

Settimana: 18

Argomenti

Materia: Matematica

Classe: 5C

Data: 17/02/26

Pag 1797 n 330

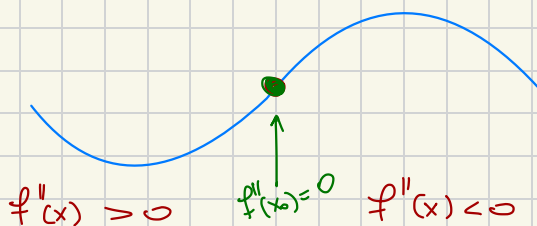
$$f(x) = \frac{ax^3 + bx + c}{x}$$

1) Graf. passe per $A = (1, 0)$


2) Ha un flesso in $B = (-1, 4)$ *sta nel gra Rico.*

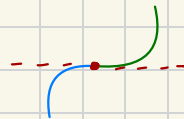
$$\hookrightarrow f''(-1) = 0$$

Def: Data $f: [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$, $x_0 \in (a; b)$, f ammette derivate seconde in $(a; b)$. x_0 è un flesso se $f''(x_0) = 0$



Si chiama flesso perché
è il punto in cui cambia
la concavità.
"La funzione si flette"

(1) Flesso a tg verticale:  $f'(x_0) = \pm \infty$

(2) Flessi a tg orizzontale:  $f'(x_0) = 0$

(3) Flesso in generale:  $f''(x_0) = 0$

$$\begin{cases} 0 = \frac{a+b+c}{1} \\ 4 = \frac{-a-b+c}{-1} \end{cases}$$

$$f''(-1) = 0 \leadsto 2a - 2c = 0$$



$$f(x) = \frac{ax^3 + bx + c}{x} = \boxed{ax^2 + b + \frac{c}{x}} \quad \text{Più facile da derivare}$$

$$f'(x) = 2ax - \frac{c}{x^2} \quad (= 2ax - cx^{-2})$$

$$f''(x) = 2a + 2\frac{c}{x^3}$$

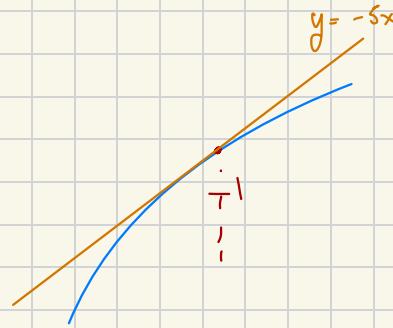
$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a+b-c=4 \\ a-c=0 \end{cases} \rightarrow b=4 \quad \begin{cases} a+c+a=0 \\ b=4 \\ a=c \end{cases} \quad \begin{cases} 2a=-4 \\ b=4 \\ a=c \end{cases} \quad \begin{cases} a=-2 \\ b=4 \\ c=-2 \end{cases}$$

n 339 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

(1) Passa per (0;1)

(2) tangente $y = -5x$ nel punto $x = -1$

(3) $x = -1$ è flesso $f''(-1) = 0$



$$\Delta f'(-1) = -5$$

$$\hookrightarrow [y - f(-1)] = f'(-1) (x - (-1))$$

$$\boxed{y = -5x}$$

$$y - f(-1) = -5(x + 1)$$

$$\boxed{y = -5x - 5 + f(-1)}$$

$$\rightarrow -5 + f(-1) = 0$$

$$f(-1) = 5$$

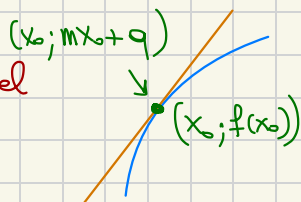
upto tang $(-1; 5)$

Broini's Box

Dato $f(x)$ funzione, so che $y = mx + q$ è la tangente a f nel pto x_0 . Con questi dati riesco a ricavare 2 info:

(1) $f'(x_0) = m$

La retta e la funzione si intersecano nel punto $(x_0, f(x_0)) = (x_0, mx_0 + q)$ sta nelle rette



(2) $f(x_0) = mx_0 + q$

(1) $1 = 0 + 0 + 0 + d$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

(2) $f'(-1) = -5$

$$\leadsto 3a - 2b + c = -5$$

$$f(-1) = -5(-1) + 0$$

$$\leadsto -a + b - c + d = +5$$

(3) $f''(-1) = 0$

$$\leadsto -6a + 2b = 0$$

$d = 1$

$$\begin{cases} 3a - 2b + c = -5 \\ -a + b - c = 4 \\ -3a + b = 0 \end{cases} \downarrow +$$

$$\leadsto c = -2$$

$$2a - b = -1 \leadsto -a = -1 \leadsto a = 1$$

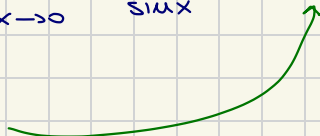
$$-3a + b = 0 \leadsto b = 3a \leadsto b = 3$$

Page 1731 e seguenti: 379

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{-1} \cdot \ln(e^x + x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + x)}{\sin x} = 2$$

H: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + x}{\cos x} = 2$

Annotations: $e^x + x$ is circled in blue with a '1' above it. $\cos x$ is circled in orange with a '1' below it. A red '2' is above $(e^x + 1)$ with an arrow pointing to it.



446: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) \rightsquigarrow \text{FI } \infty \cdot 0$

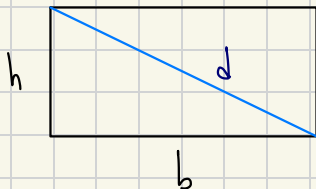
$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = 1$

H: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{\frac{x+1}{x}} \left(\frac{1 \cdot x - (x+1) \cdot 1}{x^2} \right)}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1} \left(-\frac{1}{x^2} \right) \cdot \frac{x^2}{1}$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x(1+\frac{1}{x})} = 1$

Pag 1800 e seguenti.

461:



Tra tutti i rettangoli di area a^2 ,
trova quello la cui diagonale è minima.

$h = \frac{a^2}{b}$

È un problema di max o minimo o di ottimizzazione.

- 1) Si scrive la funzione da calcolare ciò che ci interessa
- 2) Si fa la derivata della funzione e si fa lo studio del segno

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{b^2 + \left(\frac{a^2}{b}\right)^2}$$

la funzione diagonale è : $d(x) = \sqrt{x^2 + \left(\frac{a^2}{x}\right)^2}$ con x base

Per trovare il minimo devo derivare la funzione e porla ≥ 0

Per semplificare minimizzo il radicando (Per confrontare $\sqrt{23}$ con $\sqrt{54}$ controllo 23 e 54)

$$f(x) = x^2 + \frac{a^4}{x^2} \text{ e faccio le derivate}$$

↪ $a^4 \cdot x^{-2}$

$$f'(x) = 2x + a^4(-2) \cdot x^{-3}$$

$$= 2 \left(x - \frac{a^4}{x^3} \right) = 2 \left(\frac{x^4 - a^4}{x^3} \right)$$

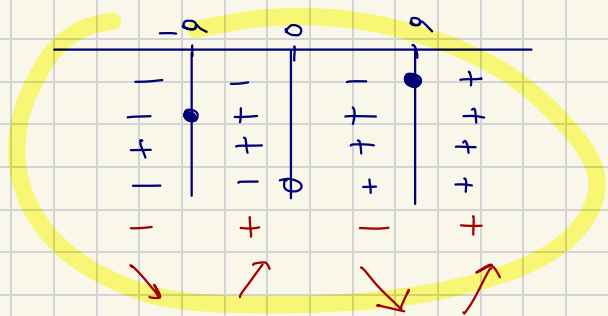
$$\text{Poniamo } f'(x) \geq 0 \quad \cancel{2} \left(\frac{x^4 - a^4}{x^3} \right) \geq 0 \quad \frac{(x-a)(x+a)(x^2+a^2)}{x^3} \geq 0$$

$$N_1: x \geq a$$

$$N_2: x+a \geq 0 \rightsquigarrow x \geq -a$$

$$N_3: x^2+a^2 \geq 0 \rightsquigarrow \text{Sempre}$$

$$D: x^3 > 0 \rightsquigarrow x > 0$$



\rightsquigarrow Abbiamo scoperto che diagonale è minima quando $x = \text{base} = a$
 \rightsquigarrow Il minimo è realizzato per il quadrato di base a