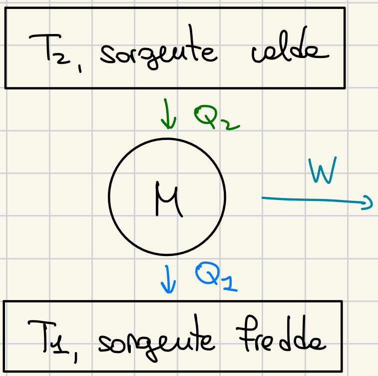
Macchine Termiche:

Def: Una ==macchina termica== è un dispositivo che sfrutta una trasformazione ciclica di un gas per convertire calore in lavoro in modo continuativo



M macchina termica
T_2 temperatura della sorgente calda
T_1 " " " fredda

Q_2 calore entrante in M
W lavoro prodotto
Q_1 calore uscente da M

Vale la relazione

$$\oplus Q_1 \oplus Q_2 = \underbrace{W = Q}_{\text{I principio termodinamica}}$$

Poiché positiv. e neg sono già insito nel valore numerico

Possiamo riscrivere la relazione come: $W = Q_2 - |Q_1|$

Def: Un sistema che mantiene sempre una temperatura fissata qualsiasi sia il calore ceduto o acquisito si chiama ==sorgente ideale di calore==

Oss: Le nostre saranno sempre sorgenti ideali.

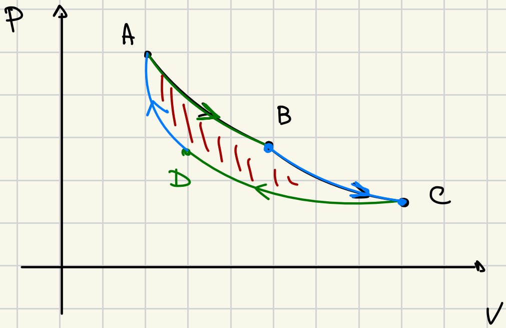
Def: Il ==rendimento di una macchina termica== è il rapporto tra il lavoro prodotto e il calore immesso.

"eta" = $\boxed{\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 - |Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2}}$

Oss: ▷ $[\eta] = \dfrac{[W]}{[Q_2]} = \dfrac{\cancel{J}}{\cancel{J}}$ ⇝ Adimensionale

▷ $0 \le \eta \le 1$ poiché $|Q_1| \le Q_2$

Def: Una trasformazione termodinamica ciclica fatta nel seguente modo è detta ciclo di Carnot "Carnò"



AB esp. isoterma
BC esp Adiabatica
CD compressione isoterma
DA compressione adiabatica

Una macchina termica che usa un ciclo di Carnot è detta Macchina di Carnot

Descriviamo più approfonditamente il ciclo:

AB: $W_{AB} = nRT_A \ln\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)$ $\qquad Q_{AB} = W_{AB}$

BC: $W_{BC} = -\dfrac{\ell}{2} nR (T_C - T_B)$ $\qquad Q_{BC} = 0$

CD: $W_{CD} = nRT_C \ln\left(\dfrac{V_D}{V_C}\right)$ $\qquad Q_{CD} = W_{CD}$

DA: $W_{DA} = -\dfrac{\ell}{2} nR (T_A - T_D)$ $\qquad Q_{DA} = 0$

$$W_{TOT} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$= nR\left[T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - \frac{\ell}{2}\left(\cancel{T_C} - T_B\right) + T_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) - \frac{\ell}{2}\left(\cancel{T_B} - T_C\right)\right]$$

$$= nR\left[T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + T_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right]$$

vedi dopo $\left(= nR \ln\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)(T_A - T_C)\right)$

Abbiamo per ora trovato che $W_{TOT} = Q_{TOT} = Q_{AB} + Q_{CD}$

Per portare la formula nella notazione del rendimento mi rendo conto che

$Q_{AB} = Q_2$ che è il calore entrante (positivo) e
$Q_{CD} = Q_1$ che è il calore uscente (negativo)

Lemma. In un ciclo di Carnot vale che

$$\frac{|Q_1|}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

con T_2 temperatura iniziale e T_1 temperatura finale

Dim: Per quanto visto sopra

$$Q_1 = nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) \qquad Q_2 = nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$\frac{|Q_1|}{Q_2} = \frac{|\cancel{nR}T_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)|}{\cancel{nR}T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} = \frac{T_C}{T_A} \cdot \frac{|\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)|}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

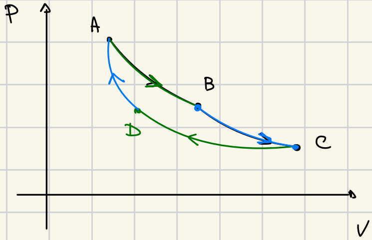
Dato $T_C = T_1$, $T_A = T_2$, per avere la tesi mi basta mostrare che

$$\left|\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right| = \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \quad \left(= \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)\right)$$

Prima occupiamoci del valore assoluto: $\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) \geq 0$ quando $\frac{V_D}{V_C} \geq 1$, cioè quando $V_D \geq V_C$, ma V_C è più grande e dunque $\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$ è negativo $\Rightarrow \left|\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right| = -\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$

e per le proprietà dei logaritmi $\left|\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right| = -\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$

Idea: con le trasformazioni in gioco cerco di ricavare V_D dipendente da V_B o V_A. (così anche per V_C)



AD adiabatica

$$T_A = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1} \cdot T_D .$$ Ricavo adesso V_D in funzione di V_A

$$T_A^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{V_D}{V_A} T_D^{\frac{1}{\gamma-1}} \rightsquigarrow \boxed{V_D = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot V_A}$$

BC adiabatica

$$T_C = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} \cdot T_B \rightsquigarrow T_C^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{V_B}{V_C} T_B^{\frac{1}{\gamma-1}} \rightsquigarrow \boxed{V_C = \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot V_B}$$

Faccio il conto: (Devo arrivare a $\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$)

$$\left|\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)\right| = \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right) = \ln\left(\frac{\cancel{\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \cdot V_B}{\cancel{\left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \cdot V_A}\right) \overset{\substack{T_B = T_A \text{ Isoterme} \\ T_C = T_D \text{ isoterme}}}{\boxed{=}} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$\square$

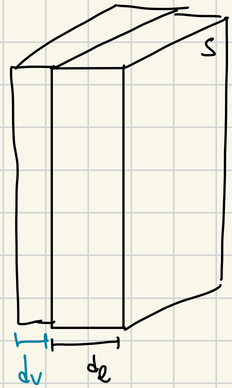
Proposizione: Il rendimento di un ciclo di Carnot è

$$\eta = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Dim: $$\eta = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2} \underset{\text{Dim precedente}}{\overset{\text{Lemma}}{\boxed{=}}} 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$\square$

Pag 452 n 146



$S = 5{,}2\,m^2$

$d_e = 50\,cm = 0{,}5\,m$

$\lambda_e = 0{,}2\,\frac{W}{m\cdot K}$ $\quad\lambda_v = 0{,}043\,\frac{W}{m\cdot K}$

$d_v = 20\,cm = 0{,}2\,m$

$T_1 = 0°C$ $\quad T_2 = 14°C$

Q disperse in 1h ▷ con solo legno
▷ con legno e vetro

▷ $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda S \frac{\Delta T}{d}$

Nel caso di solo legno, per $\Delta t = 1h$ e $\Delta T = T_2 - T_1$ si ha

$$\Delta Q = \lambda_e \cdot S \frac{\Delta T}{d_e} \cdot \Delta t = 1 \cdot 10^5\,J$$

▷ Nel caso dei due materiali si ha

$$\frac{d_v + d_e}{\lambda} = \frac{d_v}{\lambda_v} + \frac{d_e}{\lambda_e} \rightsquigarrow \text{Ricavo } \lambda$$

Da cui $\quad \Delta Q = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{d_e + d_v} \Delta t = 3{,}7 \cdot 10^4\,J$

n 147:

$m = 75\,kg$
$E = 75\,cal = 313,8\,J$
$h_{gradino} = 25\,cm = 0,25\,m$

Quanti gradini $n = ?$

L'energia è smaltita in gradini. Per ogni gradino serve mgh_g energia

$$E = n \cdot (mgh_g) \Rightarrow n = \frac{E}{mgh_g} \simeq 7$$