117 $x^2 - x - \frac{7}{4} = 0$

$4x^2 - 4x - 7 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$128 = 64 \cdot 2 = 8^2 \cdot 2$

$x_1/x_2 = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(-28)}}{8}$

$= \frac{4 \mp 8\sqrt{2}}{8}$

$\frac{4+8\sqrt{2}}{8} = \frac{4(1+2\sqrt{2})}{8} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

$\frac{4-8\sqrt{2}}{8} = \frac{4(1-2\sqrt{2})}{8} = \frac{1-2\sqrt{2}}{2}$

126: $7x^2 + 2(3x-1) = x$

$7x^2 + 6x - 2 - x = 0$

$7x^2 + 5x - 2 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\alpha\beta = -14 \quad \alpha + \beta = 5$

$7x^2 + 7x - 2x - 2 = 0$

$(7x - 2)(x+1) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad x = \frac{2}{7} \quad x = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 25 - 4(7)(-2)$

$= 25 + 56 = 81$

$\sqrt{\Delta} = 9$

$x_1/x_2 = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \frac{-5 \mp 9}{14}$

$+ \quad \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

$- \quad -1$

136: $\sqrt{5}(x^2 - 1) - 4x = 0$

$\sqrt{5}x^2 - 4x - \sqrt{5} = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac =$

$16 - 4\sqrt{5}(-\sqrt{5})$

$16 + 20 = 36$

$\sqrt{\Delta} = 6$

$x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} =$

$= \frac{4 \mp 6}{2\sqrt{5}}$

$+ \quad \frac{10}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$- \quad -\frac{2}{2\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

141: $3^{\frac{1}{3}}(x^2 - 3^{\frac{1}{3}}) = 2x$

$3^{1/3}x^2 - 2x - 3^{2/3} = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(3^{1/3})(-3^{2/3})$

$= 4 + 12 = 16$

$\sqrt{\Delta} = 4$

$x_1/x_2 = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm 4}{2\,3^{1/3}}$

$+ \quad \frac{6}{2 \cdot 3^{1/3}} = \frac{3}{3^{1/3}} = 3^{2/3}$

$- \quad -\frac{2}{2 \cdot 3^{1/3}} = -\frac{1}{3^{1/3}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{3}$

Dimostrazione formula eq. di II grado:

Ho $ax^2+bx+c=0$, voglio trovare una formula risolutiva.

Utilizzo il metodo del completamento del quadrato:

(1) Impongo $a>0$: lo posso fare perché se $a<0$, cambio di segno a tutto quanto

(2) Divido tutto per a; posso farlo perché $a \neq 0$

$$ax^2+bx+c=0 \quad \rightsquigarrow \quad x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

(3) Completo il $\square$: x^2 è il $\square$ di x, $\frac{b}{a}x$ è il doppio prodotto, aggiungo e tolgo la quantità $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ all'equazione e riscrivo una parte come $\square$ di binomio

$$\underbrace{x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0 \quad \rightsquigarrow$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$$

(4) Isolo il quadrato di binomio e faccio la radice

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \quad \rightsquigarrow \quad \text{Oss: } b^2-4ac=\Delta$$

Sono interessato a tutte le soluzioni

$$\rightsquigarrow \quad x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

Oss: Posso fare la radice solo se $\Delta \geq 0$. Questo passaggio determina il num. di soluzioni del teorema

(5) Porto fuori e ricavo x:

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightsquigarrow \quad x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

145: $x^2-6x+5=0$ $\qquad \Delta = 36-20=16 \qquad \sqrt{\Delta}=4$

$$x_1/x_2 = \frac{6\pm 4}{2} \begin{cases} + & \frac{10}{2}=5 \\ & \frac{2}{2}=1 \end{cases}$$

b ha un fattore 2

Prop.: Data $ax^2+bx+c=0$ con $a\neq 0$ e b " pari " posso usare la formula risolutiva con il $\frac{\Delta}{4}$ che è la seguente

$$x_1/x_2 = \frac{-\frac{b}{2}\pm\sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} \qquad \frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

145: $x^2-6x+5=0$ $\qquad \frac{\Delta}{4} = 9-5=4 \qquad \sqrt{\frac{\Delta}{4}}=2$

$$x_1/x_2 = \frac{3\pm 2}{1} \begin{cases} + & 5 \\ - & 1 \end{cases}$$

160: $x^2+4\sqrt{3}\,x-36=0$ $\qquad \boxed{\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac} = 12+36=48$

$$\sqrt{\frac{\Delta}{4}} = \sqrt{16\cdot 3} = 4\sqrt{3}$$

$$x_1/x_2 = \frac{-\frac{b}{2}\pm\sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = -2\sqrt{3}\pm 4\sqrt{3} \begin{cases} + & 2\sqrt{3} \\ - & -6\sqrt{3} \end{cases}$$