

Settimana: 18

Argomenti

Materia: Matematica

Classe: 5C

Data: 17/02/26

Pag 1797 n 330

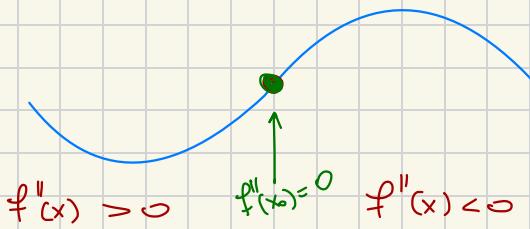
$$f(x) = \frac{ax^3 + bx + c}{x}$$

1) Graf. posse per $A = (1, 0)$

2) Ha un flesso in $B = (-1, 4)$ Sta nel grafico.

$$\hookrightarrow f''(-1) = 0$$

Def: Date $f: [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$, $x_0 \in (a; b)$, f ammette derivate seconde in $(a; b)$. x_0 è un flesso se $f''(x_0) = 0$



Si chiama flesso perché
è il punto in cui cambia
la concavità.
"La funzione si flette"

(1) Flesso a tg verticale:



$$f'(x_0) = \pm \infty$$

(2) Flesso a tg orizzontale:



$$f'(x_0) = 0$$

(3) Flesso in generale:



$$f''(x_0) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{a+b+c}{1} \\ 4 = \frac{-a-b+c}{-1} \end{array} \right.$$

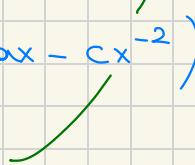
$$\hookrightarrow f''(-1) = 0 \rightsquigarrow 2a - 2c = 0$$



$$f(x) = \frac{ax^3 + bx + c}{x} = \boxed{ax^2 + b + \frac{c}{x}}$$

Più facili da derivare

$$f'(x) = 2ax - \frac{c}{x^2} \quad (= 2ax - cx^{-2})$$



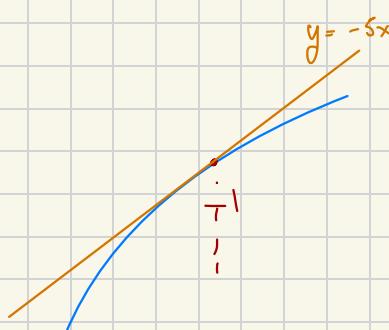
$$f''(x) = 2a + 2 \frac{c}{x^3}$$

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a+b-c=4 \\ a-c=0 \end{cases} \longrightarrow b=4 \quad \begin{cases} a+c+a=0 \\ b=4 \\ a=c \end{cases} \quad \begin{cases} 2a=-4 \\ b=4 \\ a=c \end{cases} \quad \begin{cases} a=-2 \\ b=4 \\ c=-2 \end{cases}$$

n 339 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$y = -5x$$

- (1) Passa per $(0; 1)$
- (2) tangente $y = -5x$ nel punto $x = -1$
- (3) $x = -1$ è flesso $f''(-1) = 0$



$\Rightarrow f'(-1) = -5$

$$\Rightarrow [y - f(-1)] = f'(-1) (x - (-1))$$

$$\left(\boxed{y = -5x} \right)$$

$$\Rightarrow y - f(-1) = -5(x + 1)$$

$$\boxed{y = -5x - 5 + f(-1)}$$

$$\Rightarrow -5 + f(-1) = 0$$

$$f(-1) = 5$$

risp tang $(-1; 5)$

Brotini's Box

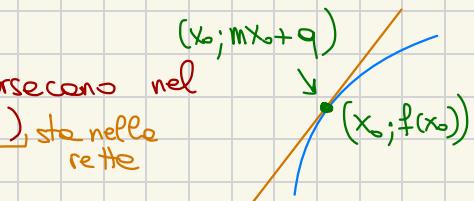
Dato $f(x)$ funzione, so che $y = mx + q$ è la tangente a f nel pto x_0 . Con questi dati riesco a ricavare 2 info.

$$(1) f'(x_0) = m$$

La retta e la funzione si intersecano nel punto $(x_0, f(x_0)) = (x_0, mx_0 + q)$ sta nella retta

$$(2) f(x_0) = mx_0 + q$$

$$(1) 1 = 0 + 0 + 0 + d$$



$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$(2) f'(-1) = -5 \quad \Rightarrow \quad 3a - 2b + c = -5$$

$$f(-1) = -5(-1) + 0 \quad \Rightarrow \quad -a + b - c + d = +5$$

$$(3) f''(-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad -6a + 2b = 0$$

$$\begin{cases} d = 1 \\ 3a - 2b + c = -5 \\ -a + b - c = 4 \\ -3a + b = 0 \end{cases} \quad \downarrow + \quad \begin{cases} \Rightarrow c = -2 \\ 2a - b = -1 \quad \Rightarrow -a = -1 \quad \Rightarrow a = 1 \\ -3a + b = 0 \quad \Rightarrow b = 3a \quad \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

Pongli 1731 e seguenti. 379

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin x)^{-1} \cdot \ln(e^x + x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^x + x)}{\sin x} = 2$$

$$\text{H: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(e^x + x)} \cdot (e^x + 1)}{\cos x} = 2$$



446: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) \text{ m.FI } \infty \cdot 0$

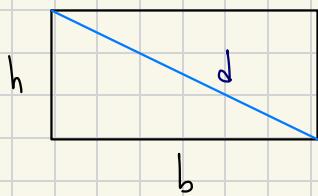
$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = (1)$$

$$\text{H: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{\frac{x+1}{x}} \left(\frac{1 \cdot x - (x+1) \cdot 1}{x^2} \right)}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1} \left(-\frac{1}{x^2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x(1 + \frac{1}{x})} = 1$$

Pag 1800 e seguenti.

461:



Fra tutti i rettangoli di area a^2 , trova quello la cui diagonale è minima.

$$h = \frac{a^2}{b}$$

È un problema di max o minimo o di ottimizzazione.

- 1) Si scrive la funzione che calcola ciò che ci interessa
- 2) Si fa la derivata della funzione e si fa lo studio del segno

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{b^2 + \left(\frac{a^2}{b}\right)^2}$$

La funzione diagonale è:

$$d(x) = \sqrt{x^2 + \left(\frac{a^2}{x}\right)^2}$$

con x base

Per trovare il minimo devo derivare la funzione e porle ≥ 0

Per semplificare minimizzo il radicando (Per confrontare $\sqrt{23}$ con $\sqrt{5a}$)
controllo 23 e 5a

$f(x) = x^2 + \frac{a^4}{x^2}$ e faccio le derivate
 $\rightarrow a^4 \cdot x^{-2}$

$$\begin{aligned}f'(x) &= 2x + a^4(-2) \cdot x^{-3} \\&= 2\left(x - \frac{a^4}{x^3}\right) = 2\left(\frac{x^4 - a^4}{x^3}\right)\end{aligned}$$

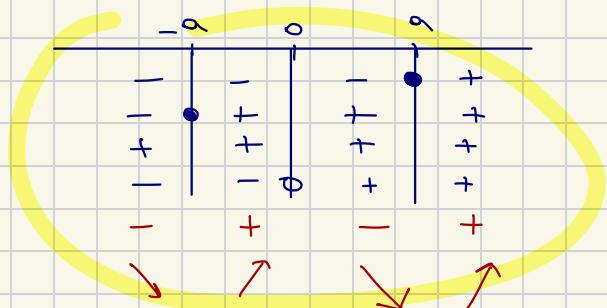
Perciò $f'(x) \geq 0 \quad \frac{x^4 - a^4}{x^3} \geq 0 \quad \frac{(x-a)(x+a)(x^2+a^2)}{x^3} \geq 0$

N₁: $x \geq a$

N₂: $x+a \geq 0 \Rightarrow x \geq -a$

N₃: $x^2 + a^2 \geq 0 \Rightarrow$ Sempre

D.: $x^3 > 0 \Rightarrow x > 0$



Abbiamo scoperto che diagonale è minima quando $x = \text{base} = a$

Il minimo è realizzato per il quadrato di base a