

Settimana: 8

Argomenti:

Materia: Fisica

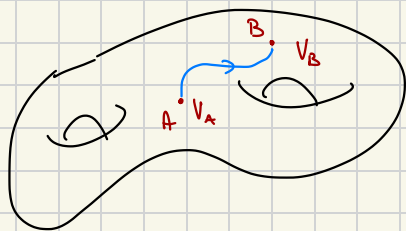
Classe: 5F

Data: 3/11/25

Potenziale in un conduttore

Teorema: Dato un conduttore in equilibrio elettrostatico, il potenziale è lo stesso in ogni pto del conduttore.

Dim: Voglio dimostrare che $V_A = V_B$ per ogni coppia di punti nel conduttore. Analogamente è sufficiente mostrare che $\Delta V = 0$



$$\Delta V = - \frac{W_{A \rightarrow B}}{q} \quad \text{con } q \text{ di prova.}$$

$$\frac{W_{A \rightarrow B}}{q} \stackrel{\boxed{=}}{=} \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \vec{\Delta s}_i}{q} = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{F}_i}{q} \cdot \vec{\Delta s}_i = \sum_{i=1}^n \underbrace{\vec{E}_i}_{=0} \cdot \vec{\Delta s}_i = 0$$

\downarrow Dato che \vec{F} non costante, faccio la somma sui pezzettini

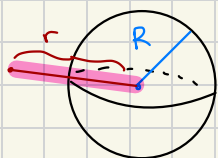
\downarrow perché dentro al conduttore

□

Oss: Un conduttore è quindi un volume equipotenziale, cioè ogni punto ha lo stesso V .

Fatto: la funzione potenziale, $V: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ cioè da prende un punto nello sp. e restituisce il potenziale è una funzione continua

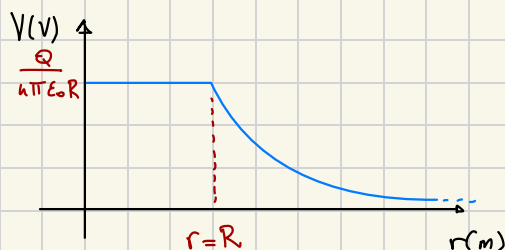
Ciò implica che per calcolare il potenziale in un punto di un conduttore posso calcolarlo sulla superficie e lì si dovrà "ricordare" con il potenziale generato esternamente.



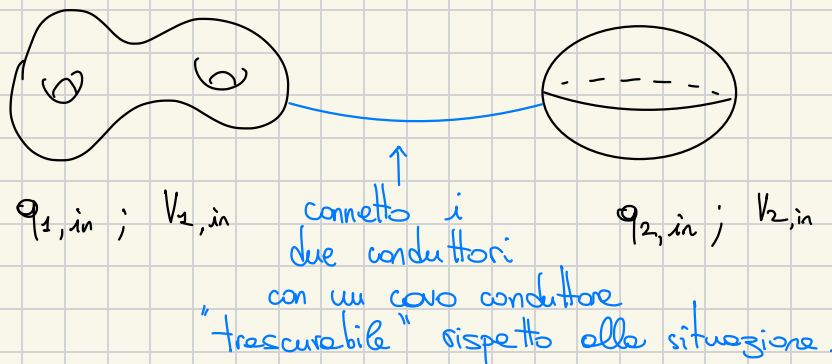
Per calcolare V interno e sulla superficie, lo calcolo sulla superficie perché lo considero come pto esterno e poi è uguale in tutti i pti.

→ Per quanto già visto vale che

$$V(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} & 0 \leq r \leq R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} & r \geq R \end{cases}$$

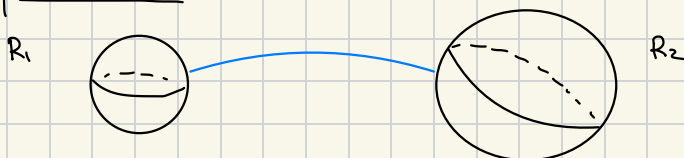


Cosa accade se connetto due conduttori: tramite un filo conduttore



L'obiettivo è trovare una relazione tra i potenziali all'inizio e il potenziale V del conduttore finale e le cariche.

Caso particolare: I due conduttori sono sfere di raggio R_1, R_2



Sit. iniziale

$$Q = q_{1,in} + q_{2,in}$$

$$\begin{matrix} V_{1,in} \\ V_{2,in} \end{matrix}$$

Sit. finale

$$Q = q_1 + q_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$\begin{matrix} q_1 = q_{1,fin} \\ q_2 = q_{2,fin} \end{matrix}$$

\leadsto Uguali perché
è tutto collegato

Nella sit. finale ho:

\rightarrow Ce l'ho perché lo ricavo dalla sit. iniziale

$$\begin{cases} Q = q_1 + q_2 \\ V_1 = V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = q_1 + q_2 \\ \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = q_1 + q_2 \\ \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = q_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \\ q_2 = q_1 \frac{R_2}{R_1} \end{cases}$$

$$\leadsto Q = q_1 \frac{R_2 + R_1}{R_1} \leadsto$$

$$q_1 = Q \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Simmetria

$$q_2 = Q \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Pag 265 n 29



$$q_{1,in} = 8,78 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$q_{2,in} = 0 \text{ C}$$

$$r_1 + r_2 = 4,4 \text{ cm} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

A partire da loro
calcolo la carica fin in
ciascuna sfera

$$\left[\sigma_1 = 3,5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, \sigma_2 = 2,01 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

$$r_1 = ? \quad r_2 = ?$$

sup. delle
sfere 1

In generale $\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \leadsto$ Da qui $q_1 = \sigma_1 \cdot \Delta S = 4\pi r_1^2 \sigma_1$

...

$$q_2 = \sigma_2 \cdot \Delta S = 4\pi r_2^2 \sigma_2$$

Per le formule sopra so che $Q = q_{1,in} + q_{2,in} = q_{1,in}$

$$q_1 = Q \frac{r_1}{r_1 + r_2} \rightsquigarrow 4\pi r_1^2 \sigma_1 = Q \frac{r_1}{r_1 + r_2}$$

$$r_1 = \frac{Q}{4\pi \sigma_1 (r_1 + r_2)} \approx 2,7 \text{ cm}$$

me lo do
il problema

Des Giulio $\rightsquigarrow r_2 = (r_1 + r_2) - r_1 \approx 4,7 \text{ cm}$

Fatto sperimentale: All'equilibrio elettrostatico la carica Q e il potenziale V_0 di un conduttore sono direttamente propor.

Pertanto è possibile definire questo rapporto dato un conduttore

Def: Dato un conduttore caricato con carica Q che ha un potenziale V_0 , definiamo la capacità C come

$$C = \frac{Q}{V_0}$$

\rightarrow carica nel cond \rightarrow Elettrica
 \rightarrow Potenziale

$$[C] = \frac{[Q]}{[V_0]} = \frac{C}{V} = F \quad \text{Farad} \quad \text{In onore di Faraday}$$

Michael **Faraday** (1791 – 1867) è stato uno dei più grandi scienziati della storia, in particolare nel campo della **fisica** e della **chimica**.

Ecco una sintesi chiara della sua figura:

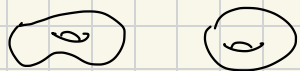
Chi era

Nato a Londra da una famiglia povera, iniziò come **garzone in una legatoria**, dove scoprì la passione per la scienza leggendo i libri che rilegava. Grazie alla sua curiosità e determinazione, riuscì a diventare **assistente di Humphry Davy** alla Royal Institution, uno dei più importanti scienziati britannici dell'epoca.

Principali scoperte

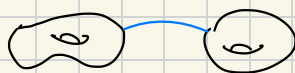
- Induzione elettromagnetica (1831)**
 \rightarrow Scopri che muovendo un magnete vicino a una bobina si genera una corrente elettrica: è il principio alla base di **generatori** e **trasformatori** elettrici. (Questo fenomeno è oggi noto come *legge di Faraday dell'induzione*.)
- Gabbia di Faraday**
 \rightarrow Scopri che un conduttore cavo protegge l'interno dai campi elettrici esterni. È il principio che protegge, ad esempio, chi sta dentro un'auto durante un fulmine.
- Leggi dell'elettrolisi**
 \rightarrow Descrisse in modo quantitativo come l'elettricità provoca reazioni chimiche, fondando la **elettrochimica moderna**.
- Concetto di campo**
 \rightarrow Introdusse l'idea che forze come quella elettrica o magnetica non agiscono "a distanza", ma si propagano tramite un **campo** che riempie lo spazio. Questa intuizione fu poi formalizzata da Maxwell e divenne centrale in tutta la fisica moderna.

Stesso es di prima, ma più in generale tramite capacità



$$q_{1,in} + q_{2,in} = Q$$

$$C_1, C_2$$



$$q_{1,fm} + q_{2,fm} = Q$$

$$q_{1,fm} = q_1$$

$$q_{2,fm} = q_2$$

$$C_1, C_2$$

$$V_1 = V_2 \rightsquigarrow \text{Conduttori attaccati}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 + q_2 = Q \\ V_1 = V_2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} q_1 + q_2 = Q \\ \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \rightsquigarrow q_2 = q_1 \frac{C_2}{C_1} \end{array} \right.$$

$$\rightsquigarrow Q = q_1 \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \rightsquigarrow Q = q_1 \frac{C_1 + C_2}{C_1}$$

$$q_1 = Q \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$q_2 = Q \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

Es.: Calcolare C di una sfera di raggio R .

$$\triangleright V_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q}}{4\pi\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon_0 R$$