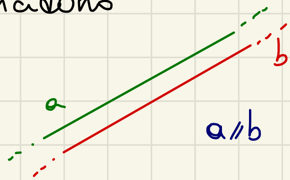
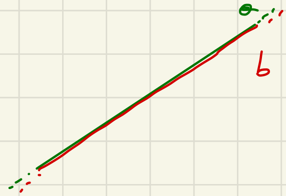
Def: Due rette a, b sono parallele se non hanno pti in comune oppure coincidono



$a /\!/ b$



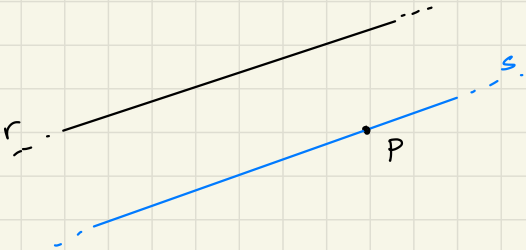
⇝ $a = b$

Quinto postulato di Euclide: Data una retta r e un punto P esterno alla retta esiste ed è unica, una retta s passante per P e parallela a r

→ Si può dim, come simile a retta ⊥ e non mi interessa

↓

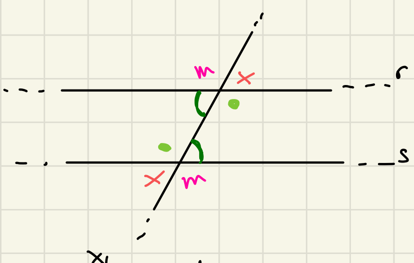
Postulato (Fun Fact: se si toglie questo postulato cade tutta la geometria piana)



Criterio di parallelismo |⇒| 18a Se due rette r e s tagliate da una trasversale formano

(1) Angoli alterni (interni o esterni) congruenti oppure
(2) Angoli corrispondenti congruenti oppure
(3) Angoli coniugati (interni o esterni) supplementari

allora r e s sono parallele

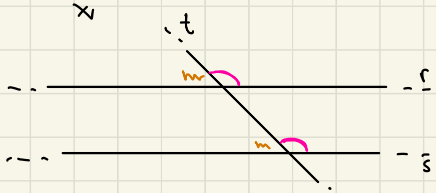


Angoli alterni interni verdi

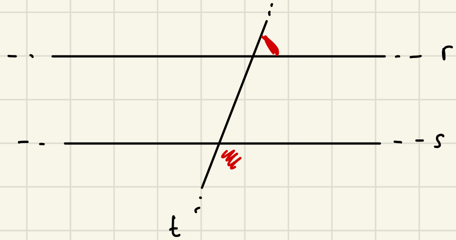
alterni ↓ da parti opposte della t

interni → tra r e s

esterni ⇝ fuori da r e s



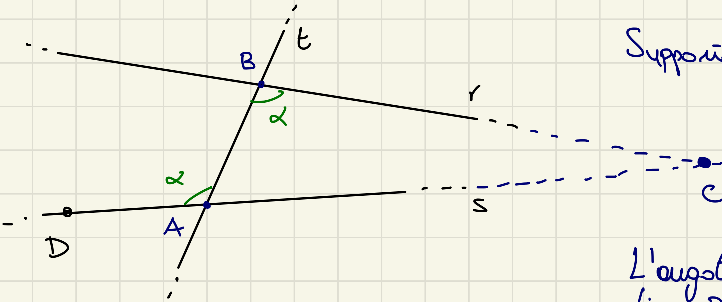
Angoli corrispondenti



Angoli coniugati: (dalla stessa parte)
esterni (fuori da r e s)
interni (tra r e s)

Le altre sono analoghe

Dim: Suppongo angoli alterni interni congruenti e dimostro che le rette sono parallele.



Supponiamo per assurdo che $r \nparallel s$
Si intersecheranno in un punto C.

$\overset{\triangle}{ABC}$ è un triangolo

L'angolo $D\hat{A}B$ è l'angolo esterno di $B\hat{A}C$

Ma quindi per un teorema su angolo esterno deve valere che

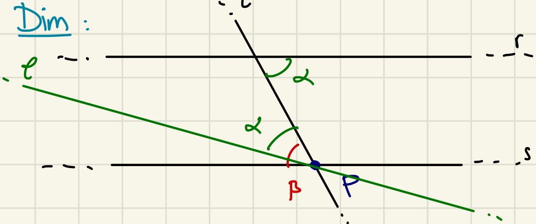
$D\hat{A}B > A\hat{B}C$ e dunque $\alpha > \alpha$ Assurdo ϟ

Quindi r e s devono essere parallele.

□

Criterio di Parallelismo [⇐] 18b Siano r e s parallele tagliate da una trasversale t. Allora
(1) Angoli alterni (interni o esterni) congruenti e
(2) Angoli corrispondenti congruenti e
(3) Angoli coniugati (interni esterni) supplementari

Dim:



Hp: $r \parallel s$ Th: $\alpha \cong \beta$

Per rette coincidenti ovvio (thanks to Iezzi)
Per assurdo suppongo che $\alpha < \beta$
Traccio allora la retta passante per P con inclinazione α

lo posso fare perché $\alpha < \beta$. Ma adesso $\ell \overset{\neq s}{e} r$ hanno ang. alterni interni congruenti e per Crit Par 18a, ℓ è parallela a r.

Adesso però sia la retta ℓ che la retta s sono parallele a r e passano per P. Ma questo è assurdo per il quinto postulato di Euclide (unica retta parallela a r per P).
Dunque $\lightning \Rightarrow \alpha = \beta$

TJ