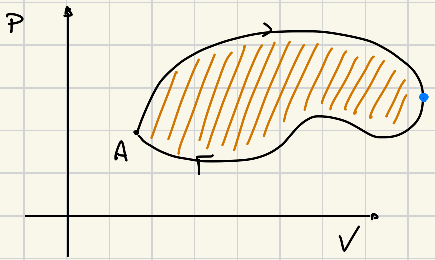
Macchine Termiche e II principio

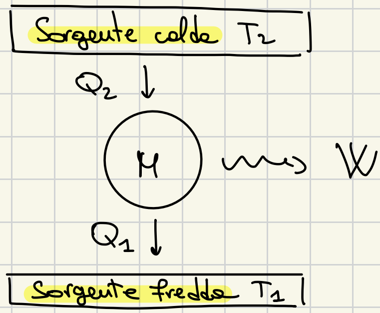
Goal: Grazie a una trasformazione termodinamica chiusa, produco lavoro e tale lavoro mi fa muovere una macchina



Per fare questo servono le macchine termiche

Def: Una ==macchina termica== è un dispositivo che sfrutta una trasformazione ciclica di un gas o di un altro fluido per convertire <u>in modo continuativo</u> calore in lavoro.

Schematizziamo una macchina termica



$T_2 > T_1$

Q_2 è assorbito da M dunque è positivo

Q_1 è ceduto da M dunque è Negativo

W è il lavoro che produce la macchina M trasformando il calore

Dato che l'energia in gioco è data da Q_2, Q_1, W ed è tutta, deve valere che

$$\boxed{W = Q_2 + Q_1}$$

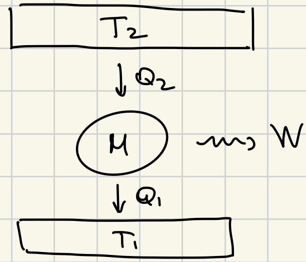
uguali

Oppure possiamo scrivere la relazione come $\boxed{W = Q_2 - |Q_1|}$

Def: Un sistema che mantiene sempre la stessa temperatura, qualunque sia la quantità di calore assorbita o ceduta è una ==sorgente ideale di calore==

Def: Il **rendimento** η (= "eta", è una n con un ricciolo nel secondo gambo) sarà il lavoro fatto diviso il calore entrato.
In formule

$$\boxed{\eta = \frac{W}{Q_2}}$$



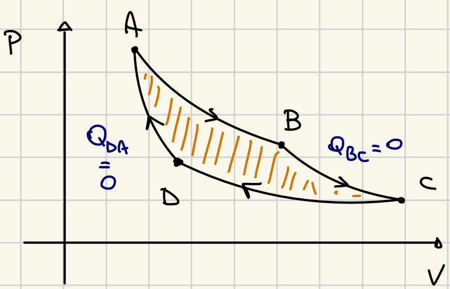
Oss: Un altro modo per scriverlo è:

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 - |Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2}$$

▷ Di conseguenza $[\eta] = \frac{[W]}{[Q_2]} = \frac{\cancel{J}}{\cancel{J}} = 1$ ⇝ è un numero puro

▷ Dato che $|Q_1| < Q_2 \implies 0 \le \eta \le 1$

Def: Una macchina termica che funziona tramite un gas perfetto è detta **Macchina di Carnot**
Il **ciclo di Carnot** è una trasformazione ciclica composta da 4 fasi:



1) Esp. isoterma AB
2) Esp. Adiabatica BC
3) Compr. isoterma CD
4) Compr. Adiabatica DA

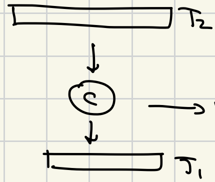
Si può calcolare esplicitamente il lavoro prodotto da questo ciclo e anche il rendimento di una macchina di Carnot.

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} =$$

$$nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + Q_1 + nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) + Q_2 = W$$

Teorema: In un ciclo di Carnot, il rendimento vale

$$\eta = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$



Dim: In generale $\eta = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2}$.

Q_{AB} fa espandere $\Rightarrow$ Q_{AB} è entrante $\Rightarrow$ $Q_{AB} = Q_2$

Q_{CD} fa comprimere $\Rightarrow$ Q_{CD} è uscente $\Rightarrow$ $Q_{CD} = Q_1$

AB isoterma, $\Delta U = 0$ $\quad Q_{AB} = W_{AB} = nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = Q_2$

CD isoterma, $\Delta U = 0$ $\quad Q_{CD} = W_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = Q_1$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{|\cancel{nR}T_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)|}{\cancel{nR}T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = 1 - \frac{T_C}{T_A}\frac{\left|\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right|}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

Lemma. In un ciclo di Carnot, vale che

$$\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

Dim Lemma: Prendo ogni volume e cerco di scriverlo in funzione di V_A, T_A, usando il tipo di trasformazione a disposizione.

$$T_C = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} T_B$$

Remind: $T_f = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} T_i$

$$V_B^{\gamma-1} = V_C^{\gamma-1} \cdot \frac{T_C}{T_B} = V_C^{\gamma-1} \cdot \frac{T_C}{T_A}$$

Scrivo il volume in D, in funzione di V_A

$$T_A = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1} T_D$$

$$V_D^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_D} \cdot V_A^{\gamma-1} = \underbrace{\frac{T_A}{T_C}}\, V_A^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \frac{V_C^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} = \frac{V_C^{\gamma-1}}{V_A^{\gamma-1}} \frac{T_C}{T_A}$$

$$\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \frac{V_C^{\gamma-1}}{V_A^{\gamma-1}} \cdot \frac{T_C}{T_A}$$

Dato che sono uguali

$$\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \quad \text{e cioè} \quad \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

Back to proof:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_A} \frac{\left|\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right|}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} \overset{\text{Lemma}}{\boxed{=}} 1 - \frac{T_C}{T_A} \frac{\left|\ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)\right|}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

$V_A < V_B \leadsto \frac{V_A}{V_B} < 1$

$\ln\frac{V_A}{V_B} < \ln 1 = 0$

Dunque se mando via il valore assoluto compare un $-$

$-\ln(a) = \ln(a^{-1})$

$$= 1 - \frac{T_C}{T_A} \frac{-\ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = 1 - \frac{T_C}{T_A} \frac{\cancel{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}}{\cancel{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}} = 1 - \frac{T_C}{T_A}$$

$\square$