Def: Dato un gas fatto di particelle che si muovono di velocità $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$, ..., $\vec{v}_N$, la velocità quadratica media è

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} v_i^2}{N}}$$

Oss: Posso scrivere l'en. cinetica media di un gas nel seguente modo
m è la massa di ogni molecola

$$\underbrace{K_{m,\,trasl}}_{\text{Traslazionale}} = \frac{k_1 + k_2 + \ldots + k_N}{N} = \frac{\frac{1}{2}mv_1^2 + \ldots + \frac{1}{2}mv_N^2}{N}$$

$$= \frac{1}{2}m \, \frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N} = \frac{1}{2} m \langle v \rangle^2$$

Teorema (no dim): (1) La pressione di un gas perfetto è dovuta agli urti delle molecole sulle pareti del recipiente
(2) Se le molecole hanno tutte massa m vale che

$$\boxed{P = \frac{N \cdot m \cdot \langle v \rangle^2}{3V}}$$

V volume, N numero particelle

Conseguenze: Prendiamo un gas perfetto

$$PV = nRT \qquad P = \frac{Nm\langle v \rangle^2}{3V} \rightsquigarrow PV = \frac{Nm\langle v \rangle^2}{3}$$

Confrontando le due formule

$$nRT = \frac{N \cdot m \langle v \rangle^2}{3}$$

$\rightsquigarrow$ **Goal**: Trovare formula che leghi il movimento (l'en. cinetica) con la temperatura

Moltiplico per $\frac{1}{2}$ da entrambe le parti

$$\frac{1}{2} nRT = \frac{N}{3} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} m\langle v\rangle^2}_{K_{m,trasl}}$$

$$K_{m,trasl} = \frac{3}{2} \frac{n}{N} RT$$

Remind: $n \cdot N_A = N \rightsquigarrow \frac{n}{N} = \frac{1}{N_A}$

$$K_{m,trasl} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \cdot T$$

Def: Il numero $\frac{R}{N_A} = k_B$ e si chiama costante di Boltzmann e vale

$$k_B = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}31 \frac{J}{\cancel{mol} \cdot K}}{6{,}022 \; 10^{23} \frac{1}{\cancel{mol}}} \approx 1{,}381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

la formula sopra diventa:

$$\boxed{K_{m,trasl} = \frac{3}{2} k_B \cdot T}$$

Oss 1: Siamo riusciti a trovare una formula che lega Temperatura e movimento. La temperatura è misurata in Kelvin

Oss 2: $K_{m,trasl} = \frac{1}{2} m\langle v\rangle^2$ è SEMPRE positiva; dunque la quantità $\frac{3}{2} k_B T$ DEVE ESSERE positiva; Ma quindi T è sempre maggiore di zero.

In altre parole esiste lo zero assoluto che è la temperatura di 0 K che non può essere più bassa.

Oss 3: È utile avere una formula per $\langle v\rangle$ a partire dalla form. prec.

$$K_{m,trasl} = \frac{3}{2} k_B T \qquad \frac{1}{\cancel{2}} m\langle v\rangle^2 = \frac{3}{\cancel{2}} k_B T$$

$$\rightsquigarrow \boxed{\langle v\rangle^2 = 3 \frac{k_B}{m} \cdot T}$$

Fatto vero, ma triste: I gas non sono perfetti, al contrario di Elio Prifti, dunque le formule che usiamo non sono molto precise.

Remind: la densità è definita $d = \frac{m}{V}$

Def: Il volume specifico è il reciproco della densità. Si indica con V_s e vale

$$V_s = \frac{V}{m} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{volume} \\ \leftarrow \text{massa} \end{matrix} \qquad [V_s] = \frac{m^3}{kg}$$

Equazione di stato dei Gas Reali (Legge di Van der Waals): Vale la formula

$$\boxed{\left(P + \frac{a}{V_s^2}\right)\left(V_s - b\right) = \frac{R}{\mu} T}$$

a, b sono costanti che dipendono dal gas $[b] = \frac{m^3}{kg}$ $[a] = \frac{m^6}{kg^2} \cdot \frac{kg}{m^2} \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{m^5}{kg \cdot s^2}$