

Settimana: 18

Materia: Matematica

Classe: 5A

Data: 9/02/26

Pag 800 n 399.

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-a)^2}$$

(1) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

(2) Assi: $y=0 \Rightarrow (x-a)^2 = 0 \Rightarrow x=a$
 $x=0 \Rightarrow y = \sqrt[3]{0} = 0$

$$A = (a; 0)$$

$$B = (0; 2\sqrt[3]{2})$$

(3) Segno: $\sqrt[3]{(x-a)^2} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

(4) Limiti: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[3]{(x-a)^2} = +\infty$

Controlla obliqui:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt[3]{(x-a)^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{(1-\frac{a}{x})^2}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^{2/3}}{(1-\frac{a}{x})^{2/3}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{(1-\frac{a}{x})^{2/3}} = 1$$

Non c'è Asintoto obliqua.

(5) $f(x) = \sqrt[3]{(x-a)^2} = (x-a)^{\frac{2}{3}}$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(x-a)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{(x-a)^2}}$$

Worring $x=4$ le derivate NON le posso calcolare con le formule sopra e dovrà fare con le def.

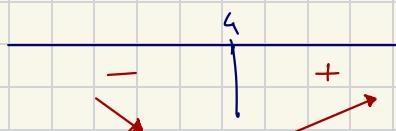
Faccio subito:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{h^2} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{h^2}}$$

cuspide

$$f'(x) \geq 0 \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(x-a)^2}} \geq 0 \quad \text{ms} \quad x > a$$



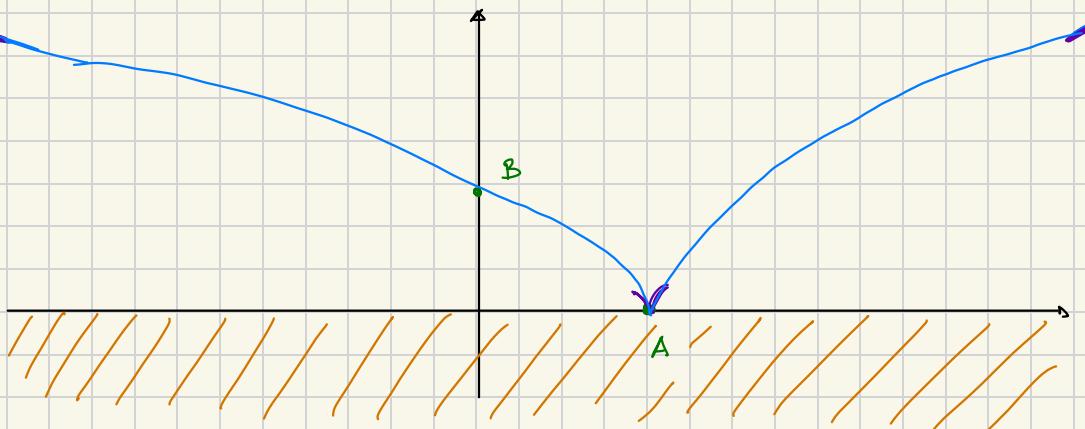
$$(6) \quad f''(x) : \quad f'(x) = \frac{2}{3} (x-a)^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''(x) = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (x-a)^{-\frac{4}{3}} = -\frac{2}{9} \sqrt[3]{(x-a)^4}$$

$$\text{Vor posto di nuovo } \geq 0 \quad f''(x) = -\frac{2}{9} \sqrt[3]{(x-a)^4} \geq 0$$

$\exists x \in \mathbb{R}$, Mai





Esercizio: Tra tutti i rettangoli di Perimetro 24, trovare quello di Area Max. \rightsquigarrow Si risolvono con le derivate.

a, b i due lati;



$$\text{So de} \quad 2a + 2b = 24$$

$$a+b = 12 \quad \Rightarrow \quad b = 12-a$$

Definisco la funzione Area = ab

$$f(a) = a(12-a)$$

Adesso ho derivo e trovo il minimo: $f(a) = 12a - a^2$

$$f'(a) = 12 - 2a$$

$f'(a) \geq 0 \Rightarrow$ Faccio \Rightarrow per vedere se esce max o min

$$12 - 2a \geq 0$$

$$2(6-a) \geq 0$$

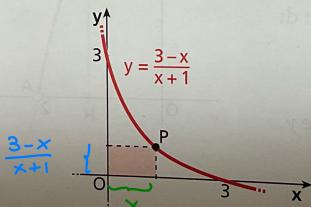
$$a \leq 6$$



$\Rightarrow 6$ è un massimo
e area max $f(12-6) = 36$

410

Determina le coordinate del punto P del primo quadrante appartenente alla curva rappresentata in figura in modo che l'area del rettangolo colorato sia massima.

[$P(1; 1)$]

$$f(x) = \text{Area}(x) =$$

$$= x \frac{3-x}{x+1}$$

Per l'area max.

$$f'(x) > 0$$

e risolvilo

Pag 1829 87

$$f(x) = 4 - x^2$$

Trova P in modo che l'area del triangolo sia minima

$$P = (x_0; 4 - x_0^2)$$

$$f'(x) = -2x. \text{ Valuto nel punto } P. \quad f'(x_0) = -2x_0$$

coeff. angolare retta rossa $-2x_0$

retta: $[y - (4 - x_0^2)] = -2x_0(x - x_0)$

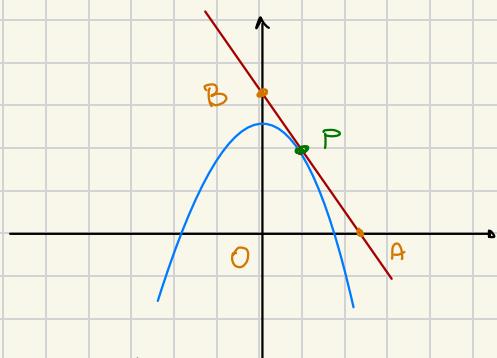
$$y = -2x_0 x + 2x_0^2 + 4 - x_0^2$$

$$y = -2x_0 x + 4 + x_0^2$$

Trovo A e B in f_2 di x_0 .

$$A: y=0$$

$$0 = -2x_0 x + 4 + x_0^2 \Rightarrow x = \frac{4 + x_0^2}{2x_0}$$



$$B: x = 0 \quad y = 4 + x_0^2$$

$$A = \left(\frac{4+x_0^2}{2x_0}; 0 \right) \quad B = (0; 4+x_0^2)$$

$$\text{Area}(x_0) = \frac{\frac{(4+x_0^2)^2}{2x_0}}{(4+x_0^2)} - \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{(4+x^2)^2}{16x} \quad \text{funzione Area} \quad \text{Dom}(f) = (0; 2)$$

Per trovare il minimo, derivo e pongo ≥ 0

$$f'(x) = \frac{2(4+x^2) \cdot 2x - 4(4+x^2)^2}{16x^2}$$

$$= \frac{(4+x^2)}{16x^2} (16x^2 - 16 - 4x^2)$$

$$= \frac{4+x^2}{16x^2} (12x^2 - 16) = \frac{4+x^2}{16x^2} (3x^2 - 4)$$

$$f'(x) \geq 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \text{ris. Area minima}$$

$$f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\left(4 + \frac{4}{3}\right)^2}{4 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\frac{3}{2}}{\frac{8\sqrt{3}}{9}} = \frac{32}{9}\sqrt{3}$$

$$\underline{89} \quad f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 + (x-5)^2$$

Trova minimo di f .

$$f'(x) = 2(x-1) + 2(x-2) + 2(x-3) + 2(x-4) + 2(x-5)$$
$$= 2(5x - 15) = 0 \quad \Rightarrow \boxed{x=3}$$

$$\min f = f(3) = (3-1)^2 + (3-2)^2 + (3-3)^2 + (3-4)^2 + (3-5)^2$$
$$= 4 + 1 + 0 + 1 + 4$$
$$= 10$$