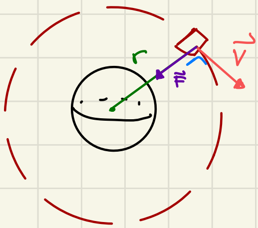
LG3 – Satelliti

Proposizione: Dato un satellite che compie un'orbita circolare intorno a un corpo di massa M, se la distanza tra centro del corpo e satellite vale r e il satellite si muove di velocità v, vale la formula

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

Dim:



Disegno tutte le forze che agiscono sul satellite. C'è solo la forza di gravitazione

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

M massa pianeta
m massa satellite

Per il satellite vale il II principio. In moduli

$$F_{TOT} = ma$$

$F_{TOT} = F$ poiché c'è solo la forza di gravitazione
a è l'accelerazione centripeta e sappiamo che $a = a_c = \frac{v^2}{r}$

Sostituisco tutto: $G\frac{M\cancel{m}}{r^2} = \cancel{m}\frac{v^2}{r}$ (La formula <u>non</u> dipende dalla massa del satellite)

⇝ ricavando v^2 ottengo $v^2 = \frac{GM}{r}$ □

Oss: Più sono lontano, più orbito lentamente.

Def: Un satellite Geostazionario è un satellite che percorre un'orbita circolare intorno al pianeta nello stesso tempo che il pianeta compie un giro su se stesso.
In formula

$$T_{\substack{\text{rivoluzione}\\ \text{satellite}}} = T_{\substack{\text{rotazione}\\ \text{pianeta}}}$$] Sono periodi.

Oss: Quindi, dalla superficie del pianeta, un satellite geostazionario appare fermo

Proposizione: Dato un satellite geostazionario, vale la seguente formula

$$\boxed{r^3 = G M_p \left(\frac{R_p}{V_p}\right)^2}$$

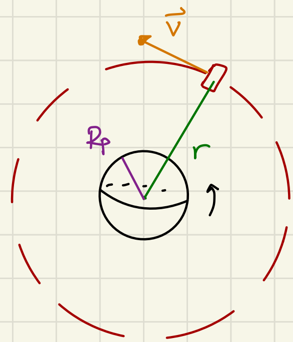
dove
- r distanza centro-satellite
- M_p massa del pianeta intorno a cui ruota
- R_p Raggio del pianeta
- V_p velocità di rotazione del pianeta

Right Hand Side
membro di destra

Pertanto esiste solo un'orbita geostazionaria (perché RHS è costante)

Dim: Per la dimostrazione precedente conosciamo la seguente relazione per v

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$



Troviamo anche un altro modo di esprimere v.
Dato che il satellite è geostazionario vale che

$$T_p = T_s$$] Periodo rot = Periodo rivoluzione

Remind: Nei moti circolari vale che $\frac{2\pi R}{T} = v \rightsquigarrow T = \frac{2\pi R}{v}$

Pertanto

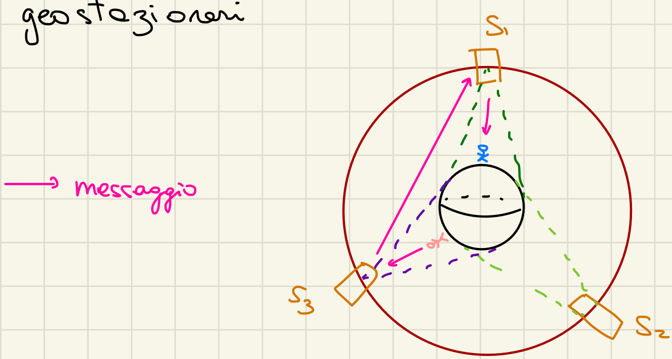
$$T_p = \frac{\cancel{2\pi} R_p}{v_p} = \frac{\cancel{2\pi} r}{v} = T_s$$

$$v = \frac{r}{R_p} v_p$$

Uguagliando la velocità v trovata nei due modi ottengo

$$\frac{r^2}{R_p^2} v_p^2 = \frac{GM}{r} \rightsquigarrow r^3 = GM\left(\frac{R_p}{v_p}\right)^2 \qquad \square$$

Oss (Per i futuri ingegneri delle telecomunicazioni): Per fare funzionare il GPS o le comunicazioni satellitari bastano 3 satelliti geostazionari



Bastano solo 3 satelliti perché questa configurazione è sempre la stessa nonostante le rotazioni