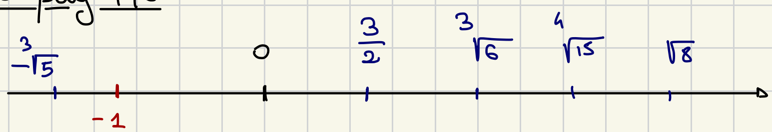
Es 36 pag 470

$$\sqrt[15]{\frac{(3^3)^3 - 3\cdot 9^5}{3^4 - 9^4}} = \sqrt[15]{\frac{3^9 - 3^{13}}{3^4 - 3^8}} = \sqrt[15]{\frac{3^9\,\cancel{(1-3^4)}}{3^4\,\cancel{(1-3^4)}}}$$

$$= \sqrt[15]{3^5} = \sqrt[5\cdot 3]{3^{5\cdot 1}} = \sqrt[3]{3}$$

Es 60 pag 470



$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[12]{6^4} = \sqrt[6]{6^2} \qquad \frac{3}{2} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3}$$

$$\underbrace{\sqrt[4]{15} = \sqrt[12]{15^3}} = \sqrt[4]{15} \qquad \cancel{-\sqrt[3]{5}} \qquad -1 = -\sqrt[3]{1}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt[6]{8^3} = \sqrt[4]{64}$$

$$6^4 = 3^4\cdot 2^4 \qquad 15^3 = 3^3\cdot 5^3$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$3\cdot 2^4 = 48 \qquad 5^3 = 125$$

Semplifico i 3^3 per avere conti più facili

$$\sqrt[4]{15} > \sqrt[3]{6} \qquad \sqrt{8} > \sqrt[3]{6} \qquad \sqrt{8} > \sqrt[4]{15}$$

$$6^2 = 3^2\cdot 2^2 \qquad 8^3 = 2^9$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$3^2 < 2^7$$

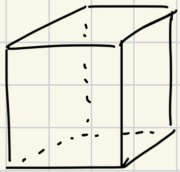
$$\rightsquigarrow \sqrt[3]{6} < \sqrt[4]{15} < \sqrt{8}$$

$$\vee$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} < 6$$

Es 10 pag 473

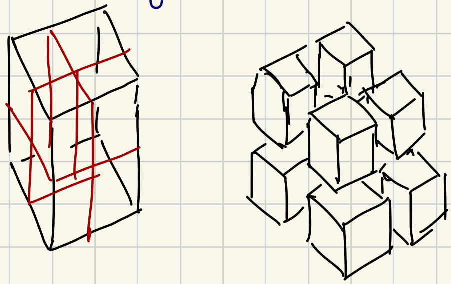


cubetto $l_g = 2cm$ → $l_g = l_{grande}$

Voglio cubetti più piccoli tali che

$$V_{piccolo} = \frac{1}{2} V_{grande} \qquad l_p = ?$$

Warning: La risposta NON è $l_p = \frac{1}{2} l_g$ perché se così fosse ottengo 8 cubetti e dunque il volume di quello piccolo è $\frac{1}{8}$ del volume grande



$$V_g = l_g^3 = 2^3 = 8 \qquad V_p = l_p^3$$

$$V_p = \frac{1}{2} V_g \rightsquigarrow l_p^3 = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 \rightsquigarrow l_p = \sqrt[3]{4}$$

Operazioni con i radicali

Domande: ▷ Quanto fa $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$? Fa $\sqrt{6}$. Ho, cioè, moltiplicato i radicandi

▷ Quanto fa $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$? $\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{72}$

▷ C'è un altro modo per scrivere $\sqrt{8}$?

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Teorema: Dati due radicali con stesso indice $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{b}$ con $a,b \geq 0$ e $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ vale che:

(1) <u>Prodotto</u>: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

(2) <u>Quoziente</u>: $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ $\quad b \neq 0$

Come conseguenza possiamo moltiplicare (o dividere) qualsiasi coppia di radicali portandoli allo stesso indice e usando le proprietà sopra

<u>Dim</u>. (1) Per definizione il radicale è quel numero che se lo elevo all'indice mi dà il radicando. E tale numero è unico

$$\left(\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}\right)^n \overset{\text{propr. pot}}{\boxed{=}} \left(\sqrt[n]{a}\right)^n \cdot \left(\sqrt[n]{b}\right)^n = a \cdot b$$

$(2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$

$$\left(\sqrt[n]{ab}\right)^n = ab$$

Se sono uguali elevati alla n, sono uguali anche le basi. In azzurro ho mostrato che sono uguali, quindi vale la formula

(2) <u>Quoziente</u>: Fare a casa. Stessa cosa di sopra.

□

Esercizi / Esempi:

- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \cdot 2} = \sqrt[3]{4}$
- $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[15]{5^5} \cdot \sqrt[15]{3^3} = \sqrt[15]{5^5 \cdot 3^3}$
- $\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt[5]{7^4} = \sqrt[5]{7^5} = 7$

<u>56</u>: $\sqrt{5x} \cdot \sqrt{x+3} =$

$\sqrt{5x(x+3)}$

C.E. $\begin{cases} 5x \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq -3 \end{cases}$

$\rightsquigarrow x \geq 0$

73: $\sqrt[3]{x^3+3x^2+3x+1}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}} =$ C.E. $x \neq -1$

$\sqrt[3]{(x+1)^3}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}} \xrightarrow{\text{Lorenzo}} (x+1)\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}}$ $\underline{\underline{ok}}$

Libro $\sqrt[3]{\dfrac{(x+1)^{\cancel{3}\,2}\cdot x}{\cancel{x+1}}} = \sqrt[3]{(x+1)^2\cdot x}$

77: $\sqrt[3]{\dfrac{y-8}{y-5}}\cdot\sqrt{\dfrac{\overbrace{y^2-10y+25}^{(y-5)^2}}{y-8}} =$

C.E. $\begin{cases} y \neq 5 \\ \dfrac{y^2-10y+25}{y-8} \geq 0 \end{cases} \rightsquigarrow \boxed{y>8}$

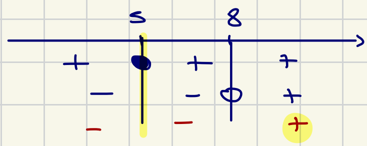
$\sqrt[6]{\dfrac{\cancel{(y-8)^2}}{\cancel{(y-5)^2}}\cdot\dfrac{(y-5)^{\cancel{6}\,4}}{(y-8)^{\cancel{3}\,1}}} =$

$\sqrt[6]{\dfrac{(y-5)^4}{y-8}}$

$\dfrac{(y-5)^2}{y-8} \geq 0$

$N \geq 0 \quad (y-5)^2 \geq 0 \quad \forall y \in \mathbb{R}$

$D > 0 \quad y-8>0 \quad y>8$

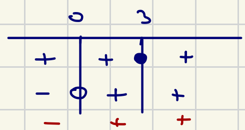


$\boxed{y=5 \qquad y>8}$

79: $\sqrt{\dfrac{y^2-6y+9}{y}}\cdot\sqrt{\dfrac{y^2+3y}{y^2-9}}$

C.E. $\begin{cases} \dfrac{y^2-6y+9}{y} \geq 0 \quad (\text{I}) \\ \dfrac{y^2+3y}{y^2-9} \geq 0 \quad (\text{II}) \end{cases} \rightsquigarrow \boxed{y>3}$

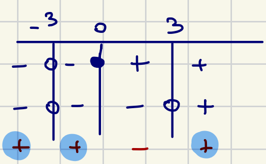
(I) $\dfrac{(y-3)^2}{y} \geq 0$ $\quad N \geq 0 \quad \forall y \in \mathbb{R}$ $\quad D>0 \quad y>0$



$\rightsquigarrow \boxed{y>0}$

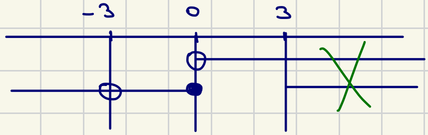
(II) $\dfrac{y\cancel{(y+3)}}{\cancel{(y+3)}(y-3)} \geq 0$ $\quad N \geq 0 \quad y \geq 0$ $\quad D>0 \quad y>3$

$y \neq -3$



$\rightsquigarrow \boxed{y \leq 0 \ \vee \ y>3 \quad y \neq -3}$

Faccio il sistema



$y>3$

$$\sqrt{\frac{(y-3)^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{y}}\cdot\frac{\cancel{y}\,\cancel{(y+3)}}{\cancel{(y-3)}\cancel{(y+3)}}} = \sqrt{y-3}$$

Portar dentro e portare fuori

Dom.: $\underbrace{2\sqrt{2} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{4\cdot 2} = \sqrt{8}}$

Ho portato dentro il 2 (elevato ad una opportuna potenza)

$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{9^2} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{3^3\cdot 3} = \sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{3} = 3\sqrt[3]{3}$

Ho portato fuori

Importanza: $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ ⇝ Federico

⇝ $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

Conseguenze di quanto già visto:

Portare dentro: $a\cdot\sqrt[n]{b} \left(= \sqrt[n]{a^n}\cdot\sqrt[n]{b}\right) = \sqrt[n]{a^n b}$ $\qquad n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$, $b\in\mathbb{R}$

Warning: Se n dispari, a può essere qualsiasi cosa
Se n pari, a deve essere ≥ 0

Portare fuori: $\sqrt[n]{a^{kn}\,b} \left(= \sqrt[n]{a^{kn}}\cdot\sqrt[n]{b}\right) = a^k\sqrt[n]{b}$

$n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$, $k\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$, $b\in\mathbb{R}$, $a\geq 0$ (perché uso propr invariantiva)