

Es 94 pag 482

$$\begin{aligned}4^{n+1} - 4 \cdot 3^{2n} &= 4(4^n - 3^{2n}) \\&= 4[4^n - (3^n)^2] = 4[(2^2)^n - (3^n)^2] \\&= 4[(2^n)^2 - (3^n)^2] = 4(2^n - 3^n)(2^n + 3^n)\end{aligned}$$

Es 96 pag 482

$$\begin{aligned}a^4 b^8 - 16 a^{4n+4} &= a^4(b^8 - 16 a^{4n}) = a^4[(b^4)^2 - (4a^{2n})^2] \\&= a^4(b^4 - 4a^{2n})(b^4 + 4a^{2n}) \\&= a^4(b^2 - 2a^n)(b^2 + 2a^n)(b^4 + 4a^{2n})\end{aligned}$$

Disuguaglianze e disequazioni

Simbologia:

" < "	minore
" ≤ "	minore o uguale
" > "	maggiore
" ≥ "	maggiore o uguale

Esempio: i) $2 < 3$ si legge: (1) 2 minore di 3
(2) 3 maggiore di 2

ii) $5 \leq x \leq 7$ si legge: 5 minore o uguale a x ,
minore o uguale a 7
: x compreso tra 5 e 7 inclusi.

iii) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid -6 < n \leq 10\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

iv) $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ con $a, b \in \mathbb{R}$ fissati

Ha un'altra notazione e si chiama Intervallo e si indica

$x \in [a; b]$ e l'intervallo è semplicemente $[a; b]$

$$a \leq x < b$$

$$[a; b)$$

$$a < x \leq b$$

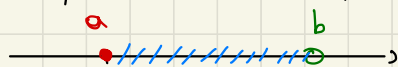
$$(a; b]$$

$$a < x < b$$

$$(a, b)$$

$$a \leq x \leq b$$

$$[a, b]$$



Pallo pieno se l'estremo
è incluso; pallo vuoto
se l'estremo è escluso

Def: Una disuguaglianza sono due espressioni algebriche
con al centro uno dei quattro simboli visti sopra.

Esempio

(i)

$$3 < 4$$

Vero

(ii)

$$42 < -4$$

Falso

(iii)

$$x \geq 2$$

Vero se x uguale o più grande di 2
Falso altrimenti

(iv) $2x + 3 \leq x + 7$

(v) $(1+x)^n \geq 1 + nx$ Disuguaglianza di Bernoulli
Vero quando $x > -1$ e $n \geq 0$ $n \in \mathbb{N}$

Proprietà disuguaglianze:

(1) I principio Revisited: Se ai due membri della disuguaglianza
sommiemo algebricamente una stessa quantità, otteniamo
una disuguaglianza con lo stesso verso

Esempio:

$$3 < 4$$

$$3+2 < 4+2 \quad \rightsquigarrow \quad 5 < 6$$

(2) II princ Revisited: Se moltiplichiamo (o dividiamo) possono
accadere due cose:

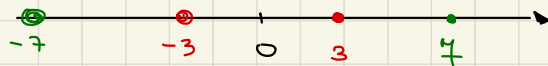
Se moltiplico entrambi i membri per un numero **positivo** il verso della disuguaglianza rimane invariato

$$3 \leq 4 \quad \xrightarrow{\cdot 2} \quad 6 \leq 12$$

Se moltiplico entrambi i membri per un numero **negativo** il verso della disuguaglianza cambia

$$3 \leq 4 \quad \xrightarrow{\cdot (-1)} \quad -3 \geq -4$$

Oss Dei: \mathbb{R} si specchia solo se moltiplichiamo per (-1) ; altrimenti c'è anche dilatazione o contrazione



moltiplicare per numeri negativi specchia \mathbb{R} = linea dei numeri

(3) Reciproco: Data una disuguaglianza con entrambi i membri diversi da 0, fare il reciproco dei due membri cambia il segno della disuguaglianza

$$4 < 9 \quad \xrightarrow{\text{reciproco}} \quad \frac{1}{4} > \frac{1}{9}$$



"È specchio dei punti numeri > 1 e < -1 in $[-1, 1]$ e viceversa"

(4) Elevare a potenze: Se eleviamo a $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$ i due membri di una disuguaglianza e questi **due membri sono positivi** il verso della disuguaglianza non cambia

$$2 \leq 3 \quad \xrightarrow{\text{eleva alla } 3} \quad 2^3 \leq 3^3 \quad 8 \leq 27$$

il segno non si mantiene
↓

Attenzione alle positività: $-2 > -3 \quad \xrightarrow{\text{eleva alla } 2} \quad 4 < 9$