Pag 688 n 97

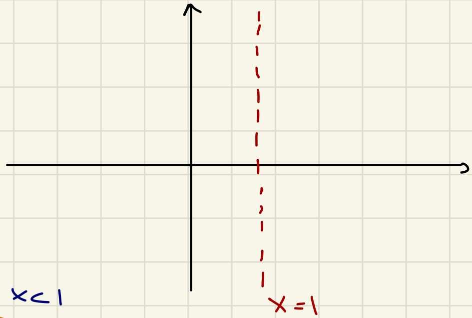
$$f(x) = a \log_{\frac{1}{2}} (x+b) + c$$

(a) Trovo a, b, c (i) f passa per $(2,1)$

$$\boxed{1 = a \log_{\frac{1}{2}} (2+b) + c}$$

(ii) Retta $x=1$ come asintoto verticale

Remind: Gli asintoti VERTICALI si formano in corrispondenza dei valori estremali del Dominio



Devo imporre $x+b>0$ e deve uscire una roba del tipo $\boxed{x>1}$ o $x<1$

Dunque la condizione da imporre è $\rightarrow$ $x-1>0$

$\Rightarrow$ $x+b = x-1$ $\rightsquigarrow$ $\boxed{b=-1}$

(iii) f interseca la retta $y=2x-3$ nel punto che ha in comune con la bis del I e III quadrante

Trovo il pto di intersezione tra $\begin{cases} y=2x-3 \\ y=x \end{cases}$ Bis I. III quadr

$P=(3,3)$ $\rightsquigarrow$ è l'intersezione

Impongo che f passi per quel punto $f(3)=3$

$$\boxed{3 = a \log_{\frac{1}{2}} (3+b) + c}$$

Faccio sistema e trovo a, b, c.

$$\begin{cases} b=-1 \\ 1 = a\log_{\frac{1}{2}}(2-1) + c \\ 3 = a\log_{\frac{1}{2}}(3-1) + c \end{cases} \qquad \begin{cases} b=-1 \\ 1 = c \\ 2 = a(-1) \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-2 \\ b=-1 \\ c=1 \end{cases}$$

$$f(x) = -2 \log_{\frac{1}{2}} (x-1) + 1$$

(b) Dom(f) = $\{x > 1\}$

Int assi: Asse x: $\begin{cases} y = 0 \\ f(x) = -2\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1 \end{cases}$ $f(x) = y$

$$0 = -2\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1$$

$$\frac{1}{2} = \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \longleftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = x-1$$

$$x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad A = \left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\,;\,0\right)$$

Asse y $x = 0$ Non rientra nel Dominio (non ha senso)

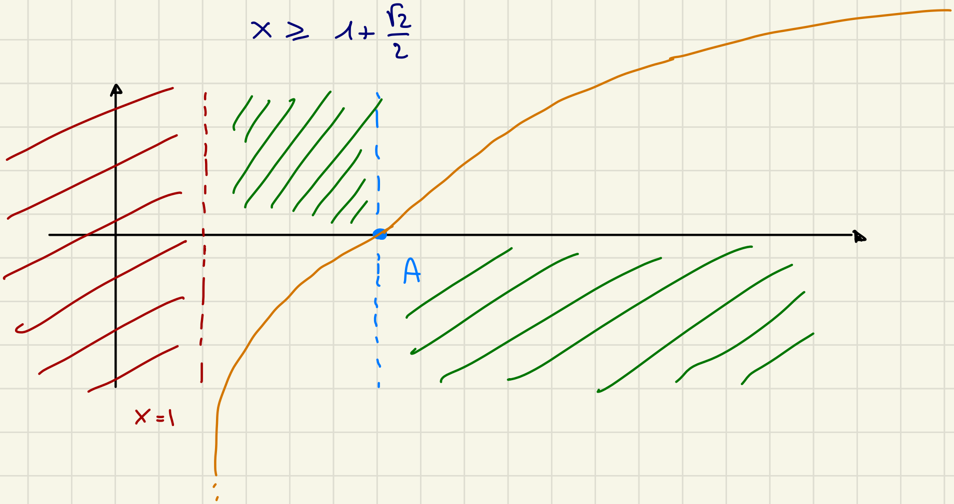
Segno: $-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1 \geq 0$

$$-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -1$$

$\cdot\frac{1}{-2}$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{segno}} x-1 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$x \geq 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$



(c) $f(x) = 5$

$$-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 1 = 5 \qquad \log_{\frac{1}{2}}\left(\left(\tfrac{1}{2}\right)^{-2}\right)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2 \xleftrightarrow{\text{Def}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = x-1$$

$$x = 1+4 = 5 \qquad Q = (5,5)$$

(d) $$\frac{f(x)}{\sqrt{x-1}+x^2+4} < 0$$

$$\frac{-2\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+1}{\underbrace{\sqrt{x-1}+x^2+4}_{D>0}} < 0$$

Dato che $D>0$ sempre, la sol della disequazione è data solo dalle sol del Numeratore

$f(x) < 0 \rightsquigarrow$ L'abbiamo già risolta; è il complementare di $f(x) \geq 0$ e dunque

$$1 < x < 1+\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(1;\ 1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Pag 692 n 108

$f(x) = \ln(x)$ $\qquad g(x) = e^{x-2}$

$Dom(f) = \{x>0\}$ $\qquad f: \{x>0\} \longrightarrow \mathbb{R}$

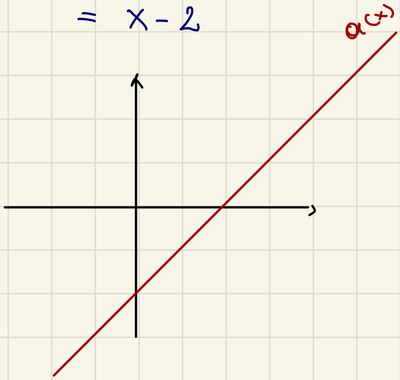
$Dom(g) = \mathbb{R}$ $\qquad g: \{x>0\} \longrightarrow \mathbb{R}^+$

$a(x) = f(g(x))$ $\qquad b(x) = g(f(x))$

$a(x) = f(e^{x-2})$

$= \ln(e^{x-2})$

$= x-2$



$b(x) = g(\ln(x))$

$= e^{\ln(x)-2} = \frac{e^{\ln(x)}}{e^2}$

$= \frac{x}{2}$ $(x>0)$