Settimana: 11

Materia: Matematica
Classe: 5A
Data: 25/11 /25

Def: Una derivata di ordine superiore al primo è semplicemente derivare una funzione più di una volta

n 627 pag 1649

$f(x) = e^x + x^2$

$f'(x) = e^x + 2x$

$f''(x) = e^x + 2$

$f^{(3)}(x) = e^x$

$f^{(2017)}(x) = e^x$

n5 pag 1670

$f(x) = \sin x + \cos x$

$f^{(2017)}(x) =$

$f^{(1)}(x) = \cos x - \sin x$
$f^{(2)}(x) = -\sin x - \cos x$
$f^{(3)}(x) = -\cos x + \sin x$
$f^{(4)}(x) = \sin x + \cos x$

ciclicità 4.

$f(x) \boxed{=} f^{(4)}(x) = f^{(4k)}(x) = f^{(2016)}(x)$

$\Rightarrow f^{(2017)}(x) = f'(x) = \cos x - \sin x$

Es inventato:

$p(x) = x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + \dots + x + 1$

$$p^{(11)}(x) = p^{(12)}(x) = \dots = 0$$

$$p^{(10)}(x) = 10!$$

$$p'(x) = 10x^9 + \dots$$
$$p^{(2)}(x) = 10 \cdot 9\, x^8 + \dots$$
$$p^{(3)}(x) = 10 \cdot 9 \cdot 8\, x^7 + \dots$$
$$\vdots$$

<u>643</u>

$f(x) = xe^x$. Calcola $x(f'(x) - f''(x)) + f(x)$

$$f'(x) = e^x + xe^x = (x+1)e^x$$

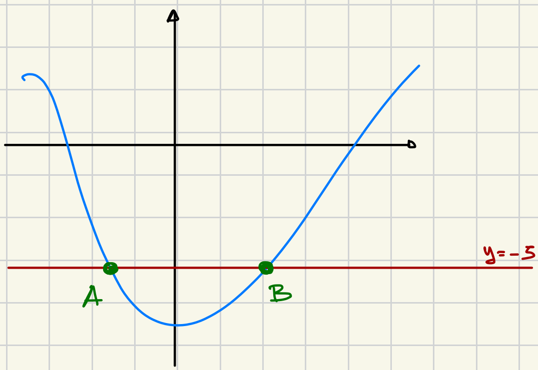
$$f''(x) = e^x + e^x + xe^x = (x+2)e^x$$

$$x\left[(x+1)e^x - (x+2)e^x\right] + xe^x =$$

$$x\left[\cancel{xe^x} + e^x - \cancel{xe^x} - 2e^x\right] + xe^x$$

$$-xe^x + xe^x = 0$$

<u>689</u> $f(x) = -e^{-x} - 4e^x$. Calcola la retta tg nei punti in cui $y=-5$



$$-5 = -e^{-x} - 4e^x$$

$$-5 = -\frac{1}{e^x} - 4e^x \qquad e^x = t$$

$$-5 = -\frac{1}{t} - 4t$$

$$-5t = -1 - 4t^2 \rightsquigarrow 4t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$4t(t-1) - (t-1) = 0$$

$$(4t-1)(t-1) = 0 \qquad t = 1 \quad t = 1/4$$

$$e^x = 1 \rightsquigarrow x = 0$$

$$e^x = 1/4 \rightsquigarrow x = \ln\frac{1}{4} = \ln(2^{-2}) = -2\ln(2)$$

$A = (0; -5)$; $B = (-2\ln(2); -5)$

$f'(x) = -e^{-x}\cdot(-1) - 4e^{x}$ $\qquad f(x) = -e^{-x} - 4e^{x}$

$f'(x) = e^{-x} - 4e^{x}$ $\qquad f'(0) = e^{-0} - 4e^{0} = -3$

retta per A: $\quad y - y_A = m(x - x_A)$

$y + 5 = -3(x - 0)$

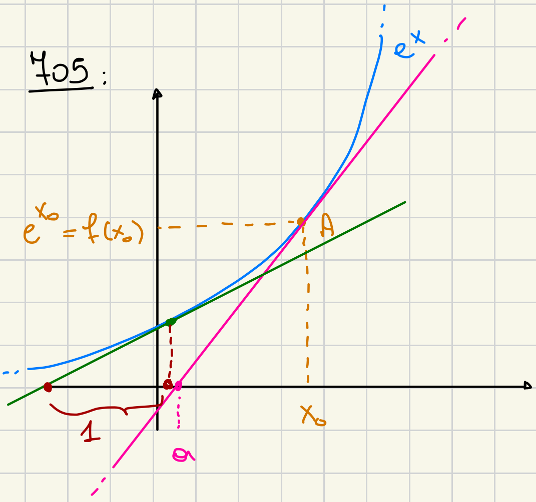
$$\boxed{3x + y + 5 = 0}$$

$$f'(-2\ln(2)) = e^{2\ln(2)} - 4e^{-2\ln(2)}$$
$$= \left[e^{\ln(2)}\right]^2 - 4\left[e^{\ln(2)}\right]^{-2}$$
$$= 4 - 1 = 3$$

retta per B: $\quad y + 5 = 3(x + 2\ln(2))$

$$\boxed{3x - y + 6\ln(2) - 5 = 0}$$

705:



$f(x) = e^{x}$

Preso x_0, trova la retta tg a $f(x)$ nel punto x_0

$A = (x_0, e^{x_0})$

$f'(x) = e^{x}$ $\qquad f'(x_0) = e^{x_0}$

$(y - e^{x_0}) = e^{x_0}(x - x_0)$

se retta tg incontra asse x in a, calcolare x_0

Impongo intersezione con $y=0$ della retta tg e deve fare a:

$$-\cancel{e^{x_0}} = \cancel{e^{x_0}}(a - x_0)$$

$$-1 = a - x_0 \leadsto \boxed{x_0 = a+1}$$

Pag 1670 n. 7

a) $f(x) = \dfrac{x^4 - 3x^2}{2x}$ $\qquad g(x) = 2x^6 - x^4$ $\qquad$ Pari o disp

$f(x) = f(-x)$

$$f(-x) = \frac{(-x)^4 - 3(-x)^2}{2(-x)} = -\frac{x^4 - 3x^2}{2x} = -f(x)$$

È invece dispari poiché

$-f(-x) = \ldots\ldots$ come sopra $\ldots = f(x)$

$$g(-x) = 2(-x)^6 - (-x)^4 = 2x^6 - x^4 = g(x)$$

$\boxed{f(x) \text{ dispari}}$ $\qquad$ $\boxed{g(x) \text{ pari}}$

$f(x) = \dfrac{x^4 - 3x^2}{2x}$ $\qquad g(x) = 2x^6 - x^4$

b) $$f'(x) = \frac{(4x^3 - 6x)(2x) - 2(x^4 - 3x^2)}{4x^2} = \frac{8x^4 - 12x^2 - 2x^4 + 6x^2}{4x^2} =$$

$$= \frac{6x^4 - 6x^2}{4x^2} \boxed{=} \frac{3x^2 - 3}{2}$$

$x \neq 0$
non nel dom

$$f'(-x) = \frac{3(-x)^2-3}{2} = \frac{3x^2-3}{2} = f'(x)$$

$\boxed{f'(x) \text{ è pari}}$

Proposizione: la derivata di una fz pari è dispari e la derivata di una fz disp. è pari.

Dim: Hip: $f(x) = f(-x) \longleftarrow$ Vera

Derivo l'uguaglianza vera

$$f'(x) = f'(-x)\cdot(-1) = -f'(-x)$$

$\rightsquigarrow$ Dunque la derivata è dispari

Esercizio: Fate l'altra. Disp $\Rightarrow$ derivata pari

n 88 $\quad f(x) = \ln(-3x) \qquad g(x) = -\dfrac{\ln(-5x-4)}{x^2+4x+3}$

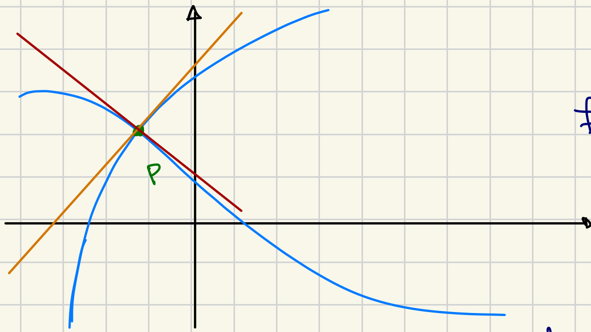
a) Dominio: Dom(f): $-3x>0 \rightsquigarrow x<0$

Dom(g): $\begin{cases} -5x-4>0 \\ x^2+4x+3 \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<-4/5 \\ (x+3)(x+1)\neq 0 \end{cases} \quad x\neq -3,\ x\neq -1$

b) Verifica che i grafici passano per $P=(-2;\ln 6)$

$f(x)$: $\ln(6) = \ln(-3(-2)) = \ln(6)$ ✓

$g(x)$: $\ln(6) = -\dfrac{\ln(-5(-2)-4)}{(-2)^2+4(-2)+3} = -\dfrac{\ln(6)}{-1} = \ln(6)$ ✓



(3) Faccio le derivate:

$$f'(x) = [\ln(-3x)]' =$$

$$= \frac{1}{-3x} \cdot (-3) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = \left[-\frac{\ln(-5x-4)}{x^2+4x+3} \right]' = -\frac{\frac{1}{-5x-4}(-5)\cdot[x^2+4x+3] - (2x+4)\ln(-5x-4)}{(x^2+4x+3)^2}$$

$$g'(-2) = -\frac{\frac{5}{6}(-1) - 0}{1} = \frac{5}{6}$$

$$f'(-2) = -\frac{1}{2}$$

C'è una formula che dice che date due rette di coeff. angolari m_1, m_2; detto α uno degli angoli tra le due rette

$$tg\, \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

$$tg\, \alpha = \frac{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}}{1 + \left(\frac{5}{6}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{5+3}{6}}{\frac{12-5}{12}} = \frac{16}{7}$$