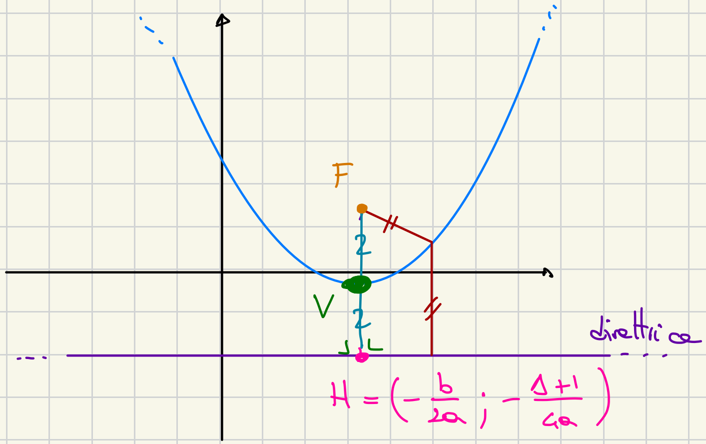
Settimana: 14

Argomenti:

Materia: Matematica

Classe: 3D

Data: 16/12/2025



F fuoco

$y = k$ direttrice

$y = ax^2 + bx + c$

$$k = -\frac{\Delta+1}{4a} \quad , \quad F = \left(-\frac{b}{2a} ; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$

Def: Il vertice della parabola è il punto che si trova a metà del segmento che congiunge il fuoco con la direttrice in maniera $\perp$

Trovo le coordinate del vertice.

Dato H trovato usando coordinate di F e direttrice

$$H = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta+1}{4a}\right)$$

Trovo V come pto medio tra F e H

$$V = \left(\frac{x_H + x_F}{2} ; \frac{y_H + y_F}{2}\right) = \left(-\frac{b}{2a} ; \frac{-\Delta-\cancel{1}+\cancel{1}-\Delta}{4a \cdot 2}\right) = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

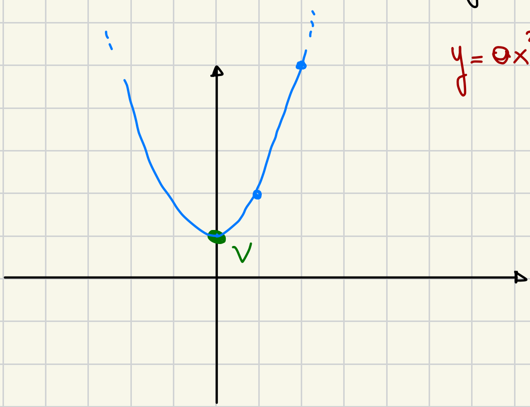
$$\boxed{V = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)}$$

Trucco: Se mi ricordo x_V, ma non y_V è sufficiente mettere la x_V nell'equazione della parabola e si ricava y_V

Esempio es:

Trovare Vertice e disegnare $\boxed{y = x^2 + 1}$

$y = ax^2 + bx + c$



$a = 1$
$b = 0$
$c = 1$

$b^2 - 4ac$
$0 - 4$

$$V = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$= \left(0 ; -\frac{-4}{4 \cdot 1}\right) = (0 ; 1)$$

x	y
1	2
2	5
3	10
-1	2
-2	5

$-9 \quad +12 \quad -3$

$y = -x^2 + 4x - 3$

$a = -1$
$b = 4$
$c = -3$

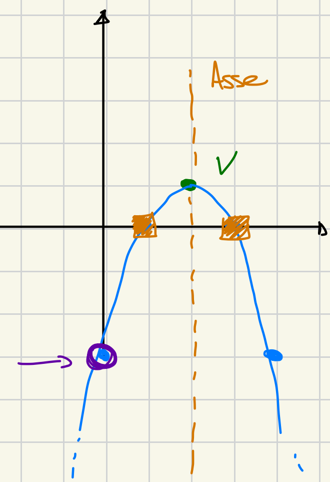
$$V = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$= \left(-\frac{4}{2(-1)} ; -\frac{(16-12)}{4(-1)}\right)$$

$$= (2 ; 1)$$

x	y
0	-3
4	-3
1	0
3	0

$(0 ; -3)$



Fatti: (1) Data una parabola $y = ax^2 + bx + c$, chiamiamo asse della parabola la retta $x = -\frac{b}{2a}$, cioè la retta verticale che passa per il vertice.
La parabola è simmetrica rispetto all'asse (no dim)

(2) La parabola ha il vertice in basso se $a > 0$,
ha il vertice in alto se $a < 0$ (no dim)

(3) Le intersezioni con gli assi cartesiani sono:

Asse y $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = 0 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} y = c \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow$ la parabola interseca l'asse y nel punto

$C = (0; c)$

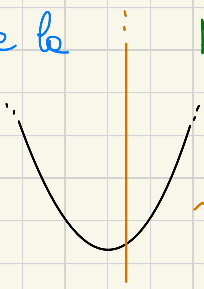
Asse x $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{cases} \rightsquigarrow ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow$ la parabola interseca l'asse x nei punti che sono soluzione dell'eq. di II grado
$ax^2 + bx + c = 0$

Intersezioni fra retta e parabola

Retta secante la parabola

Retta tangente la parabola

Retta esterna alla parabola



$\rightsquigarrow$ Le rette // all'asse intersecano in un solo pto, ma NON sono tangenti

Per trovare cosa accade a livello di formule e numeri, semplic si fa il sistema fra retta e parabola

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ ax + by + c = 0 \end{cases}$$

Il sistema ha grado 2 e quindi retta e parabola si incontrano in al massimo 2 pti

2 pti ⇝ secanti
1 pto ⇝ tangente o // asse
0 pto ⇝ esterne

---

4 alternative

n domande

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Giusta} & +4 \\ \text{Sbagliata} & -1,\overline{3} \\ \text{Lasciata} & 0 \end{array}\right\}$$ ⇝ Poi si riscala in 10 e minimo = 3

5 scelte A, B, C, D, lascio

$\frac{1}{5}$ di farla bene ⇝ $\frac{1}{5} \cdot 4$ +

$\frac{3}{5}$ di sbagliare ⇝ $-\frac{3}{5} \cdot$ +

$\frac{1}{5}$ di lasciarla ⇝ $\frac{1}{5} \cdot 0$

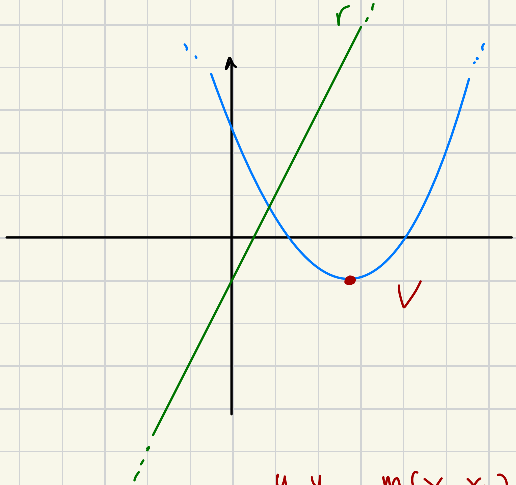
Il punteggio che mi aspetto sperando a caso

Federico subito dopo scuola   Fil P. del 27
Alice Fine G.
Genna 25 - 26 - 27

Pag 316 n 222

$y = x^2 - 2x + 7$

r: $y = 2x - 1$



(1) Trova $s \parallel r$ che passa per V.

$y - y_P = m(x - x_P)$

$$V = \left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$V = \left(-\frac{-2}{2} ; -\frac{4 - 4 \cdot 7}{4}\right) = (1 ; 6)$$

Il coeff ang di s è 2. $\rightsquigarrow$ s: $(y - 6) = 2(x - 1)$

(2) Trova intersezioni con parabola

$$\begin{cases} (y-6) = 2(x-1) \\ y = x^2 - 2x + 7 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2x + 4 \\ 2x + 4 = x^2 - 2x + 7 \end{cases}$$

$\rightsquigarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-1)(x-3) = 0$

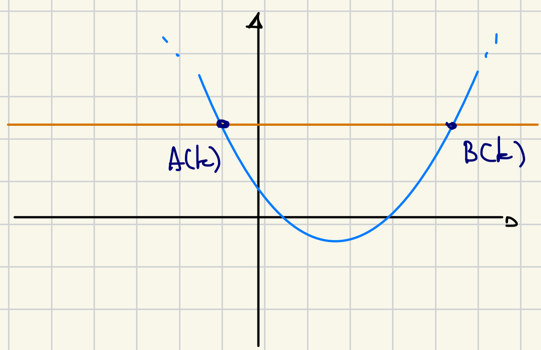
$\begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$ con Vertice

$\begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$

226 Fascio di rette $y = k$

$y = x^2 + 4x - 7$

Trova k in modo che il segmento tra i due pti di intersezione sia lungo 6



(1) Trovo le intersezioni $\begin{cases} y = k \\ y = x^2+4x-7 \end{cases}$

$$\rightsquigarrow k = x^2+4x-7 \rightsquigarrow \boxed{x^2+4x-7-k=0}$$

$$\frac{\Delta}{4} = 4+7+k = 11+k$$

$$x_1/x_2 = -2 \pm \sqrt{11+k}$$

$$A(k) = \left(-2-\sqrt{11+k}\,;\ k\right) \qquad B(k) = \left(-2+\sqrt{11+k}\,;\ k\right)$$

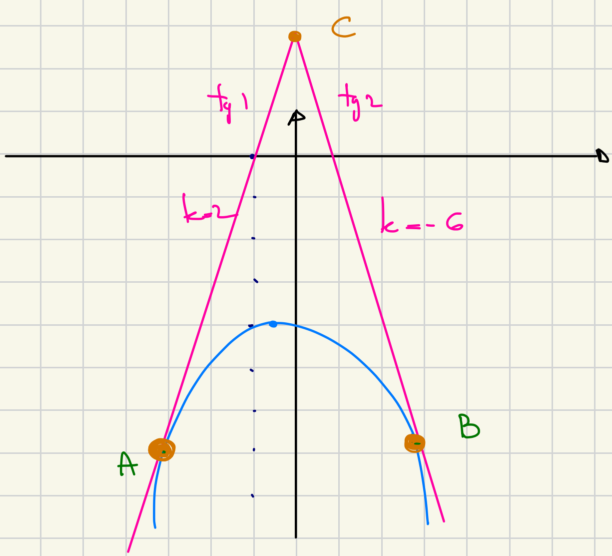
$$\overline{A(k)\,B(k)}^2 = (x_B-x_A)^2 + (y_B-y_A)^2$$
$$= \left[-2+\sqrt{11+k}-\left(-2-\sqrt{11+k}\right)\right]^2 + (k-k)^2$$
$$= \left(2\sqrt{11+k}\right)^2 = 36$$

$$4(11+k) = 36 \qquad 11+k = 9 \rightsquigarrow \boxed{k=-2}$$

<u>254</u> $y = -x^2-2x+7$
$C = (0;\ 11)$

(1) Disegnare

$$V = \left(-\frac{b}{2a}\,;\ -\frac{\Delta}{4a}\right) =$$
$$= \left(-\frac{-2}{-2}\,;\ \frac{4+4\cdot 7}{4(-1)}\right)$$
$$= (-1\,;\ -8)$$



(1) Considero il fascio di rette che ha centro C

$$y - y_C = k(x - x_C)$$

$$y - 11 = kx \rightsquigarrow \boxed{y = kx + 11}$$

(2) Faccio le intersezioni tra il fascio e la parabola

$$\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 7 \\ y = kx + 11 \end{cases} \rightsquigarrow -x^2 - 2x + 7 = kx + 11$$

$$x^2 + x(2+k) + 4 = 0$$

Le soluzioni rappresentano i pti di intersezione tra una retta del fascio e la parabola.

(3) Trovo i k che verificano le tangenti imponendo che l'eq. abbia 1 sola soluzione. Questo coincide con $\Delta = 0$

$$(2+k)^2 - 4 \cdot 4 = 0$$
$$k^2 + 4k - 12 = 0$$
$$(k+6)(k-2) = 0 \rightsquigarrow k = -6, \quad k = 2$$

Le due tg sono

$$y = -6x + 11$$

$$y = 2x + 11$$

▷ Trovare A e B punti di tangenza

A: $\begin{cases} y = 2x + 11 \\ y = -x^2 - 2x + 7 \end{cases} \rightsquigarrow -x^2 - 2x + 7 = 2x + 11$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$
$$(x+2)^2 = 0 \rightarrow x = -2$$
$$y = 7$$

$$A = (-2; 7)$$

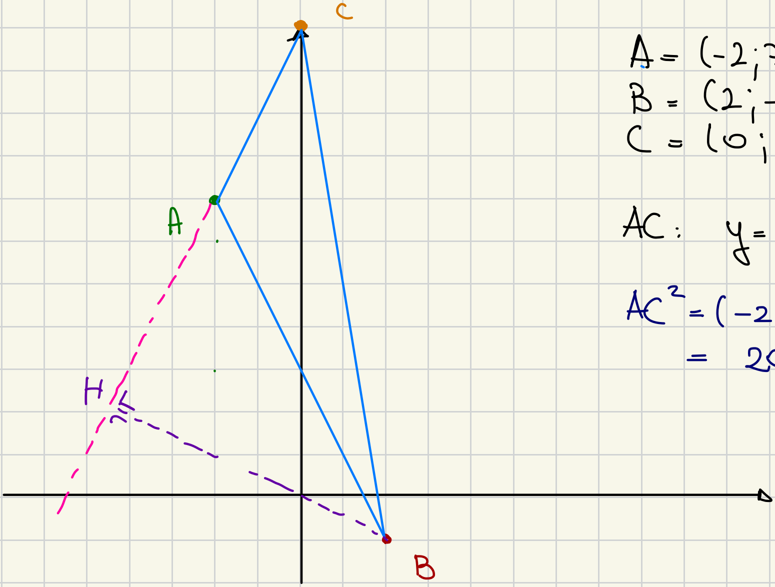
B: $\begin{cases} y = -6x + 11 \\ y = -x^2 - 2x + 7 \end{cases}$ $\rightsquigarrow$ $-x^2 - 2x + 7 = -6x + 11$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$ → $x = 2$, $y = -1$

$B = (2; -1)$

<u>Calcolare Area ABC</u>



$A = (-2; 7)$
$B = (2; -1)$
$C = (0; 11)$

AC: $y = 2x + 11$ $\rightsquigarrow$ $2x - y + 11 = 0$

$AC^2 = (-2)^2 + (7-11)^2 =$
$= 20$

$AC = 2\sqrt{5}$

$$BH = \frac{|2 \cdot 2 + (-1)(-1) + 11|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{16}{\sqrt{5}}$$

<u>Area</u>: $\frac{AC \cdot BH}{2} = \frac{16}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{2} = 16$