

Settimana: 12

Argomenti

Materia: Matematica

Classe: 5C

Data: 9/12/25

Pag 1673 n° 40

$$f(x) = \frac{4x-4}{x}$$

$$g(x) = \ln(x+3)$$

- Trova punti con
 1) Stesse ascisse
 2) Tangenti parallele

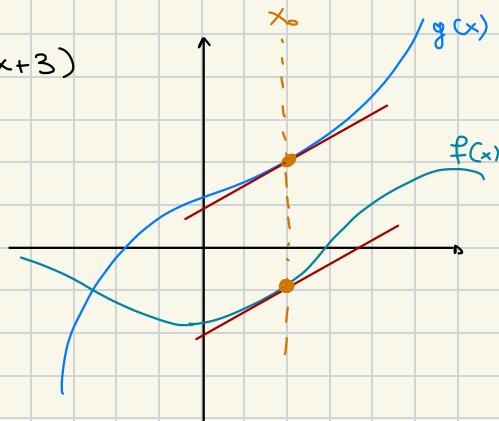
Calcolo $f'(x)$ e $g'(x)$ e le
 metto uguali. Troverò l'ascisse in
 cui le due tangenti sono parallele

$$f'(x) = \frac{4 \cdot x - (4x-4) \cdot 1}{x^2} = \frac{4}{x^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{x+3}$$

$$f'(x) = g'(x) \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{1}{x+3}$$

$$4x + 12 = x^2 \quad x^2 - 4x - 12 = 0 \\ (x-6)(x+2) = 0$$



$$x = 6$$

$$x = -2$$

$$A = (6; f(6)) = (6; \frac{10}{3})$$

$$C = (6; g(6)) = (6; \ln(9))$$

$$B = (-2; f(-2)) = (-2; +6)$$

$$D = (-2; g(-2)) = (-2; 0)$$

Rappresentazioni delle due funzioni e le tangenti

$$f(x) = \frac{4x-4}{x} = 4 - \frac{4}{x}$$

1) Dom f : $\{x \neq 0\}$ $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

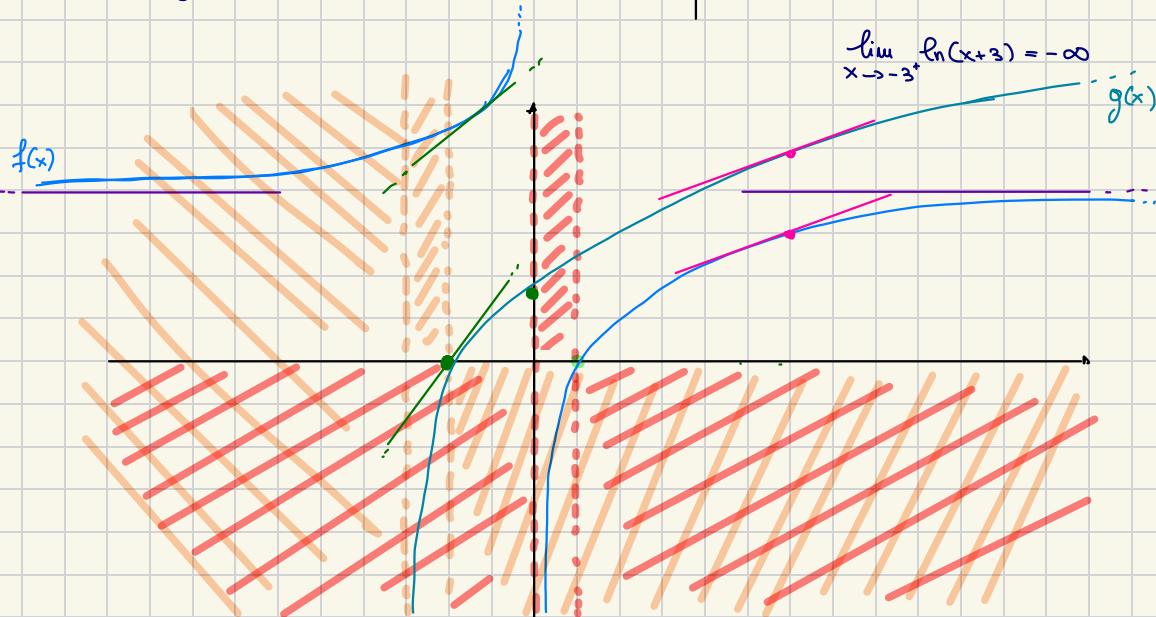
2) Int assi: $x=0$ NO per Dom f

$$y=0 \Rightarrow \frac{4}{x}=4 \Rightarrow x=1 \\ E = (1; 0)$$

3) Segno. $\frac{4x-4}{x} \geq 0$ $\begin{array}{l} N: x \geq 1 \\ D: x > 0 \end{array}$ $x < 0 \vee x \geq 1$

4) Limiti: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 4 - \frac{4}{x} = 4$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 4 - \frac{4}{x} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} 4 - \frac{4}{x} = -\infty$$



$$g(x) = \ln(x+3)$$

1) Dom (g) : $x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$

$$g: (-3; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

2) Int assi: $x=0$ $y=\ln(3)$ $F=(0; \ln(3))$
 $y=0 \Rightarrow x=-2$ $G_1=(-2; 0)$

3) Segno: $\ln(x+3) \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 1$

$$x > -2$$

4) Limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x+3) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \ln(x+3) = -\infty$$

$$g(x)$$

Pag 1643 n°2

$$f(x) = ax^3 + x^2 + bx + c$$

$$a, b, c = ?$$

Passe per

$$A = (0; 2)$$

$$B = (1; -1)$$

Nel pts B il coeff delle tg

$$\bar{e} = -4$$

a, b, c.
numeri

$$f'(x) = 3ax^2 + 2x + b$$

ci metto 1 e fa -4

$$\begin{cases} 2 = 0 + 0 + 0 + c \\ -1 = a + 1 + b + c \\ -4 = 3a + 2 + b \end{cases}$$

A
B

$$\begin{cases} c = 2 \\ a + b = -4 \\ 3a + b = -6 \end{cases} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ 2a = -2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a = -1 \\ b = -3 \end{matrix}$$

$$f(x) = -x^3 + x^2 - 3x + 2$$

Pag 1648 n°1

$$f(x) = \ln \frac{ax^2}{x^2+b}$$

$$f(1) = -\ln(3)$$

$$f'(2) = 1/3$$

ficare a, b e calcola f''(x)

$$-\ln(3) = \ln \left(\frac{a}{4+b} \right)$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2b}{2(4+b)}$$

$$f'(x) = \frac{1}{ax^2} \cdot \frac{2ax(x^2+1) - ax^2(2x)}{(x^2+b)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2ax^3 + 2abx - 2ax^3}{dx^2(x^2+b)} \quad \begin{matrix} \text{se } a \neq 0 \\ x \neq 0 \end{matrix}$$

$$\ln(3^{-1}) = \ln \left(\frac{a}{4+b} \right)$$

$$4+b = 3b \quad \Rightarrow \quad b = 2$$

$$f'(x) = \frac{2b}{x(x^2+b)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 1$$

$$b = 2$$

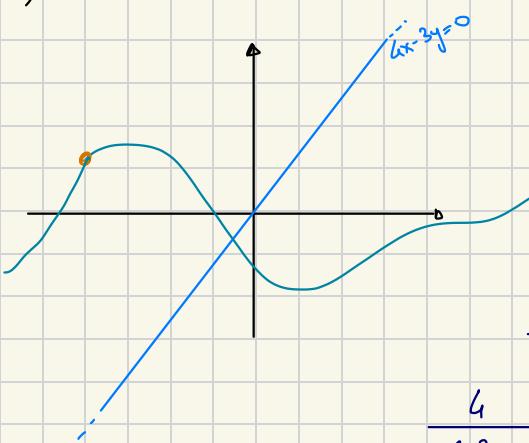
$$f(x) = \ln \frac{x^2}{x^2 + 2}$$

$$f'(x) = \frac{4}{x(x^2 + 2)}$$

$$f''(x) = \frac{0 - 4[x(x^2 + 2) + x(2x)]}{[x(x^2 + 2)]^2}$$

$$f''(1) = \frac{-4(3+2)}{[1(3)]^2} = -\frac{20}{9}$$

b) Trova $A \in \text{Graf}(f(x))$ in cui la tg in A è parallela a $4x - 3y = 0$



Impongo che la tg, cioè la derivata, sia uguale al coeff. ang. di $4x - 3y = 0$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{4}{3} \text{ e ricavo } x$$

$$\frac{4}{x(x^2+2)} = \frac{4}{3} \Rightarrow x(x^2+2) = 3$$

$$x^3 + 2x - 3 = 0 \quad x=1 \text{ è soluzione}$$

$$(x-1)(2x^2 + x + 3) = 0$$

1	0	2	-3
1	1	1	3
1	1	3	0

$$x = 1$$

$$x^2 + x + 3 = 0$$

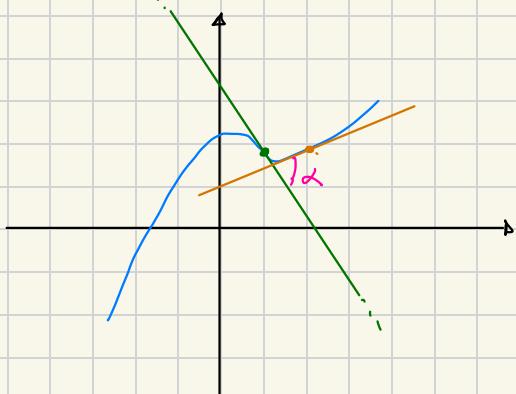
$$\Delta = 1 - 12 = -11$$

IMPOSSIBILE

Il punto di la tg con coeff $\frac{4}{3}$ è $A = (1; f(1))$
 $A = (1; -\ln(3))$

Sia B il punto di $f(x)$ con $x=2$

Trova tg di $f(x)$ con x angolo formato delle rette tg alle funzione nei punti A e B



Formule per le tg dell'angolo formato da due rette.

Siano

$$y = m_1 x + q_1$$

$$y = m_2 x + q_2$$

le due rette.

Vale che

$$\tan \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

Un coeff. angolare ce lo abbiamo: è $\frac{4}{3}$

Per l'altro è sufficiente calcolare $f'(2)$

$$f'(2) = \frac{4}{2(4+2)} = \frac{4}{2(6)} = \frac{1}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{9}{13}$$

Es Musterde: $\lim_{x \rightarrow -1^+} -\frac{\ln(-5x-4)}{x^2+4x+3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

Idea: Riporto $-5x-4 = t+1$

$$-5x = t+5$$

$$x = -\frac{t+5}{5}$$

$$t \rightarrow 0$$

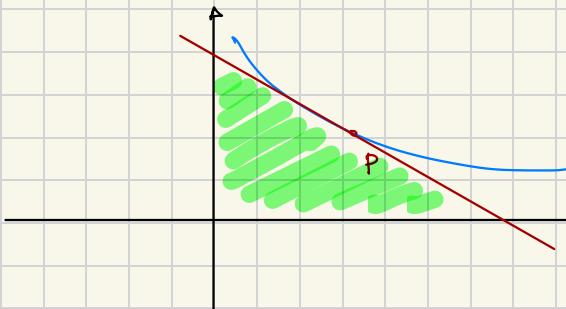
$$x \rightarrow -1$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} -\frac{\ln(t+1)}{\left(-\frac{t+5}{5}\right)^2 + 4\left(-\frac{t+5}{5}\right) + 3} = \lim_{t \rightarrow 0^+} -\frac{[\ln(1+t)] \cdot 25}{t^2 + 25 - 10t - 20t - 100 + 75}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} -\frac{25 \ln(1+t)}{t(t-30)} = \frac{5}{6}$$

Pag 1649 n 90

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$$



1) Asint. orig $x = 2$

2) Passa per $P = (1; -1)$

3) la retta tg in P forma con gli assi cont.^{tg} un triangolo di Area $\frac{9}{4}$

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + c}{x^2} &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2})}{x^2} &= 2 \\ \Rightarrow a &= 2 \end{aligned}$$

$$2) -1 = \frac{2+b+c}{1} \Rightarrow b+c = -3$$

$$3) f'(x) = \frac{(4x+b)(x^2) - (2x^2+b+c)2x}{x^4}$$

$$f'(1) = \frac{(4+b) - (2+b+c) \cdot 2}{1^4} = -b-2c$$

$$f(x) = \frac{2x^2 + bx + c}{x^2}$$

$$b = -c - 3$$

Retta $y + 1 = (-b-2c)(x-1)$

$$y=0 \Rightarrow 1-b-2c = x(-b-2c)$$

$$x = \frac{1-b-2c}{-b-2c} = \frac{1+c+3-2c}{c+3-2c} =$$

$$x=0 \Rightarrow y = +b+2c-1$$

$$= \frac{4-c}{3-c}$$

Area

$$\left| \frac{c-4}{c-3} \right| \cdot \frac{|c-4|}{2} = \frac{9}{42}$$

$$2(c-4)^2 = 9|c-3|$$

$c \geq 3$

$$2c^2 + 32 - 16c = 9c - 27$$

$$2c^2 - 25c + 59 = 0$$

$$\Delta = 625 - 472 = 128 + 25 = 153$$

$0 \leq c \leq 3$

$$2c^2 + 32 - 16c = -9c + 27$$

$$2c^2 - 7c + 5 = 0$$

$$\Delta = 49 - 40 = 9$$

$10/4$

$$c/c_1 = \frac{7 \pm 3}{4}$$

(1)