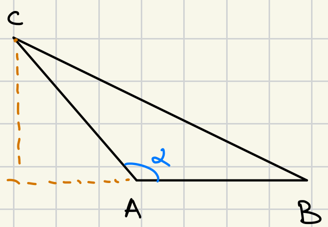
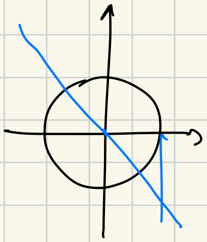
Pag 947 n 207



$AB = 50$
$BC = 80$

$tg\,\alpha = -\frac{4}{3}$
$\Downarrow$
Angolo α è ottuso



$P = 2p = ?$ $\qquad$ $A = ?$

$tg\,\alpha = -\frac{4}{3}$ cioè $\begin{cases} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{4}{3} \rightsquigarrow \sin\alpha = -\frac{4}{3}\cos\alpha \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$

Tip: Terna pitagorica 3-4-5

$$\frac{16}{9}\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \rightsquigarrow \cos^2\alpha\left(\frac{16}{9}+1\right) = 1 \rightsquigarrow \frac{25}{9}\cos^2\alpha = 1$$

$$\cos^2\alpha = \frac{9}{25} \rightsquigarrow \cos\alpha = \pm\frac{3}{5}$$

$\rightsquigarrow$ scelgo il segno $-$ poiché $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

$$\boxed{\cos\alpha = -\frac{3}{5} \quad e \quad \sin\alpha = \frac{4}{5}}$$

Teorema di Carnot: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\alpha$

$$80^2 = 50^2 + x^2 - 2 \cdot \overset{10}{\cancel{50}} \cdot x \cdot \left(-\frac{3}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right)$$

$$x^2 + 60x + 50^2 - 80^2 = 0$$

$$x^2 + 60x + \underbrace{(50-80)}_{(-30)}\underbrace{(50+80)}_{(130)} = 0$$

$$x^2 + 60x - 3900 = 0$$

Bonus Linda

$$\Delta = 60^2 + 4 \cdot 3900 = 10^2(36 + 156) = 10^2 \cdot 192 =$$
$$= 10^2 \cdot 2^2 \cdot 48$$
$$= 10^2 \cdot 2^2 \cdot 4^2 \cdot 3$$

$$\sqrt{\Delta} = 80\sqrt{3}$$

$$x = \frac{-60 \pm 80\sqrt{3}}{2} \rightsquigarrow x \text{ deve essere } > 0 \rightsquigarrow \text{scelgo il } +$$

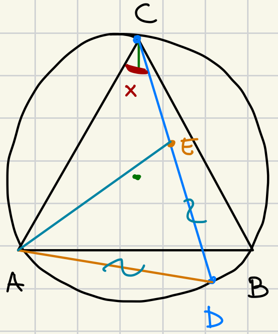
$$\boxed{AC = x = -30 + 40\sqrt{3}}$$

$$P = AB + BC + CA = 50 + 80 + (-30 + 40\sqrt{3}) = 100 + 40\sqrt{3} = 20(5 + 2\sqrt{3})$$

$$A = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin\alpha}{2} = \dots = 200(4\sqrt{3} - 3)$$

□

n 209



$AB = BC = CA$

Def: Una corda è un segmento che congiunge 2 punti di una circonferenza

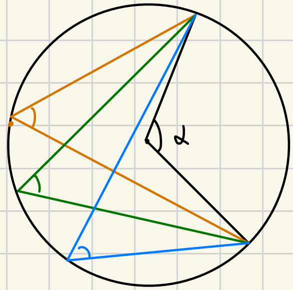
$AD = DE$

(1) Dimostrare che $A\hat{D}E$ è equilatero.

(2) Chiama $x = A\hat{C}D$ e calcola Perimetro di $A\hat{E}C$ in funzione di x.

Strategia: $A\hat{D}E$ è isoscele per HP
Se per caso l'angolo in $\hat{D}$ fosse $\frac{\pi}{3}$, allora $A\hat{D}E$ è equilatero (conto sugli angoli)

Remind: Teorema angolo al centro - angolo alla circonferenza

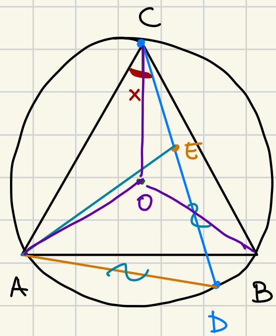


Dato un angolo al centro (vertice sul centro della circonferenza) di ampiezza α, ogni angolo alla circonferenza associato (vertice nella porzione di circonferenza opposta all'angolo che insiste sulla stessa corda) ha ampiezza $\frac{\alpha}{2}$

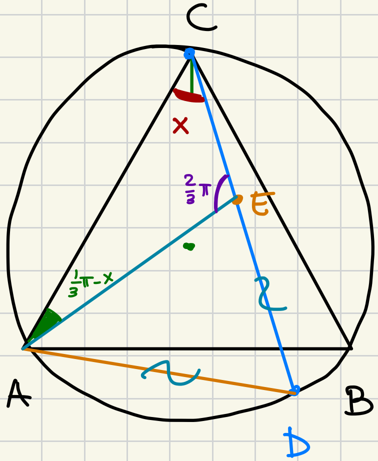
No dim

Considero $A\hat{O}C$. Questo misura $\frac{2}{3}\pi$ poiché è $\frac{1}{3}$ di tutto l'angolo giro su O

Il fatto che è $\frac{1}{3}$ deriva dal fatto che ABC è equilatero.



$A\hat{D}C$ è alla circonferenza di $A\hat{O}C$, di conseguenza $A\hat{D}C = \frac{2}{3}\pi \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$



▷ Calcolo $P_{ACE} = AC + CE + AE$

Immagino di conoscere x e faccio tutti i conti in funzione di x.

$$AC^2 = AO^2 + OC^2 - 2\,AO \cdot OC \cdot \cos\left(\tfrac{2}{3}\pi\right)$$
$$AC^2 = r^2 + r^2 - 2r^2\left(-\tfrac{1}{2}\right)$$
$$AC^2 = 3r^2 \rightsquigarrow \boxed{AC = \sqrt{3}\,r}$$

Guardando la figura $C\hat{E}A + A\hat{E}B = \pi$, $A\hat{E}B = \frac{\pi}{3} \Rightarrow C\hat{E}A = \frac{2}{3}\pi$

$\rightsquigarrow$ Di conseguenza $C\hat{A}E = \pi - \left(x + \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{\pi}{3} - x$

<u>Formula del seno</u> $$\frac{AC}{\sin\frac{2}{3}\pi} = \frac{CE}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)} = \frac{AE}{\sin x}$$

$$AE = \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \sin x = \frac{2}{\cancel{\sqrt{3}}}\cancel{\sqrt{3}}\,r \cdot \sin x = 2r\sin x$$

$$CE = \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 2r\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 2r\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos x - \sin x\cos\frac{\pi}{3}\right)$$
$$= 2r\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right) = r\sqrt{3}\cos x - r\sin x$$

$P_{ACE} = AC + AE + CE = \sqrt{3}r + 2r\sin x + r\sqrt{3}\cos x - r\sin x$

$= r\left(\sqrt{3} + \sin x + \sqrt{3}\cos x\right)$

Trovo x affinché $P_{ACE} = (2+\sqrt{3})r$

Risolvo dunque:

$$\cancel{r}\left(\cancel{\sqrt{3}} + \sin x + \sqrt{3}\cos x\right) = (2 + \cancel{\sqrt{3}})\cancel{r}$$

$$\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$$

$\Downarrow$ Angolo aggiunto

$$\cancel{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cancel{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \rightsquigarrow x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

(No periodo perché $0 \le x < \frac{\pi}{3}$)

$r^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 = 4$

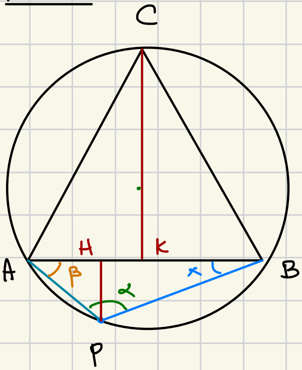
$r = 2$

$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right) =$

$= \operatorname{arctg}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$

---

n 209



$A_{APBC} = \frac{4}{3} A_{ABC}$

$A\hat{B}P = x$ $\qquad \alpha = \frac{2\pi}{3}$ poiché $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi$ angolo al centro corrispondente

$\Rightarrow \beta = \pi - \alpha - x = \frac{1}{3}\pi - x$

Come prima $AC = \sqrt{3}r = AB = BC$

$$A_{APBC} = \frac{AB \cdot PB \sin x}{2} + \frac{AB \cdot BC \cdot \sin\frac{\pi}{3}}{2} = \frac{AB}{2}\left(PB\sin x + BC\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \sin\frac{\pi}{3}}{2}$$

$\Rightarrow \quad A_{APBC} = \frac{4}{3} A_{ABC}$ è equivalente a

$$PB \sin x + BC \sin \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3} BC \cdot \sin \frac{\pi}{3}$$

$$PB \sin x = \frac{1}{3} \sqrt{3} r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r}{2}$$

Manca solo da calcolare PB:

$$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{PB}{\sin\beta} \quad \rightsquigarrow PB = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} AB = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)} \sqrt{3}\, r.$$

$$\rightsquigarrow PB = \frac{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cos x - \frac{1}{\cancel{2}} \sin x}{\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}}} \cancel{\sqrt{3}}\, r$$

$$\rightsquigarrow PB = (\sqrt{3} \cos x - \sin x) r$$

$$\cancel{r} (\sqrt{3} \cos x - \sin x)(\sin x) = \frac{\cancel{r}}{2} \quad \rightsquigarrow \sqrt{3} \sin x \cos x - \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$2\sqrt{3} \sin x \cos x - 2\sin^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$2\sqrt{3} \sin x \cos x - 3 \sin^2 x - \cos^2 x = 0$$

$$3t^2 - 2\sqrt{3} t + 1 = 0 \qquad t = tg(x)$$

$$(\sqrt{3} t - 1)^2 = 0 \quad \rightsquigarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \rightsquigarrow \boxed{x = \frac{\pi}{6}}$$

$\rightsquigarrow$ già fatto check con le C.E