

Settimana: 11

Argomenti:

Materia: Matematica

Classe: 3D

Data: 24/11/2025

Pag 242 Es 41

$$3kx - (1+2k)y - 6 = 0$$

Rette generatrici

$$r_1: -y - 6 = 0$$

$$r_2: 3x - 2y = 0$$

$$-y - 6 + k(3x - 2y) = 0$$

Capisco se fascio proprio o improprio intersecando

$$r_1, r_2 \quad \begin{cases} -y - 6 = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6 \\ 3x + 12 = 0 \end{cases} \leadsto x = -4$$

$$V = (-4; -6)$$

a) Trovare retta fascio l.c. incontrando gli Assi nei punti A, B e il triangolo OAB ha incentro nel pto (1, -1)

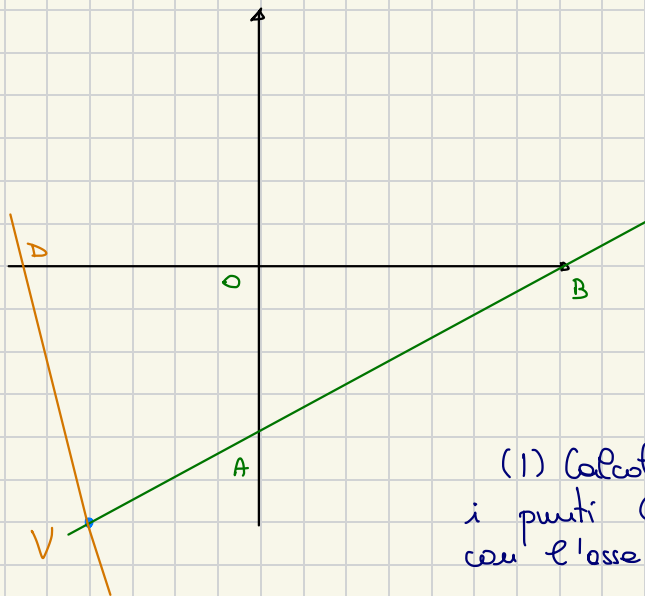
(abis) Stesso problema solo che trova il triangolo OCD con Baricentro in $(-\frac{8}{3}; -4)$

(1) Calcolo in funzione di k i punti C e D di intersezione con l'asse x e asse y.

C(k): $r_k \cap \text{Asse } y$

$$\begin{cases} 3kx - (1+2k)y - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{6}{1+2k} \\ x = 0 \end{cases}$$



$$D(k): \text{retta } x \begin{cases} 3kx - (1+2k)y - 6 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2}{k} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$C(k) = \left(0; -\frac{6}{1+2k}\right) \quad D(k) = \left(\frac{2}{k}; 0\right) \quad O = (0; 0)$$

(2) Impongo uguaglianze col baricentro

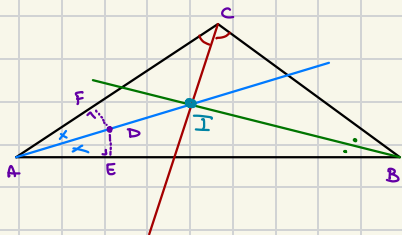
$$G = \left(-\frac{8}{3}; -4\right) = \left(\frac{0 + \frac{2}{k} + 0}{3}; -\frac{\frac{6}{1+2k} + 0 + 0}{3}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3k} = -\frac{8}{3} \\ -4 = -\frac{2}{1+2k} \end{cases} \quad \leadsto \quad \begin{cases} 2 = -8k \\ -4 - 8k = -2 \end{cases}$$

Le due eq. devono dare stesso ris, altrimenti DNP.

$$\leadsto 4k = -1 \quad \leadsto \boxed{k = -\frac{1}{4}}$$

Def: L'**incentro** di un triangolo è il pto di intersezione delle bisettrici degli angoli di un triangolo



Oss: Dato un pto D sulla bisettrice le distanze da D ai lati dell'angolo sono uguali e viceversa cioè se un punto ha distanze uguali dai due lati allora sta nella bisettrice

Dim: Riferito al disegno: $\triangle ADF$ e $\triangle ADE$

AD in comune

$\widehat{FAD} \cong \widehat{DAE}$ perché bisettrice

$\widehat{AFD} = \widehat{AED} \cong \pi/2$

II crit

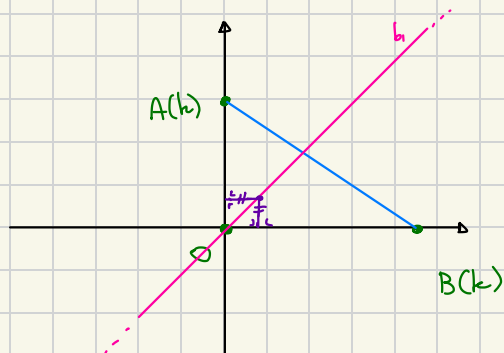
$\Rightarrow \triangle ADF \cong \triangle ADE \Rightarrow DF = DE$

Esercizio:

le viceversa scambia scambia le cose enunciate

Int. II quadrimestre $3+3+3+3+2+2$

→ Per continuare calcolo 2 bisettrici e le interseco



$$O = (0;0)$$

$$A(k) = (0; -\frac{6}{1+2k})$$

$$B(k) = (\frac{2}{k}; 0)$$

Come si calcolano le bisettrici? Si impone che un pto disti le stesse distanze dai due lati dell'angolo

Lati: $A: x \rightarrow y = 0$
 $B: y \rightarrow x = 0$

Prendo un pto generico $(x,y) = P$ e impongo che abbia le stesse distanze dai due lati

$$d(\text{ptto}; \text{retta}) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{Impongo } d(P, \text{asse } y) = d(P, \text{asse } x)$$

$$\frac{|1 \cdot x + 0 + 0|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{|0 + 1 \cdot y + 0|}{\sqrt{0^2 + 1^2}}$$

$$\Rightarrow |x| = |y|$$

→ b_1 : ci sono i val assoluti perché le bisettrici in realtà sono 2

Per la II bisettrice prima faccio la retta per i pti $A(k), B(k)$

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A} \quad \frac{y + \frac{6}{1+2k}}{0 + \frac{6}{1+2k}} = \frac{x - 0}{\frac{2}{k} - 0}$$

$$\frac{y(1+2k) + 6}{6} = \frac{3 \times k}{6}$$

$$\boxed{3kx - (1+2k)y - 6 = 0} \quad \text{retta } A(k); B(k) \quad r_{AB}$$

Bisettoria: $d(P; \text{Asse } x) = d(P; r_{AB}) \quad \text{dist} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\frac{|0 + y + 0|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{|3kx - (1+2k)y - 6|}{\sqrt{\underbrace{(3k)^2 + (1+2k)^2}_{9k^2 + 4k^2 + 1 + 4k}}}$$

$$\boxed{|y| \sqrt{13k^2 + 4k + 1}} = |3kx - (1+2k)y - 6| \quad b_2$$

Furbizia: Invece di calcolare intersezione e poi porla uguale al punto $(1; -1)$, metto $(1; -1)$ nelle equazioni e queste devono essere VERE

b_1 : $|1| = |-1| \quad \underline{\text{Vero}}$

b_2 : $|-1| \sqrt{13k^2 + 4k + 1} = |3k + (1+2k) - 6|$

$$\sqrt{13k^2 + 4k + 1} = |5k - 5| \quad \text{ma Si può elevare (pensare perché)}$$

$$13k^2 + 4k + 1 = 25k^2 - 50k + 25$$

$$12k^2 - 54k + 24 = 0$$

$$6k^2 - 27k + 12 = 0$$

$$2k^2 - 9k + 4 = 0$$

$$2k^2 - 8k - k + 4 = 0 \quad \text{ma } 2k(k-4) - (k-4) = 0$$

$$(2k-1)(k-4) = 0 \quad \leadsto \quad \begin{aligned} k &= 4 \\ k &= 1/2 \end{aligned}$$

Mettiamo i valori di k nel fascio e concludo.

$$3kx - (1+2k)y - 6 = 0$$

$$k=4 \quad 12x - 9y - 6 = 0 \leadsto 4x - 3y - 2 = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \quad \frac{3}{2}x - (1+1)y - 6 = 0 \leadsto 3x - 4y - 12 = 0$$

$$k = -\frac{1}{4} \quad -\frac{3}{4}x - (1-\frac{1}{2})y - 6 = 0 \leadsto 3x + 2y + 24 = 0$$

Pag 279 n 67

$$A = \left(\frac{3k}{5}; 2\right) \quad B = \left(-7; \frac{7+k}{3}\right) \quad C = \left(k+2; -\frac{10}{k}\right)$$

Trova le affinità siano allineati.

Faccio retta AB e poi ci butto dentro il punto C. DEVE essere uguaglianza ($C \in \text{retta}$)

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

Posso fare tutto direttamente imponendo

$$\boxed{\frac{y_C - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x_C - x_A}{x_B - x_A}}$$

\leadsto Formula generale per dire se tre punti sono allineati

$$\frac{-\frac{10}{k} - 2}{\frac{4+k}{3} - 2} = \frac{k+2 - \frac{3k}{5}}{-7 - \frac{3k}{5}}$$

$$\frac{\frac{-10-2k}{k}}{\frac{4+k-6}{3}} = \frac{\frac{5k+10-3k}{5}}{\frac{-35-3k}{5}}$$

$$-\frac{3(+10+2k)}{(k+1)k} = \frac{2k+10}{-3k-35}$$

$$3(3k+35) = k(k+1)$$

$$9k+105 = k^2+k$$

$$k^2 - 8k - 105 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 16 + 105 = 121 \quad \leadsto \quad \sqrt{\frac{\Delta}{4}} = 11$$

$$k_{1/2} = 4 \pm 11 \begin{matrix} 15 \\ -7 \end{matrix}$$

$$[\text{Sol.: } k=15, -7] \text{ Acc.}$$

Posso semplificare se

$$10+2k \neq 0 \quad \leadsto \quad k = -5$$

è soluzione e
semplifica