Def: Un sistema lineare è in **forma Normale** se è scritto nella forma

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Def: Una **matrice 2x2** è una tabella 2x2 fatta così

colonne

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \longleftarrow \text{righe}$$

Esempio: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ è una matrice

Oss: Potete fare matrici di ogni dimensione. M matrice $n \times m$ significa che ha n righe e m colonne

Def: Data una matrice 2x2 M, il **Determinante di M** è:

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightsquigarrow \text{Det}(M) = ad - bc = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Esempio: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = M$ $\quad \text{Det}(M) = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 0$

$\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = N$ $\quad \text{Det}(N) = 7 \cdot 3 - (-1)4 = 21 + 4 = 25$

$\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 18 \end{pmatrix} = P$ $\quad \text{Det}(P) = 3 \cdot 18 - 6 \cdot 9 = 0$

Oss Battiste: Se la II colonna è multipla (rispetto allo stesso numero) della prima il determinante è 0 (uguale per le righe)

Dim:

$$M = \begin{pmatrix} a & ka \\ c & kc \end{pmatrix} \qquad \text{Det}(M) = akc - c \cdot ka = 0$$

(4) Metodo di Cramer

$$\begin{cases} 2x - 14y = 5 \\ -11x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Det}\begin{pmatrix} 2 & -14 \\ -11 & 2 \end{pmatrix} = 4 - 154 = -150$$

$$\text{Det}(D_x) = -84 - 10 = -94$$

$$\text{Det}(D_y) = 12 + 55 = 67$$

La soluzione del sistema

$$x = \frac{\text{Det}(D_x)}{\text{Det}(D)} = \frac{94}{150} = \frac{47}{75}$$

$$y = \frac{\text{Det}(D_y)}{\text{Det}(D)} = \frac{67}{150} = -\frac{67}{150}$$

(1) Definisco 3 matrici:

(a) La prima

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -14 \\ -11 & 2 \end{pmatrix}$$

coeff di x e y

e ne faccio il determinante

(b) La seconda

$$D_x = \begin{pmatrix} 5 & -14 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

metto numeri e coeff y

e ne faccio det

Ho sostituito colonne x con i numeri

(c) La terza

$$D_y = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -11 & 6 \end{pmatrix}$$

e faccio determinante

Teorema del determinante: Dato un sistema

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

La soluzione del sistema, se il sistema è determinato, si calcola mediante la formula

$$x = \frac{\text{Det}(D_x)}{\text{Det}(D)} \qquad y = \frac{\text{Det}(D_y)}{\text{Det}(D)}$$

$$D = \begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix} \qquad D_x = \begin{pmatrix} c & b \\ c' & b' \end{pmatrix} \qquad D_y = \begin{pmatrix} a & c \\ a' & c' \end{pmatrix}$$

$$\text{Det}(D) = ab' - a'b \qquad \text{Det}(D_x) = b'c - bc' \qquad \text{Det}(D_y) = ac' - a'c$$

Dim: Risolvo il sistema in generale per riduzione

$$\begin{cases} ax + by = c & \cdot a' \\ a'x + b'y = c' & \cdot a \end{cases} \downarrow -$$

Andrò via la x

$$\begin{cases} a'ax + a'by = a'c \\ a'ax + ab'y = ac' \end{cases} \downarrow$$

$$a'by - ab'y = a'c - ac'$$

$$y\underbrace{(a'b - ab')}_{\neq 0} = a'c - ac' \rightsquigarrow y = \frac{a'c - ac'}{a'b - ab'} = \frac{+\mathrm{Det}(D_y)}{+\mathrm{Det}(D)}$$

Per ricavare la x, si fa allo stesso modo moltiplicando per b e b' e sottraendo. (Da saper fare)

Il metodo funziona se $\mathrm{Det}(D) \neq 0$. Ne deduciamo che se $\mathrm{Det}(D) = 0$, allora il sistema è o impossibile o indeterminato □

Flashback:

$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$
$\mathrm{Det}(D) = 2 - 2 = 0$ Impossibile	$\mathrm{Det}(D) = 4 - 4 = 0$ Indeterminato