Settimana: 20

Materia: Matematica
Classe: 5A
Data: 23/02/26

Integrali:

Esempio: $\int \frac{1}{1+x}\,dx = \ln(|1+x|) + c$

$\int \frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx \quad$ (Sost.: $\sqrt{x} = t$) → Orongoo – Tongoo

▷ Si ricava la x in fz della t

$$x = t^2$$

▷ Si deriva a sinistra in x, a destra in t e si aggiunge rispettiv. dx e dt

$$1 \cdot dx = 2t\,dt$$

▷ Ho ricavato dx, lo sostituisco

$$\int \frac{1}{1+t}\,dx = \int \frac{1}{1+t} \cdot 2t\,dt =$$

$$\int \frac{2t}{1+t}\,dt \overset{\text{Linearità}}{\boxed{=}} 2\int \frac{t}{1+t}\,dt =$$

$$2\int \frac{t+1-1}{t+1}\,dt$$

$$\frac{t+1}{t+1} - \frac{1}{t+1}$$

$$2\int \underbrace{\frac{t+1}{t+1}}_{1} - \frac{1}{t+1}\,dt$$

$$2\int\left(1 - \frac{1}{t+1}\right)dt = 2\left[\int 1\,dt - \int \frac{1}{1+t}\,dt\right] =$$

$$2\left[t - \ln|1+t|\right] + c = 2\left(\sqrt{x} - \ln|1+\sqrt{x}|\right) + c$$

Fatto: L'integrale è Lineare, cioè

▷ $\int k\,f(x)\,dx = k\int f(x)\,dx \qquad k \in \mathbb{R}$

$$\triangleright \int (f(x) \pm g(x))\, dx = \int f(x)\, dx \pm \int g(x)\, dx$$

Dim: Si comporta come la derivata

Fatto: È lecito fare sostituzioni come per i limiti. Ricordarsi che il dx (differenziale) va modificato in modo opportuno seguendo il metodo Orango-tango

n 347

Tip: Sostituire TUTTA la roba che non vi piace

$$\int \frac{x}{\sqrt{x-1}}\, dx =$$

Sost: $\sqrt{x-1} = t$

$x - 1 = t^2 \rightsquigarrow dx = 2t\, dt$

$x = t^2 + 1$

$$= \int \frac{t^2+1}{\cancel{t}}\, 2\cancel{t}\, dt = 2\int (t^2+1)\, dt = 2\left[\frac{t^3}{3} + t\right] + c$$

$$\frac{2}{3} t^3 + 2t + c = \frac{2}{3}\sqrt{(x-1)^3} + 2\sqrt{x-1} + c$$

355: $\displaystyle\int \frac{1}{x - \sqrt{x}}\, dx =$

Sost: $\sqrt{x} = t \rightsquigarrow dx = 2t\, dt$

$x = t^2$

$$= \int \frac{1}{t^2 - t} \cdot 2t\, dt = \int \frac{1}{\cancel{t}(t-1)}\, 2\cancel{t}\, dt = 2\int \frac{1}{t-1}\, dt$$

$$= 2 \ln|t-1| + c = 2\ln|\sqrt{x} - 1| + c$$

356: $\displaystyle\int \frac{1}{e^x + e^{-x}}\, dx =$

Sost $e^x = t \rightsquigarrow dx = \frac{1}{t}\, dt$

$x = \ln(t)$

$$= \int \frac{1}{t + \frac{1}{t}} \cdot \frac{1}{t}\, dt = \int \frac{\cancel{t}}{t^2+1} \cdot \frac{1}{\cancel{t}}\, dt = \text{arctg}(e^x) + c$$

Alternat.

$$\int \frac{1}{e^x + \frac{1}{e^x}}\,dx = \int \frac{e^x}{e^{2x}+1}\,dx = \quad \text{Sost: } e^x = t$$

$$\Downarrow$$

$$e^x\,dx = dt$$

$$\int \frac{1}{t^2+1}\,dt = \cdots = \operatorname{arctg}(e^x) + c$$