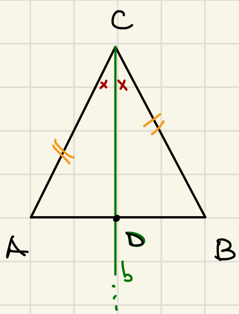
Teorema 9. Un triangolo isoscele ha gli angoli alla base congruenti



Dim.: b bisettrice di $A\hat{C}B$

$A\hat{C}D \simeq D\hat{C}B$ bisett.
$AC \simeq CB$ Hp
CD in comune

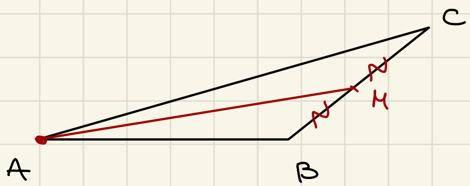
$\overset{\text{I crit}}{\Longrightarrow} \quad \overset{\triangle}{ADC} \simeq \overset{\triangle}{CDB}$

$\Longrightarrow \quad C\hat{A}D \simeq C\hat{B}D$

$\square$

Oss (In onore di F.F.): Per dim precedente $A\hat{D}C \simeq C\hat{D}B$ e inoltre $A\hat{D}C + C\hat{D}B = \pi$. Dunque $A\hat{D}C \simeq C\hat{D}B = \pi/2$
$\Longrightarrow$ Bisettrice è anche altezza

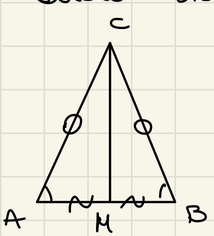
Def: In un triangolo $\overset{\triangle}{ABC}$, la mediana uscente da A è il segmento che congiunge A con il punto medio del lato opposto



AM mediana

Oss: (In onore di HS su richiesta) Per dim precedente (Teo 9) $AD \simeq DB$, ma questo significa che D è il pto medio $\Longrightarrow$ Bisettrice è anche mediana.

Esercizio Mediana che parte dal vertice di un triangolo isoscele è anche bisettrice e altezza



Considero $\overset{\triangle}{ACM}$ e $\overset{\triangle}{CMB}$

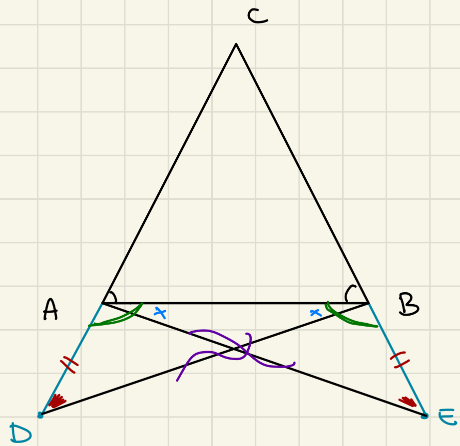
$AM \simeq MB$ mediana
$AC \simeq BC$ isoscele
$C\hat{A}M \simeq M\hat{B}C$ teo 9

$\overset{\text{I crit}}{\Longrightarrow} \quad \overset{\triangle}{ACM} \simeq \overset{\triangle}{CMB}$

$\Rightarrow$ CH bisettrice, CH altezza come sopra

<u>Teorema 10</u> (A me stesso): Un triangolo che ha due angoli congruenti è isoscele.

<u>Dim</u>:



<u>Hip</u>: $C\hat{A}B \simeq C\hat{B}A$ <u>Th</u>: $AC \simeq CB$

Prolunghiamo CA e CB di segmenti AD e BE congruenti tra di loro: $AD \simeq BE$

Traccio DB e AE e considero $A\hat{B}D$ e $A\hat{B}E$

$$\left.\begin{array}{l} AB \text{ in comune} \\ AD \simeq BE \\ D\hat{A}B \simeq \pi - C\hat{A}B \overset{Hip}{\boxed{=}} \pi - C\hat{B}A \simeq A\hat{B}E \end{array}\right| \overset{\text{I crit}}{\Longrightarrow} \quad A\hat{B}D \simeq A\hat{B}E$$

Considero i triangoli $D\hat{B}C$ e $A\hat{C}E$

$$\left.\begin{array}{l} DB \simeq AE \text{ dim sopra} \\ A\hat{D}B \simeq B\hat{E}A \\ C\hat{A}E = C\hat{A}B + B\hat{C}E \\ \qquad = C\hat{B}A + A\hat{B}D = C\hat{B}D \end{array}\right| \overset{\text{II crit}}{\Longrightarrow} \quad D\hat{B}C \simeq A\hat{C}E \Rightarrow AC \simeq CB$$