Settimana: 4

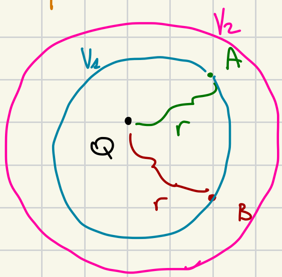
Materia: Fisica
Classe: 5F
Data: 6 / 10 /25

Argomenti: Superfici equipotenziali; confronto tra $\vec{E}$ e V. Esempi di superfici equipot. Esercizi sul potenziale. Circuit. di un campo vettoriale, def generale e teorema della circuitazione nel caso campo elettrico. Esercizi in classe

---

Def: Una Superficie equipotenziale è il luogo dei punti in cui il potenziale elettrico assume uno stesso valore.

Esempio. (1)

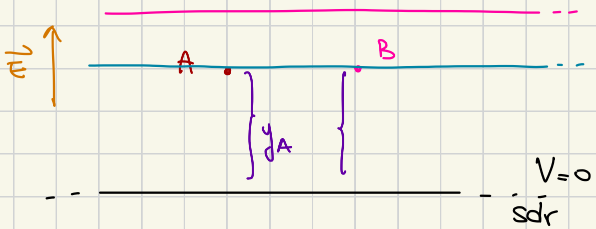


$$V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Le sup. equipotenziali sono sfere di raggio fissato.

Warning: È il caso potenziale generato da una carica

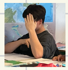
(2)

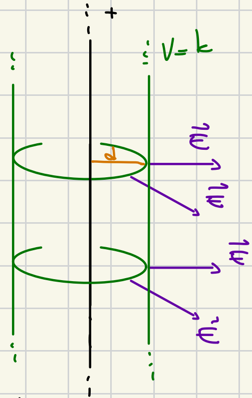


$$V_A = E y_A \qquad V_B = E \cdot y_A$$

Con $\vec{E}$ costante, le sup. equipotenziali sono piani paralleli al piano di riferimento

Fatto: In ogni punto, una superficie equipotenziale è perpendicolare alla linea di campo elettrico che passa per quel punto

Esempio Elia:  Filo infinito:



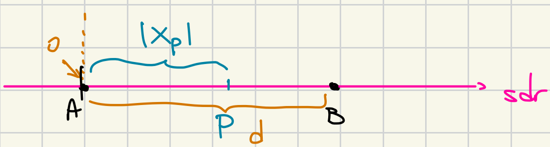
le sup equipotenziali sono cilindri infiniti con asse che coincide con con il filo infinito

Il conto effettivo NON lo facciamo.

Fatto: Campo elettrico e Potenziale sono due grandezze fisiche collegate in modo che se conosco una, conosco anche l'altra e viceversa.

Molto importante perché V è scalare e $\vec{E}$ vettoriale, ma nonostante tutto sono grandezze "equivalenti"

Pag 223 n42



$q_A = -q$ $d = 32\,cm = 32 \cdot 10^{-2}\,m$

$q_B = 3q$

P t.c. $V_P = 0$

x_p è la coordinata del punto P (mia incognita)

$x_A = 0$

$x_B = d$

$$V_P = V_{P,A} + V_{P,B} = \frac{q_A}{4\pi\varepsilon_0 |x_p - x_A|} + \frac{q_B}{4\pi\varepsilon_0 |x_p - x_B|} = 0$$

$$\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 |x_p|} + \frac{3q}{4\pi\varepsilon_0 |x_p - d|} = 0 \rightsquigarrow \frac{1}{|x_p|} = \frac{3}{|x_p - d|}$$

$|x_p - d| = 3|x_p|$

$|x_p - 32| = 3|x_p|$ (Corretto cm)

<u>Caso 1</u>: $x_p \geq 32 \rightsquigarrow x_p - 32 = 3x_p \quad -2x_p = 32 \quad \boxed{x_p = -16\,cm}$

$x_p = -16\,cm$ NON. ACC.

<u>Caso 2</u>: $0 \leq x_p \leq 32 \rightsquigarrow 32 - x_p = 3x_p \rightsquigarrow 4x_p = 32 \quad \boxed{x_p = 8\,cm}$

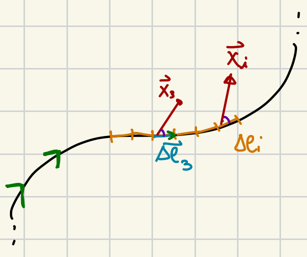
$x_p = 8\,cm$ Acc.

<u>Caso 3</u>: $x_p \leq 0 \rightsquigarrow -(x_p - 32) = (-3x_p) \rightsquigarrow \ldots \rightsquigarrow \boxed{x_p = -16\,cm}$

$x_p = -16\,cm$ ACC

<u>Circuitazione</u>

<u>Def</u>: Data una curva $\mathcal{L}$, e un campo vettoriale $\vec{X}$, la circuitazione del campo $\vec{X}$ lungo la curva $\mathcal{L}$, si indica con



Gamma $\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{X})$

si calcola mediante la seguente ricetta:

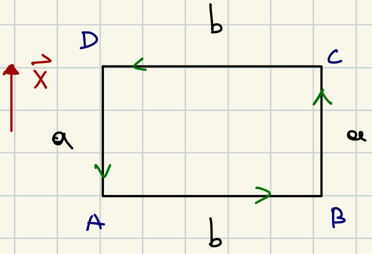
(0) Si fissa un verso di percorrenza della linea

(1) Si divide la linea in n pezzi molto piccoli $\Delta\ell_i$ che supponiamo rettilinei (dritti) e supponiamo che in quel pezzo il campo vettoriale $\vec{X}_i$ sia costante. Il verso di percorrenza della linea vi dà una orientazione anche ai $\Delta\ell_i$

(2) Per ogni pezzo posso calcolare $\vec{X}_i \cdot \vec{\Delta\ell_i} = X_i \cdot \Delta\ell_i \cdot \cos\alpha_i$

(3) La circuitazione è $\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{X}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{X}_i \cdot \vec{\Delta \ell}_i$ (Si somma tutto)

Esercizio:

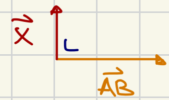


La linea è un rettangolo
Campo vettoriale $\vec{X}$ costante

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{X}) = ?$$

(0) Fisso verso antiorario
(1) Divido secondo i lati del rettangolo

(2) $\vec{X} \cdot \vec{AB} = X \cdot AB \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$



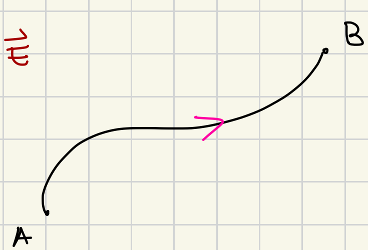
$\vec{X} \cdot \vec{BC} = X \cdot BC \cdot \cos 0 = Xa$

$\vec{X} \cdot \vec{CD} = X \cdot CD \cdot \cos \frac{3}{2}\pi = 0$

$\vec{X} \cdot \vec{DA} = X \cdot DA \cdot \cos \pi = - Xa$

(3) $\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{X}) = 0 + Xa + 0 - Xa = 0$

Teorema della circuitazione del campo elettrico: Data una curva $\mathcal{L}$ con punto iniziale A e punto finale B immerso in un campo elettrico $\vec{E}$

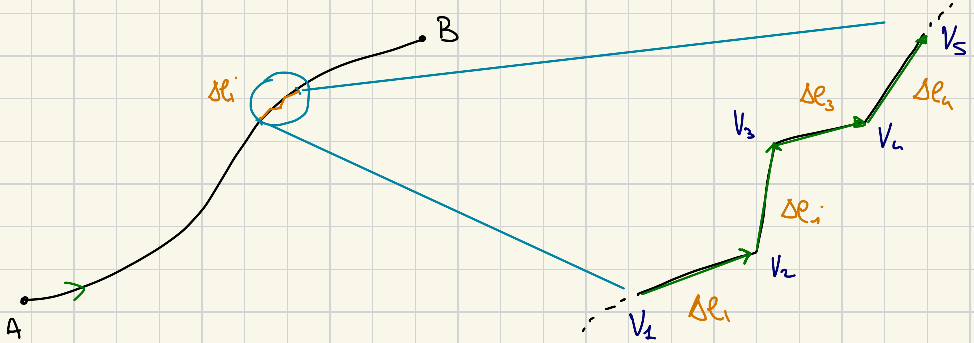


Allora, se percorro la linea da A a B

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = \overbrace{V_A - V_B}^{\text{Diff. di potenziale}}$$

Oss Sari  : Se percorro una linea chiusa, allora $\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = 0$

Dim:



Il disegno rappresenta un ingigantimento. Devo calcolare

$$\Gamma_\alpha(\vec{E}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta l_i}$$

Voglio riscrivere in maniera diversa il contributo $\vec{E}_i \cdot \vec{\Delta l_i}$

$$\vec{E}_i \cdot \vec{\Delta l_i} \boxed{=} \frac{\overbrace{q\vec{E}_i}^{\vec{F}} \cdot \vec{\Delta l_i}}{q} = \frac{W_{i \to i+1}}{q} \underset{\text{Def}}{\boxed{=}} -\Delta V_i = V_i - V_{i+1}$$

immagino una q di prova

Sostituisco l'uguaglianza trovata nella formula

$$\Gamma_\alpha(\vec{E}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta l_i} = \vec{E}_1 \cdot \vec{\Delta l_1} + \vec{E}_2 \cdot \vec{\Delta l_2} + \dots + \vec{E}_n \cdot \vec{\Delta l_n}$$

Per sopra

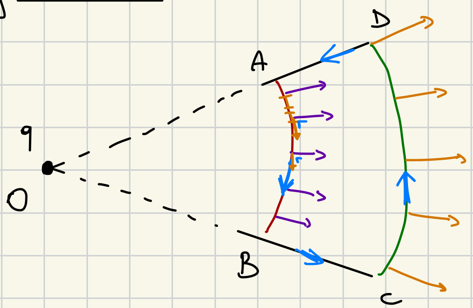
$$\boxed{=} (V_1 - \cancel{V_2}) + (\cancel{V_2} - \cancel{V_3}) + \dots + (\cancel{V_n} - V_{n+1})$$

$$= V_1 - V_{n+1} = V_A - V_B$$

67 - 68 - 69

□

Pag 226 n 69



$q = 2 \cdot 10^{-8} C$

AB, CD archi di circonferenze

$OA = OB = 6 \, m$

$OD = OC = 8 m$

$\begin{cases} AD = 2 \, m \\ BC = 2 \, m \end{cases}$

Calcolo circuitazione in ogni tratto

$\underline{AB}$: equiv

$$\Gamma_{AB}(\vec{E}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot \Delta l_i \cdot \overbrace{\cos\alpha_i}^{=0} = 0$$

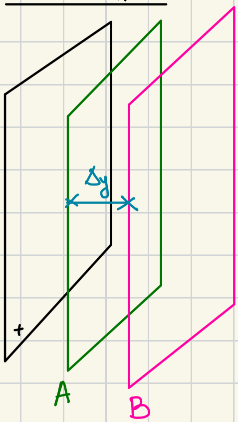
$$\Gamma_{AB}(\vec{E}) = V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 OA} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 OB} = 0$$

$\underline{CD}$: $\Gamma_{CD}(\vec{E}) = 0$ come AB

$\underline{BC}$. $\Gamma_{BC}(\vec{E}) = V_B - V_C = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 OB} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 OC} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{OB} - \frac{1}{OC}\right) = 7,5 V$

$\underline{DA}$: $\Gamma_{DA}(\vec{E}) = \underbrace{0}_{\Gamma_L(\vec{E})} - \Gamma_{AB}(\vec{E}) - \Gamma_{CD}(\vec{E}) - \Gamma_{BC}(\vec{E}) = -7,5 V$

Pag 227 n. 74



$\sigma = 1,0 \cdot 10^{-6} \frac{C}{m^2}$

$\Delta V = 1,0 \cdot 10^2 V$

$\Delta y = ?$

Calcolo i potenziali:

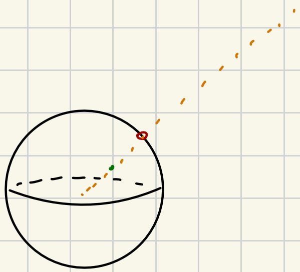
$V_A = E \cdot y_A$

$V_B = E \cdot y_B$

$$\Delta V = V_B - V_A = E y_B - E y_A = E \cdot \Delta y \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\rightsquigarrow \Delta y = \frac{\Delta V}{E} = \frac{\Delta V}{\sigma} \cdot 2\varepsilon_0 \simeq 1{,}8 \cdot 10^{-3}\ m$$

n 77:



Sfera cava $Q = 1{,}0 \cdot 10^{-8}\ C$
$R = 10\ cm = 0{,}1\ m$

$m = 1 \cdot 10^{-8}\ kg$
$q = -5 \cdot 10^{-9}\ C$

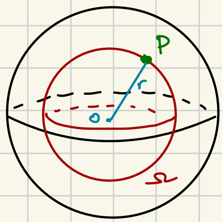
(1) $\sigma = ?$ $\quad \sigma = \frac{Q}{\Delta S} = \frac{Q}{4\pi R^2} \simeq 8 \cdot 10^{-8}\ \frac{C}{m^2}$

(2) $\vec{E}$, V all'interno della sfera tralasciando q

Teorema: Dato un guscio sferico (vuoto) carico uniformemente in superficie, allora
(1) $\vec{E} = 0$ dentro al guscio
(2) V = costante in tutti i punti interni fino al bordo. La costante vale

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$ con R raggio sfera, Q carica totale

Dim (1) Sia P un punto interno. Sia Ω la sfera di centro O (lo stesso della sfera grande) e raggio r.



Per questioni di simmetria, in ogni pto di Ω il modulo del campo elettrico è lo stesso e rispetto al normale alla superficie fa sempre $\underbrace{\text{lo stesso angolo}}_{(*)}$

Questo angolo è $0°$ per questioni di simmetria

Calcolo il flusso attraverso Ω:

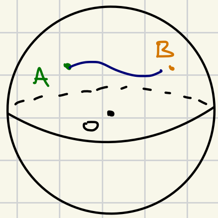
$$\Phi_\Omega(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = 0 \quad \text{Per teo di Gauss}$$

$$\Phi_{\Omega}(\vec{E}) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta S}_i \boxed{=} \sum_{i=1}^{n} E \cdot \Delta S_i \cdot \cos 0 = E \cdot \sum_{i=1}^{n} \Delta S_i = E\, 4\pi r^2$$

stesso E e
stesso α

Di conseguenza $0 = E \cdot 4\pi r^2 \Rightarrow \boxed{E = 0}$

(2) Dimostro che il potenziale è lo stesso in ogni pto dell'interno/guscio



Sappiamo che $-\Delta V = \dfrac{W_{A \to B}}{q}$ con q carica di prova. $W_{A \to B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta l}_i$

(supponendo di spezzare il cammino in tanti pezzetti e fare la somma.)

Ma $E_i = 0$ per ogni pezzetto $\Rightarrow -\Delta V = \dfrac{W_{A \to B}}{q} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta l}_i}{q} = 0$

$\Rightarrow -\Delta V = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = V_B}$

Dunque il potenziale è uguale in ogni punto fino alla superficie.
Per calcolare il valore, calcolo V nella superficie. Là posso trattarlo come un pto esterno e in questo caso so che $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$\Rightarrow$ In ogni punto interno e superficiale $\boxed{V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}$

(3) v_0 di fuga da imprimere a q per sfuggire all'attrazione elettrica.
La carica parte dal centro della sfera

È sufficiente fare il conto della v_0 di fuga. Dovunque parta la carica q dall'interno la sua en. potenziale è $U = qV$ (Dato che V costante)
Uguaglio le energie

$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} m v_0^2 + qV$ (energia iniziale, quando deve partire)

$E_B = K_B + U_B = 0$ (energia all'infinito: $v=0$, $V=0$)

$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 + qV = 0 \leadsto \boxed{v_0^2 = \frac{-2qV}{m}}$

N.B.: L'esercizio era più difficile del previsto. Se avessimo fatto una dim passata (formule per $\vec{E}$ della palla carica) sarebbe stato intuibile in classe.
D'ora in avanti il teorema enunciato sopra è dato per buono. Si può usare