

Settimana: 8

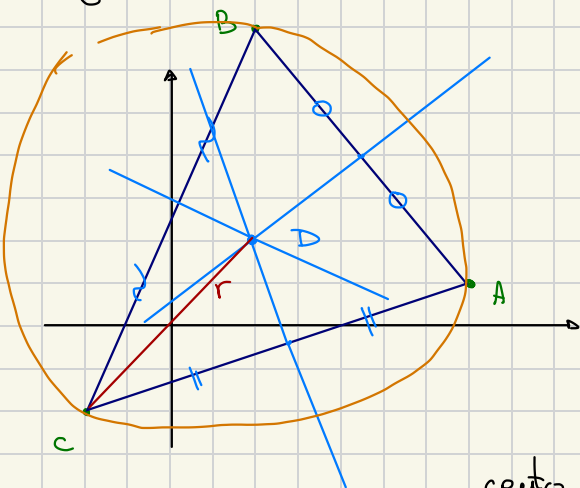
Argomenti:

Materia: Matematica

Classe: 3D

Data: 3 / 11 / 2025

Pag 217 Es 60



$$A = (7, 1)$$

$$B = (2, 7)$$

$$C = (-2, -2)$$

$$D = (x_D, y_D) \text{ circocentro?}$$

Def. Il Circocentro di un triangolo è il punto di incontro degli assi dei lati.

In particolare è anche il centro della circonferenza circoscritta (che passa per i vertici) al triangolo.

Dato che D circocentro $\Rightarrow DC = DA = DB$ raggio. Si pongono le uguaglianze si fanno conti.

$$DA^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2$$

$$= (x_D - 7)^2 + (y_D - 1)^2$$

$$DB^2 = (x_D - 2)^2 + (y_D - 7)^2$$

$$DC^2 = (x_D + 2)^2 + (y_D + 2)^2$$

Devono essere uguali

Lo impongo

Per semplicità $x_D = x$
 $y_D = y$

$$\begin{cases} DA^2 = DB^2 \\ DA^2 = DC^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{x^2} - 14x + \cancel{49} + \cancel{y^2} - 2y + 1 = \cancel{x^2} - 4x + 4 + \cancel{y^2} - 14y + \cancel{49} \\ \cancel{x^2} - 14x + 49 + \cancel{y^2} - 2y + 1 = \cancel{x^2} + 4x + 4 + \cancel{y^2} + 4y + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10x + 12y = 3 \\ -18x - 6y = -42 \end{cases} \quad \begin{array}{c} + \\ \downarrow \cdot 2 \end{array}$$

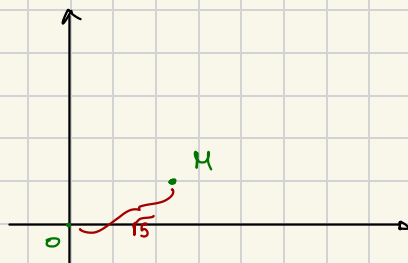
$$-46x = -81 \quad \leadsto x = \frac{81}{46} \quad \leadsto \text{Riparto dentro} \leadsto y = \frac{49}{46}$$

Pag 219 Es 100

$$A = (1; 2a+1)$$

$$B = (a-2; -a)$$

Il punto medio di AB
dista $\sqrt{5}$ dall'origine



Scrivo M lasciando a incognita

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right) = \left(\frac{a-1}{2}; \frac{a+1}{2} \right)$$

A questo punto scrivo $OM = \sqrt{5}$ e risolvo trovando a.

$$OM^2 = (x_M - x_0)^2 + (y_M - y_0)^2 = 5$$

$$\left(\frac{a-1}{2} - 0 \right)^2 + \left(\frac{a+1}{2} - 0 \right)^2 = 5$$

$$\frac{a^2 - 2a + 1}{4} + \frac{a^2 + 2a + 1}{4} = 5$$

$$2a^2 + 2 = 20 \quad \leadsto a^2 = 9 \quad \leadsto a = \pm 3$$

Es 123

$$A = (3; a+2)$$

$$B = (-2a; 1)$$

$$C = (1; a-4)$$

$$G = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

G Baricentro nell'asse y

Coordinate $x = 0$

$$\frac{3 - 2a + 1}{3} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{a = 2}$$

Trovare a

$$\rightsquigarrow A = (3; 4) \quad \rightsquigarrow G = (0; 1)$$

$$B = (-4; 1)$$

$$C = (1; -2)$$

$$AG^2 = (x_G - x_A)^2 + (y_G - y_A)^2 =$$

$$= (0 - 3)^2 + (1 - 4)^2 = 18 \quad \rightsquigarrow AG = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$BG^2 = (0 + 4)^2 + (1 - 1)^2 = 16 \quad \rightsquigarrow BG = 4$$

$$CG^2 = (0 - 1)^2 + (1 + 2)^2 = 10 \quad \rightsquigarrow CG = \sqrt{10}$$

Libro di Fale Pag 120 n. 155

$$A = (-2; 1)$$

$$B = (6; -1)$$

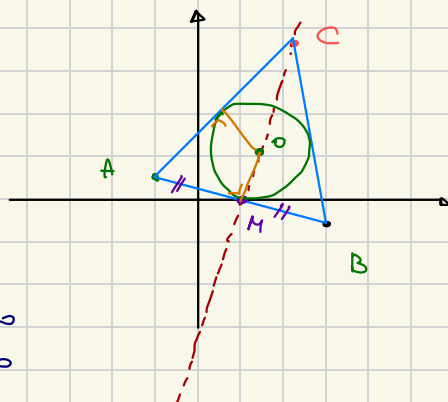
$$A_{ABC} = \frac{85}{2}$$

- 1) Vertice C
- 2) raggio circinf. inscritta.

Triangolo isoscele

1) Idea: Scrivo i punti equidistanti da A e da B; in generale prendo un punto $C = (x_C; y_C)$ e impongo

$$\triangleright AC^2 = BC^2$$



$$(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2$$

$$(-2 - x_C)^2 + (1 - y_C)^2 = (6 - x_C)^2 + (-1 - y_C)^2$$

→ Per semplicità $x_C = x$, $y_C = y$

$$4 + \cancel{x^2} + 4x + \cancel{1} + \cancel{y^2} - 2y = 36 + \cancel{x^2} - 12x + \cancel{1} + \cancel{y^2} + 2y$$

$$16x - 4y = 32 \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{4x - y = 8}$$

▷ Imposto Area:

base $AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 = (-2 - 6)^2 + (1 - (-1))^2 = 64 + 4 = 68$

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 6}{2} ; \frac{1 - 1}{2} \right) = (2, 0)$$

alt. $CM^2 = (x_C - x_M)^2 + (y_C - y_M)^2 = (x - 2)^2 + (y - 0)^2$

$$CM^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2$$

$$AB = \sqrt{68}$$

$$CM = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 4}$$

$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot CM}{2} = \frac{85}{2}$$

$$\boxed{2\sqrt{17} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 4} = 85}$$

$$\begin{cases} 4x - y = 8 \rightsquigarrow y = 4x - 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot \cancel{17} (x^2 + y^2 - 4x + 4) = \cancel{17} \cdot 5^2 \end{cases}$$

$$4(x^2 + 16x^2 + 64 - 64x - 4x + 4) = 17 \cdot 5^2$$

$$4 \cdot (17x^2 - 68x + 68) = 17 \cdot 5^2$$

$$4 \cdot 17 (x^2 - 4x + 4) = 17 \cdot 5^2$$

$$4x^2 - 16x - 9 = 0 \quad \Delta = 64 + 36 = 100$$

$$x_1/x_2 = \frac{8 \pm 10}{4} < \frac{9}{2} \quad \text{ms } y = 4 \cdot \frac{9}{2} - 8 = 10$$

$$-\frac{1}{2} \quad \text{ms } y = 4 \left(-\frac{1}{2}\right) - 8 = -10$$

$$C_1 = \left(\frac{9}{2}; 10\right)$$

$$C_2 = \left(-\frac{1}{2}; -10\right)$$

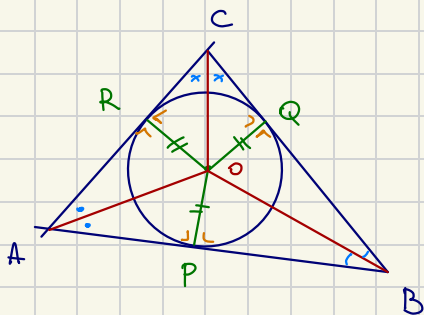
Con questo
risolvere il pto 2

Teorema: Dato un triangolo ABC, il raggio della circonferenza inscritta vale

$$r = \frac{2A}{P}$$

A area triangolo
P perimetro

Dim.: (Fatta da Alice e Luca nel ~2012)



▷ Il centro della circant. inscritta è il punto di incontro delle bisettrici
Piccolo es. per cosa

▷ OP, OQ, OR sono perpendicolari ai lati e sono raggi e le distanze centro - lato (*)

$$A_{ABC} = A_{ABO} + A_{BCO} + A_{ACO} = \frac{AB \cdot PO}{2} + \frac{BC \cdot OQ}{2} + \frac{AC \cdot OR}{2} \quad (*)$$

$$= \frac{AB \cdot r}{2} + \frac{BC \cdot r}{2} + \frac{AC \cdot r}{2} = r \left(\frac{AB + BC + AC}{2} \right)$$

Perimetro

$$\text{ms } A = \frac{P \cdot r}{2}$$

ms

$$r = \frac{2A}{P}$$



Def. Un luogo geometrico di punti nel piano è un insieme di punti caratterizzati da una proprietà.

Molte volte la proprietà si traduce nel soddisfare una equazione.

Esempio: Considero l'equazione $y = 3x + 1$, voglio associare un disegno nel piano cartesiano e l'associazione è la seguente:

$P = (x_p; y_p) \in \text{Disegno}$	\iff	Mettendo le coordinate di P dentro l'equazione si ottiene una uguaglianza
-------------------------------------	--------	---

Sotto-Sotto

$P = (4, 3)$ NON appartiene al disegno identificato da $y = 3x + 1$ poiché $3 \neq 3 \cdot 4 + 1 = 13$

$A = (1, 4)$ appartiene al disegno identificato da $y = 3x + 1$

Formalmente, se $f(x, y) = 0$ è l'equazione che sto analizzando il luogo geometrico dei punti associato a $f(x, y)$ è

$$F = \{ (x_p, y_p) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x_p, y_p) = 0 \}$$

Piano
Cartesiano

Cioè sono tutti i punti che se sostituiti all'equazione, mi danno una uguaglianza.

\rightsquigarrow Informalmente il processo sarà (per le poche cose che vedremo)

[Equazione ($f(x, y) = 0$)] \rightsquigarrow [Daremo un nome (retta, parabola, ellisse, iperbole ...)]

\rightsquigarrow [Diremo: il punto appartiene a "nome"]

Rette

Def: Una retta nel piano cartesiano è il luogo geometrico dei punti identificati da una equazione della forma

$$ax + by + c = 0$$

con $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $(a, b) \neq (0; 0)$
 $\rightarrow a, b$ non 0 nello stesso momento

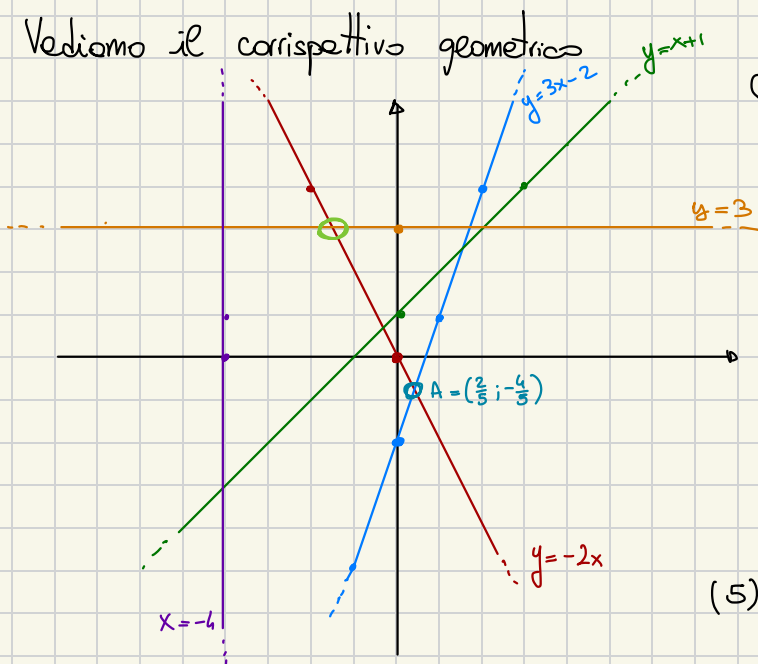
Esempio: (1) $3x + 2y + 5 = 0$ è una retta ($a=3; b=2; c=5$)

(2) $2x + 3 = 0$ è una retta ($a=2, b=0; c=3$)

(3) $y - 7 = 0$ è una retta ($a=0; b=1; c=-7$)

Oss: la forma $ax + by + c = 0$ è detta forma implicita di una retta. Ovviamente chiameremo "retta" qualsiasi equazione EQUIVALENTE (keti: cioè che hanno lo stesso insieme di soluzioni)

Vediamo il corrispettivo geometrico



(1) $2x + y = 0$
 $y = -2x$

x	y
-2	4
0	0

(2) $3x - y - 2 = 0$
 $y = 3x - 2$

x	y
0	-2
1	1

(3) $x - y + 1 = 0$
 $y = x + 1$

x	y
3	4
0	1

(4) $y - 3 = 0$
 $y = 3$

x	y
0	3
1	3

(5) $x + 4 = 0$
 $x = -4$

x	y
-4	0
-4	1

Oss: (1) Le rette parallele all'asse x sono le rette della forma

$$y = k \quad \text{con } k \in \mathbb{R} \quad (y=3)$$

(2) Le rette parallele all'asse y sono le rette della forma

$$x = k \quad \text{con } k \in \mathbb{R} \quad (x=-1)$$

Oss Canore: L'intersezione tra due luoghi geometrici corrisponde al sistema tra le equazioni che definiscono i luoghi.

Esempio (vedi sopra)

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3x - y - 2 = 0 \\ 5x - 2 = 0 \end{cases} \quad \downarrow + \quad \begin{aligned} &x = \frac{2}{5} \quad \leadsto 2 \cdot \frac{2}{5} = -y \\ &\quad \quad \quad \leadsto y = -\frac{4}{5} \\ &A = \left(\frac{2}{5}; -\frac{4}{5}\right) \end{aligned}$$