Es per Harman (Pagina Singh)

$$\frac{3+a}{a^3-a^2} \geq \frac{6}{a^2}$$

$$\frac{3+a}{\underbrace{a^3-a^2}_{a^2(a-1)}} - \frac{6}{a^2} \geq 0 \qquad \frac{3+a-\overbrace{6(a-1)}^{-6a+6}}{a^2(a-1)} \geq 0$$

$$\frac{9-5a}{a^2(a-1)} \geq 0$$

$N \geq 0 \qquad 9-5a \geq 0 \qquad a \leq \frac{9}{5}$

$D_1 > 0 \qquad a^2 > 0 \qquad \forall a \in \mathbb{R},\ a \neq 0$

$D_2 > 0 \qquad a-1 > 0 \qquad a > 1$

		0		1		9/5	
N	+		+		+	●	−
D_1	+	o	+		+		+
D_2	−		−	o	+		+
	−		−		+		−

Sol: $1 < a \leq \frac{9}{5} \qquad \left(1; \frac{9}{5}\right]$

Es 275 Pag 700

$$\begin{cases} x + \frac{1}{10} - x(5+x) + 15y = \overbrace{(1-x)(1+x)}^{1-x^2} \\ -x^2 + (3-2y)^2 + (x+2y)(x-2y) = 5(x+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + 1 - 50x - \cancel{10x^2} + 150y = 10 - \cancel{10x^2} \\ -\cancel{x^2} + 9 - 12y + \cancel{4y^2} + \cancel{x^2} - \cancel{4y^2} = 5x + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -40x + 150y = 9 \\ +5x + 12y = +4 \quad \cdot 8 \end{cases}$$

$40x + 96y = 32$

$246y = 41 \rightsquigarrow \boxed{y = \frac{41}{246} = \frac{1}{6}}$

$5x + 12 \cdot \frac{1}{6} = 4 \rightsquigarrow 5x = 2 \rightsquigarrow \boxed{x = \frac{2}{5}}$

$P = \left(\frac{2}{5}; \frac{1}{6}\right)$

Es 180 pag 758

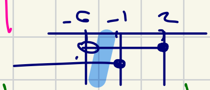
$$\sqrt{\frac{10-5x}{x+6}} - \sqrt{-1-x}$$

chiudere le radici o rompete la matematica

Sol : $\boxed{-6 < x \leq -1}$

C.E. $\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{10-5x}{x+6} \geq 0 \\ -1-x \geq 0 \end{array} \right.$ $\leftarrow$ Primo interno radice ≥ 0 / $\leftarrow$ Secondo interno rad ≥ 0

$\left\{ \begin{array}{l} -6 < x \leq 2 \\ x \leq -1 \end{array} \right.$



Sistema perché devono valere entrambe contemporaneamente

I) $\dfrac{10-5x}{x+6} \geq 0$

$N \geq 0 \quad 10-5x \geq 0 \quad x \leq 2$

$D > 0 \quad x+6 > 0 \quad x > -6$

	-6		2	
$+$		$+$	$\bullet$	$-$
$-$	0	$+$		$+$
$-$		$+$		$-$

$\boxed{\text{Sol : } -6 < x \leq 2}$

II) $-1-x \geq 0 \leadsto \boxed{x \leq -1}$

Es 149 pag 757

$$\sqrt{5a^4b}$$

C.E. $5a^4b \geq 0$

$5 \geq 0$ Sempre; lo semplifico in quanto non influisce sul segno

$a^4 \geq 0$ sempre; come sopra

$5a^4b \geq 0 \leadsto b \geq 0 \leftarrow$ lui è la C.E.

$$\sqrt{-\tfrac{1}{2}x}$$

C.E. $(2)\ -\frac{1}{2}x \geq 0\ (\cdot 2) \leadsto -x \geq 0 \xrightarrow{\cdot(-1) \text{ e cambio segno.}} x \leq 0$

Radici n-esime:

Def: Dato un numero $a \in \mathbb{R}$ definiamo la radice n-esima di a ($n \in \mathbb{N}, n \neq 0$) nel seguente modo:

(1) Se n è pari, a deve essere ≥ 0 ($\boxed{a \geq 0}$), e la radice n-esima di a è quel numero POSITIVO b tale che

$$\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$$

(2) Se n è dispari, la radice n-esima di a è:

$$\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$$

Oss: Le radici con n pari si comportano come la radice quadrata
Le radici con n dispari si comportano come la radice cubica

Oss: Non abbiamo mai dimostrato che le radici esistono (lo facciamo, forse, in quinta), ma ci fidiamo che le radici esistono sempre

Notazione e linguaggio:

radicale $\sqrt[n]{a}$ — "Radice n-esima di a"
n è detto INDICE della radice
a è detto Radicando

Esempi: $\sqrt[4]{x-2}$ Radice quarta di $x-2$

C.E. $x-2 \geq 0 \leadsto x \geq 2$

Proprietà: (1) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \begin{cases} a & n \text{ pari} \\ a & n \text{ dispari} \end{cases}$

ricordarsi delle C.E. $\boxed{a \geq 0}$

$\sqrt[5]{32} = 2$; $\sqrt[5]{-32} = -2$. $\left(\sqrt[5]{7}\right)^5 = 7$ $\left(\sqrt[5]{-7}\right)^5 = -7$

$$\left(\sqrt[5]{32}\right)^5 = 32 \qquad \left(\sqrt[5]{-32}\right)^5 = -32$$

(2) Proprietà Cristian Iozzi: Ha senso fare $\sqrt[0]{a}$?

$\sqrt[0]{3} = ?$ È quel numero che elevato alla 0 fa 3
Ma non esiste

Se $a \neq 1$, non ha senso (ogni numero alla 0 fa 1)

Se $a = 1$, si ha $\sqrt[0]{1} = ?$ Ma anche qui abbiamo un problema di definizione perché tutti i num alla 0 fanno 1

Concludiamo che fare la radice 0-esima non è ben definito

Teorema (Proprietà invariantiva) - Dedicato a Iozzi / Dei: Dato un radicale il cui radicando è positivo o nullo (serve per non far succedere cose strane con i segni), se moltiplichiamo l'indice del radicale e l'esponente del radicando per uno stesso numero naturale diverso da 0, ottengo un radicale equivalente. In formule

$$\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n\cdot m]{a^{p\cdot m}} \quad \text{con} \quad a \geq 0;\ n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}.$$

Esempio: $\sqrt[5]{2^6} = \sqrt[5.3]{2^{6.3}} = \sqrt[15]{2^{18}}$

Dim: Osservo che dati due numeri $a, b \geq 0$, vale che

$$a^n = b^n \Longleftrightarrow a = b$$

scemo

Deriva dalla def. $(-2)^6 = 2^6$ ma $-2 \neq 2$

Usando l'osservazione sopra:

$$\sqrt[n]{a^p} = A \longleftrightarrow \boxed{A^n = a^p}$$

$$\sqrt[n\cdot m]{a^{p\cdot m}} = B \longleftrightarrow B^{n\cdot m} = a^{p\cdot m} \underset{\text{Oss}}{\Longrightarrow} B^n = a^p = A^n \underset{\text{Oss}}{\Longrightarrow} A = B$$

Dunque $\sqrt[n]{a^p} = A = B = \sqrt[n\cdot m]{a^{p\cdot m}}$ $\square$