Settimana: 9

Argomenti:

Materia: Matematica
Classe: 3D
Data: 10 / 11 / 2025

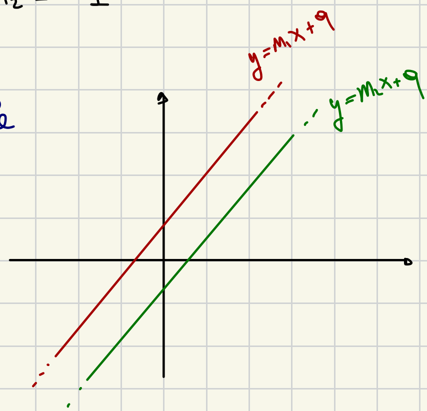
Domanda: Possiamo trovare delle condizioni per capire o imporre che due rette siano parallele o perpendicolari?

Proposizione: Date due rette in forma espl.

$$y = m_1 x + q_1 \quad r_1$$
$$y = m_2 x + q_2 \quad r_2$$

Allora
(1) Le rette sono parallele $\iff m_1 = m_2$
(2) Le rette sono perpendicolari $\iff m_1 \cdot m_2 = -1$

Dim:



(1) Per far sì che r_1 e r_2 siano parallele faccio il sistema e impongo che sia Impossibile

$$\begin{cases} y = m_1 x + q_1 \\ y = m_2 x + q_2 \end{cases}$$

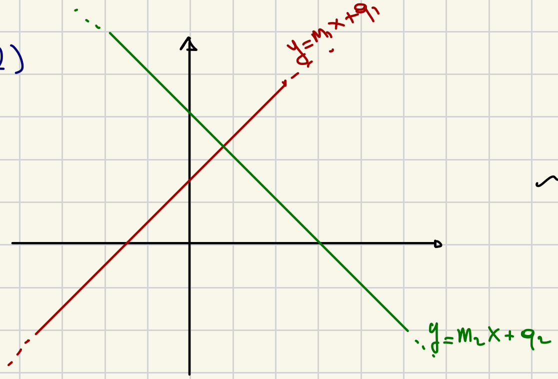
Uso il confronto

$$m_1 x + q_1 = m_2 x + q_2 \rightsquigarrow \overbrace{(m_1 - m_2)}^{\text{numero}} x = \overbrace{q_2 - q_1}^{\text{numero}}$$

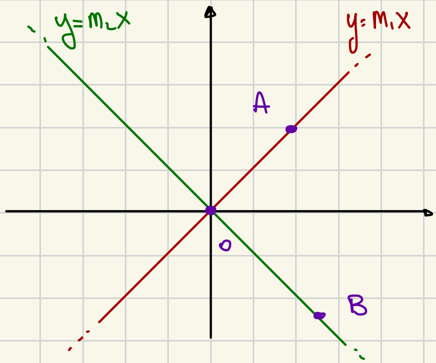
Hamman: Affinché il sistema sia impossibile, il coeff. della x deve essere 0 $\Rightarrow \boxed{m_1 = m_2}$

Cristian: In realtà se $q_1 = q_2$ ottengo $(m_1 - m_2)x = 0$ e se $m_1 = m_2$ il sistema non è impossibile, ma è sempre vero perché $0 = 0$. Ma in questo caso sono le stesse rette.

(2)



$\leadsto$



Sostituisco le rette del problema con le rette parallele alle due passanti per l'origine. Per i teoremi sul parallelismo è sufficiente risolvere il problema per le rette $y=m_1x$, $y=m_2x$

Voglio verificare il teo di Pitagora per i punti O, A, B con A sulla prima retta e B sulla seconda.

Scelgo $A=(1;m_1) \in$ Prima retta
Scelgo $B=(1;m_2) \in$ Seconda retta

$$AO^2 = (y_A-y_O)^2+(x_A-x_O)^2 = m_1^2+1$$

$$BO^2 = (y_B-y_O)^2+(x_B-x_O)^2 = m_2^2+1$$

$$AB^2 = (y_A-y_B)^2+(x_A-x_B)^2 = (m_1-m_2)^2+(1-1)^2$$
$$= m_1^2+m_2^2-2m_1m_2$$

Impongo Pitagora $AO^2+BO^2=AB^2$

$$\cancel{m_1^2}+1+\cancel{m_2^2}+1 = \cancel{m_1^2}+\cancel{m_2^2}-2m_1m_2$$

$$\leadsto \boxed{m_1m_2=-1}$$

$\square$

Formule / Strategie per trovare rette date alcune informazioni

Fatto: Dato il coeff. angolare m di una retta e un punto $A = (x_A, y_A)$; l'eq. della retta che ha coeff. angolare m e passa per A è

$$(y - y_A) = m(x - x_A)$$

Dim: La retta avrà forma $y = mx + q$ dove m ce l'ho e q invece no.
Dato che $(x_A, y_A) \in$ Retta, vale l'uguaglianza $y_A = m x_A + q$

Facendo la sottrazione — ottengo una eq. vera che rappresenta la retta

$$y - y_A = mx + \cancel{q} - m x_A - \cancel{q}$$

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

Fatto: Dati due punti $A = (x_A, y_A)$, $B = (x_B, y_B)$ con $x_A \neq x_B$ e $y_A \neq y_B$, la retta passante per A e B ha la formula

$$\boxed{\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}}$$

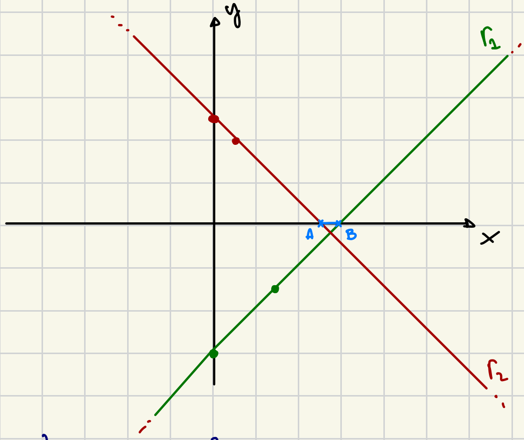
Dim: La scrittura è una retta. Basta quindi verificare che A e B appartengono alla retta

A: $\dfrac{y_A - y_A}{y_B - y_A} = \dfrac{x_A - x_A}{x_B - x_A}$ che è $0 = 0$ ✓

B: $\dfrac{y_B - y_A}{y_B - y_A} = \dfrac{x_B - x_A}{x_B - x_A}$ che è $1 = 1$ ✓

$\square$

Pag 233 Es 302



$r_1 \quad y = x - 6$

$r_2 : \quad y = -x + 5$

r_1

x	y
0	-6
3	-3

r_2

x	y
0	5
1	4

$A: \begin{cases} y = 0 \\ y = -x + 5 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$

$A = (5;0)$

$B: \begin{cases} y = 0 \\ y = x - 6 \end{cases} \rightsquigarrow \quad B = (6;0)$

$\overline{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$(6-5)^2 + (0-0)^2$

$1^2 + 0^2 = 1$

$\rightsquigarrow \boxed{\overline{AB} = 1}$

309 $\quad 2x - (k-3)y + 8k - 2 = 0$

$x + (k+1)y + k = 0$

$\begin{cases} 2x - (k-3)y + 8k - 2 = 0 \\ 2x + 2(k+1)y + 2k = 0 \end{cases}$ $-$

$2ky + 2y + ky - 3y + 2k - 8k + 2 = 0$

$3ky - y - 6k + 2 = 0$

$y(3k-1) = 2(3k-1)$

$3k - 1 = 0 \rightsquigarrow k = \frac{1}{3} \rightsquigarrow 0 = 0$

Rette coincidenti

$3k - 1 \neq 0 \rightsquigarrow \boxed{y = 2}$

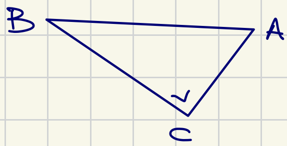
$2x - (k-3)2 + 8k - 2 = 0$

$2x - 2k + 6 + 8k - 2 = 0 \qquad 2x = -6k - 4 \rightsquigarrow \boxed{x = -3k - 2}$

Pag 217 n61

$A = (3;7)$
$B = (9;-1)$
$C = (1;k)$

Trova k t.c. $\hat{C} = \frac{\pi}{2}$



Dovremmo imporre che

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$[(1-3)^2 + (k-7)^2] + [(1-9)^2 + (k+1)^2] = [(9-3)^2 + (-1-7)^2]$$

$$[4 + k^2 + 49 - 14k] + [\cancel{64} + k^2 + 1 + 2k] = [36 + \cancel{64}]$$

$$2k^2 - 12k + 18 = 0$$

$$k^2 - 6k + 9 = 0 \rightsquigarrow (k-3)^2 = 0 \rightsquigarrow k = 3$$

Es 345

$$(a+1)x + (2a-3)y + 2a = 0$$

(i) a t.c. retta parallela a $3x - 1 = 0 \rightsquigarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}$

Retta verticale: Devo far sì che il coeff. della y sia 0

$$2a - 3 = 0 \rightsquigarrow \boxed{a = \frac{3}{2}}$$

(ii) Retta // a $2y + 5 = 0 \rightsquigarrow y = -\frac{5}{2}$

Retta orizzontale: Coeff. della x deve essere 0 $\quad a+1=0 \rightsquigarrow \boxed{a=-1}$

(iii) $\perp$ alla retta $9x - 3y + 1 = 0$.

Impongo che il prodotto tra i coeff. angolari sia -1

$9x - 3y + 1 = 0 \rightsquigarrow$ Ricavo la y:

$$3y = 9x + 1 \rightsquigarrow y = 3x + \frac{1}{3}$$

Faccio la stessa cosa per "il fascio":

$$(a+1)x + (2a-3)y + 2a = 0$$

$$y = -\frac{a+1}{2a-3}x - \frac{2a}{2a-3}$$

(Keti ci ho provato ma ho fallito :3)

Perché siano perpendicolari: $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$3\left(-\frac{a+1}{2a-3}\right) = -1$$

$$3a + 3 = 2a - 3$$

$$\boxed{a = -6}$$

(iv) retta // a $y = -x + 2$ (coeff. angolari uguali)

Devo imporre $-1 = -\frac{a+1}{2a-3} \rightsquigarrow 2a - 3 = a + 1$

$$\boxed{a = 4}$$

<u>n 409</u> $A = (-2;1)$ r_{AB}: ?
$B = (3;3)$

Formula retta per due punti $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

$$\frac{x+2}{3+2} = \frac{y-1}{3-1} \rightsquigarrow 2x + 4 = 5y - 5$$

$$\boxed{2x - 5y + 9 = 0}$$