Anagrammi:

Quanti sono gli anagrammi (Disp a caso delle lettere) di EROS?

$\square\square\square\square$ $\quad 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$

Anagrammi di CHIA$_1$RA$_2$?

$\square\square\square\square\square\square$ $\quad 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 1 = 6!$ SBAGLIATO (non di molto)

Ho contato TROPPI anagrammi perché la A si ripete 2 volte e dunque ho contato 2! volte ogni parola

⇝ Ris finale $\dfrac{6!}{2!}$ ⇝ Posso permutare le A in 2! modi

Anagrammi di ROBERTO?

$$\dfrac{7!}{2!\,2!}$$

7! → Tutte le permutazioni

Modi di mettere le R ← 2!   2! → Modi di mettere le O

Anagrammi di LETTERE?

$$\dfrac{7!}{2!\,3!}$$

Modi di permutare le T ← 2!   3! → Modi di permutare le E

LTTR $E_1E_2E_3$
$E_1E_3E_2$
$E_2E_1E_3$
$E_2E_3E_1$
$E_3E_1E_2$
$E_3E_2E_1$

$3! = 6$ casi

Generalizzazione: Se ho una parola con n lettere e ogni lettera appare a_i volte (a_i = numero di lettere di una specifica lettera) allora gli anagrammi sono $\dfrac{n!}{a_1!\,a_2!\ldots a_k!}$

Anagrammi di RAZIONALIZZAZIONE?

$$\frac{17!}{\underset{A}{3!}\cdot\underset{Z}{4!}\cdot\underset{I}{3!}\cdot\underset{O}{2!}\cdot\underset{N}{2!}}$$

Esercizio: Quante sono le parole con 10 lettere in cui ogni lettera può essere solamente una A oppure una B.

10 lettere A: $\frac{10!}{10!} = \binom{10}{0} = 1$

9 lettere A, 1 lettera B: $\frac{10!}{9!\,1!} = \binom{10}{1} = 10$

8 lettere A, 2 lettere B: $\frac{10!}{8!\,2!} = \binom{10}{2}$

⋮

⇝ Anagr. Parole con 2 lettere sono coeff. binomiali

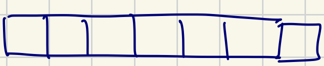
Soluzione problema:

Triangolo di Tartaglia

$$\binom{10}{0}+\binom{10}{1}+\binom{10}{2}+\dots+\binom{10}{8}+\binom{10}{9}+\binom{10}{10} \boxed{= 2^{10}}$$

Ma c'è un altro modo!!!

Prese 10 caselle, in ogni casella posso mettere A o B e di conseguenza le parole totali possibili sono

 ...

$2\cdot2\cdot2\cdots = 2^{10}$

Teorema: $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\dots+\binom{n}{n-2}+\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}=2^n$

Dim: Double counting su parole con n lettere A o B.

Pag 239 n 268

Stringhe di 5 lettere da 26 totali in cui si usano esattamente 3 lettere.

$5 = 1+1+3$
$5 = 2+2+1$

(1) Conto i trii di lettere in 26
(2) Le dispongo nelle 5 caselle

$\rightsquigarrow \binom{26}{3}$ conto i trii

$\rightsquigarrow$ A B CCC $\rightsquigarrow$ 3 modi $\rightsquigarrow \frac{5!}{3!}$

AA BB C $\rightsquigarrow$ 3 modi $\rightsquigarrow \frac{5!}{2!2!}$

Risultato: $\binom{26}{3}\cdot\left[3\cdot\frac{5!}{3!}+3\cdot\frac{5!}{2!2!}\right]=\frac{26!}{\cancel{3}\cdot 2\cdot 23!}\cdot\cancel{3}\,(20+30)$

$$=26\cdot 25\cdot\frac{24}{2}\cdot 50 = 390000$$