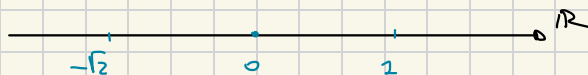
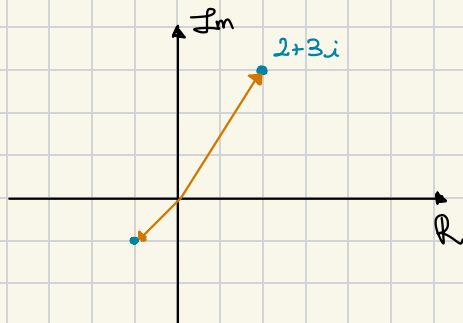


Rappresentazione Cartesiana dei numeri complessi

I num. reali si rappresentano su una retta



I numeri complessi si rappresentano sul piano cartesiano:



L'asse x è l'asse reale
L'asse y è l'asse Immaginario

R reale
Im Immag.

↓
Piano di Gauss.

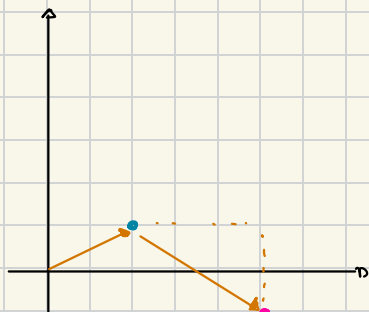
$2+3i$, $-1-i$

Def/Not: Se il numero complesso è $a+bi$ le sue coordinate nel piano cartesiano sono (a,b)

Oss: Il modulo di $a+ib$, cioè $\sqrt{a^2+b^2}$ rappresenta la lunghezza del vettore

Oss: la somma tra numeri complessi corrisponde alla somma tra vettori comp. per componente

Esempio:



$2+i$

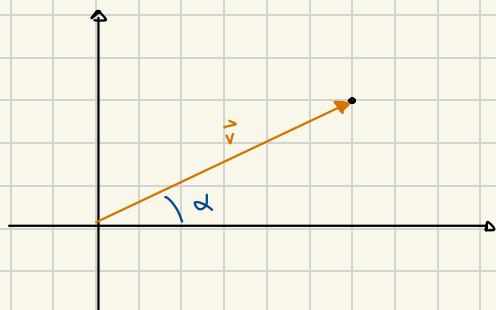
$3-2i$

↓

$$(2+i) + (3-2i) = 5-i$$

$(5, -1) \rightarrow 5-i$

Forma Trigonometrica di un numero complesso

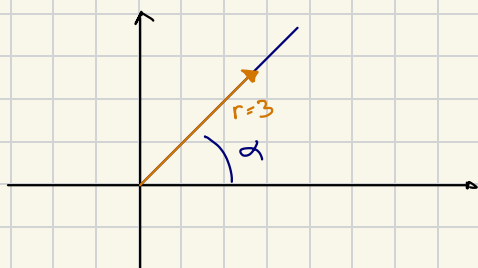


$$v = 6 + 3i$$

Posso identificare il n.c. v con la lunghezza del vettore e l'angolo α ottenuto ruot. il verso positivo dell'asse x fino a raggiungere v .

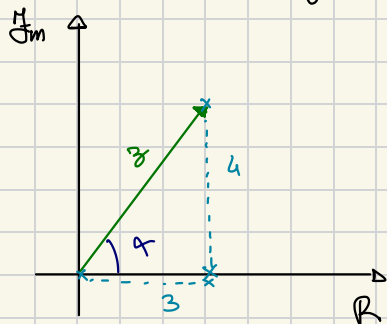
Def. Dato un angolo α e un numero reale r , posso identif. il numero complesso dato dalla coppia (r, α) e tale scrittura è detta representazione polare

Esempio: $r = 3$ $\alpha = \frac{\pi}{4}$



Fatto: Si può passare dalla representazione classica (cartesiana) $a+ib$, a quella polare:

Si fa nel seguente modo:



$$z = 3 + 4i$$

\downarrow

r = quante è lungo il vettore
 α = angolo indicato

\downarrow

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} \quad \alpha = \arctg\left(\frac{4}{3}\right)$$

Cambio di rappresentazione

$$a + bi$$

↔

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

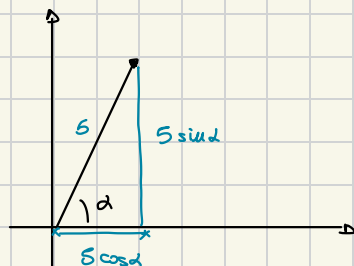
$$r = 5$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

Trovo le coordinate

$$a = 5 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$b = 5 \cdot \sin \frac{\pi}{3}$$



Cambio di Rappresentazione

$$r \cos \alpha + i r \sin \alpha$$

↔

$$r, \alpha$$

$$= r (\cos \alpha + i \sin \alpha) (= re^{i\alpha})$$

Def: Dato un numero complesso $z = a + bi$, il coniugato di z è il numero

$$\overline{z} = a - bi$$

\swarrow
 z coniugato

che cambia di segno alla parte immaginaria

Esempio: $\overline{2+3i} = 2-3i$

$$\overline{i^2 + 1 + 2i} = \overline{-1 + 1 + 2i} = -2i$$

$$\overline{3} = 3$$

Esercizio: Risolvere $x^2 + 1 = 0$ nei numeri complessi:

$$x^2 = -1 \quad \leadsto \quad x = \pm i \quad \leadsto \quad x_1 = i, x_2 = -i \quad x_1 = \overline{x_2}$$

\triangleright $x^2 + x + 1 = 0$ nei numeri complessi:

$$\Delta = 1 - 4 = -3 \quad \sqrt{-3} = \sqrt{3} i$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3} i}{2} \quad \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{3} i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \\ \frac{-1 - \sqrt{3} i}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \end{cases} \quad x_1 = \overline{x_2}$$

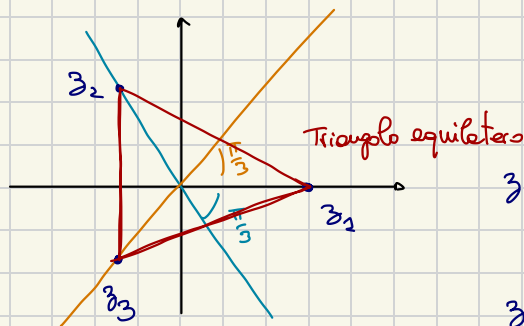
Alert Spicy: Se $ax^2 + bx + c = 0$ ha soluzioni complesse, allora $x_1 = \overline{x_2}$
non reali

$$\triangleright \quad x^3 - 1 = 0 \\ (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$z_1 = 1 \\ z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$z_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

Metto z_1, z_2, z_3 nel piano cartesiano complesso



$$z_1 = 1 \quad \leadsto \quad r_1 = 1 \\ \alpha_1 = 0$$

$$z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \quad \leadsto \quad r_2 = 1 \\ \alpha_2 = -\frac{\pi}{3}$$

$$z_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \quad \leadsto \quad r_3 = 1 \\ \alpha_3 = \frac{\pi}{3}$$

Esercizio: Fare

$$\begin{aligned} z^4 - 1 &= 0 \\ z^5 - 1 &= 0 \\ z^6 - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\dots \quad z^n - 1 = 0$$