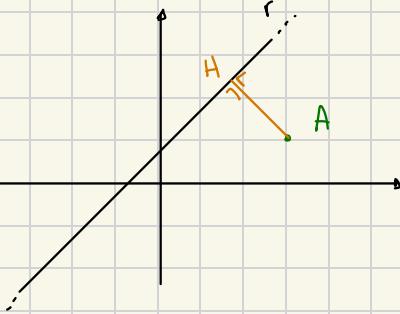


Settimana: 10

Argomenti:

Materia: Matematica
Classe: 3D
Data: 17/11/2025

Fatto: Siano $ax+by+c=0$ una retta e $A = (x_A, y_A)$, la distanza punto retta si calcola mediante la formula



$$d(r, A) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

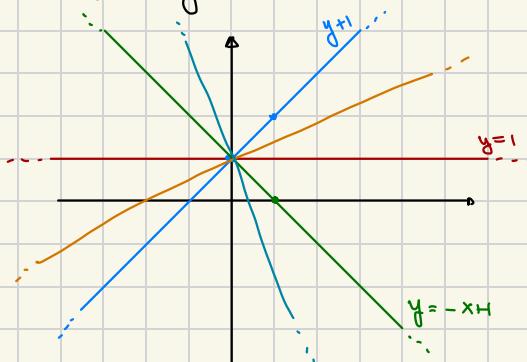
Dim (possi guidate): Se Falo la parte fatto per Giovedì, prende +

- (1) Calcola la retta passante per A e \perp a r . Chiamala s tale retta
- (2) Intersezione tra r e s trovando H
- (3) Distanza tra due punti AH

□

Def: Un fascio di rette è un insieme di rette che dipende da uno o più parametri. Modificandoli si ottengono rette diverse

Esempi: $y = kx + 1$ Parametro k



$$k=0; y=1$$

$$k=1; y=x+1$$

$$k=-1; y=-x+1$$

x	0	1
y	1	2

I fasci che vedremo noi sono una **combinazione lineare** di due rette, ovvero

Def: Prese due rette $ax+by+c=0$
 $a'x+b'y+c'=0$

e due parametri $p, q \in \mathbb{R}$, la **comb. lineare** di due rette è

$$p \cdot (ax+by+c) + q \cdot (a'x+b'y+c') = 0$$

Nelle realtà noi di parametro ne utilizzeremo solo uno perché divideremo le scritture sopra per p otteneendo

$$(ax+by+c) + \frac{q}{p} (a'x+b'y+c') = 0$$

Occhio $p \neq 0$
Forse ottenere
la retta \perp .

Le due rette della comb. lineare vengono dette **rette generatrici del fascio**

Esempio: $2x + (k-3) \cdot 8y + kx - 16k + 2 = 0$

Generatrici? Scivo il fascio come nelle Def prendendo le cose moltiplicate da k e quelle non moltiplicate da k .

$$2x + 8ky - 24y + kx - 16k + 2 = 0$$

$$2x - 24y + 2 + k(x + 8y - 16) = 0$$

Generatrici: $2x - 24y + 2 = 0$
 $x + 8y - 16 = 0$

Def: Dato un fascio generato da due rette, tale fascio si dice

(1) **Proprio**: se tutte le rette si incontrano in un pto. Tale punto è detto **centro del fascio**

(2) **Improprio**: se tutte le rette del fascio sono parallele. Chiamiamoci

il coeff. angolare delle rette **inclinazione del fascio**

Oss Crician: Per capire se un fascio è proprio o improprio si prendono 2 rette del fascio (a caso); si fa l'intersezione e se si trova soluzione quello è il centro, altrimenti fascio impr.

Esercizio: Se il fascio è proprio, il centro è unico.

Esempio: $2x - 2ky + 2 + k(x + 8y - 16) = 0$

Interseco le generatrici

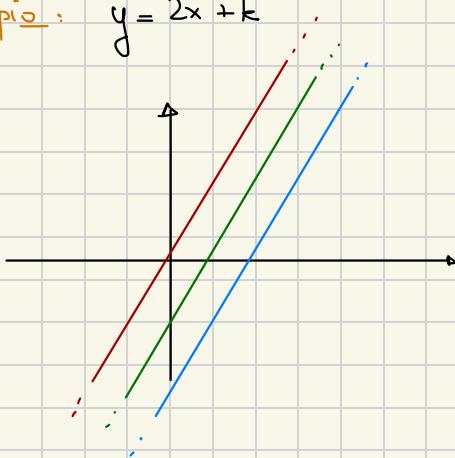
$$\begin{cases} 2x - 2ky + 2 = 0 \\ x + 8y - 16 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 12y + 1 = 0 \\ x + 8y - 16 = 0 \end{cases} \quad \uparrow - \quad \downarrow \cdot 2 +$$

$$20y - 17 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{17}{20}$$

$$C - \left(\frac{46}{5}; \frac{17}{20} \right)$$

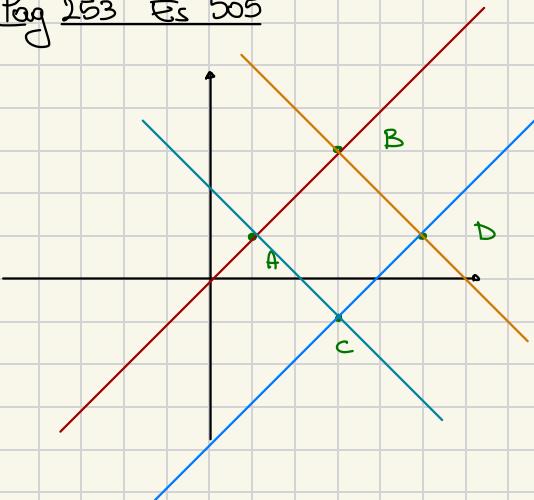
$$5x - 46 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{46}{5}$$

Esempio: $y = 2x + k$



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x = 2x + 1 \quad \Rightarrow 0 = 1 \text{ Imp!}$$



ABCD quadrilatero

$$\begin{aligned}r: & x - y = 0 \\s: & x + y - 2 = 0 \\t: & x + y - 6 = 0 \\w: & x - y - 4 = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= x \\y &= -x + 2 \\y &= -x + 6 \\y &= x - 4\end{aligned}$$

- 1) Trova A, B, C, D.
- 2) Verifica che è un \square
- 3) Perimetro

1) Per trovare Vertici interseco le rette a coppie

$$r \cap s: x = -x + 2 \Rightarrow 2x = 2 \quad x = 1 \quad y = 1 \quad A = (1, 1)$$

$$r \cap t: x = -x + 6 \Rightarrow 2x = 6 \quad x = 3 \quad y = 3 \quad B = (3, 3)$$

$$s \cap w: -x + 2 = x - 4 \Rightarrow 2x = 6 \quad x = 3 \quad y = -1 \quad C = (3, -1)$$

$$t \cap w: -x + 6 = x - 4 \Rightarrow 2x = 10 \quad x = 5 \quad y = 1 \quad D = (5, 1)$$

2) Per Verificare \square dobbiamo

(a) Tutti i lati uguali

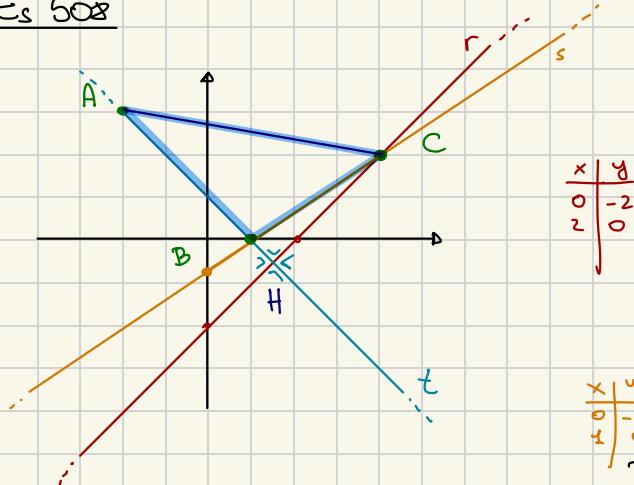
$$\begin{aligned}AB^2 &= (3-1)^2 + (3-1)^2 = 8 \\AC^2 &= (1-3)^2 + (1+1)^2 = 8 \\BD^2 &= (5-3)^2 + (1-3)^2 = 8 \\DC^2 &= (5-3)^2 + (1+1)^2 = 8\end{aligned}$$

(b) Lati \perp

Basta osservare che
 $m_r \cdot m_s = 1 \cdot (-1) = -1$
e simili

$$\begin{aligned}3) \quad AB &= 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{Perimetro: } 4l = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \\&\Rightarrow \text{Area: } l^2 = 2\sqrt{2}^2 = 8\end{aligned}$$

Esercizio 508



$A = (-2, 3)$
Triangolo ABC

Altezza da esce da C è

$$r: x - y - 2 = 0 \\ y = x - 2$$

Eq. del lato BC

$$s: 2x - 3y - 2 = 0 \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

Trova B, C e l'area.

Per trovare il pto C interseco 2 rette che contengono C

$$\text{fns: } \begin{cases} y = x - 2 \\ 2x - 3y - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x - 2 \\ 2x - 3x + 6 - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \quad C = (4, 2)$$

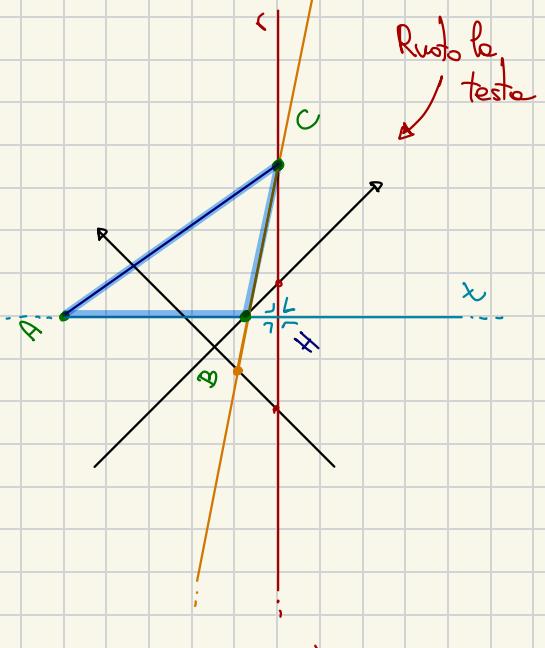
Il punto B si troverà nella retta che passa per A ed è \perp alle retta r (che è l'altezza)

Troviamo tale retta. \Rightarrow Ha per $m = -1$ (Antireciprocico di m_r)
 \Rightarrow Passa per $A = (-2, 3)$

Dunque la retta t ha equazione $y - y_A = m_t (x - x_A)$

$$y - 3 = -1(x + 2) \\ y = -x + 1$$

$$B = \text{fns: } \begin{cases} y = -x + 1 \\ 2x - 3y - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -x + 1 \\ 2x - 3x - 3 - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases} \quad B = (1, 0)$$



$$A = (-2; 3), B = (1; 0), C = (4, 2)$$

$$t: y = -x + 1$$

$$x + y - 1 = 0$$

Per l'area: calcolo AB e CH.

$$\begin{aligned} AB^2 &= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \\ &= (1+2)^2 + (0-3)^2 = 18 \end{aligned}$$

$$\text{dist}(C, t) = \frac{|ax_C + by_C + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} =$$

$$= \frac{|1 \cdot 4 + (+1) \cdot 2 + (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Area: } \frac{AB \cdot CH}{2} = \sqrt{18} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{4} = \frac{15}{2}$$

es. 519 pag. 254

$$A = (1; 5) \quad B = (5; -3) \quad r: 2x + 3y - 5 = 0$$

$$AC^2 = BC^2$$

$$(x_C - 1)^2 + (y_C - 5)^2 = (x_C - 5)^2 + (y_C + 3)^2$$

$$\cancel{x_C^2} + 1 \cancel{- 2x_C} + \cancel{y_C^2} + 2\cancel{5} - 10y_C = \cancel{x_C^2} + \cancel{25} \cancel{- 10x_C} + \cancel{y_C^2} + 9 + 6y_C \\ 8x_C - 16y_C - 8 = 0 \quad x_C - 2y_C - 1 = 0$$

$$\begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ 2x + 3y - 5 = 0 \end{cases} \cdot 2 \quad \begin{array}{l} 2x - 4y - 2 = 0 \\ 2x + 3y - 5 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow - \\ \end{array} \quad 7y = 3 \quad y = \frac{3}{7}$$

$$x = 1 + \frac{6}{7} = \frac{13}{7}$$

$$C = \left(\frac{13}{7}; \frac{3}{7} \right)$$

ACBD parallelogramma

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right.$$

$$AC^2 = BD^2$$

$$CB^2 = AD^2$$

$$AC^2 = \left(\frac{13}{7} - 1 \right)^2 + \left(\frac{3}{7} - 5 \right)^2$$

$$AC = \left(\frac{6}{7} \right)^2 + \left(-\frac{32}{7} \right)^2$$

es. 440 pag. 247

$$x = x = -3$$

$$s: y = \frac{-x}{x+y=0}$$

$$t: y = \frac{x+3}{x-y+1=0}$$

$$P(-1; 3)$$

$$d(P, r) = \frac{|-1(-1) + 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 2 \quad d(P, s) = \frac{|-1(-1) + 1(3)|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$d(P, t)$$