

Settimana: 4

Argomenti: Suriettività, bigettività, Cardinalità,
Esercizi con $\text{Im}(f)$

Materia: Matematica

Classe: 3D

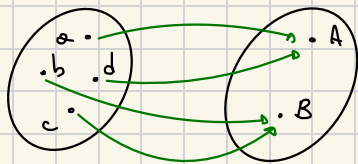
Data: 6/10/2025

Def: Una funzione $f: A \rightarrow B$ è suriettiva (o surgettiva) se ogni elemento di B è raggiunto da almeno un elemento di A . Formalmente

$$\forall b \in B, \exists a \in A \mid f(a) = b$$

equiv. $B = \text{Im}(f)$
insieme di arrivo Tutto quello che viene raggiunto

Esempio: (1) Suriettiva



$$(2) f: \mathbb{N} \rightarrow \text{Num Pari} \\ n \mapsto 2n$$

$\leadsto f$ è suriettiva
 $\leadsto f$ è anche iniettiva

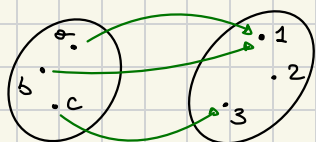
$$(3) F_f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ n \mapsto 2n$$

F_f non è suriettiva
 F_f è iniettiva

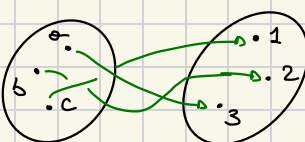
Oss: Per la suriettività fare molte attenzione a Dominio e Codominio

Def: Una funzione $f: A \rightarrow B$ è bigettiva (o Biunivoca o Bettiva) se è sia iniettiva che suriettiva

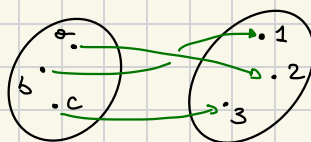
Esempio



No inj
No surj



Inj \Rightarrow Bij
Surj



Inj \Rightarrow Bigettiva
Surj

Def: Dato un insieme, la cardinalità di A è il numero di elementi di A . Si indica con $|A|$

Def: Diremo che due insiemi hanno la stessa cardinalità se esiste una funzione bigettiva tra i due insiemi

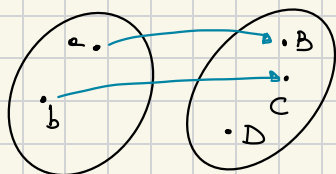
Esempio:

0	1	2	3	4	5	6	7	...
\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	
0	2	4	6	8	10	12	14	

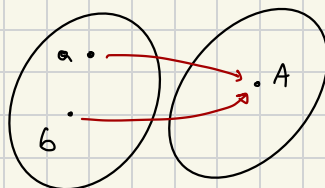
$$f(n) = 2n$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \text{Num Pari}$$

Oss (1) Sia $f: A \rightarrow B$ iniettiva, allora $|A| \leq |B|$
(2) Sia $f: A \rightarrow B$ suriettiva, allora $|A| \geq |B|$



(1) Per essere iniettiva B
non può avere più elementi
di A



(2) Per essere suriettiva A
deve avere almeno gli el. di B

Es 24 pag 104

$$y = f(x) \quad x \mapsto 2x^2 + 3$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x^2 + 3$$

Determina $\text{Im}(f)$ (Imp!!)

$$5 \in \text{Im}(f) = ? \rightsquigarrow \text{"Posso risolvere } 2x^2 + 3 = 5 \text{?"}$$

$$\text{Sì, } 2x^2 = 2 \rightsquigarrow x^2 = 1, \quad x = \pm 1 \Rightarrow 5 \in \text{Im}(f)$$

$$f^{-1}(5) = \{1, -1\}$$

$$-3 \in \text{Im} f? \quad 2x^2 + 3 = -3 \rightsquigarrow 2x^2 = -6 \quad \text{Impossibile}$$

In generale è vero che $y \in \text{Im} f$? Vediamo quelli che vanno bene

Posso risolvere $2x^2 + 3 = y$? \rightsquigarrow La mia incognita è la x
e faccio finta di conoscere y

$$\hookrightarrow 2x^2 = y - 3 \rightsquigarrow x^2 = \frac{y-3}{2}$$

$$\text{Per trovare } x \text{ faccio radice } x = \pm \sqrt{\frac{y-3}{2}}$$

MA LO POSSO
FARE SOLO
SE IMPONGO
LE C.E. per y

$$\rightsquigarrow \text{C.E. } \frac{y-3}{2} \geq 0 \rightsquigarrow \boxed{y \geq 3}$$

$$\rightsquigarrow \text{Dunque } \text{Im} f = \{y \geq 3\}$$