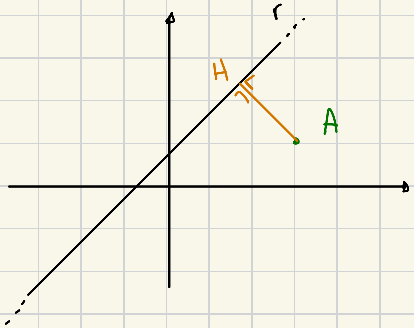
Settimana: 10

Materia: Matematica
Classe: 3D
Data: 17/11/2025

Argomenti:

Fatto: Siano $ax+by+c=0$ una retta e $A=(x_A, y_A)$, la distanza punto retta si calcola mediante la formula



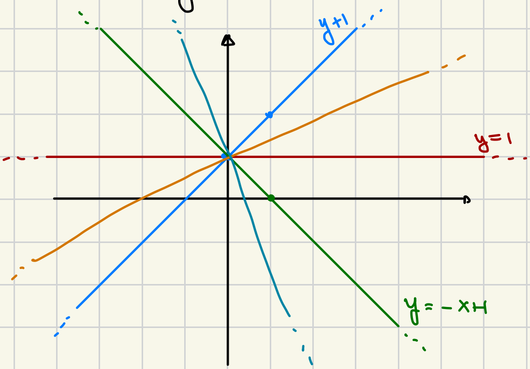
$$d(r,A) = \frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Dim (passi guida): Se Fede la porta fatta per Giovedì, prende +

(1) Calcolo la retta passante per A e $\perp$ a r. Chiamo s tale retta
(2) Intersezione tra r e s trovando H
(3) Distanza tra due punti AH □

Def: Un fascio di rette è un insieme di rette che dipende da uno o più parametri. Modificandoli si ottengono rette diverse

Esempi: $y = kx + 1$ Parametro k



$k=0$; $y=1$

$k=1$; $y=x+1$

x	y
0	1
1	2

$k=-1$; $y=-x+1$

x	y
0	1
1	0

I fasci che vedremo noi sono una combinazione lineare di due rette, ovvero

Def: Prese due rette $ax+by+c=0$
$a'x+b'y+c'=0$
e due parametri $p, q \in \mathbb{R}$, la comb. lineare di due rette è

$$p\cdot(ax+by+c) + q(a'x+b'y+c') = 0$$

Nella realtà noi di parametro ne utilizzeremo solo uno perché divideremo la scrittura sopra per p ottenendo

$$(ax+by+c) + \underbrace{\boxed{\frac{q}{p}}}_{k}(a'x+b'y+c') = 0$$

Occhio $p\neq 0$
Farebbe ottenere la retta 2 se $p=0$

Bravo Cri

Le due rette della comb. lineare vengono dette Rette generatrici del Fascio

Esempio: $2x+(k-3)\cdot 8y + kx - 16k + 2 = 0$

Generatrici? Scrivo il fascio come nella Def prendendo le cose moltiplicate da k e quelle NON moltiplicate da k.

$$2x + 8ky - 24y + kx - 16k + 2 = 0$$

$$2x - 24y + 2 \quad + \quad k(x+8y-16) = 0$$

Generatrici: $2x-24y+2=0$
$x+8y-16=0$

Def: Dato un fascio generato da due rette, tale fascio si dice
(1) Proprio: se tutte le rette si incontrano in un pto. Tale punto è detto centro del fascio
(2) Improprio: se tutte le rette del fascio sono parallele. Chiamiamo

il coeff. angolare delle rette inclinazione del fascio

Oss Cristian: Per capire se un fascio è proprio o improprio si prendono 2 rette del fascio (a caso); si fa l'intersezione e se si trova soluzione quello è il centro, altrimenti fascio impr.

Esercizio: Se il fascio è proprio, il centro è unico.

Esempio: $2x - 24y + 2 + k(x+8y-16) = 0$

Interseco le generatrici

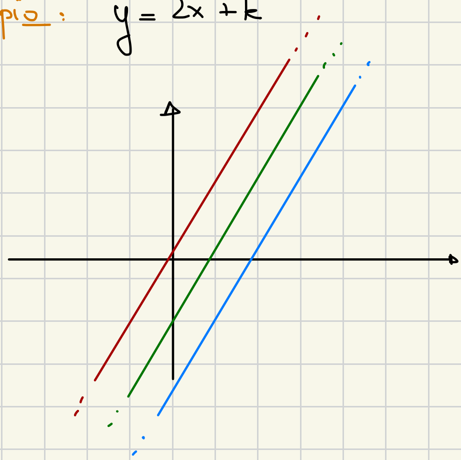
$$\begin{cases} 2x - 24y + 2 = 0 \\ x + 8y - 16 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - 12y + 1 = 0 \\ x + 8y - 16 = 0 \end{cases} \quad \uparrow - \quad \downarrow \begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{matrix} +$$

$$20y - 17 = 0 \rightsquigarrow y = \frac{17}{20}$$

$$C = \left(\frac{46}{5}; \frac{17}{20}\right)$$

$$5x - 46 = 0 \rightsquigarrow x = \frac{46}{5}$$

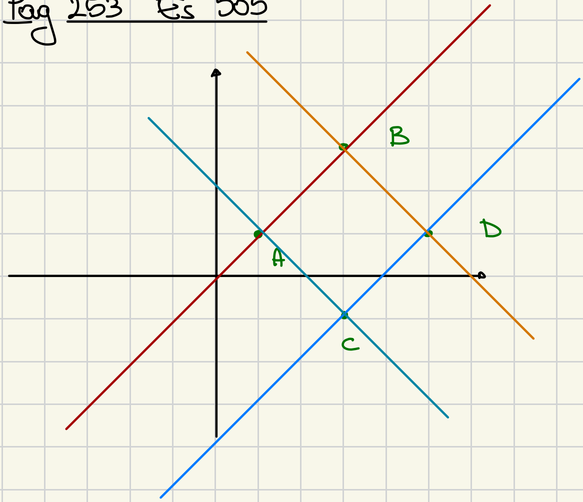
Esempio: $y = 2x + k$



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 2x+1 \end{cases}$$

$\rightsquigarrow 2x = 2x+1 \rightsquigarrow 0 = 1$ Imp!

Pag 253 Es 505



ABCD quadrilatero

$r: \; x - y = 0 \qquad y = x$

$s: \; x + y - 2 = 0 \qquad y = -x + 2$

$t: \; x + y - 6 = 0 \qquad y = -x + 6$

$w: \; x - y - 4 = 0 \qquad y = x - 4$

1) Trova A, B, C, D.
2) Verifica che è un □
3) Perimetro

1) Per trovare Vertici interseco le rette a coppie

$r \cap s: \quad x = -x + 2 \rightsquigarrow 2x = 2 \quad x = 1 \quad y = 1 \quad A = (1,1)$

$r \cap t: \quad x = -x + 6 \rightsquigarrow 2x = 6 \quad x = 3 \quad y = 3 \quad B = (3,3)$

$s \cap w: \quad -x + 2 = x - 4 \rightsquigarrow 2x = 6 \quad x = 3 \quad y = -1 \quad C = (3;-1)$

$t \cap w: \quad -x + 6 = x - 4 \rightsquigarrow 2x = 10 \quad x = 5 \quad y = 1 \quad D = (5;1)$

2) Per Verificare □ dobbiamo

(a) Tutti i lati uguali

$$AB^2 = (3-1)^2 + (3-1)^2 = 8$$
$$AC^2 = (1-3)^2 + (1+1)^2 = 8$$
$$BD^2 = (5-3)^2 + (1-3)^2 = 8$$
$$DC^2 = (5-3)^2 + (1+1)^2 = 8$$

(b) Lati $\perp$

Basta osservare che

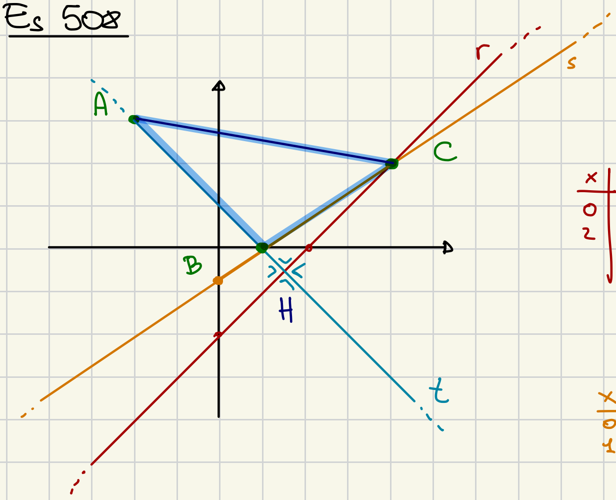
$m_r \cdot m_s = 1 \cdot (-1) = -1$

e simili

3) $AB = 2\sqrt{2} \rightsquigarrow$ Perimetro: $4\ell = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

$\rightsquigarrow$ Area: $\ell^2 = 2\sqrt{2}^2 = 8$

Es 508



$A=(-2;3)$

Triangolo ABC

x	y
0	-2
2	0

Altezza che esce da C è

r: $x-y-2=0$

$y=x-2$

x	y
0	$-2/3$
1	0

Eq. del lato BC

s: $2x-3y-2=0$

$y=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}$

Trova B,C e l'area.

Per trovare il pto C interseco 2 rette che contengono C

$r \cap s: \begin{cases} y=x-2 \\ 2x-3y-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x-2 \\ 2x-3x+6-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=2 \\ x=4 \end{cases} \quad C=(4,2)$

Il punto B si troverà nella retta che passa per A ed è $\perp$ alla retta r (che è l'altezza)

Troviamo tale retta. ▷ Ha per m -1 (Antireciproco di m_r)

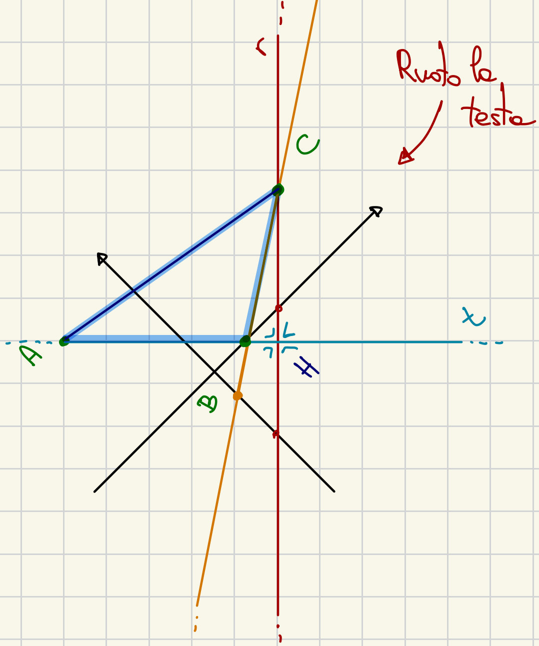
▷ Passa per $A=(-2;3)$

Dunque la retta t ha equazione $y-y_A=m_t(x-x_A)$

$$y-3=-1(x+2)$$

$$y=-x+1$$

$B=t \cap s: \begin{cases} y=-x+1 \\ 2x-3y-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-x+1 \\ 2x+3x-3-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases} \quad B=(1,0)$



$A=(-2;3)$, $B=(1;0)$, $C=(4,2)$

$t: \; y=-x+1$

$x+y-1=0$

Per l'area: calcolo AB e CH.

$$AB^2 = (x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)$$
$$= (1+2)^2 + (0-3)^2 = 18$$

$$dist(C,t) = \frac{|ax_c+by_c+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} =$$

$$= \frac{|1\cdot 4+(+1)\cdot 2+(-1)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Area: $\frac{AB\cdot CH}{2} = \sqrt{18}\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2}}{4} = \frac{15}{2}$

es. 519 pag. 254

$A=(1;5)$ $B=(5;-3)$ $r = 2x+3y-5=0$

$AC^2 = BC^2$

$(x_c-1)^2+(y_c-5)^2 = (x_c-5)^2+(y_c+3)^2$

$\cancel{x_c^2}+1-2x_c+\cancel{y_c^2}+\cancel{25}-10y_c = \cancel{x_c^2}+\cancel{25}-10x_c+\cancel{y_c^2}+9+6y_c$

$8x_c-16y_c-8=0$ $\quad x_c-2y_c-1=0$

$$\begin{cases} x-2y-1=0 & \cdot 2 \\ 2x+3y-5=0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 2x-4y-2=0 \\ 2x+3y-5=0 \end{matrix} \uparrow - \qquad 7y=3 \quad y=\frac{3}{7}$$

$x = 1+\frac{6}{7} = \frac{13}{7}$

$C = \left(\frac{13}{7};\frac{3}{7}\right)$

$AC^2 = \left(\frac{13}{7}-1\right)^2+\left(\frac{3}{7}-5\right)^2$

ACBD parallelogramma

$AC^2 = BD^2$

$CB^2 = AD^2$

$AC = \left(\frac{6}{7}\right)^2+\left(-\frac{32}{7}\right)^2$

$\{$

es. 440 pag. 247

$r = \quad x = -3 \qquad s: \quad \underset{x+y=0}{y = -x} \qquad t: \quad \underset{x-y+1=0}{y = x+1} \qquad P(-1; 3)$

$$d_{(P,r)} = \frac{|1(-1) + 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 2 \qquad d(P,s) = \frac{|1(-1) + 1(3)|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$d(P, t)$