

Settimana: 10

Argomenti:

Materia: Matematica

Classe: 3D

Data: 17/11/2025

Fatto: Siano $ax+by+c=0$ una retta e $A=(x_A, y_A)$, la distanza punto retta si calcola mediante la formula

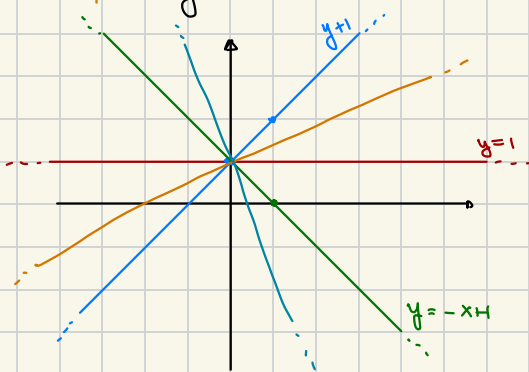
$$d(r, A) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Dim (passi guida): Se Fede la porta fatta per Giovedì, prende +

- (1) Calcola la retta passante per A e \perp a r. Chiamo s tale retta
- (2) Intersezione tra r e s trovando H
- (3) Distanza tra due punti AH

Def: Un fascio di rette è un insieme di rette che dipende da uno o più parametri. Modificandoli si ottengono rette diverse

Esempi: $y = kx + 1$ Parametro k



$$k=0; \quad y=1$$

$$k=1; \quad y=x+1$$

$$k=-1; \quad y=-x+1$$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$$

I fasci che vedremo noi sono una combinazione lineare di due rette, ovvero

Def: Prese due rette $ax+by+c=0$
 $a'x+b'y+c'=0$

e due parametri $p, q \in \mathbb{R}$, la comb. lineare di due rette è

$$p \cdot (ax+by+c) + q(a'x+b'y+c') = 0$$

Nelle realtà noi di parametro ne utilizzeremo solo uno perché divideremo la scrittura sopra per p ottenendo

$$(ax+by+c) + \boxed{\frac{q}{p}}(a'x+b'y+c') = 0$$

\swarrow
 k

Occhio $p \neq 0$
Forrebbe ottenere
la retta \perp .

Le due rette della comb. lineare vengono dette Rette generatrici del fascio

Esempio: $2x + (k-3) \cdot 8y + kx - 16k + 2 = 0$

Generatrici? Scrivo il fascio come nelle Def prendendo le cose moltiplicate da k e quelle non moltiplicate da k .

$$2x + 8ky - 24y + kx - 16k + 2 = 0$$

$$2x - 24y + 2 + k(x + 8y - 16) = 0$$

Generatrici:

$$\begin{aligned} 2x - 24y + 2 &= 0 \\ x + 8y - 16 &= 0 \end{aligned}$$

Def: Dato un fascio generato da due rette, tale fascio si dice

- (1) Proprio: se tutte le rette si incontrano in un pto. Tale punto è detto centro del fascio
- (2) Improprio: se tutte le rette del fascio sono parallele. Chiamiamo

il coeff. angolare della retta inclinazione del fascio

Oss. Crition: Per capire se un fascio è proprio o improprio si prendono 2 rette del fascio (a caso); si fa l'intersezione e se si trova soluzione quello è il centro, altrimenti fascio impr.

Esercizio: Se il fascio è proprio, il centro è unico.

Esempio: $2x - 24y + 2 + k(x + 8y - 16) = 0$

Interseco le generatrici

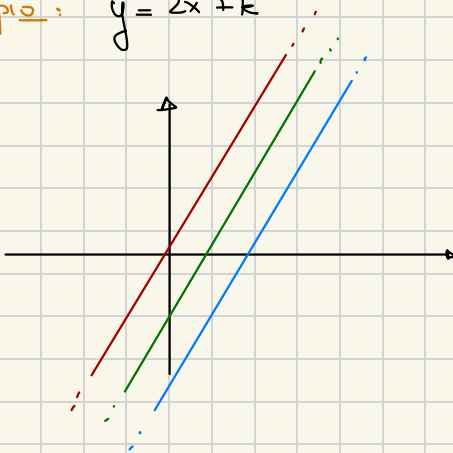
$$\begin{cases} 2x - 24y + 2 = 0 \\ x + 8y - 16 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 12y + 1 = 0 \\ x + 8y - 16 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \uparrow - \\ \downarrow \cdot 2 + \end{matrix}$$

$$20y - 17 = 0 \rightsquigarrow y = \frac{17}{20}$$

$$C = \left(\frac{46}{5}; \frac{17}{20} \right)$$

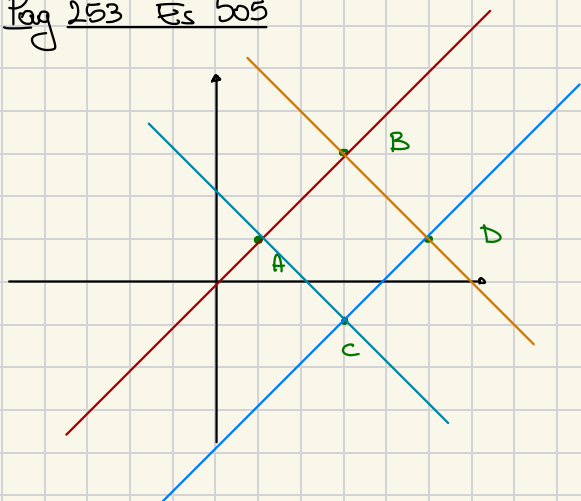
$$5x - 46 = 0 \rightsquigarrow x = \frac{46}{5}$$

Esempio: $y = 2x + k$



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\rightsquigarrow 2x = 2x + 1 \rightsquigarrow 0 = 1 \text{ Imp!}$$



ABCD quadrilatero

$$r: x - y = 0$$

$$s: x + y - 2 = 0$$

$$t: x + y - 6 = 0$$

$$w: x - y - 4 = 0$$

$$y = x$$

$$y = -x + 2$$

$$y = -x + 6$$

$$y = x - 4$$

1) Trova A, B, C, D.

2) Verifica che è un □

3) Perimetro

1) Per trovare Vertici interseco le rette a coppie

$$rs: x = -x + 2 \rightsquigarrow 2x = 2 \quad x = 1 \quad y = 1 \quad A = (1, 1)$$

$$rt: x = -x + 6 \rightsquigarrow 2x = 6 \quad x = 3 \quad y = 3 \quad B = (3, 3)$$

$$sw: -x + 2 = x - 4 \rightsquigarrow 2x = 6 \quad x = 3 \quad y = -1 \quad C = (3, -1)$$

$$tw: -x + 6 = x - 4 \rightsquigarrow 2x = 10 \quad x = 5 \quad y = 1 \quad D = (5, 1)$$

2) Per Verificare □ dobbiamo

(a) Tutti i lati uguali

$$AB^2 = (3-1)^2 + (3-1)^2 = 8$$

$$AC^2 = (1-3)^2 + (1+1)^2 = 8$$

$$BD^2 = (5-3)^2 + (1-3)^2 = 8$$

$$DC^2 = (5-3)^2 + (1+1)^2 = 8$$

(b) Lati ⊥

Basta osservare che

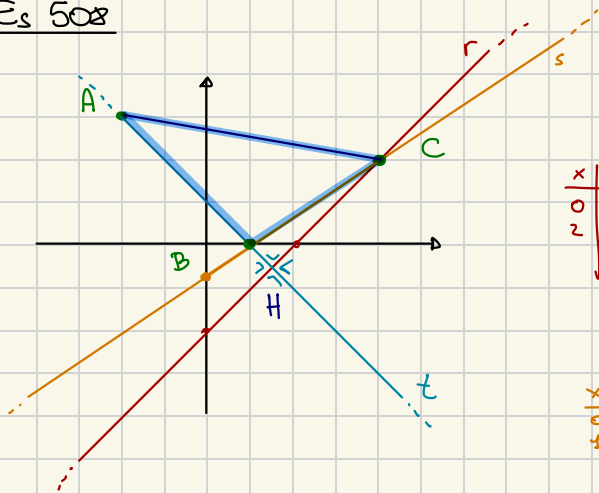
$$m_r \cdot m_s = 1 \cdot (-1) = -1$$

e simili

$$3) AB = 2\sqrt{2} \rightsquigarrow \text{Perimetro: } \ell = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\rightsquigarrow \text{Area: } \ell^2 = 2\sqrt{2}^2 = 8$$

E_s 508



$A = (-2; 3)$
Triangolo ABC

Attezzo de esca de C e:

r: $x - y - 2 = 0$

$y = x - 2$

Eq. del lato BC
s: $2x - 3y - 2 = 0$
 $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$
ova B, C e l'area.

Per trovare il pto C interseco 2 rette che contengono C

$$\text{Ans: } \begin{cases} y = x - 2 \\ 2x - 3y - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x - 2 \\ 2x - 3x + 6 - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \quad C = (4, 2)$$

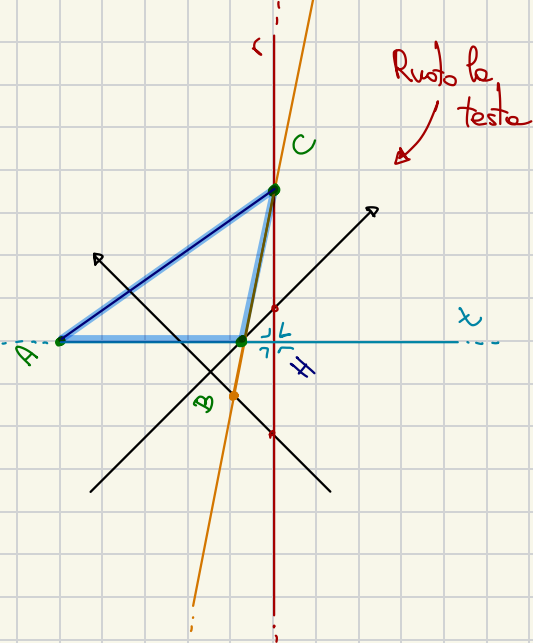
Il punto B si troverà nella retta che passa per A ed è \perp alla retta r (che è l'altezza)

Troviamo tale retta. \triangleright Ha per m -1 (Antireciproco di m_r)
 \triangleright Passa per $A = (-2; 3)$

Dunque la retta t ha equazione $y - y_A = m_t (x - x_A)$

$$y - 3 = -1(x + 2)$$
$$y = -x + 1$$

$$B = \text{tns: } \left\{ \begin{array}{l} y = -x + 1 \\ 2x - 3y - 2 = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} y = -x + 1 \\ 2x + 3x - 3 - 2 = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ x = 1 \end{array} \right\} \quad B = (1, 0)$$



$$A = (-2; 3), B = (1; 0), C = (4, 2)$$

$$t: y = -x + 1$$

$$x + y - 1 = 0$$

Per l'area; calcolo AB e CH.

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (1 + 2)^2 + (0 - 3)^2 = 18$$

$$\text{dist}(C, t) = \frac{|ax_C + by_C + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} =$$

$$= \frac{|1 \cdot 4 + (-1) \cdot 2 + (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Area: } \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{\sqrt{18} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{4} = \frac{15}{2}$$

es. 519 pag. 254

$$A = (1; 5) \quad B = (5; -3) \quad r: 2x + 3y - 5 = 0$$

$$AC^2 = BC^2$$

$$(x_C - 1)^2 + (y_C - 5)^2 = (x_C - 5)^2 + (y_C + 3)^2$$

$$\cancel{x_C^2} + 1 - 2x_C + \cancel{y_C^2} + 25 - 10y_C = \cancel{x_C^2} + 25 - 10x_C + \cancel{y_C^2} + 9 + 6y_C$$

$$8x_C - 16y_C - 8 = 0 \quad x_C - 2y_C - 1 = 0$$

$$\begin{cases} x - 2y - 1 = 0 & \cdot 2 & 2x - 4y - 2 = 0 \\ 2x + 3y - 5 = 0 & & 2x + 3y - 5 = 0 \end{cases} \quad \uparrow - \quad 7y = 3 \quad y = \frac{3}{7}$$

$$x = 1 + \frac{6}{7} = \frac{13}{7}$$

$$C = \left(\frac{13}{7}; \frac{3}{7}\right)$$

ACBD parallelogramma

$$AC^2 = BD^2$$

$$CB^2 = AD^2$$

$$AC^2 = \left(\frac{13}{7} - 1\right)^2 + \left(\frac{3}{7} - 5\right)^2$$

$$AC = \left(\frac{6}{7}\right)^2 + \left(-\frac{32}{7}\right)^2$$

{

es. 440 pag. 247

$$r = x = -3$$

$$s: y = \underset{x=y=0}{-x}$$

$$t: y = \underset{x=y=1,00}{x+1}$$

$$p(-1; 3)$$

$$d(p, r) = \frac{|-1(-1) + 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 2$$

$$d(p, s) = \frac{|-1(-1) + 1(3)|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$d(p, t)$$