Settimana: 19

Materia: Matematica
Classe: 5C
Data: 24/02/26

Argomenti

Pag 1804 n. 449

$f(x) = x + a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$ $\qquad f(x) = x + 2 + \frac{12}{x} + \frac{8}{x^2} \leadsto f(4) = 4+2+3+\frac{1}{2} = 19/2$

Trova a,b,c in modo che:
1) $x = 4$ pto critico $\leadsto f'(4) = 0$ (1)
2) flesso in $B = (-2; -4)$ $\leadsto f''(-2) = 0$ (2)
$\leadsto$ Passa per B (3)

$f(x) = x + a + bx^{-1} + cx^{-2}$

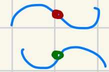
$f'(x) = 1 + 0 - bx^{-2} - 2cx^{-3}$

$f''(x) = 0 + 2bx^{-3} + 6cx^{-4}$

$$\leadsto \begin{cases} (1)\ 1 - \frac{b}{16} - \frac{\cancel{2}c}{\cancel{64}\,32} = 0 \\ (2)\ \frac{2b}{-8} + \frac{\cancel{6}^{3}c}{\cancel{16}\,8} = 0 \\ (3)\ -2 + a + \frac{b}{-2} + \frac{c}{4} = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1)\ 32 - 2b - c = 0 \\ (2)\ -2b + 3c = 0 \\ (3)\ -8 + 4a - 2b + c = -16 \end{cases} \leadsto \begin{cases} 2b + c = 32 \\ 2b = 3c \\ 4a - 2b + c = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4c = 32 \leadsto c = 8 \\ 2b = 24 \leadsto b = 12 \\ 4a = -8 + 24 - 8 \leadsto 4a = 8 \leadsto a = 2 \end{cases}$$

Detto A il pto con ascisse $x=4$ (che è critico) cos'è A?
e che tipo di flesso è B? ('Cioè  ?)

$$f'(x) = 1 - \frac{12}{x^2} - \frac{16}{x^3} = \frac{x^3-12x-16}{x^3} \geq 0$$

$x=4$ soluzione

Ruffini:

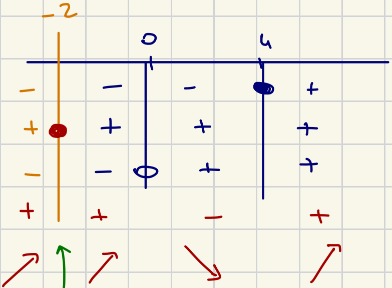
	1	0	-12	-16
4		4	16	16
	1	4	4	0

$(x^3-12x-16) = (x-4)(x^2+4x+4)$

N_1: $x-4 \geq 0 \rightsquigarrow x \geq 4$

N_2: $x^2+4x+4 \geq 0 \rightsquigarrow (x+2)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

D. $x^3 > 0 \rightsquigarrow x > 0$



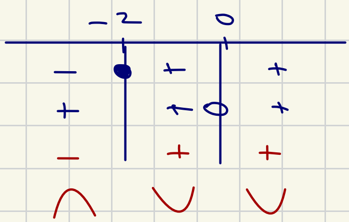
Flesso a tg orizzontale

$\rightsquigarrow$ A è un minimo locale

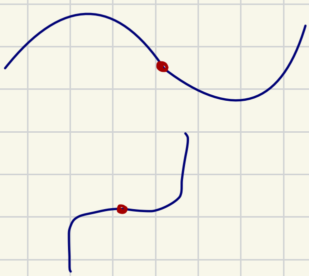
$$f''(x) = \frac{24}{x^3} + \frac{48}{x^4} = \frac{24(x+2)}{x^4} \geq 0$$

N: $x \geq -2$

D: $x^4 > 0 \rightsquigarrow x \neq 0$

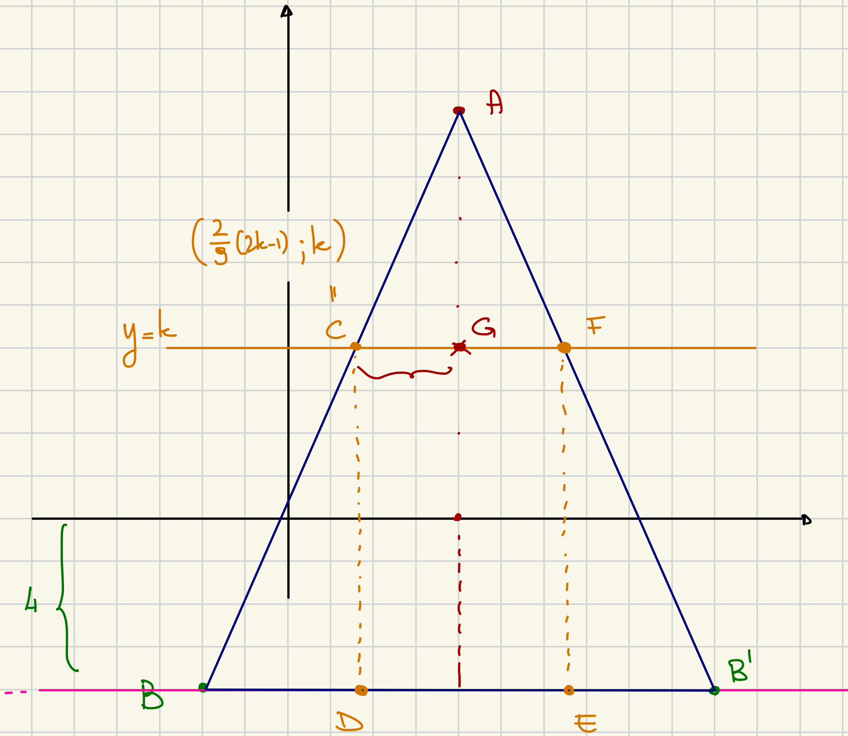


Il flesso è del tipo



Oss: Se per caso $x=-2$ è anche uno zero della derivata prima, allora il flesso è a tg orizz.

(c) Considera il triangolo ABB' $A=(4;\frac{19}{2})$, $B=(-2;-4)$
Isoscele di base BB' parallela
all'asse x e inscrivi in esso il rett. di area max



B' si trova sulla retta rosa

$B'=(10;-4)$

Fisso una retta orizzontale che è $y=k$

Voglio calcolare l'area di CDEF in funzione di k

$h = CD = |y_C - y_D| = |k-(-4)| = |k+4|$

Per trovare C, faccio $\cap$ tra retta AB e retta $y=k$

<u>Retta AB</u>: $\dfrac{y-y_B}{y_A-y_B} = \dfrac{x-x_B}{x_A-x_B} \rightsquigarrow \dfrac{y+4}{\frac{19}{2}+4} = \dfrac{x+2}{+4+2}$

$\rightsquigarrow \begin{cases} 6(y+4) = \frac{27}{2}(x+2) \\ y=k \end{cases} \rightsquigarrow 6k+24 = \frac{27}{2}x+27$

$\rightsquigarrow x = \frac{2}{27}(6k-3) = \frac{2}{9}(2k-1)$

$$CF = 2\,CG = 2\,|x_C - x_G| = 2\left|\frac{2}{9}(2k-1) - 4\right|$$

$$CF = 2\left|\frac{4k-2-36}{9}\right| = \frac{2}{9}|4k-38| = \frac{4}{9}|2k-19|$$

$$\underline{Area}(k) = CD \cdot CF = \frac{4}{9}|2k-19| \cdot |k+4|$$

$$f(k) = \frac{4}{9}|(2k-19)(k+4)| = \frac{4}{9}|2k^2 - 11k - 76|$$

$k \geq \frac{19}{2}$ $\qquad$ $k \geq -4$

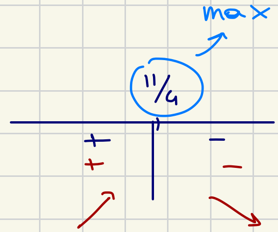
$$f(k) = \begin{cases} \frac{4}{9}(2k^2 - 11k - 76) & k \leq -4 \ \vee \ k \geq \frac{19}{2} \\ -\frac{4}{9}(2k^2 - 11k - 76) & -4 \leq k \leq \frac{19}{2} \end{cases}$$

↳ Per disegno ci interessa solo questo.

$$f : \left[-4; \frac{19}{2}\right] \longrightarrow \mathbb{R} \qquad f(k) = -\frac{4}{9}(2k^2 - 11k - 76)$$

$$f'(k) = -\frac{4}{9}(4k - 11) \geq 0$$

$$\cancel{\frac{4}{9}}(4k-11) \leq 0 \qquad k \leq \frac{11}{4}$$



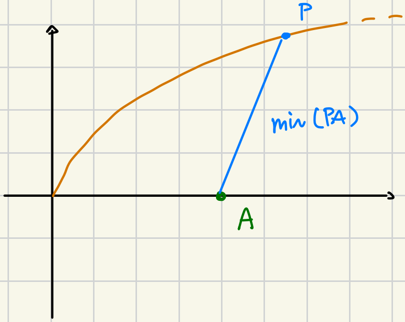
Rettangolo di area max in corrispondenza della retta $y = \frac{11}{4}$

$$f\left(\frac{11}{4}\right) = -\frac{4}{9}\left(2\left(\frac{11}{4}\right)^2 - 11\left(\frac{11}{4}\right) - 76\right) =$$

<u>Compito 3/3/26</u>

<u>Problema</u>: 1) Parametri Lim o par	Q1) 2 Lim + 2 Der	Q5) Comb
2) Studio di fz (Rec fino a deriv. prima)	Q2) Limiti	Q6) Tri
↳ Conclusione st. fz.	Q3) Trova max min	Q7) Num con
3) Max min con un pto / Conseguenze Logs.	Q4) Conti − Der −	Q8) Analisi

98 pag 1830



$f(x) = \sqrt{x}$ $\quad A = (4,0)$

Trova minimo di PA con P ∈ Curva.

$$P = (x; f(x)) = (x; \sqrt{x})$$

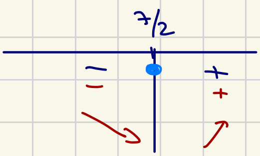
$$d(x) = \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} =$$

$$= \sqrt{(x-4)^2 + (\sqrt{x} - 0)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 16 + x}$$

$$d(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 16}$$

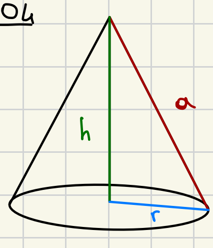
Minimizzo $m(x) = x^2 - 7x + 16$

$$m'(x) = 2x - 7 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{7}{2}$$



Il pto più vicino è $P = \left(\frac{7}{2}; \sqrt{\frac{7}{2}}\right)$

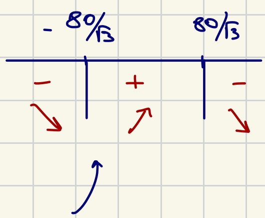
104



$a = 80$

Quanto vale il volume max del cono.

$$V = \frac{1}{3} S_{base} \cdot h \qquad \text{Scelgo } h \text{ come variabile}$$



$r = \sqrt{80^2 - h^2}$ per teo di Pitagora

$$V(h) = \frac{1}{3}\pi(80^2 - h^2)\cdot h = \frac{1}{3}\pi(80^2 h - h^3)$$

$$V'(h) = \frac{1}{3}\pi(80^2 - 3h^2) = \frac{1}{3}\pi(80 - \sqrt{3}h)(80 + \sqrt{3}h) \geq 0$$

$h = \frac{80}{\sqrt{3}}$ è il max $\Rightarrow V(h_{max}) = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{2}{3}(80^2) \cdot \frac{80}{\sqrt{3}} = \frac{2}{9\sqrt{3}}\pi \cdot 80^3$