

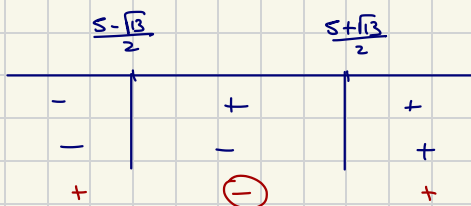
Diseg. di II grado:

$$\triangleright x^2 - 5x + 3 < 0$$

$$\Delta = 25 - 12 = 13$$

$$x_1/x_2 = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{ms } \frac{5-\sqrt{13}}{2} < x < \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$



$$x > \frac{5-\sqrt{13}}{2}$$

$$x > \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

$$\triangleright -2x^2 + 5x + 2 < 0$$

$$\Delta = 25 + 16 = 41$$

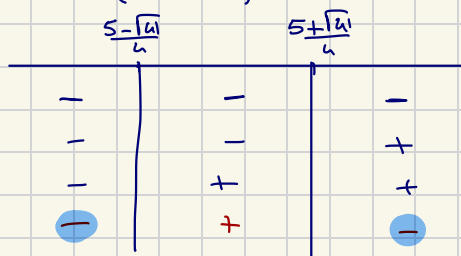
$$x_1/x_2 = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{-4}$$

$$\text{ms Tin ms } -2 \left(x - \left(\frac{-5-\sqrt{41}}{-4} \right) \right) \left(x - \left(\frac{-5+\sqrt{41}}{-4} \right) \right) < 0$$

$$f_1 > 0: -2 > 0 \text{ Mai } \exists x \in \mathbb{R}$$

$$f_2 > 0: x > \frac{-5-\sqrt{41}}{-4} = \frac{5+\sqrt{41}}{4}$$

$$f_2 > 0: x > \frac{-5+\sqrt{41}}{-4} = \frac{5-\sqrt{41}}{4}$$



$$x < \frac{5-\sqrt{41}}{4} \vee x > \frac{5+\sqrt{41}}{4}$$

ms Il segno del coeff. di x^2 determina l'intervallo di soluzioni da prendere

ms Un possibile metodo per non fare confusione: se in $ax^2 + bx + c$ vale $a < 0$, allora cambio di segno a tutto. MI RACCOMANDO CAMBIARE DI SEGNO ANCHE AL SEGNO DELLA DISEQ.

$$-x^2 + 2x + 4 < 0 \text{ ms } x^2 - 2x - 4 > 0$$

ms Risolto il caso $\Delta > 0$

Esempio:

$$(x^2 + 4x + 2)(x^2 + 6x + 1) > 0$$

$$f_1 > 0 \quad x^2 + 4x + 2 > 0 \quad \Delta = 49 - 8 = 41$$

$$x_1/x_2 = \frac{-4 \pm \sqrt{41}}{2} \quad \text{estremo} \quad x < \frac{-4 - \sqrt{41}}{2} \quad \vee \quad x > \frac{-4 + \sqrt{41}}{2}$$

$\alpha_1 \approx -\frac{13}{2} \approx -6,5$ $\alpha_2 \approx -\frac{1}{2} \approx -0,5$

$$f_2 > 0 \quad x^2 + 6x + 1 > 0 \quad \Delta = 36 - 4 = 32 \quad \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$x_1/x_2 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2} \quad \text{estremo} \quad x < -3 - 2\sqrt{2} \quad \vee \quad x > -3 + 2\sqrt{2}$$

$\beta_1 \approx -6,8$ $\beta_2 \approx -0,2$

Graf segni:

	α_1	β_1	α_2	β_2
f_1	+	-	-	+
f_2	+	+	-	+
	(+)	-	(+)	(+)

$$\Rightarrow x < \alpha_1 \quad \vee \quad \beta_1 < x < \alpha_2 \quad \vee \quad x > \beta_2$$

conseguenze

Corollario del teorema di Cartesio: Se ho disequazione di II grado
 $ax^2 + bx + c > 0$ con $a > 0$ e $\Delta = 0$ vale che

$$x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{otteniamo} \quad x_1/x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$\text{cioè} \quad x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$\text{Scomponendo col trinomio di Cartesio} \quad a\left(x + \frac{b}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a}\right) > 0$$

$$\Rightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 > 0$$

Ho quindi ottenuto il seguente fatto:

Se $\Delta = 0 \Rightarrow$ la scomposizione è un quadrato di binomio e dunque posso dedurre direttamente se è sempre maggiore o minore di 0 coerentemente con la richiesta

Esempio: $9x^2 - 36x + 36 < 0$ $\Delta = 36^2 - 4 \cdot 9 \cdot 36 = 0$

\Rightarrow quadrato < 0 (Dal discorso sopra)

\Rightarrow Soluzione: Mai $\rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{36}{18} = 2 \Rightarrow 9(x-2)^2 < 0$

Oss Federico: Quando c'è \geq o \leq si deve stare un attimo attenti alle uguaglianze.

Ultimo caso $\Delta < 0$

Esempio: $2x^2 + 3x + 4 < 0$ $\Delta = 9 - 32 = -23$

$2x^2 + 3x + \frac{9}{8} - \frac{9}{8} + 4 < 0$ $\sqrt{2}x + \frac{3}{2\sqrt{2}}$

Completam. del $\square \Rightarrow$ vedo avanti: con la scomp

$\left(\sqrt{2}x + \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{23}{8} < 0 \Rightarrow \left(\sqrt{2}x + \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 < \frac{-23}{8}$

\Rightarrow Sol: Mai, poiché un quadrato è sempre ≥ 0

Forma Generale: Data $ax^2 + bx + c > 0$, $a > 0$, $\Delta < 0$ si ha la seguente catena di passaggi

$ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow$ divido tutto per a , posso farlo tranquillo. poiché $a > 0$.

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow$ completo il $\square \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} > 0$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} > 0$$

Sempre minore di 0
poiché $\Delta < 0$

$$\leadsto \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 > \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leadsto \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 > \boxed{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

Da qui si deduce tutta la casistica.

Esercizio (di cui comparirà la soluzione). Scrivere il ricettorio per il comportamento per le diseq. di II grado.