Pag 1029

$\sqrt{-25} = \sqrt{-1 \cdot 25} = \underset{i}{\sqrt{-1}} \cdot \sqrt{25}$

382: $x^2 = -25$

$x = \pm\sqrt{-25} = \pm\sqrt{-1}\sqrt{25} = \pm 5i$

385: $x^2 - 4x + 13 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 4 - 13 = -9$

$\sqrt{\Delta/4} = 3i$

$x_1/x_2 = \frac{-\frac{b}{2} \mp \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = 2 \pm 3i$

391 $x^4 + 6x^2 + 25 = 0$

$x^2 = t$

$t^2 + 6t + 25 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 9 - 25 = -16$

$\sqrt{\frac{\Delta}{4}} = 4i$

$t_1/t_2 = -3 \pm 4i$ $\quad t_1 = -3+4i$ $\quad t_2 = -3-4i$

$x^2 = -3+4i \rightsquigarrow x = \pm\sqrt{-3+4i}$ $\rightsquigarrow$ Dobbiamo trovare un modo diverso di scriverlo.

Remind: $x = r \cdot (\cos\theta + i \sin\theta)$
$x^2 = r^2 (\cos 2\theta + i \sin 2\theta)$] Formule di De Moivre

(1) Porto in forma trigonometrica $-3+4i$.

$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(-\frac{4}{3}\right)$ ... Mi spavento perché non è bello...

... fa un po' schifo, provo in un altro modo.

Mi immagino che $-3+4i$ sia il $\square$ di qualcosa così che quando faccio la radice sono a posto

$$(a+bi)^2 = -3+4i$$ Devo trovare a e b.

$$a^2-b^2+2ab\,i = -3+4i$$ Impongo parte Reale e Imm uguali.

$$\begin{cases} a^2-b^2 = -3 \\ 2ab = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2-b^2 = -3 \\ ab = 2 \end{cases} \qquad a=1,\ b=2$$

$$x^2 = -3+4i$$
$$x = \pm\sqrt{-3+4i} = \pm\sqrt{(1+2i)^2} = \pm(1+2i)$$

$$x^2 = -3-4i$$
$$x = \pm\sqrt{-3-4i} = \pm\sqrt{(1-2i)^2} = \pm(1-2i)$$

Radici n-esime

Voglio risolvere $\quad x^n = 1$

Esempio: $\quad x^4 = 1 \qquad x = 1, -1, i, -i$

$x^5 = 1$ come la risolvo?

Passo alla forma trigonometrica: $\quad x = r \cdot e^{i\theta}$ con θ da determinare

$$x^5 = r^5 e^{i5\theta} = 1$$

Facciamo il modulo di entrambe

$$|r^5 e^{i5\theta}| = |r^5\cos(5\theta) + i\,r^5\sin(5\theta)| =$$

$$= \sqrt{(r^5)^2 \cos^2(5\theta) + (r^5)^2 \sin^2 5\theta} =$$

$$= \sqrt{(r^5)^2 \underbrace{[\cos^2(5\theta) + \sin^2(5\theta)]}_{=1}} = \sqrt{(r^5)^2} = r^5$$

In generale $|re^{i\theta}| = r$ (segnarsela. la dim è sopra)

$|r^5 e^{i5\theta}| = |1| \rightsquigarrow r^5 = 1 \rightsquigarrow r = 1$ Poiché $r \in \mathbb{R}$

Dobbiamo quindi risolvere $e^{i5\theta} = 1$

Come posso scrivere 1 in forma goniometrica?

$$\begin{aligned} 1 &= \cos 0 + i \sin 0 = e^{i \cdot 0} \\ &= \cos 2\pi + i \sin 2\pi = e^{i2\pi} \\ &= \cos 4\pi + i \sin 4\pi = e^{i4\pi} \\ &= \\ &= \dots \text{ in generale } \boxed{1 = e^{2k\pi i}} \quad k \text{ naturale} \end{aligned}$$

Metto la nuova scrittura sopra e ottengo

$$e^{5\theta i} = e^{2k\pi i}$$

$$\Rightarrow 5\theta = 2k\pi \Rightarrow \theta = \frac{2k\pi}{5} \quad \text{con } k \text{ naturale}$$