Settimana: 7

Materia: Matematica
Classe: 5C
Data: 27/10/2025

Argomenti:

18 Nov: Matteo Erm.; Matteo Q; Filippo B. — Mar
20 Nov: Keiti; Camilla, Letizia, Federico — Gio

25 Nov: Sofia, Sara, Annalisa, Duccio
29 Nov: Emma T., Matilde; Emma M.,

2 Dic: Pietro A.; Aless.; Andrea; Alberto, Giulia
6 Dic: Elio, Pietro C.; Filippo M.; Edoardo.

- Se interrogati il giorno X, studiare fino al giorno X−7 compreso
- Chi NON si presenta è interrogabile sempre e quante volte voglio.

Correzione Spicy:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x - \sin x\cos x}{x^3} + \frac{\sin x\cos x - x}{x^3}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{1-\cos x}{x^2} + \frac{\frac{\sin(2x)}{2} - x}{x^3}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{1-\cos x}{x^2} + \frac{\sin(2x) - 2x}{2x^3}\cdot\frac{8}{8}\right)$$

Attenzione a questo passaggio! Andrebbero verificate delle Hp.

$$\boxed{=}\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{1-\cos x}{x^2}\right) + 4\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin(2x)-2x}{(2x)^3} \qquad \left(\begin{matrix}2x = t\\ x\to 0\\ t\to 0\end{matrix}\right)$$

$$= \frac{1}{2} + 4\lim_{t\to 0}\frac{\sin(t)-t}{t^3}$$

Se chiamo $P = \lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3}$ ho ottenuto

$$P = \frac{1}{2} + 4P$$

$$\rightsquigarrow 3P = -\frac{1}{2} \rightsquigarrow \boxed{P = -\frac{1}{6}}$$

Asintoti Obliqui:

Def: Sia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione. Un asintoto obliquo è una retta della forma $y = mx + q$ ($m \neq 0$) tale che la funzione si appiattisce a tale retta per $x \to +\infty$ o $x \to -\infty$

Domanda: Quando accade? Come calcolo m e q?

Deve valere come prima condizione che
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \pm\infty$$

Per il coeff. angolare m:

$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ si calcola e SE ESISTE si pone

$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

Moralmente voglio che $f(x)$ abbia lo stesso comportamento di x all'infinito

Dopo aver trovato m, si cerca q calcolando

$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - mx)$ e, se esiste, si pone

$$q = \lim_{x \to +\infty} (f(x) - mx)$$

Se anche solo uno dei due NON esiste, non si può parlare di Asintoto obliquo

Pag 1567 n 958

$$f(x) = \frac{x^3}{2x^2+3}$$

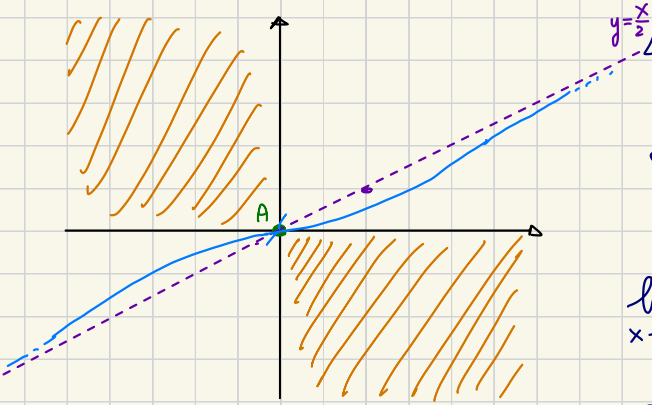
1) Dom(f) : $\forall x \in \mathbb{R}$ $\quad \boxed{f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}}$

2) Asse x : $y=0$ $\quad \frac{x^3}{2x^2+3} = 0 \Rightarrow x = 0$ $\quad \boxed{A=(0;0)}$

Asse y : $x=0$ $\quad \frac{0}{3} = y$ Ritrovo $A=(0;0)$

3) Segno $\frac{x^3}{2x^2+3} \geq 0$ $\quad N \geq 0 \quad x^3 \geq 0 \quad x \geq 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Sol.: } x \geq 0}$

$D > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$



4) Limiti

a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{2x^2+3} = \infty$

Potrebbe quindi esserci Asint. obl.
Calcolo

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{(2x^2+3)x} =$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x^3}}{\cancel{x^3}(2+\frac{3}{x^2})} = \frac{1}{2}$$

Quindi $m = \frac{1}{2}$. Per ordinata all'origine

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) - mx = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{2x^2+3} - \frac{1}{2}x = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x^3 - x(2x^2+3)}{2(2x^2+3)}$$

$$\cancel{2x^3} - \cancel{2x^3} - 3x$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{-3x}{2(2x^2+3)} = 0 \Rightarrow q = 0$$

Ha dunque un asintoto obliquo $\boxed{y = \frac{1}{2}x}$ $\rightsquigarrow$ lo stesso a $-\infty$