

Def: Dato un gas fatto di particelle che si muovono di velocità $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_N$, la velocità quadratica media è

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N}}$$

Oss: Supponendo che le molecole di un gas abbiano tutte massa m vale che

$$K_{m, \text{trase}} = \frac{\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m v_N^2}{N} = \frac{\frac{1}{2} m (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2)}{N}$$

\uparrow
Traslazionale
(Solo traslazioni)

$$K_{m, \text{trase}} = \frac{1}{2} m \langle v \rangle^2$$

\rightsquigarrow la notazione è fatta apposta per avere una scrittura del tipo $K = \frac{1}{2} m v^2$

Teorema (no dim): (1) la pressione di un gas perfetto è dovuta agli urti delle molecole sulle pareti del recipiente
(2) se le molecole sono tutte della stessa sostanza vale che

$$P = \frac{N \cdot m \cdot \langle v \rangle^2}{3V}$$

N numero di molecole, V volume

Conseguenze: In un gas perfetto valgono

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{Nm \langle v \rangle^2}{3V} \rightsquigarrow PV = \frac{Nm \langle v \rangle^2}{3}$$

Poniamo le due formule uguali e otteniamo:

$$nRT = \frac{Nm \langle v \rangle^2}{3}$$

\rightsquigarrow Goal: trovare una formula per $K_{m, \text{trase}}$

Moltiplico per $\frac{1}{2}$ da entrambe le parti

$$\frac{1}{2} m \langle v \rangle^2 \frac{N}{3} = \frac{1}{2} n R T$$

$$N = n \cdot N_A \leadsto \frac{N}{n} = N_A$$

$$K_{m, trasl} = \frac{3}{2} \left(\frac{n}{N} \right)^{= \frac{1}{N_A}} R T \leadsto K_{m, trasl} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \cdot T$$

Def: Il numero $\frac{R}{N_A} = k_B$ si chiama costante di Boltzmann e vale che

$$k_B = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \cdot \frac{J}{mol \cdot K}}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}} \approx 1,381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

Nella formula sopra T è in Kelvin e vale dunque che

$$K_{m, trasl} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

Oss: la formula ci dice che Temperature in Kelvin è direttam. proporzionale a K_m che rappresenta il movimento

Oss: $K_{m, trasl} = \frac{1}{2} m \langle v \rangle^2$ che è sempre positive; di conseguenza T deve essere sempre positivo.

Ma quindi NON esiste una temperatura in gradi Kelvin che va sotto lo 0 K.

Per questo detto 0 K è lo zero assoluto, non si può avere una temperatura più bassa.

Oss: Si può ricavare una formula per $\langle v \rangle$ a partire dalle rel. prec.

$$K_{m, trasl} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\frac{1}{2} m \langle v \rangle^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\langle v \rangle^2 = 3 \frac{k_B}{m} T$$