

Velocità di fuga e buchi neri

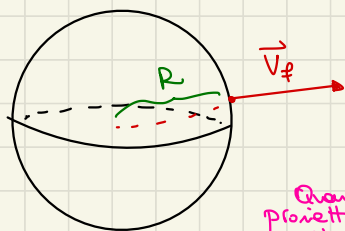
Domanda: Quanto veloce deve partire un proiettile per uscire dall'atmosfera e andarsene all'infinito?

Proposizione: Un oggetto che parte dalla superficie di un pianeta di massa M e raggio R con velocità

$$V_f^2 \geq \frac{2GM}{R}$$

esce dall'atmosfera e se ne va all'infinito

Dim: Il sistema proiettile - pianeta non subisce forze esterne e di conseguenza l'energia totale si conserva.



$$\begin{aligned} E_i &= K_{\text{proiett}} + K_{\text{pianeta}} + U \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + 0 + \left(-G \frac{mM}{R}\right) \end{aligned}$$

Quando proiettile all' ∞

$$[E_\infty = K_{\text{proiett}} + K_{\text{pianeta}} + U_\infty$$

Assunzione ragionevole

$$\rightarrow 0 + 0 + 0$$

Pongo la conservazione: $E_i = E_\infty$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0$$

$$v^2 = \frac{2GM}{R}$$

Abbiamo dimostrato che il proiettile se ne va se la sua velocità al quadrato è almeno $\frac{2GM}{R}$

□

Def: la velocità $v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ è detta velocità di fuga ed è la più piccola velocità per cui un proiettile sparato con v_f se ne va all'infinito.

Def: La velocità della luce c vale $c \approx 300000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Oss non dimostrabile: Niente può andare più veloce della luce. E se v velocità è maggiore di 0 vale che

$$c+v = c \quad \text{Non è proprio l'uguale matematico}$$

Def: Un buco nero è un corpo la cui velocità di fuga è $> c$

Oss: Per quanto detto sopra, se qualcosa (anche la luce) entra in un buco nero, non può più uscire.