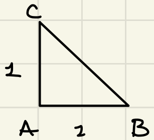
Radicali

Remind: Un numero Irrazionale è un numero che non si può scrivere come frazione, In altre parole è un numero decimale infinito NON periodico.

Remind. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ $\quad \mathbb{I}$ irrazionali $\quad$ (Tutti i numeri $= \mathbb{R}$)
Reali

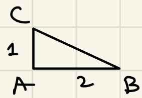
Remind: $\sqrt{2}$ è un simbolo che significa "qualcosa che al quadrato fa 2".
$\sqrt{2}$ è un numero irrazionale

Warning: Ma il numero $\sqrt{2}$ esiste?!



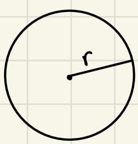
$$BC^2 = 1^2 + 1^2 \quad \Rightarrow \quad BC^2 = 2$$

$\sqrt{3}$ esiste? $\qquad$ $\sqrt{5}$ esiste?



$$BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

π esiste?



$r = 1$
$C = 2\pi r = 2\pi$
Taglio a metà C ed ecco π.

La verità: Non possiamo ancora dimostrare l'esistenza di alcuni numeri irrazionali, ma li vogliamo saper manipolare. In III sup – V sup lo vediamo [Solo se sarete con me (Keti...)]

Def: Dato un numero $a \geq 0$, definiamo la radice quadrata di a quel numero POSITIVO o 0 $b \geq 0$ tale che

$$a = b^2. \qquad \text{Scriviamo così: } \sqrt{a} = b$$

Oss: Nessuno ci assicura che la radice quadrata esiste sempre; ma noi ci fidiamo di Luca

Esempio: $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{144} = 12$

Oss Marta: $\sqrt{-1}$ Impossibile (per def)
$\sqrt{-\pi}$ Impossibile

Esempio: $\sqrt{x^2} = |x|$ ← Importante

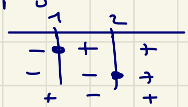
$\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$
$\sqrt{6^2} = \sqrt{36} = 6$

Grazie Giulia GG: $\sqrt{x}$ quando ha senso? Per quali x
Ha senso se $x \geq 0$

$\sqrt{x^2 - 3x + 2}$ quando ha senso?

$x^2 - 3x + 2 \geq 0$ e risolvo la disequazione

$(x-1)(x-2) \geq 0$ $\quad f_1 \geq 0 \quad x \geq 1$
$\quad f_2 \geq 0 \quad x \geq 2$



$x \leq 1 \vee x \geq 2$

Oss import Dato che all'interno di una radice quadrata deve esserci qualcosa di ≥ 0; abbiamo delle nuove condizioni di esistenza da mettere SEMPRE

Def: Dato un numero a, la radice cubica di a è quel numero b tale che
$$a = b^3$$
scriviamo $\underbrace{\sqrt[3]{a}}_{}= b$ → Radice cubica o radice terza

Esempio: $\sqrt[3]{0} = 0$, $\sqrt[3]{1} = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{-1} = -1$

Oss import. $\sqrt[3]{x^3} = x$

Esempio: $\sqrt[3]{x}$ quando ha senso? Sempre!
$\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}$ quando ha senso? Sempre!

Esercizietti: (1) $\sqrt{x^2+1}$ quando ha senso?

Ha senso se $x^2+1 \geq 0$. Sempre vero $\forall x \in \mathbb{R}$

(2) $\sqrt[3]{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$ quando ha senso?

Ha senso se $x-1 \geq 0 \rightsquigarrow x \geq 1$

(3) $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-1} = ?$ Quando ha senso? e quanto fa?

Ha senso se $x \geq 1$

$\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-1} = |x-1| \rightsquigarrow$ Ma dato che $x \geq 1 \Rightarrow |x-1| = x-1$

(4) $\sqrt{\underbrace{(x-1)^2}_{\geq 0}} = |x-1|$

$(x-1)^2 \geq 0$ Sempre vero.