

Pag 92 n 111

Per quali k , l'equazione $\sin x + \cos x = k$ ha soluzione?

Esempi: $\sin x + \cos x = \frac{3}{2}$ $a \sin x + b \cos x = r \sin(x + \alpha)$
 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\alpha = \arctan \frac{b}{a}$

Nel nostro caso $r = \sqrt{2}$ $\alpha = \arctan\left(\frac{1}{1}\right) = \frac{\pi}{4}$

→ Diventa $\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$

la so risolvere: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

→ Ha soluzione se e solo se
 $-1 \leq \frac{3}{2\sqrt{2}} \leq 1$ Purtroppo non
lo è, quindi $k = \frac{3}{2}$ non
VA BENE

Adesso simetto k generico: $\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = k$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{k}{\sqrt{2}}$

Ha soluzione solo se $-1 \leq \frac{k}{\sqrt{2}} \leq 1$ → se $-\sqrt{2} \leq k \leq \sqrt{2}$

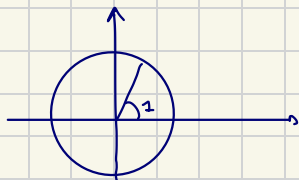
112: Quale tra le seguenti funzioni è sempre positiva?

(1) $\cos(\sin(x^2+1))$

↳ cioè qualsiasi numero metto al posto di x , il risultato dell'espr. è positivo

Esempio: Se $x = 0$

$\cos(\sin(1))$



(2) $\sin(\cos(x^2+1))$

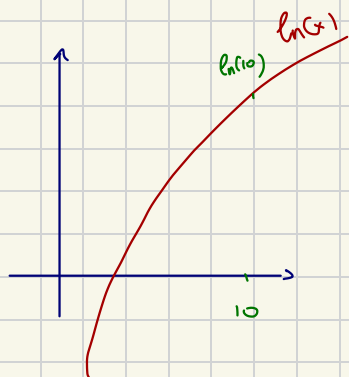
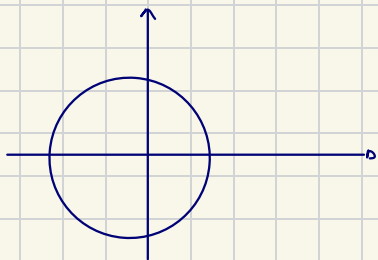
(3) $\sin(\ln(x^2+1))$

(4) $\cos(\ln(x^2+1))$

Perché (3) e (4) non vanno bene?

$$\cos(\ln(x^2+1))$$

Dato che $\ln(-)$ è illimitato, posso girare quanto voglio e trovare un pto in cui i cos/sin è negativo



Rimane da capire (1) o (2)

$$\cos(\sin(x^2+1))$$

$$\sin(\cos(x^2+1))$$

Voglio > 0 ? lo pongo > 0 e spero che abbia come soluzione tutto \mathbb{R}

$$\cos(\sin(x^2+1)) > 0$$

$$\sin(x^2+1) = \alpha$$

Devo risolvere $\cos \alpha > 0$

$$-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

Ma ora $\alpha = \sin(x^2+1)$ Dunque devo risolvere

$$-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \sin(x^2+1) < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

Aggiungere $2k\pi$ con $k \neq 0$ non aumenta le soluzioni poiché
 $\text{Im}(\sin x) = [-1; 1]$

Dunque devo solo risolvere $-\frac{\pi}{2} < \sin(x^2+1) < \frac{\pi}{2}$. Ma di Default vale che

$$-\frac{\pi}{2} < -1 \leq \sin(x^2+1) \leq 1 < \frac{\pi}{2}$$

\rightarrow Per qualsiasi x $-\frac{\pi}{2} < \sin(x^2+1) < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(\sin(x^2+1)) > 0$