

## Legge di Gravitazione universale

Def. Dati due corpi di massa  $m_1, m_2$  posti a distanza  $r$  (i.e. <sup>id est</sup> = cioè la distanza tra i baricentri dei due corpi è  $r$ ) si genera una forza  $\vec{F}$  di attrazione fra i due corpi detta Forza di Gravitazione universale (Se ne genera una per corpo uguale e opposta)



$$\triangleright F = F_1 = F_2 = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\text{con } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \left( = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \right)$$

$$[G] = \frac{[F] \cdot [r^2]}{[m_1] \cdot [m_2]} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \left( = \cancel{\text{kg}} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}^2}{\cancel{\text{kg}}} = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \right)$$

$\triangleright$  Direzione: retta che congiunge i due baricentri

$\triangleright$  Verso: Diretta verso il secondo corpo

Oss. (1) Dato che la distanza è al denominatore, più due corpi sono lontani, meno si attraggono

(2) Dato che le masse sono al numeratore, più sono grosse le masse più i corpi si attraggono.

Fatto importante: La forza di gravità è un caso particolare della forza di gravitazione universale. In particolare vale che

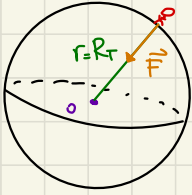
$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$M_T$  è la massa della Terra

$R_T$  è il raggio della Terra

Dim:

Calcolo le forze con cui il corpo di massa  $m$  viene attratto dalla Terra



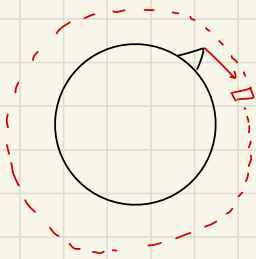
$$F = mg = F_p \text{ forza peso}$$

$$F = G \cdot \frac{m M_T}{R_T^2}$$

$$\cancel{m}g = G \frac{\cancel{m} M_T}{R_T^2} \quad \Rightarrow \quad g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

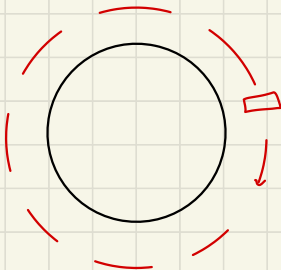
Esercizio: Verificare che sostituendo i dati di  $G$ ,  $M_T$  e  $R_T$  in fondo al libro si ottiene effettivamente il valore di  $g$

Def: Un satellite artificiale è un proiettile lanciato con una velocità tale da non farlo più atterrare



Osservazione: Un satellite può seguire orbite diverse. Le possibili orbite sono le seguenti:

(1) Orbite circolari



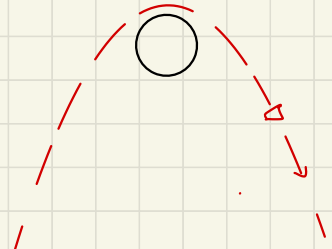
Esiste solo 1 orbita possibile

(2) Orbite ellittiche



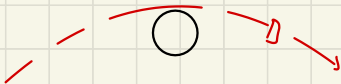
Esistono infinite orbite ellittiche

(3) Orbite paraboliche



Esiste solo 1 orbita possibile

#### (4) Orbite iperboliche



Infinite orbite iperboliche

In base alla velocità del satellite si hanno traiettorie diverse. Detta  $v_s$  la velocità del satellite

$v_s < v_{\text{circolare}} \Rightarrow$  Satellite cade

$v_s = v_{\text{circolare}} \Rightarrow$  orbite circolari

$v_{\text{cir}} < v_s < v_{\text{parab}} \Rightarrow$  orbite ellittiche

$v_s = v_{\text{parab}} \Rightarrow$  orbite paraboliche

$v_s > v_{\text{parab}} \Rightarrow$  orbite iperboliche

Teorema: Dato un pianeta di massa  $M$ , la velocità di un satellite che ha un'orbita circolare intorno al pianeta a distanza  $r$  dal centro del pianeta vale

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad \left( v^2 = \frac{GM}{r} \right)$$

Dim: A quali forze è sottoposto il satellite?

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad m \text{ massa satellite}$$

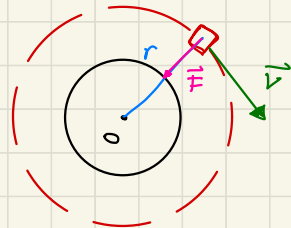
Non ci sono altre forze in gioco

$$F = F_{\text{TOT}} = ma \quad (\text{II principio per il satellite})$$

L'oggetto compie orbite circolari, dunque  $a = a_c = \frac{v^2}{r}$

Uguagliando tutto:

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v^2 = G \frac{M}{r}$$



□