**Settimana**: 18

**Materia**: Matematica
**Classe**: 5C
**Data**: 17/02/26

**Argomenti**

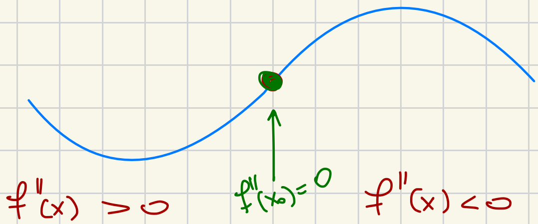
---

**Pag 1797 n 330**

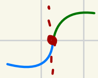
$$f(x) = \frac{ax^3+bx+c}{x}$$

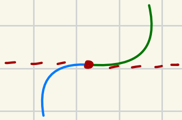
1) Graf. passa per $A=(1,0)$
2) Ha un flesso in $\boxed{B=(-1,4)}$ sta nel grafico.
↳ $f''(-1)=0$

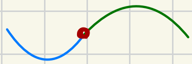
**Def**: Data $f:[a;b]\to\mathbb{R}$, $x_0 \in (a;b)$, $f$ ammette derivata seconda in $(a;b)$. $x_0$ è un flesso se $f''(x_0)=0$




Si chiama flesso perché è il punto in cui cambia la concavità.
"La funzione si flette"

(1) Flesso a tg verticale:  $f'(x_0) = \pm\infty$

(2) Flessi a tg orizzontale:  $f'(x_0) = 0$

(3) Flesso in generale:  $f''(x_0) = 0$

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{a+b+c}{1} \\ 4 = \dfrac{-a-b+c}{-1} \end{cases}$$

$f''(-1)=0 \rightsquigarrow 2a-2c=0$

$$f(x) = \frac{ax^3+bx+c}{x} = \boxed{ax^2+b+\frac{c}{x}}$$ Più facile da derivare

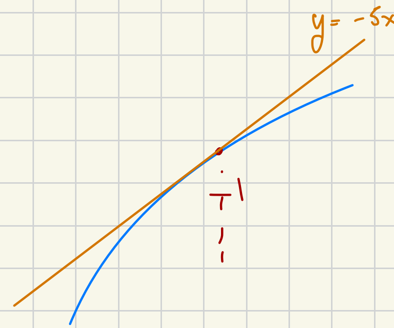
$$f'(x) = 2ax - \frac{c}{x^2} \qquad \left(= 2ax - cx^{-2}\right)$$

$$f''(x) = 2a + 2\frac{c}{x^3}$$

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a+b-c=4 \\ a-c=0 \end{cases} \longrightarrow b=4 \quad \begin{cases} a+c+a=0 \\ b=4 \\ a=c \end{cases} \quad \begin{cases} 2a=-4 \\ b=4 \\ a=c \end{cases} \quad \begin{cases} a=-2 \\ b=4 \\ c=-2 \end{cases}$$

---

<u>n 339</u> $\quad f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$




(1.) Passa per $(0;1)$

(2) tangente $y=-5x$ nel punto $x=-1$

(3) $x=-1$ è flesso $\quad f''(-1)=0$

$\Rightarrow f'(-1) = -5$

$\Rightarrow [y-f(-1)] = f'(-1)\left(x-(-1)\right)$

$$\boxed{y=-5x}$$

$$y - f(-1) = -5(x+1)$$

$$\boxed{y = -5x - 5 + f(-1)} \rightarrow -5+f(-1) = 0$$

$f(-1)=5$

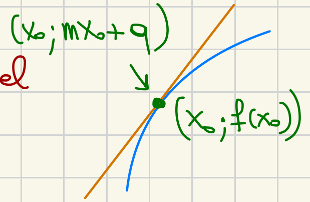
pto tang $(-1;5)$

## Brotini's Box

Dato $f(x)$ funzione, so che $y = mx + q$ è la tangente a $f$ nel pto $x_0$. Con questi dati riesco a ricavare 2 info:

(1) $f'(x_0) = m$

La retta e la funzione si intersecano nel punto $(x_0, f(x_0)) = \underbrace{(x_0, mx_0 + q)}$ sta nella retta




(2) $f(x_0) = mx_0 + q$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$f''(x) = 6ax + 2b$$

(1) $1 = 0 + 0 + 0 + d$

(2) $f'(-1) = -5 \rightsquigarrow 3a - 2b + c = -5$

$f(-1) = -5(-1) + 0 \rightsquigarrow -a + b - c + d = +5$

(3) $f''(-1) = 0 \rightsquigarrow -6a + 2b = 0$

$d = 1$

$$\begin{cases} 3a - 2b + c = -5 \\ -a + b - c = 4 \\ -3a + b = 0 \end{cases} \downarrow + \qquad \begin{cases} \rightsquigarrow c = -2 \\ 2a - b = -1 \rightsquigarrow -a = -1 \rightsquigarrow a = 1 \\ -3a + b = 0 \rightsquigarrow b = 3a \rightsquigarrow b = 3 \end{cases}$$

---

Pag 1731 e seguenti: 379

$$\lim_{x \to 0} (\sin x)^{-1} \cdot \ln(e^x + x) = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(e^x + x)}{\sin x} = 2$$

H: $$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{e^x + x} \cdot (e^x + 1)}{\cos x} = 2$$

$\frac{1}{e^x+x} \to 1$, $(e^x+1) \to 2$, $\cos x \to 1$

476: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ ⇝ FI $\infty\cdot 0$

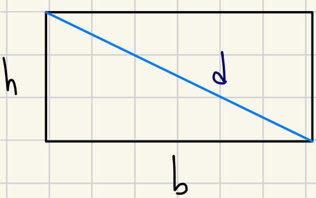
$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = 1$$

H: $$\lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{\frac{x+1}{x}}\left(\frac{1\cdot x-(x+1)\,1}{x^2}\right)}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x}{x+1}\left(\cancel{-\frac{1}{x^2}}\right)}{\cancel{-\frac{1}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\left(1+\frac{1}{x}\right)} = 1$$

Pag 1800 e seguenti.

461:




Fra tutti i rettangoli di area $a^2$, trova quello la cui diagonale è minima.

$h = \frac{a^2}{b}$

È un problema di max o minimo o di ottimizzazione.

1) Si scrive la funzione che calcola ciò che ci interessa
2) Si fa la derivata della funzione e si fa lo studio del segno

$$d = \sqrt{b^2+h^2} = \sqrt{b^2+\left(\frac{a^2}{b}\right)^2}$$

La funzione diagonale è: $\boxed{d(x) = \sqrt{x^2+\left(\frac{a^2}{x}\right)^2}}$ con x base

Per trovare il minimo devo derivare la funzione e porla $\geq 0$

Per semplificare minimizzo il radicando (Per confrontare $\sqrt{23}$ con $\sqrt{54}$ controllo 23 e 54)

$f(x) = x^2 + \frac{a^4}{x^2}$ e faccio la derivata

$\frac{a^4}{x^2} \rightarrow a^4 \cdot x^{-2}$

$$f'(x) = 2x + a^4(-2) \cdot x^{-3}$$

$$= 2\left(x - \frac{a^4}{x^3}\right) = 2\left(\frac{x^4 - a^4}{x^3}\right)$$

Poniamo $f'(x) \geq 0$ $\quad \cancel{2}\left(\frac{x^4-a^4}{x^3}\right) \geq 0 \quad \frac{(x-a)(x+a)(x^2+a^2)}{x^3} \geq 0$

$N_1$: $x \geq a$

$N_2$: $x + a \geq 0 \rightsquigarrow x \geq -a$

$N_3$. $x^2 + a^2 \geq 0 \rightsquigarrow$ Sempre

$D$: $x^3 > 0 \rightsquigarrow x > 0$

| | $-a$ | | $0$ | | $a$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $-$ | | $-$ | | $-$ | $\bullet$ | $+$ |
| $-$ | $\bullet$ | $+$ | | $+$ | | $+$ |
| $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ |
| $-$ | | $-$ | $\circ$ | $+$ | | $+$ |
| $-$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ |
| $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ |

$\rightsquigarrow$ Abbiamo scoperto che la diagonale è minima quando $x = \text{base} = a$

$\rightsquigarrow$ Il minimo è realizzato per il quadrato di base $a$