

Eq di II grado

Def. Una eq. di II grado è una equazione in cui l'incognita compare elevata alla seconda. In formula

$$ax^2 + bx + \overset{\text{Termine noto}}{c} = 0$$

$$a \neq 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Esempio: $\triangleright 3x^2 + 2x + 1 = 0$

$\triangleright x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \leftarrow (x-1)(x-2) = 0 \rightsquigarrow x=1, x=2$

$\triangleright 3x^2 + 6x = 5x - 1$

$\hookrightarrow 3x^2 + x + 1 = 0$

$$3x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\alpha\beta = 3$$

$$\alpha + \beta = 2$$

\rightsquigarrow Qui viene in soccorso la formula delle eq. di II grado.

Def. Dato un polinomio di II grado, o equazione di II grado

$$\underline{ax^2 + bx + c}$$

pol.

$$\underline{ax^2 + bx + c = 0}$$

eq.

definisco il discriminante o Delte come la quantità:

$$\text{Delta} \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

Esempi: $\triangleright 3x^2 + 2x + 1 = 0$
 $ax^2 + bx + c = 0$

$$a=3 \quad b=2 \quad c=1$$
$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 - 12 = -8$$

$\triangleright 6x^2 - x - 2 = 0$
 $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 1 + 48 = 49$$

$\triangleright -2x^2 + 3x - 7 = 0$

$$\Delta = 3^2 - 4(-2)(-7) = 9 - 56 = -47$$

Teorema (Formula di ris. per eq. di II grado): Data una eq. di II grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a \neq 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Le soluzioni dell'equazione sono: Se scelgo + ottengo una sol
Se scelgo - ottengo l'altro.

Se $\Delta > 0$ $x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ e sono 2 sol. diverse

Se $\Delta = 0$ $x = -\frac{b}{2a}$ e la soluzione è unica

Se $\Delta < 0$ l'equazione è impossibile (per ora: in IV, potremmo risolverla in \mathbb{C})

Esempi: Risolvo:

▷ $3x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\Delta = -8 \rightsquigarrow \text{Impossibile}$$

▷ $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\Delta = 9 - 8 = 1 \quad \sqrt{\Delta} = 1$$

$$x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm 1}{2} \quad \begin{array}{l} + \frac{4}{2} = 2 \\ - \frac{2}{2} = 1 \end{array}$$

▷ $3x^2 + x - 1 = 0$

$$\Delta = 1 - 4(3)(-1) = 13 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{13}$$

$$x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6} \quad \begin{array}{l} + \frac{-1 + \sqrt{13}}{6} \\ - \frac{-1 - \sqrt{13}}{6} \end{array}$$

$$\triangleright 4x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$\Delta = 400 - 400 = 0$$

$$(2x-5)^2 = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{2a} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

Oss: Se $\Delta = 0$, il polinomio è un quadrato di binomio. (o di un numero)

$$\triangleright 3x^2 = 0 \quad \rightsquigarrow \text{Soluzione } x = 0 \quad (\text{ovvio})$$

$$\Delta = 0 - 4 \cdot 3 \cdot 0 = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{6} = 0$$

$$\triangleright x^2 + 2 = 0 \quad \rightsquigarrow \text{Soluzione Impossibile}$$

$$\Delta = 0 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -8 \quad \rightsquigarrow \text{Imp.}$$

$$\triangleright x^2 - 2 = 0 \quad \longleftrightarrow x^2 = 2$$

$$\rightsquigarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\rightsquigarrow x = \sqrt{2}, \quad x = -\sqrt{2}$$

$$\Delta = 0 - 4(1)(-2) = 8$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\pm 2\sqrt{2}}{2 \cdot 1} \quad \begin{array}{l} + \quad \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \\ - \quad -\frac{2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \end{array}$$

$$\triangleright 3x^2 - 7x = 0$$

$$x(3x - 7) = 0$$

$$\rightsquigarrow x = 0, \quad x = \frac{7}{3}$$

$$\Delta = 49 - 4 \cdot 3 \cdot 0 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm 7}{6} \quad \begin{array}{l} + \quad \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \\ - \quad 0 \end{array}$$