Settimana: 15

Materia: Fisica
Classe: 5F
Data: 06/02/2026

Argomenti:

Reminder: $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ Intensità di corrente

La verità è che l'intensità di corrente è la Derivata della carica in funzione del tempo. In formule

$$i(t) = Q'(t) \left(= \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{\partial Q(t)}{\partial t} = DQ(t) \right)$$

La variabile di derivazione è il tempo t

Esempi:

$Q(t) = \cos t \rightsquigarrow Q'(t) = i(t) = -\sin t$

$Q(t) = \sin t \rightsquigarrow Q'(t) = \cos t$

Corrente Alternata

$Q(t) = t^2 \rightsquigarrow Q'(t) = 2t$

$n \neq 0$ $\quad Q(t) = t^n \rightsquigarrow Q'(t) = nt^{n-1}$

$Q(t) = \ln t \rightsquigarrow Q'(t) = \frac{1}{t}$

$Q(t) = e^t \rightsquigarrow Q'(t) = e^t$

$Q(t) = \sqrt[3]{t^2} = t^{\frac{2}{3}}$ Le radici sono exp con frazione $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$\hookrightarrow Q'(t) = \frac{2}{3} t^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3} \boxed{t^{-\frac{1}{3}}}$ $\quad \frac{1}{t^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{t}}$

$= \frac{2}{3\sqrt[3]{t}}$

numero

$Q(t) = k \rightsquigarrow Q'(t) = 0$

Algebra delle derivate:

(1) $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

$Q(t) = e^t + \ln(t) \rightsquigarrow Q'(t) = e^t + \frac{1}{t}$

(2) $[k \cdot f(x)]' = k \cdot f'(x)$

Numero

$Q(t) = 7 \cdot t^2 \rightsquigarrow Q'(t) = 7\,(2t) = 14t$

(3) $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

$Q(x) = x^2 \cdot e^x \rightsquigarrow Q'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 e^x$
$= e^x (x^2 + 2x)$

(4) $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{g^2(x)}$

$Q(x) = \frac{\ln(x)}{x} \rightsquigarrow Q'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln(x) \cdot 1}{x^2}$

$= \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$

(5) Derivata di funzione composta:

$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Derivata esterna valutata in quello che c'è dentro.

Derivata di quello che c'è dentro

$\triangleright$ $Q(x) = \ln(\sin x)$ $\quad Q'(x) = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$

▷ $Q(x) = \sin(x^2) \rightsquigarrow Q'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$

▷ $Q(x) = (x^2+1)^3 \rightsquigarrow Q'(x) = 3(x^2+1)^{3-1} \cdot 2x$

$$= 6(x^2+1)^2 x$$

▷ $Q(x) = \ln\left(\sqrt{e^{2x}+1}\right)$

$$Q'(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{2x}+1}} \cdot \left(\overbrace{\sqrt{e^{2x}+1}}^{(e^{2x}+1)^{\frac{1}{2}}}\right)'$$

$$= \frac{1}{\sqrt{e^{2x}+1}} \cdot \frac{1}{2}\left(e^{2x}+1\right)^{\frac{1}{2}-1} \cdot \underbrace{(e^{2x}+1)'}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{e^{2x}+1} \cdot \sqrt{e^{2x}+1}} \cdot \left[\underbrace{(e^{2x})'}_{e^{2x} \cdot 2} + (\cancel{1})'\right]$$

Studio di funzione: n36 pag1671

$f(x) = \frac{x}{\ln^2 x}$

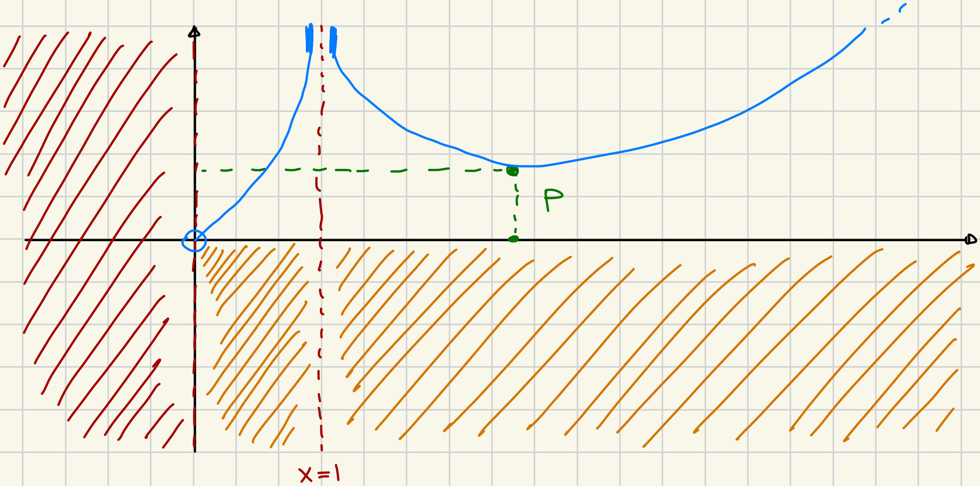
(1) Dom f : $\begin{cases} \ln^2 x \neq 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$

$$\text{Dom } f = \{x > 0;\ x \neq 1\}$$

(2) Int con assi: $x = 0$ int. asse y Impossibile per dominio

$y = 0$ int. asse x

$$\frac{x}{\ln^2(x)} = 0 \rightsquigarrow x = 0 \quad \text{Imp. per dominio}$$

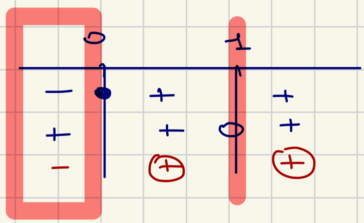


(3) Segno: $f(x) \geq 0$ $\qquad \dfrac{x}{\ln^2 x} \geq 0$

C'è la lava

N: $x \geq 0$ $\rightsquigarrow$ $x \geq 0$

D: $\ln^2 x > 0$ $\rightsquigarrow$ Sempre tranne $x=1$



$\boxed{\text{Sol: } x > 0,\ x \neq 1}$

(4) Limiti: ▷ Limiti a $\pm\infty$ (orizz / obliqui)

▷ Limiti agli estremi del dominio

▷ $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\ln^2 x} = +\infty$ No asintoto orizz. $\qquad k^x > x^n > \ln(x)$

Poss. asint. obliquo: $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\ln^2 x} = 0^+$

Non esiste asintoto obliquo.

▷ 0^+, 1^-, 1^+ $\longleftarrow$ Estremi del dominio

$\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{x}{\ln^2 x} = 0^+$; $\displaystyle\lim_{x \to 1^-} \frac{x}{\ln^2 x} = +\infty$; $\displaystyle\lim_{x \to 1^+} \frac{x}{\ln^2 x} = +\infty$

(5) Derivata prima: $f(x) = \dfrac{x}{\ln^2 x}$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot \ln^2 x - \cancel{x}\, 2 \ln x \cdot \frac{1}{\cancel{x}}}{\ln^4 x} = \frac{\ln x\, (\ln(x) - 2)}{\ln^4 x}$$

Per trovare i pti stazionari (Max, min, flessi) si pone $f'(x) = 0$

$$f'(x) = \frac{\ln(x)\,[\ln(x) - 2]}{\ln^4 x} = 0$$

$\ln^4 x$ → Non mi interessa

$\ln(x) = 0 \quad x = 1$ NON ACC.

$\ln(x) - 2 = 0 \rightsquigarrow \boxed{x = e^2}$

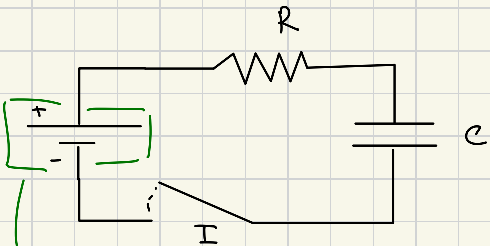
$$P = (e^2; f(e^2)) = \left(e^2; \frac{e^2}{(\ln e^2)^2}\right) = \left(e^2; \frac{e^2}{4}\right)$$

↑ è il pto stazionario

Circuito RC

Def: Un Circuito RC è un circuito in cui compare una resistenza e un condensatore in serie

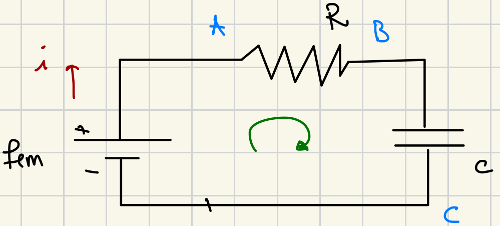
Due situazioni diverse; (A) con gen. di tensione
(B) senza gen. di tensione



Gen. di tensione (Pila) e ci interessa solamente che crei una differenza di potenziale

Def: Un gen. di tensione genera una diff. di potenziale ΔV che viene chiamata forza elettromotrice e si indica con il simbolo f_{em}

Fisicamente cosa accade in questo circuito? Una volta chiuso l'interruttore le cariche si vanno ad ammassare nel condensatore (in modo coerente) e si può calcolare come sono legate le carica nel condensatore con l'intensità di corrente.



Scrivo la II legge di Kirchhoff

$$\boxed{f_{em} - iR - \frac{Q}{C} = 0}$$

→ Eq. differenziale del circuito RC

→ Def: È una equazione in cui l'incognita NON è un numero, ma è una funzione

Nel nostro caso l'incognita è Q in funzione del tempo Q(t)
Quindi l'equazione dipende dal tempo e la posso scrivere così:

$$f_{em} - i(t) \cdot R - \frac{Q(t)}{C} = 0$$

e ricordando che $i(t) = Q'(t)$ l'equazione diventa

$$f_{em} - Q'(t) R - \frac{Q(t)}{C} = 0$$

$e^{-2x} \rightsquigarrow e^{-2x} \cdot (-2)$

Per saperla risolvere aspettate... La soluzione è:

$$Q(t) = C f_{em} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad i(t) = C f_{em} \left(- e^{-\frac{t}{RC}} \left(-\frac{1}{RC}\right)\right)$$

$$= \frac{f_{em}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$