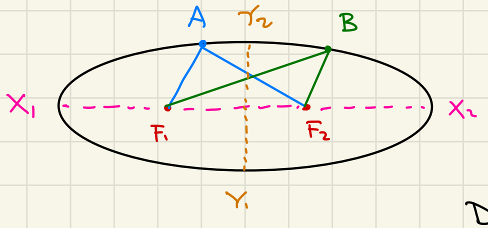
Leggi di Keplero

Def: Un ellisse è un luogo geometrico di punti con la seguente proprietà: la somma delle distanze da due punti fissati detti fuochi è costante



$$AF_1 + AF_2 = BF_1 + BF_2$$

Asse maggiore: $X_1X_2 = 2a$
Asse minore: $Y_1Y_2 = 2b$
Distanza focale: $F_1F_2 = 2c$

Def: L'Eccentricità e quantifica quanto è allunga (schiacciata) una ellisse

$$e = \frac{\text{Distanza focale}}{\text{Asse maggiore}} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$$

Oss: (1) L'eccentricità è un numero compreso tra 0 e 1

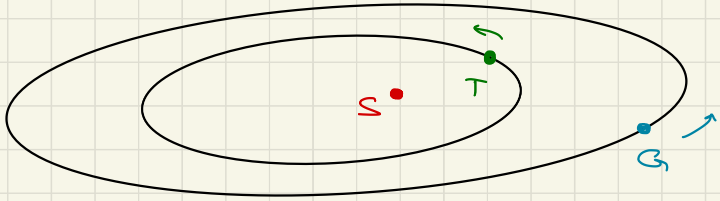
$$0 \leq e \leq 1$$

L'ellisse è una circonferenza. I fuochi collassano in un punto

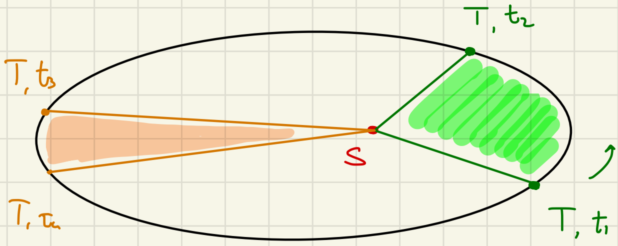
I fuochi sono agli estremi e l'ellisse si schiaccia talmente tanto che diventa una retta

(2) Vale una relazione fondamentale: $a^2 = b^2 + c^2$

Prima Legge di Keplero: Le orbite descritte dai pianeti attorno al Sole sono ellissi con il Sole posto in uno dei due fuochi



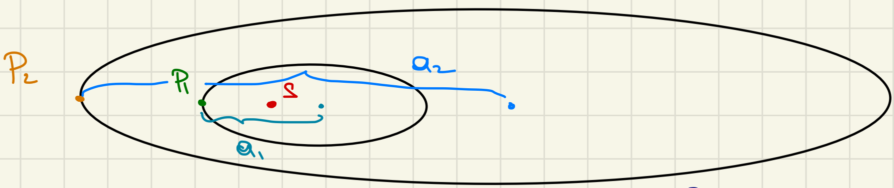
Seconda Legge di Keplero: Il raggio vettore che va dal sole a un pianeta spazza (copre) aree uguali in tempi uguali



Oss: Per la seconda legge di Keplero, se il pianeta si trova più vicino al sole si muove più velocemente

Terza Legge di Keplero: Il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore "a" dell'orbita e il quadrato del periodo di rivoluzione T (Quanto tempo impiega il pianeta a fare un giro) è costante ed è lo stesso per tutti i pianeti che orbitano intorno a quella determinata stella. In formula

$$\frac{a^3}{T^2} = k \quad \text{costante}$$



T_1 periodo rivoluzione di P_1
T_2 periodo rivoluzione di P_2 $\rightsquigarrow$ $\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$

Oss: Mettiamo in relazione i periodi di rivoluzione:

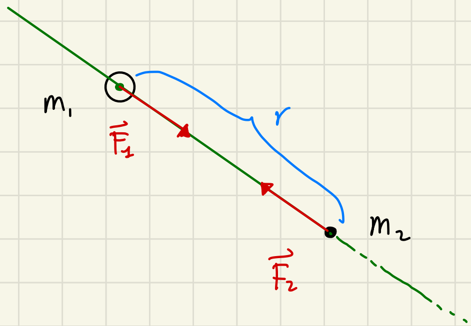
$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} \rightsquigarrow T_1^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 T_2^2 \qquad \frac{a_1}{a_2} < 1$$

Più un pianeta è vicino al sole, meno ci mette a compiere una rivoluzione (giro) completa

Oss: $[k] = \frac{[a^3]}{[T^2]} = \frac{m^3}{s^2}$

Legge di Gravitazione universale

Def: Dati due corpi di masse m_1 e m_2, posti con distanza dai rispettivi baricentri (centro di massa) uguale a r, si attraggono reciprocamente mediante una forza $\vec{F}$ detta Forza di Gravitazione universale



Le forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ sono uguali e opposte e hanno modulo

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

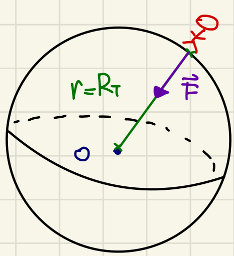
G è detta costante di Gravitazione universale e vale

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2} \quad \left(= \frac{m^3}{s^2 kg} \right)$$

$$[G] = \frac{[F][r^2]}{[m_1][m_2]} = \frac{N \cdot m^2}{kg^2} = \frac{\cancel{kg} \frac{m}{s^2} \cdot m^2}{kg^{\cancel{2}}} = \frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$$

La direzione di $\vec{F}$ è la retta che congiunge i baricentri delle due masse.
Il verso è sempre rivolto verso il secondo oggetto

Esempio: Forza di Gravità vs Legge di grav. universale



Il corpo di massa m è attratto dalla Terra. È la forza peso che però coincide con la L di grav. univ.

$$F_p = F$$

$$\cancel{m} g = G \frac{\cancel{m} M_T}{R_T^2} \rightsquigarrow g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Massa Terra