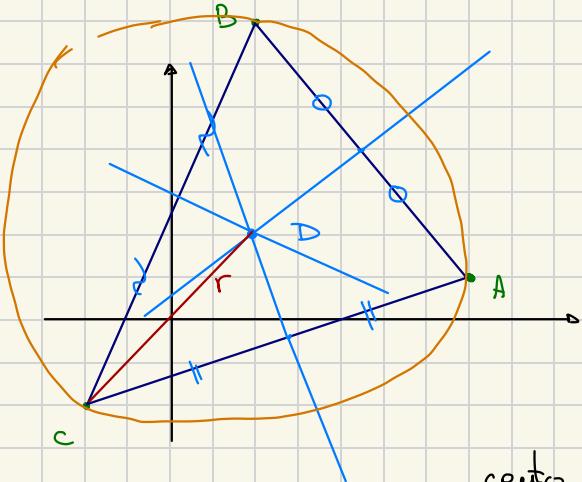


Settimana: 8

Argomenti:

Materia: Matematica
Classe: 3D
Data: 3/11/2025

Pag 217 Es 60



$$\begin{aligned} A &= (7, 1) \\ B &= (2, 7) \\ C &= (-2, -2) \end{aligned}$$

$D = (x_D, y_D)$ circocentro?

Def. Il **Circocentro** di un triangolo è il punto di incontro degli assi dei lati.

In particolare è anche il centro delle circonferenze circoscritte (che passa per i vertici) al triangolo.

Dato che D circocentro $\Rightarrow DC = DA = DB$ raggio. Si pongono le uguaglianze si fanno conti.

$$DA^2 = (x_D - 7)^2 + (y_D - 1)^2$$

$$= (x_D - 2)^2 + (y_D - 7)^2$$

$$DB^2 = (x_D - 2)^2 + (y_D + 2)^2$$

$$DC^2 = (x_D + 2)^2 + (y_D + 2)^2$$

Debbono essere uguali
Lo impongo

Per semplicità

$$x_D = x$$

$$y_D = y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DA^2 = DB^2 \\ DC^2 = DA^2 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 6x + 6 + y^2 - 14y + 49 \\ x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + 4x + 4 + y^2 + 4y + 4 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -10x + 12y = 3 \\ -18x - 6y = -42 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} + \\ \downarrow \circ 2 \end{array}$$

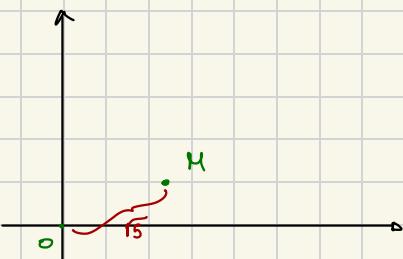
$$-46x = -81 \quad \Rightarrow x = \frac{81}{46} \quad \text{Riporto dentro} \Rightarrow y = \frac{49}{46}$$

Pag 219 es 100

$$A = (1; 2a+1)$$

$$B = (a-2; -a)$$

Il punto medio di AB
dista $\sqrt{5}$ dall'origine



Scrivo M lasciando a incognita

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right) = \left(\frac{a-1}{2}; \frac{a+1}{2} \right)$$

A questo punto scrivo $OM = \sqrt{5}$ e risolvo trovando a.

$$OM^2 = (x_M - x_0)^2 + (y_M - y_0)^2 = 5$$

$$\left(\frac{a-1}{2} - 0 \right)^2 + \left(\frac{a+1}{2} - 0 \right)^2 = 5$$

$$\frac{a^2 - 2a + 1}{4} + \frac{a^2 + 2a + 1}{4} = 5$$

$$2a^2 + 2 = 20 \quad \Rightarrow a^2 = 9 \quad \Rightarrow a = \pm 3$$

Es 123

$$A = (3; a+2)$$

$$B = (-2a; 1)$$

$$C = (-1; a-4)$$

$$G = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

Coordinate $x = 0$

G Baricentro nell'asse y

$$\frac{3-2a+1}{3} = 0 \Rightarrow a = 2$$

Trovare a

$$\rightsquigarrow A = (3; 4) \rightsquigarrow G = (0; 1)$$

$$B = (-4; 1)$$

$$C = (1; -2)$$

$$AG^2 = (x_G - x_A)^2 + (y_G - y_A)^2 =$$

$$= (0-3)^2 + (1-4)^2 = 18 \Rightarrow AG = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$BG^2 = (0+a)^2 + (1-1)^2 = 16 \Rightarrow BG = 4$$

$$CG^2 = (0-1)^2 + (1+2)^2 = 10 \Rightarrow CG = \sqrt{10}$$

Libro di Testo Pag 120 n. 155

$$A = (-2; 1)$$

1) Vertice C

$$B = (6; -1)$$

2) raggio circoint.

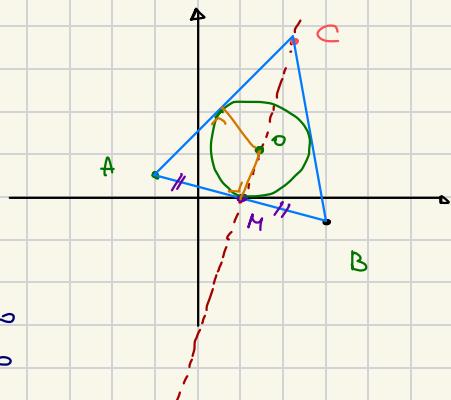
$$A_{ABC} = \frac{85}{2}$$

inscritta.

Triangolo isoscele

1) Idea: Scrivo i punti equidistanti da A e da B. In generale prendo un punto $C = (x_C; y_C)$ e impongo

$$\Rightarrow AC^2 = BC^2$$



$$(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2$$

$$(-2 - x_C)^2 + (1 - y_C)^2 = (6 - x_C)^2 + (-1 - y_C)^2$$

→ Per semplicità $x_C = x$, $y_C = y$

$$1 + x^2 + 4x + 1 + y^2 - 2y = 36 + y^2 - 12x + 1 + y^2 + 2y$$

$$16x - 4y = 32 \quad \Rightarrow \quad \boxed{4x - y = 8}$$

▷ Impasto Area:

base $AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 = (-2 - 6)^2 + (1 - (-1))^2 = 64 + 4 = 68$

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 6}{2}; \frac{1 - 1}{2} \right) = (2, 0)$$

alt. $CM^2 = (x_C - x_M)^2 + (y_C - y_M)^2 = (x - 2)^2 + (y - 0)^2$

$$CM^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2$$

$$AB = \sqrt{68} \quad CM = \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 4}$$

$$A_{ABC} = \frac{AB \cdot CM}{2} = \frac{85}{2}$$

$$\boxed{2\sqrt{17} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 4} = 85}$$

$$\begin{cases} 4x - y = 8 \quad \Rightarrow \quad y = 4x - 8 \\ 4 \cdot \cancel{17} \cdot (x^2 + y^2 - 4x + 4) = 17 \cdot 5^2 \end{cases}$$

$$4(x^2 + 16x^2 + 64 - 64x - 4x + 4) = 17 \cdot 5^2$$

$$4 \cdot (17x^2 - 68x + 68) = 17 \cdot 5^2$$

$$4 \cdot 17 (x^2 - 4x + 4) = 17 \cdot 5^2$$

$$4x^2 - 16x - 9 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 64 + 36 - 100$$

$$x_1/x_2 = \frac{8 \pm 10}{4} < \frac{\frac{9}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow y = 4 \cdot \frac{9}{2} - 8 = 10$$

$$\Rightarrow y = 4 \left(-\frac{1}{2}\right) - 8 = -10$$

$$C_1 = \left(\frac{9}{2}, 10\right)$$

$$C_2 = \left(-\frac{1}{2}, -10\right)$$

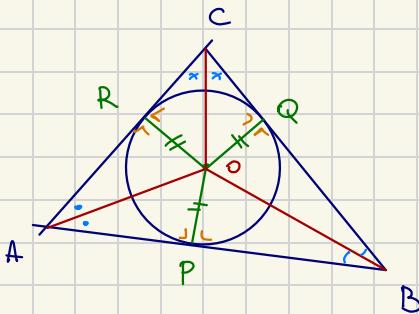
Con questo
risolvete il pto 2

Teorema: Dato un triangolo ABC, il raggio della circonferenza inscritta vale

$$r = \frac{2A}{P}$$

A area triangolo
P perimetro

Dim.: (Fatta da Alice e Luca nel ~2012)



► Il centro della circ. inscritta è il punto di incontro delle bisettrici
Piccolo es. per cosa

► OP, OQ, OR sono perpendicolari ai lati e sono raggi e le distanze centro - lato (*)

$$\begin{aligned} A_{ABC} &= A_{ABO} + A_{BCO} + A_{ACO} = \frac{AB \cdot PO}{2} + \frac{BC \cdot QO}{2} + \frac{AC \cdot RO}{2} \stackrel{(*)}{=} \\ &= \frac{AB \cdot r}{2} + \frac{BC \cdot r}{2} + \frac{AC \cdot r}{2} = r \left(\frac{AB + BC + AC}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A = \frac{P \cdot r}{2}$$

$$r = \frac{2A}{P}$$



Def. Un luogo geometrico di punti nel piano è un insieme di punti caratterizzati da una proprietà.

Molte volte la proprietà si traduce nel soddisfare una equazione.

Esempio: Considero l'equazione $y = 3x + 1$, voglio associare un disegno nel piano cartesiano e l'associazione è la seguente:

$$P = (x_p; y_p) \in \text{Disegno}$$

Metendo le coordinate di P dentro l'equazione si ottiene una uguaglianza

Sotto-Sotto

$P = (4, 3)$ NON appartiene al disegno identificato da $y = 3x + 1$ poiché $3 \neq 3 \cdot 4 + 1 = 22$

$A = (1, 4)$ appartiene al disegno identificato da $y = 3x + 1$

Formalmente, se $f(x, y) = 0$ è l'equazione che sta caratterizzando il luogo geometrico dei punti associati a $f(x, y) = 0$ è

$$\mathcal{F} = \{ (x_p, y_p) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x_p, y_p) = 0 \}$$

Piano
Cartesiano

Ciò sono tutti i punti che se sostituiti all'equazione, mi danno una uguaglianza.

Informalmente il processo sarà (per le poche cose che vedremo)

[Equazione $(f(x, y) = 0)$] \rightsquigarrow [Dovremo un nome (retta, parabola, ellisse, iperbole...)]

\rightsquigarrow [Diremo: il punto appartiene a "nome"]

Rette

Def: Una retta nel piano cartesiano è il luogo geometrico dei punti identificati da una equazione delle forme

$$ax + by + c = 0$$

con $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $(a, b) \neq (0, 0)$
 $\rightarrow a, b$ non sono nello stesso momento

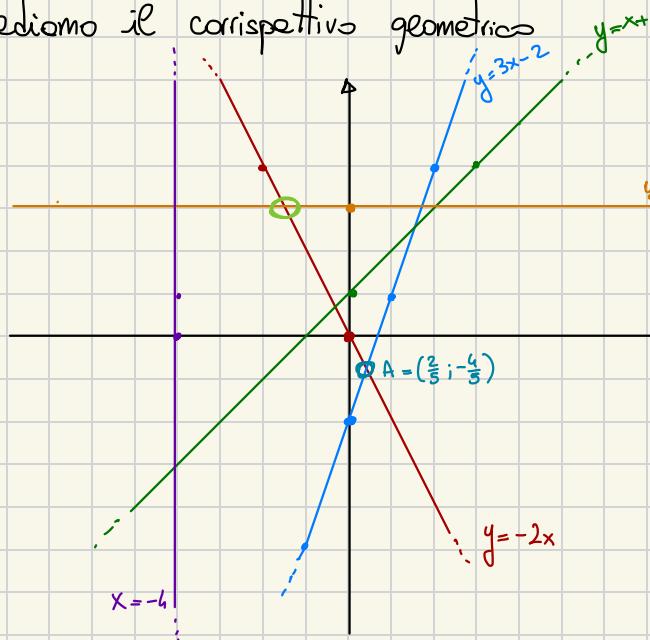
Esempio: (1) $3x + 2y + 5 = 0$ è una retta ($a=3; b=2; c=5$)

(2) $2x + 3 = 0$ è una retta ($a=2; b=0; c=3$)

(3) $y - 7 = 0$ è una retta ($a=0; b=1; c=-7$)

Oss: la forma $ax + by + c = 0$ è detta forma implicita di una retta. Ovviamente chiameremo "rette" qualsiasi equazione EQUIVALENTE (keti: cioè che hanno lo stesso insieme di soluzioni)

Vediamo il corrispettivo geometrico



$$(1) 2x + y = 0 \\ y = -2x$$

$$\begin{array}{r|rr} x & * \\ -2 & 4 \\ 0 & 0 \end{array}$$

$$(2) 3x - y - 2 = 0 \\ y = 3x - 2$$

$$\begin{array}{r|rr} x & * \\ 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$(3) x - y + 1 = 0 \\ y = x + 1$$

$$\begin{array}{r|rr} x & * \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$(4) y - 3 = 0 \\ y = 3$$

$$\begin{array}{r|rr} x & * \\ 0 & 3 \\ 1 & 3 \end{array}$$

$$(5) x + 4 = 0 \\ x = -4$$

$$\begin{array}{r|rr} x & * \\ -4 & 0 \\ -4 & 1 \end{array}$$

Oss. (1) Le rette parallele all'asse x sono le rette della forma

$$y = k \quad \text{con } k \in \mathbb{R} \quad (y=3)$$

(2) Le rette parallele all'asse y sono le rette della forma

$$x = k \quad \text{con } k \in \mathbb{R} \quad (x=-a)$$

Oss. Concorso: L'intersezione tra due luoghi geometrici corrisponde al sistema tra le equazioni che definiscono i luoghi.

Esempio (vedi sopra)

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3x - y - 2 = 0 \\ 5x - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \downarrow + \\ \rightarrow \end{matrix} \quad \begin{aligned} x &= \frac{2}{5} \quad \Rightarrow 2 \cdot \frac{2}{5} = -y \\ y &= -\frac{4}{5} \end{aligned}$$
$$A = \left(\frac{2}{5}; -\frac{4}{5} \right)$$