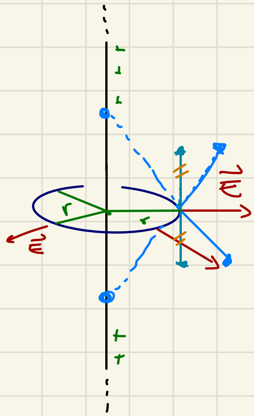
Campo elettrico di un filo infinito carico in maniera uniforme



Def: La densità lineare di carica è definita come il rapporto tra la quantità di carica in un pezzo del filo e la lunghezza del pezzetto

$$\text{Lambda} \leftarrow \left[\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l}\right]$$

$\Delta Q \to$ carica nel pezzetto

$\Delta l \to$ lunghezza pezzetto

$$[\lambda] = \frac{[\Delta Q]}{[\Delta l]} = \frac{C}{m}$$

Oss: (1) Il campo elettrico $\vec{E}$ giace sui piani perpendicolari al filo in quanto i contributi verticali si semplificano

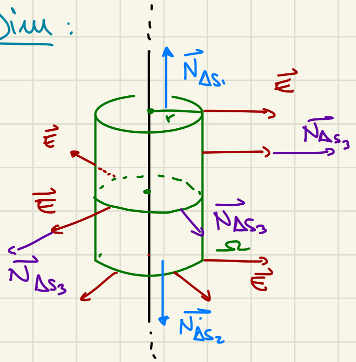
(2) Il campo elettrico è invariante per traslazione in alto e in basso (il filo è infinito)

(3) Per simmetria del filo il campo elettrico a distanza r è sempre uguale in modulo

Teorema: Il campo elettrico generato da un filo infinito di densità λ a distanza r dal filo vale in modulo

$$E = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Dim:



Considero un cilindro di raggio r e altezza h in cui il filo passa dentro.

Calcolo il flusso attraverso questa superficie chiusa con la definizione e con il teorema Egregium e ricavo E.

Per Teo Egregium: $\Phi_\Omega(\vec{E}) = \dfrac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$

Q_{TOT} è la carica che è racchiusa dentro il cilindro, cioè quella che sta in un pezzetto lungo h del filo

So che $\lambda = \dfrac{\overbrace{\Delta Q}^{Q_{TOT}}}{\underbrace{\Delta \ell}_{h}} \rightsquigarrow Q_{TOT} = \lambda \cdot h$

Pertanto

$$\Phi_\Omega(\vec{E}) = \frac{\lambda \cdot h}{\varepsilon_0}$$

Calcolo il flusso con la definizione:

Più precisamente è $\sum_{i=1}^{n} \vec{E}_{3,i} \cdot \vec{N}_{\Delta S_{3,i}}$ e significa spezzettare la superficie laterale

$$\Phi_\Omega(\vec{E}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \vec{N}_{\Delta S_i}$$

$$= \underbrace{\vec{E}_1 \cdot \underbrace{\vec{N}_{\Delta S_1}}_{\text{Base 1}} + \vec{E}_2 \cdot \underbrace{\vec{N}_{\Delta S_2}}_{\text{Base 2}}}_{=0 \text{ poiché } \vec{E} \text{ e } \vec{N}_{\Delta S_i} \text{ perpendicolari}} + \boxed{\vec{E}_3 \cdot \underbrace{\vec{N}_{\Delta S_3}}_{\text{Sup laterale}}}$$

Il campo elettrico è sempre lo stesso in tutta la sup $E_3 = E$

$$\boxed{=}\ E\,\Delta S_3 \cdot \cos 0° = E \cdot \Delta S_3 = E \cdot \overbrace{2\pi r h}^{\text{Sup laterale}}$$

Imponendo uguali i due flussi si ottiene:

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$\rightsquigarrow E = \frac{\lambda h}{2\pi r h \varepsilon_0} \rightsquigarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}}$$

TJ