

Settimana: 11

Argomenti:

Materia: Matematica  
Classe: 3D  
Data: 24/11/2025

Pag 242 Es 41

$$3kx - (1+2k)y - 6 = 0$$

$$-y - 6 + k(3x - 2y) = 0$$

rette generatrici

$$r_1: -y - 6 = 0$$

$$r_2: 3x - 2y = 0$$

Capisco se fascio proprio o improprio intersecento

$$r_1 \cap r_2 \quad \begin{cases} -y - 6 = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6 \\ 3x + 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -4$$

$$V = (-4; -6)$$

a) Trovare retta fascio f.c. che incontri gli Assi nei punti A, B e il triangolo OAB ha incentro nel punto  $(-1, -1)$

(a,bis) Stesso problema solo che trova il triangolo OCD con Baricentro in  $(-\frac{8}{3}, -4)$

(1) Calcolo in funzione di k i punti C e D di intersezione con l'asse x e asse y.

$C(k)$ :  $r_k \cap$  Asse y

$$\begin{cases} 3kx - (1+2k)y - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{6}{1+2k} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$D(k): r_k \text{ n Asse} \times \begin{cases} 3kx - (1+2k)y - 6 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2}{k} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$C(k) = \left( 0; -\frac{6}{1+2k} \right) \quad D(k) = \left( \frac{2}{k}; 0 \right) \quad O = (0;0)$$

(2) Impongo uguaglianze col baricentro

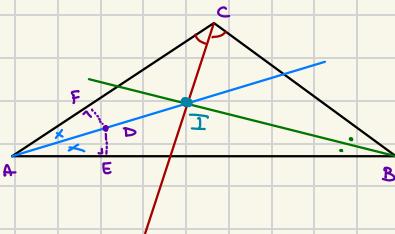
$$G = \left( -\frac{8}{3}; -4 \right) = \left( \frac{0 + \frac{2}{k} + 0}{3}; -\frac{\frac{6}{1+2k} + 0 + 0}{3} \right)$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3k} = -\frac{8}{3} \\ -4 = -\frac{2}{1+2k} \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} 2 = -8k \\ -4 - 8k = -2 \end{cases}$$

Le due eq. devono dare stesso risultato. IHP.

$\uparrow$   
 $\rightsquigarrow 4k = -1 \rightsquigarrow k = -\frac{1}{4}$

Def.: L'incontro di un triangolo è il pto di intersezione delle bisettrici degli angoli di un triangolo



Oss.: Dato un pto D sulla bisettrice le distanze da D ai lati dell'angolo sono uguali e viceversa cioè se un punto ha distanze uguali dai due lati allora sta nella bisettrice

Dim.: Riferito al disegno:  $\triangle ADF \cong \triangle ADE$

$AD$  in comune

$\hat{FAD} \cong \hat{DAE}$  perché bisettrice

$\hat{AFD} \cong \hat{AED} \cong \frac{\pi}{2}$

II crit

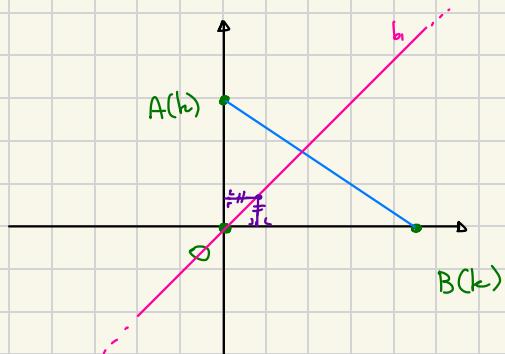
$\Rightarrow \triangle ADF \cong \triangle ADE \Rightarrow DF = DE$

Esercizio:

Le vicende scambio scambio le cose evidenziate

Int. II quodimstre 3+3+3+3+2+2

Per continuare calcolo 2 bisettrici e le intersezione



$$O = (0;0)$$

$$A(k) = (0; -\frac{6}{1+2k})$$

$$B(k) = (\frac{2}{k}; 0)$$

Come si calcolano le bisettrici? Si impone che un pto disti le stesse distanze dai due lati dell'angolo

$$\begin{aligned} \text{Lati: } & Ax \rightarrow y = 0 \\ & Asey \rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

Prendo un pto generico  $(x,y) = P$  e impongo che abbia le stesse distanze dai due lati

$$d(\text{punto; retta}) = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{Impongo } d(P, \text{asse } y) = d(P; \text{asse } x)$$

$$\frac{|1 \cdot x + 0 + 0|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{|0 + 1 \cdot y + 0|}{\sqrt{0^2 + 1^2}}$$

$$\Rightarrow |x| = |y|$$

$\Rightarrow b_1$ : ci sono i val assoluti perché le bisettrici in realtà sono 2

Per la II bisettrice prime faccio le rette per i pti  $A(k), B(k)$

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

$$\frac{y + \frac{6}{1+2k}}{0 + \frac{6}{1+2k}} = \frac{x - 0}{\frac{2}{k} - 0}$$

$$\frac{y(1+2k) + 6}{6} = \frac{3 \times k}{6}$$

$$3kx - (1+2k)y - 6 = 0 \quad \text{retta } A(k), B(k) \quad r_{AB}$$

Bisettrice:  $d(CP; \text{Asse } x) = d(P; r_{AB})$   $\text{Dist} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\frac{|0 + y + 0|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|3kx - (1+2k)y - 6|}{\sqrt{(3k)^2 + (1+2k)^2}} \\ 9k^2 + 4k^2 + 1 + 4k$$

$$|y| \sqrt{13k^2 + 4k + 1} = |3kx - (1+2k)y - 6| \quad b_2$$

Furbizia: Invece di calcolare intersezione e poi parla ugale  
al punto  $(1, -1)$ , metto  $(1, -1)$  nelle equazioni e  
queste devono essere vere

$$b_1: |1| = |-1| \quad \text{Vero}$$

$$b_2: |-1| \sqrt{13k^2 + 4k + 1} = |3k + (1+2k) - 6|$$

$$\sqrt{13k^2 + 4k + 1} = |5k - 5| \quad \text{Si può elenare (pensare perché)}$$

$$13k^2 + 4k + 1 = 25k^2 - 50k + 25$$

$$12k^2 - 54k + 24 = 0$$

$$6k^2 - 27k + 12 = 0$$

$$2k^2 - 9k + 4 = 0$$

$$2k^2 - 8k - k + 4 = 0 \quad \text{mo} \quad 2k(k-4) - (k-4) = 0$$

$$(2k-1)(k-4) = 0 \Rightarrow k = 4 \quad k = 1/2$$

Mettiamo i valori di  $k$  nel fascio e conclude.

$$3kx - (1+2k)y - 6 = 0$$

$$k = 4 \quad 12x - 9y - 6 = 0 \Rightarrow 4x - 3y - 2 = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \quad \frac{3}{2}x - (1+1)y - 6 = 0 \Rightarrow 3x - 4y - 12 = 0$$

$$k = -\frac{1}{4} \quad -\frac{3}{4}x - (1-\frac{1}{2})y - 6 = 0 \Rightarrow 3x + 2y + 24 = 0$$

Pag 279 n 67

$$A = \left( \frac{3k}{5}; 2 \right) \quad B = \left( -7; \frac{7+k}{3} \right) \quad C = \left( k+2; -\frac{10}{k} \right)$$

Trovare  $k$  affinché siano allineati.

Faccio retta  $AB$  e poi ci butto dentro il punto  $C$  e DEVE essere uguagliare ( $C \in$  retta)

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A} \quad \text{Posso fare tutto direttamente imponendo}$$

$$\boxed{\frac{y_C - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x_C - x_A}{x_B - x_A}}$$

$\Rightarrow$  Formule generali per dire se tre punti sono allineati

$$\frac{-\frac{10}{k} - 2}{\frac{4+k}{3} - 2} = \frac{k+2 - \frac{3k}{5}}{-7 - \frac{3k}{5}}$$

$$\frac{\frac{-10 - 2k}{k}}{\frac{4+k - 6}{3}} = \frac{\frac{5k + 10 - 3k}{5}}{\frac{-35 - 3k}{5}}$$

$$-\frac{3(+10+2k)}{(k+1)k} = \frac{2k+10}{-3k-35}$$

$$3(3k+35) = k(k+1)$$

$$9k+105 = k^2+k$$

$$k^2 - 8k - 105 = 0 \quad \frac{\Delta}{4} = 16 + 105 = 121 \quad \Rightarrow \sqrt{\frac{\Delta}{4}} = 11$$

$$k_{1,2} = \frac{4 \pm 11}{2} \begin{cases} 15 \\ -7 \end{cases}$$

P posso semplificare se  
 $10+2k \neq 0 \Rightarrow k = -5$   
 è soluzione e  
 semplifi