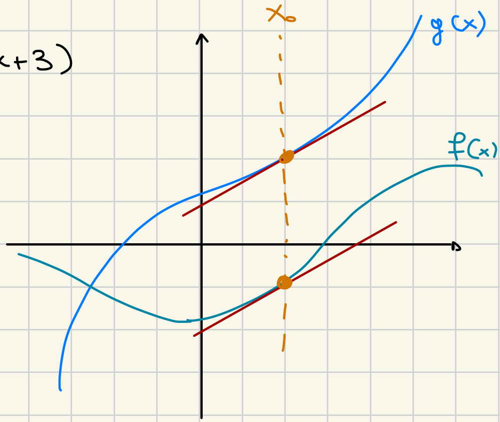
Settimana: 12

Materia: Matematica
Classe: 5C
Data: 9/12/25

Argomenti

Pag 1673 n 70

$f(x) = \frac{4x-4}{x}$ $\qquad g(x) = \ln(x+3)$



Trova punti con 1) Stesse ascisse
2) Tangenti parallele

Calcolo $f'(x)$ e $g'(x)$ e le metto uguali. Troverò l'ascisse in cui le due tangenti sono parallele

$$f'(x) = \frac{4\cdot x - (4x-4)1}{x^2} = \frac{4}{x^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{x+3}$$

$$f'(x) = g'(x) \leadsto \frac{4}{x^2} = \frac{1}{x+3} \qquad 4x+12 = x^2 \qquad x^2-4x-12=0$$
$$(x-6)(x+2)=0$$

$\boxed{x = 6}$ $\qquad \boxed{x = -2}$

$A = (6; f(6)) = (6; \frac{10}{3})$ $\qquad C = (6; g(6)) = (6; \ln(9))$

$B = (-2; f(-2)) = (-2; +6)$ $\qquad D = (-2; g(-2)) = (-2; 0)$

Rappresentiamo le due funzioni e le tangenti

$f(x) = \frac{4x-4}{x} = 4 - \frac{4}{x}$

1) Dom f: $\{x \neq 0\}$ $\quad f: \mathbb{R}\setminus\{0\} \longrightarrow \mathbb{R}$

2) Int assi: $x=0$ No per Dom f

$y=0 \Rightarrow \frac{4}{x} = 4 \leadsto x=1$

$E=(1;0)$

3) Segno. $\frac{4x-4}{x} \geq 0$ $\quad$ N: $x\geq 1$ $\quad$ D: $x>0$ $\quad \boxed{x<0 \lor x\geq 1}$

4) Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} 4-\frac{4}{x} = 4$

$\lim_{x\to 0^+} 4-\frac{4}{x} = -\infty \qquad \lim_{x\to 0^-} 4-\frac{4}{x} = +\infty$

$g(x) = \ln(x+3)$

1) Dom(g): $x+3>0$ $\quad x>-3$

$g: (-3;+\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$

2) Int: $x=0$ $\quad y=\ln(3)$ $\quad F=(0;\ln(3))$

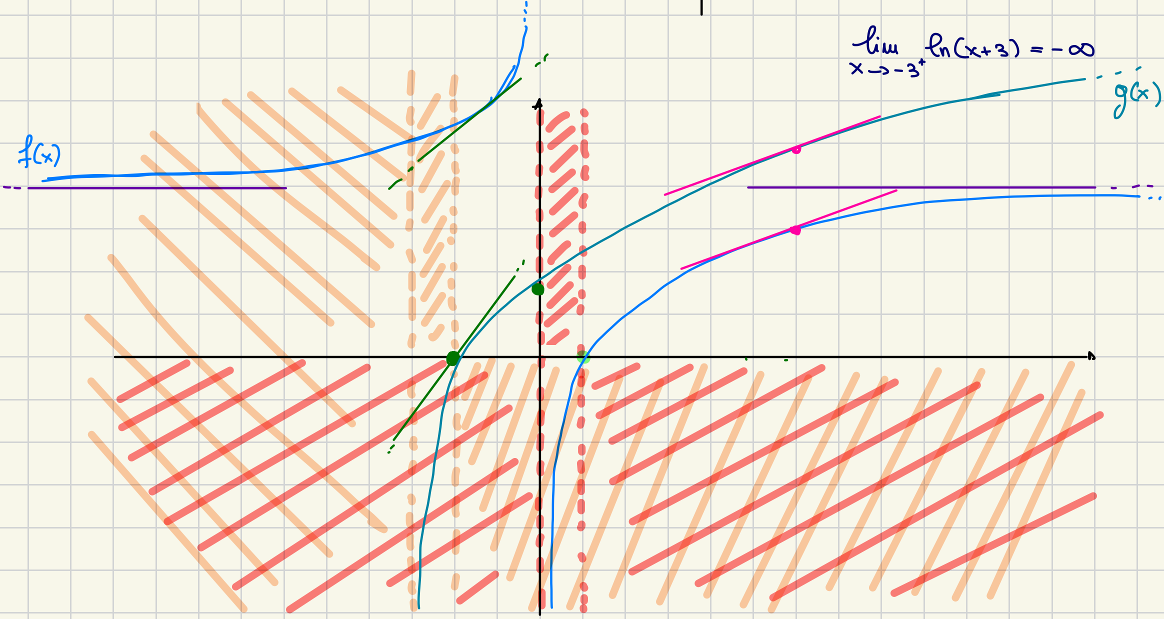
$y=0$ $\quad x=-2$ $\quad G=(-2;0)$

3) Segno: $\ln(x+3)\geq 0$ $\quad x+3\geq 1$

$\boxed{x\geq -2}$

4) limiti: $\lim_{x\to+\infty} \ln(x+3) = +\infty$

$\lim_{x\to -3^+} \ln(x+3) = -\infty$



Pag 1673 n72

$f(x) = ax^3 + x^2 + bx + c$

Passa per $A=(0;2)$

$B=(1;-1)$

Nel pto B il coeff della tg è -4

$a, b, c = ?$

a, b, c numeri

$$\begin{cases} 2 = 0+0+0+c & A \\ -1 = a+1+b+c & B \\ -4 = 3a+2+b \end{cases}$$

$f'(x) = 3ax^2 + 2x + b$

Ci metto 1 e fa -4

$$\begin{cases} c = 2 \\ a+b = -4 \\ 3a+b = -6 \end{cases}$$

$2a = -2 \quad a = -1$

$b = -3$

$$\boxed{f(x) = -x^3 + x^2 - 3x + 2}$$

Pag 1678 n 91

$f(x) = \ln \frac{ax^2}{x^2+b}$

$f(1) = -\ln(3)$

$f'(2) = 1/3$

Ricava a, b e calcola $f''(1)$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{ax^2}{\cancel{x^2+b}}} \cdot \frac{2ax(x^2+b) - ax^2(2x)}{(x^2+b)^{\cancel{2}}}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{2ax^3} + 2\cancel{a}b\cancel{x} - \cancel{2ax^3}}{\cancel{a}x^{\cancel{2}}(x^2+b)}$$

se $a \neq 0$
$x \neq 0$

$$\boxed{f'(x) = \frac{2b}{x(x^2+b)}}$$

$$\begin{cases} -\ln(3) = \ln\left(\frac{a}{1+b}\right) \\ \frac{1}{3} = \frac{\cancel{2}b}{\cancel{2}(4+b)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(3^{-1}) = \ln\left(\frac{a}{1+b}\right) \\ 4+b = 3b \end{cases}$$

$\boxed{b = 2}$

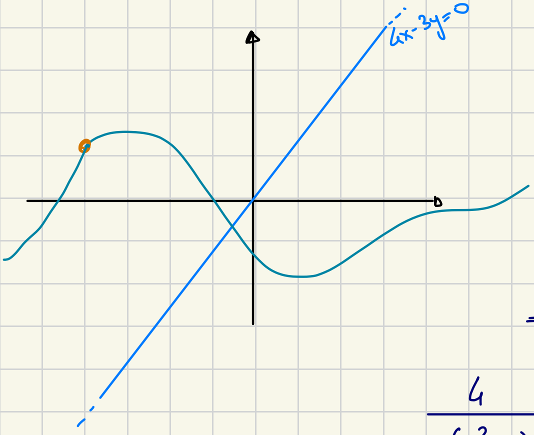
$\frac{1}{3} = \frac{a}{3} \rightsquigarrow \boxed{a = 1}$

$\downarrow$ $b = 2$

$f(x) = \ln \frac{x^2}{x^2+2}$ $f'(x) = \frac{4}{x(x^2+2)}$

$f''(x) = \frac{0 - 4[1(x^2+2) + x(2x)]}{[x(x^2+2)]^2}$ $f''(1) = \frac{-4(3+2)}{[1(3)]^2} = -\frac{20}{9}$

b) Trova $A \in Graf(f(x))$ in cui la tg in A è parallela a $4x-3y=0$



Impongo che la tg, cioè la derivata, sia uguale al coeff. ang di $4x-3y=0$

$y = \frac{4}{3}x$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{4}{3}$ e ricavo x

$\frac{4}{x(x^2+2)} = \frac{4}{3} \rightsquigarrow x(x^2+2) = 3$

$x^3 + 2x - 3 = 0$ $x=1$ è soluzione

	1	0	2	-3
1		1	1	3
	1	1	3	0

$(x-1)(2x^2 + x + 3) = 0$

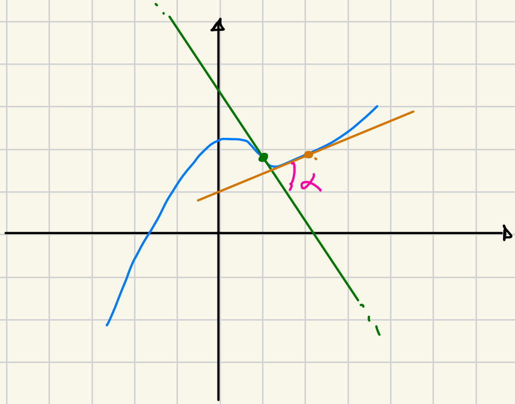
$\boxed{x=1}$ $x^2 + x + 3 = 0$ $\Delta = 1 - 12 = -11$ IMPOSSIBILE

Il punto che ha tg con coeff $\frac{4}{3}$ è $A = (1; f(1))$

$A = (1; -\ln(3))$

Sia B il punto di f(x) con $x = 2$

Trova $tg\,\alpha$ con α angolo formato dalle rette tg alla funzione nei punti A e B



Formula per la tg dell'angolo formato da due rette.

Siano $y = m_1 x + q_1$
$y = m_2 x + q_2$ le due rette.

Vale che $\boxed{tg\,\alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}}$

Un coeff. angolare ce lo abbiamo: è $\frac{4}{3}$

Per l'altro è sufficiente calcolare $f'(2)$

$$f'(2) = \frac{4}{2(4+2)} = \frac{4}{2(6)} = \frac{1}{3}$$

$$tg\,\alpha = \frac{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{9}{13}$$