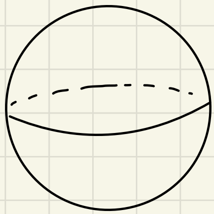
Campo elettrico generato da una sfera carica



Sia data una sfera piena (Palla), la indico con D^3 carica uniformemente

Def: La densità volumica di carica è ρ ed è definita come

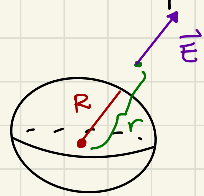
$$\text{"rho"} \longleftrightarrow \rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

$\Delta Q \longrightarrow$ carica presente ΔQ

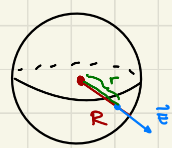
$\Delta V \longrightarrow$ In un pezzetto di volume ΔV.

Proposizione: Il campo elettrico generato da una palla D^3 carica uniformemente con carica Q di raggio R ha direzione radiale rispetto al centro della sfera e vale:

(1) $$E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ se la distanza dal centro r è $\geq R$



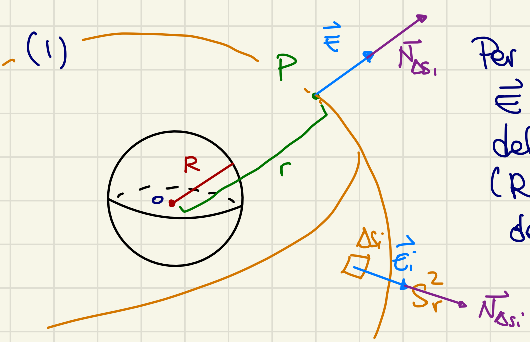
(2) $$E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\cdot r$$ Se la distanza dal centro r è $\leq R$



con r distanza tra il centro della sfera e il punto in cui sto calcolando $\vec{E}$.

Dim:

(1)



Per Simmetria sferica, il campo elettrico $\vec{E}$ dipende solamente dalla distanza dal centro O ed è radiale (Rivedi il discorso del piano infinito o del filo infinito)

Calcolo il flusso attraverso una sfera di centro O e raggio r perché voglio calcolare il flusso attraverso questa superficie

$$\Phi_{S_r^2}(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ (Sto usando teo di Gauss, carica interna a S_r^2 / ε_0)

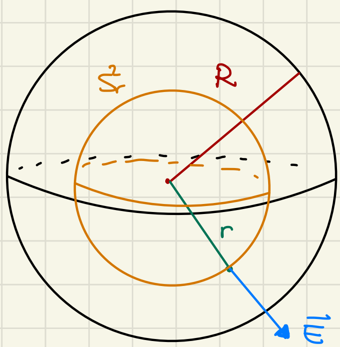
$$\Phi_{S_r^2}(\vec{E}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \vec{N}_{\Delta S_i} \boxed{=} \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot \Delta S_i =$$ poiché E_i e $N_{\Delta S_i}$ hanno lo stesso verso

E_i è uguale ovunque poiché tutti gli E_i sono a distanza r $\leftarrow$ $$\boxed{=} \; E \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \Delta S_i = E \cdot 4\pi r^2}_{\text{superficie della sfera}}$$

Metto uguali i flussi e ottengo $\frac{Q}{\varepsilon_0} = E \cdot 4\pi r^2$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad r \geq R$$

(2)



Qua $r \leq R$ e valgono tutte le proprietà di simmetria di prima

Creo superficie S_r^2 arancione e calcolo flusso in due modi

$$\Phi_{S_r^2}(\vec{E}) = \frac{\boxed{Q_{int}}}{\varepsilon_0}$$ $\rightarrow$ Unica diff con sopra

Teo Gauss

$$\Phi_{S_r^2}(\vec{E}) = \dots = E \cdot 4\pi r^2$$ (Come prima)

Pongo = e ottengo $E = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Dato che la densità di carica è uniforme posso imporre

$$Q_{int} : Q = V_{S_r^2} : V_{D^3} \Rightarrow Q_{int} = Q \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = Q\frac{r^3}{R^3}$$ Sostituisco e trovo

$$E = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{r^3}{R^3} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \cdot r \qquad r \leq R$$

Modo alternativo: $\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$ $\rho \Delta V = \Delta Q$

sfera interna, raggio r.

$\rho V_{int} = Q_{int}$ $Q_{int} = \frac{V_{int}}{V_{TOT}} \cdot Q_{TOT}$

$\rho V_{TOT} = Q_{TOT}$ $\leadsto$ $\rho = \frac{Q_{TOT}}{V_{TOT}}$

Tutta la sfera grosse raggio R

$$Q_{int} = \frac{\cancel{\frac{4}{3}\pi} r^3}{\cancel{\frac{4}{3}\pi} R^3} Q$$