$

Warning, divido per (-3)

(I)



$\rightsquigarrow x < -6$