Settimana: 7

Materia: Matematica
Classe: 5A
Data: 27/10/25

Remind: Interrogazioni.

10 Nov.	Mirco - Linda - Giorgio - Roberto - Valerio
15 Nov.	Noemi - Anxhela - Alessandro - Emma
17 Nov.	Chiara - Lorenzo - Sara - Duccio
22 Nov.	Vittoria Bo - Sofia - Vitto Be - Serena
24 Nov.	Eros - Omar - Cecilia - Ettore
29 Nov.	Gregorio - Aurora - Daniele - Nicolò

Chi non si presenta senza adeguata giust. può essere da quel momento interrogato in ogni momento dell'anno senza preavviso. Se si è interrogati il giorno X, il programma è fino a X-7 compreso

Teoremi sulle fz continue

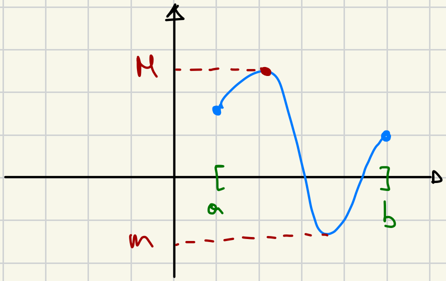
$f: D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua in x_0 se $x_0 \in D$, di accum.

$$\lim_{x \to x_0} f(x_0) = f(x_0)$$

$f: D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua in D se è continua $\forall x_0 \in D$.

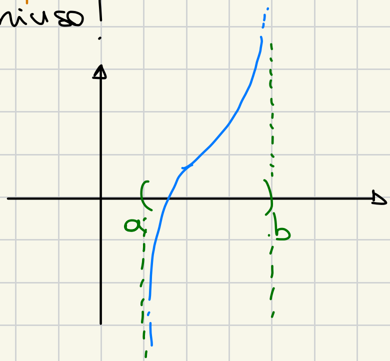
Teorema di Weierstrass

Sia $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora f ammette massimo e minimo.



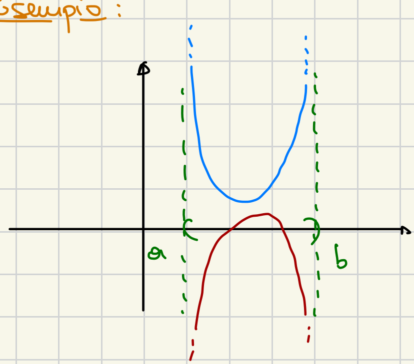
Il teorema assicura che esiste nel grafico il pto più alto o uguale e il pto più basso o uguale

Esempio: È Fondamentale che l'intervallo di partenza sia chiuso!

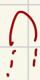


Non dovendo passare da a e b posso fare quel che mi pare e eliminare la presenza di max o minimi.

Esempio:



 Ha un minimo, ma NON ha un massimo

 Ha un massimo, ma non ha un minimo

Pag 1556 n 496

$$y = \frac{1}{x^2-3} \qquad \text{nell'intervallo} \quad [0;2]$$

$$\text{Dom}(f) = \{x^2-3 \neq 0\} \cap [0;2] = \{x \neq \pm\sqrt{3}\} \cap [0;2]$$

$$= [0;\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3};2]$$

⤳ Quindi <u>NON</u> posso applicare Weierstrass

<u>819</u>

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \le 0 \\ 2x + 4 & x > 0 \end{cases}$$

Ha max e min in $[-\frac{1}{2}; 2]$?

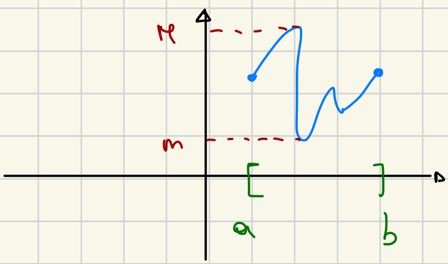
$Dom(f) = [-1/2 ; 2]$

Non è continua in 0:

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -1$, $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 4$, $f(0) = -1$

<u>Teorema dei valori intermedi</u>

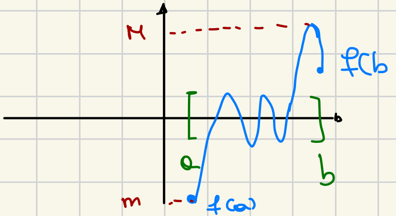
Sia $f: [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ continua. Per il teo di Weierstrass $\exists m$ e M minimo e Massimo di f.
Allora ogni $y \in [m; M]$ è raggiunto da un qualche $x \in [a,b]$



Intuitivamente, basta pensare che non stacco penna dal foglio, ma passo sulle y da m e M.

<u>Teorema di esistenza degli zeri</u>

Sia $f: [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ sa che $f(a) \cdot f(b) < 0$ (cioè le immagini degli estremi sono discordi). Allora $\exists c \in [a,b]$ t.c. $f(c) = 0$.



<u>Dim</u>: Per il Teo di Weierstrass, $\exists m; M$ minimo e Massimo.
Per il fatto che $f(a) \cdot f(b) < 0$

vale che $m < 0$ e $M > 0$.

Per il teorema dei valori intermedi, ogni $y \in [m; M]$ è raggiunto da un qualche $x \in [a, b]$.

Ma $0 \in [m; M] \Rightarrow \exists c \in [a, b]$ t.c. $f(c) = 0$

$\square$

Dom. Bonus: $\exists f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ che è sia pari che dispari

- $f(x) = 0$ Vero

Roberto +

- È l'unico? Si.

$f(x) = f(-x)$ Pari

$f(x) = -f(-x)$ Dispari

Se è sia pari che dispari, allora vale che $\forall x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = f(x) = -f(-x)$$

$$2 f(-x) = 0 \Rightarrow f(-x) = 0 \quad \forall x \Rightarrow f(x) = 0$$