Energia potenziale Gravitazionale

Remind: Una forza si dice CONSERVATIVA se il lavoro fatto da un punto A ad un punto B dipende solamente dai punti iniziale e finale e NON dalla traiettoria.
In questo caso si definisce la diff. di en. potenziale

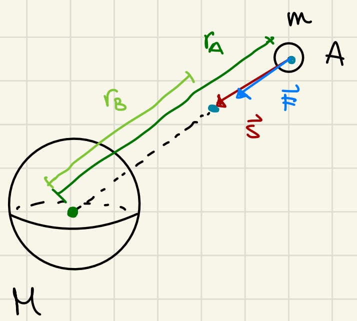
$$\Delta U = - W_{A \to B}$$

Poi si fissa un punto in cui l'energia potenziale è 0; chiamo R questo punto e vale che l'energia potenziale in un punto P a caso si calcola

$$\underbrace{U_R}_{=0} - U_P = - W_{P \to R}$$

$$U_P = W_{P \to R}$$

Fatto: (no dim): La forza di gravitazione universale è conservativa!



Formula che non posso dimostrare ☹

$$W_{A \to B} = G\frac{mM}{r_B} - G\frac{mM}{r_A}$$

Per il Remind sopra vale che

$$\Delta U = - W_{A \to B} = G\frac{mM}{r_A} - G\frac{mM}{r_B}$$

Fisso un punto R in cui l'energia potenziale è 0. Questo punto è $R = +\infty$, ovvero pongo $=0$ l'energia potenziale di due corpi che sono posti a distanza infinita tra di loro

Con questa assunzione, si ha la seguente definizione

Def: L'energia potenziale gravitazionale tra due corpi di masse m e M posti a distanza r corrisponde al lavoro da fare per allontanarli a distanza infinita. In formule

$$U_R - U_P = - W_{P \to R}$$

$$0 - U_P = + G \frac{mM}{\underbrace{r}_{\text{Distanza tra m e M}}} - 0$$

$$\boxed{U = - G \frac{mM}{r}}$$

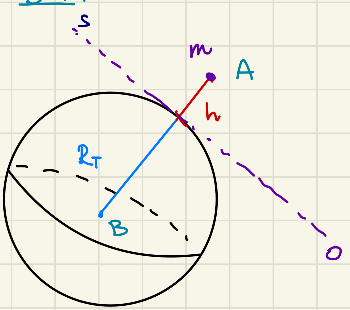
$$[U] = [G] \frac{[m][M]}{[r]} = \frac{N \cdot m^{\cancel{2}}}{\cancel{kg^2}} \cdot \frac{\cancel{kg}\,\cancel{kg}}{\cancel{m}} = N \cdot m = J$$

Oss: L'energia U è negativa e ci torna perché il movimento è opposto a quello che vorrebbe far fare la forza

Fatto: Questa energia potenziale "coincide" con mgh che già conoscevamo (e ci torna perché la forza di gravitazione "coincide" con la forza di gravità)

Faccio ora un conto per mostrare che
ΔU appena definita $\approx \Delta U$ che conoscevamo
nel caso di un corpo sulla terra.

Dim:



ΔU anno scorso: $U_S - U_A = 0 - mgh = -mgh$

ΔU quest'anno: $U_S - U_A = -G\frac{mM}{R_T} - \left(-G\frac{mM}{R_T+h}\right)$

Svolgo il II conto e vediamo che esce:

$$G m M_T \left(\frac{1}{R_T+h} - \frac{1}{R_T} \right) =$$

$$G m M_T \frac{\cancel{R_T} - h - \cancel{R_T}}{(R_T+h)R_T} = -\frac{G m M_T h}{\underbrace{(R_T+h)}_{\approx R_T \text{ poiché } h \ll R_T} R_T} \approx -m \frac{G M_T}{R_T^2} h = -mgh$$

Che è, in prima approssimazione, la stessa formula sopra

□