Diseq. di II grado:

▷ $x^2 - 5x + 3 < 0$

$\Delta = 25 - 12 = 13$

$x_1/x_2 = \dfrac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

	$\frac{5-\sqrt{13}}{2}$		$\frac{5+\sqrt{13}}{2}$	
$-$		$+$		$+$
$-$		$-$		$+$
$+$		$-$		$+$

$x > \frac{5-\sqrt{13}}{2}$

$x > \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

$\rightsquigarrow \dfrac{5-\sqrt{13}}{2} < x < \dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$

▷ $-2x^2 + 5x + 2 < 0$

$\Delta = 25 + 16 = 41$

$x_1/x_2 = \dfrac{-5 \pm \sqrt{41}}{-4}$ $\rightsquigarrow$ Trin $\rightsquigarrow$ $-2\left(x - \left(\dfrac{-5-\sqrt{41}}{-4}\right)\right)\left(x - \left(\dfrac{-5+\sqrt{41}}{-4}\right)\right) < 0$

$f_1 > 0: \quad -2 > 0$ Mai $\nexists x \in \mathbb{R}$

$f_2 > 0: \quad x > \dfrac{-5-\sqrt{41}}{-4} = \dfrac{5+\sqrt{41}}{4}$

sempl. per -1

$f_2 > 0: \quad x > \dfrac{-5+\sqrt{41}}{-4} = \dfrac{5-\sqrt{41}}{4}$

	$\frac{5-\sqrt{41}}{4}$		$\frac{5+\sqrt{41}}{4}$	
$-$		$-$		$-$
$-$		$-$		$+$
$-$		$+$		$+$
$-$		$+$		$-$

$x < \dfrac{5-\sqrt{41}}{4} \quad \vee \quad x > \dfrac{5+\sqrt{41}}{4}$

$\rightsquigarrow$ Il segno del coeff. di x^2 determina l'intervallo di soluzioni da prendere

$\rightsquigarrow$ Un possibile metodo per non fare confusione: se in ax^2+bx+c vale che $a<0$, allora cambio di segno a tutto. MI RACCOMANDO CAMBIARE DI SEGNO ANCHE AL SEGNO DELLA DISEQ.

$-x^2 + 2x + 7 < 0 \quad \rightsquigarrow \quad x^2 - 2x - 7 > 0$

$\rightsquigarrow$ Risolto il caso $\Delta > 0$

Esempio:

$$(x^2+7x+2)(x^2+6x+1) > 0$$

$f_1 > 0 \qquad x^2+7x+2 > 0 \qquad \Delta = 49-8 = 41$

$$x_1/x_2 = \frac{-7 \pm \sqrt{41}^{\,\approx 6}}{2} \rightsquigarrow \text{esterne} \rightsquigarrow \quad x < \underbrace{\frac{-7-\sqrt{41}}{2}}_{\substack{\alpha_1 \\ \approx -\frac{13}{2} \approx -6{,}5}} \ \vee \ x > \underbrace{\frac{-7+\sqrt{41}}{2}}_{\substack{\alpha_2 \\ \approx -\frac{1}{2} \simeq -0{,}5}}$$

$f_2 > 0 \qquad x^2+6x+1 > 0 \qquad \Delta = 36-4 = 32 \qquad \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$$x_1/x_2 = \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}^{\,\simeq 1{,}4} \rightsquigarrow \text{esterni} \rightsquigarrow \quad x < \underbrace{-3-2\sqrt{2}}_{\substack{\beta_1 \\ \approx -5{,}8}} \ \vee \ x > \underbrace{-3+2\sqrt{2}}_{\substack{\beta_2 \\ \approx -0{,}2}}$$

Graf segni:

		α_1		β_1		α_2		β_2	
f_1	+		−		−		+		+
f_2	+		+		−		−		+
	+		−		+		−		+

$\rightsquigarrow \quad x < \alpha_1 \quad \vee \quad \beta_1 < x < \alpha_2 \quad \vee \quad x > \beta_2$

conseguenze

Corollario del teorema di Cartesio: Se ho disequazione di II grado $ax^2+bx+c > 0$ con $a > 0$ e $\Delta = 0$ vale che

$$x_1/x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}^{\,0}}{2a} \rightsquigarrow \text{otteniamo} \quad x_1/x_2 = -\frac{b}{2a}$$

cioè $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

Scomponendo col trinomio di Cartesio $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}\right) > 0$

$$\rightsquigarrow \quad a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 > 0$$

Ho quindi ottenuto il seguente fatto:

Se $\Delta = 0$ ⇝ la scomposizione è un quadrato di binomio e dunque posso dedurre direttamente se è sempre maggiore o minore di 0 coerentemente con la richiesta

Esempio: $9x^2 - 36x + 36 < 0$ $\qquad \Delta = 36^2 - \overbrace{4\cdot 9}^{36}\cdot 36 = 0$

⇝ $\boxed{\text{quadrato} < 0}$ (Dal discorso sopra)

⇝ Soluzione: Mai $\qquad -\frac{b}{2a} = \frac{36}{18} = 2$ ⇝ $9(x-2)^2 < 0$

Oss Federico: Quando c'è $\geq$ o ≤ 0 si deve stare un attimo attenti alle uguaglianze.

Ultimo caso $\Delta < 0$

Esempio: $2x^2 + 3x + 4 < 0$ $\qquad \Delta = 9 - 32 = -23$

$\underbrace{2x^2 + 3x + \frac{9}{8}}_{\text{Completam. del }\square} - \frac{9}{8} + 4 < 0$ $\qquad \sqrt{2}x + \frac{3}{2\sqrt{2}}$

⇝ vedo avanti con la scomp

$\left(\sqrt{2}x + \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{23}{8} < 0$ ⇝ $\left(\sqrt{2}x + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 < \frac{\boxed{-23}}{8}$ Δ

⇝ Sol: Mai, poiché un quadrato è sempre ≥ 0

Forma Generale: Data $ax^2 + bx + c > 0$, $a > 0$, $\Delta < 0$ si ha la seguente catena di passaggi

$ax^2 + bx + c > 0$ ⇝ divido tutto per a, posso farlo tranquill. poiché $a > 0$.

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} > 0$ ⇝ completo il $\square$ ⇝ $\underbrace{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} > 0$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}>0$$

Sempre minore di 0 poiché $\Delta<0$

$$\rightsquigarrow \quad \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2>\frac{b^2-4ac}{4a^2} \quad \rightsquigarrow \quad \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2>\boxed{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

Da qui si deduce tutta la casistica.

Esercizio (di cui comparirà la soluzione). Scrivere il ricettario per il comportamento per le diseq. di II grado.