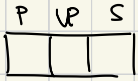
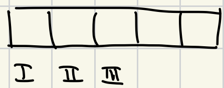
Pag 220 n26

40 soci
3 ruoli



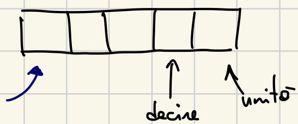
$40 \cdot 39 \cdot 38 = D_{40,3} = \frac{40!}{37!}$

n28 5 premi diversi
80 biglietti



$80 \cdot 79 \cdot 78 \cdot 77 \cdot 76 = D_{80,5} = \frac{80!}{75!}$

n31 5 cifre diverse per un num. di 5 cifre
Posso usare le 10 cifre decimali



La cifra più grande NON può essere 0.

$\rightsquigarrow 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27216$

Tutte tranne lo 0

tutte tranne la prima

n 37: $6 D_{x,2} + D_{x-1,3} = 2 D_{x,3}$

$D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$
$= n(n-1) \dots (n-k+1)$

$$6 \frac{x!}{(x-2)!} + \frac{(x-1)!}{(x-1-3)!} = 2 \frac{x!}{(x-3)!}$$

$(x-4)!$

$$\frac{x(x-1)\cancel{(x-2)(x-3)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{(x-2)(x-3)(x-4)\cdots 3 \cdot} 2 \cdot 1}$$

$$6x\cancel{(x-1)} + \cancel{(x-1)}(x-2)(x-3) = 2x\cancel{(x-1)}(x-2)$$

$x-1 \neq 0$ cioè $x \neq 1$ e va bene perché se $x=1$ $D_{x-1,3}$ Non ha senso

$$6x + x^2 - 5x + 6 = 2x^2 - 4x$$

$x^2 - 5x - 6 = 0 \rightsquigarrow (x-6)(x+1) = 0$

$\rightsquigarrow$ $x = 6$, $\boxed{x = -1}$ → Accettabile

N.A. come sopra

n51 numeri di 3 cifre, anche ripetute si formano con cifre dell'insieme

$A = \{0, 3, 5, 6, 7, 8\}$

$5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$

lo 0 non posso

Variante: Quanti sono in totale i numeri di 3 cifre?

$9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$

Tutte tranne lo 0

Alternativa: $999 - \underbrace{99}$ → Tutti i numeri di al più 2 cifre

numero di 3 cifre + grande

58 $D'_{x,3} = D_{x+1,3} + 4 - x$ $\qquad D_{n,k} = \frac{n!}{k!}$ $\qquad D'_{n,k} = n^k$

$x^3 = \left[\frac{(x+1)!}{(x+1-3)!}\right] + 4 - x$

$$\frac{(x+1)\, x\, (x-1)\cancel{(x-2)(x-3)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{(x-2)(x-3)\cdots 3\cdot 2\cdot 1}}$$

$x^3 = (x+1)\, x\, (x-1) + 4 - x$

$\cancel{x^3} = \cancel{x^3} - x + 4 - x$ $\qquad x = 2$ Accettabile $\quad D'_{2,3}$ no prob

$D_{3,3}$ no prob.

Coefficienti binomiali

Def: Il coefficiente binomiale $(0 \le k \le n)$

$$\binom{n}{k}$$ Si legge n su k

è la quantità $\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$

Esempi: $\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!\,1!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 1} = 3$

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5\cdot \overset{2}{\cancel{4}}\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{3\cdot 2\cdot 1}\cdot \cancel{2}\cdot 1} = 10$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,3!} = 10$$

Proposizione (Anxhela): Vale che $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Dim: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{(n-k)!\,[n-(n-k)]!} = \binom{n}{n-k}$

Esempi: $\binom{3}{1} = \frac{3!}{1!\,2!} = 3$ $\qquad \binom{3}{2} = 3$

$\binom{4}{1} = \frac{4!}{1!\,3!} = 4$ $\qquad \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{\cancel{4}\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{\cancel{2\cdot 1}\;\cancel{2\cdot 1}} = 6$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5\cdot \overset{2}{\cancel{4}}\cdot \cancel{3\cdot 2}}{\cancel{2}\cdot \cancel{3\cdot 2}} = 10$$

Triangolo di Tartaglia (o di Pascal): Per adesso prendiamo per buona l'assoc

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & \binom{0}{0} & & & & & & \\
 & & & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & & & \\
 & & & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & & & \\
 & & & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & & & \\
 & & \binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4} & & \\
 & \binom{5}{0} & & \binom{5}{1} & & \binom{5}{2} & & \binom{5}{3} & & \binom{5}{4} & & \binom{5}{5} & \\
\binom{6}{0} & & \binom{6}{1} & & \binom{6}{2} & & \binom{6}{3} & & \binom{6}{4} & & \binom{6}{5} & & \binom{6}{6}
\end{array}$$

Oss. Not.: La riga è indicizzata da n, la colonna da k

Proposizione (Ettore): Vale che $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ è la codifica della costruzione del triangolo di Tartaglia come somma dei numeri della riga precedente

Dim: Esercizio.